VISIT…

LANZAROTE Caliente.COM

629.13
С-74

М. Ф. АСТАХОВ, А. В. КАРАВАЕВ,
С. Я. МАКАРОВ и Я. Я. СУЗДАЛЬЦЕВ

СПРАВОЧНАЯ КНИГА ПО РАСЧЕТУ САМОЛЕТА НА ПРОЧНОСТЬ

ТЕХНИЧЕСКАЯ
ИНВ. № 9609
БИБЛИОТЕКА
456

ТЕХНИЧЕСКАЯ
ЗАВОД п/я № 5
БИБЛИОТЕКА
40756

ГОСУДАРСТВЕННОЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ОБОРОННОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ
Москва 1954

ЧАСТЬ I

ТАБЛИЦЫ И РАСЧЕТНЫЕ ДАННЫЕ

Глава I

МЕРЫ

§ 1. Соотношения между англо-американскими и метрическими мерами

а) Меры длины

1 морская миля	1,852 *км*
1 английская миля	1,60935 *км*
1 ярд (3 фута)	0,9144 *м*
1 фут	0,3048 „
1 дюйм	2,540 *см*

б) Меры площади

1 кв. фут	0,092903 кв. *м*
1 кв. дюйм	6,4516 кв. *см*

в) Меры объема

1 куб. фут	0,02832 куб. *м* (28,32 *л*)
1 куб. дюйм	16,387 куб. *см*
1 английский галлон	4,546 *л*
1 американский галлон	3,785 *л*

г) Меры веса

1 английский фунт	0,4536 *кг*
1 унция	28,35 *г*
1 английская тонна	1,01605 метрич. тонны
1 американская тонна	0,90718 метрич. тонны

д) Меры плотности

$1\ \frac{\text{английский фунт}}{\text{куб. дюйм}}$	27,68 *г/см*³
$1\ \frac{\text{английский фунт}}{\text{куб. фут}}$	0,1602 *г/см*³

е) Меры давления и напряжения

1 $\frac{\text{тонна американская}}{\text{кв. дюйм}}$ . . . . . 140,613 *кг/см²*

1 $\frac{\text{тонна английская}}{\text{кв. дюйм}}$ . . . . . 157,488 *кг/см²*

1 $\frac{\text{английский фунт}}{\text{кв. дюйм}}$ . . . . . 0,0703 *кг/см²*

1 $\frac{\text{английский фунт}}{\text{кв. фут}}$ . . . . . 0,000488 *кг/см²*

ж) Меры работы и энергии

1 английский фунтофут . . . . . 0,1383 *кгм*
1 английский силочас . . . . . 274 000 *кгм*=1,014 метрич. силочаса
1 английская тепловая единица (BT*U*) . 0,252 большой калории

з) Меры мощности

1 $\frac{\text{английский фунтофут}}{\text{сек.}}$ . . 1,356 *вт*=0,1383 *кгм/сек*=0,001844 метрич. *л. с.*

1 английская *л. с.* . . . . . 0,746 *квт*=1,014 метрич. *л. с.*

§ 2. Соотношения между некоторыми метрическими мерами

а) Меры скорости

1 километр в час . . . . . 0,2778 *м/сек*
1 метр в сек. . . . . 3,6 *км/час*

б) Меры силы

1 килограмм . . . . . 980 665 дин (0,980665 мегадины)
1 мегадина (1 000 000 дин) . . . . . 1,0197 *кг*
1 стен . . . . . 10^8 дин=102 *кг*

в) Меры давления

1 мегабария (10^6 барий) . . . . 1,02 *кг/см²*=750,1 *мм* рт. ст.
1 бария . . . . . 1 *дин/см²*
1 пьеза . . . . . 1 $\frac{\text{стен}}{\text{м}^2}$=10 000 барий=0,0102 *кг/см²*
1 нормальная атмосфера . . . . . 760 *мм* рт. ст.=1,033 технич. *атм* (*кг/см²*)

г) Меры работы

1 эрг . . . . . 1 *динсм*=$1{,}02\cdot10^{-8}$ *кгм*
1 джоуль . . . . . 1 *втсек*=1 вольткулону=10^7 эргов=0,102 *кгм*
1 киловатт-час . . . . . $3{,}6\cdot10^6$ джоулей=367 000 *кгм*=1,36 силочаса
1 силочас . . . . . 270 000 *кгм*=$2{,}65\cdot10^6$ джоулей=0,736 *квт-ч*

д) Меры мощности

$$1 \text{ киловатт} = 10^3 \text{ ватт} = 1 \frac{\text{килоджоуль}}{\text{сек.}} = 102 \frac{\textit{кгм}}{\text{сек.}} = 10^{10} \frac{\text{эргов}}{\text{сек.}} = 1{,}36 \textit{ л. с.}$$

$$1 \text{ ватт} = 1 \text{ вольтампер} = 1 \frac{\text{джоуль}}{\text{сек.}} = 0{,}102 \frac{\textit{кгм}}{\text{сек.}} = 0{,}00136 \textit{ л. с.}$$

е) Эквиваленты теплоты и механической работы

1 большая калория эквивалентна 427 *кгм* (4186 джоулей)
1 джоуль эквивалентен 0,239 малой калории
1 киловатт-час эквивалентен 860 большим калориям
1 килограмметр эквивалентен 0,00234 большой калории

ж) Термометрические шкалы

Абсолютная шкала К (или А) символ T°
Стоградусная (Цельсия) шкала С символ t°
Фаренгейта шкала F символ t°

$$t^\circ \text{C} = T^\circ - 273^\circ; \quad T^\circ = t^\circ \text{C} + 273^\circ; \quad 1^\circ \text{C} = \frac{9^\circ}{5} \text{F}; \quad 1^\circ \text{F} = \frac{5^\circ}{9} \text{C}$$

$$t^\circ \text{F} = \frac{9}{5} t^\circ \text{C} + 32^\circ; \quad t^\circ \text{C} = \frac{5}{9} (t^\circ \text{F} - 32^\circ).$$

§ 3. Некоторые константы газов

Газовые постоянные $R \frac{\textit{кгм}}{\textit{кг} \cdot \textit{град}}$

Воздуха	29,27	Углекислоты	19,28
Кислорода	26,5	Паров воды	47,06
Азота	30,26	„ бензина	10,86
Водорода	420,6	„ спирта	18,42
Окиси углерода	30,29		

Теплоемкость воздуха:

при постоянном давлении c_p . . . . . 0,240 *б. кал/кг град*
при постоянном объеме c_v . . . . . 0,171 *б. кал/кг град*

Коэффициент $k = \frac{c_p}{c_v}$:

для одноатомных газов (аргон, неон и др. инертные газы) k . . . 1,66,
для двухатомных газов (азот, кислород, водород) k 1,4,
для многоатомных газов (углекислота, метан и др.) k . . . . . 1,33.

§ 4. Скорость звука на различных высотах

(по стандартной атмосфере)

H м	a м/сек	a км/час	h мм рт. ст.	ρ_H кг сек²/м⁴	$\Delta = \frac{\rho_H}{\rho_0}$
−1000	344,0	1248	854,6	0,1374	1,0996
−500	342,1	1232	806,2	0,1311	1,0489
0	340,2	1224	760,0	0,1250	1,0000
500	338,3	1217	716,0	0,1191	0,9528
1000	336,4	1210	674,0	0,1134	0,9074
2000	332,5	1196	596,1	0,1027	0,8215
3000	328,5	1181	525,7	0,0927	0,7420
4000	324,5	1166	462,2	0,0835	0,6685
5000	320,5	1152	404,8	0,0751	0,6007
6000	316,3	1138	353,7	0,0673	0,5383
7000	312,2	1123	307,8	0,0601	0,4810
8000	308,0	1109	266,8	0,0505	0,4284
9000	303,7	1094	230,4	0,0475	0,3804
10000	299,4	1080	198,1	0,0421	0,3360
11000	295,4	1066	169,5	0,0371	0,2968

Тригонометрические функции

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1; \qquad \sec^2\alpha-\operatorname{tg}^2\alpha=1;$$

$$\operatorname{cosec}^2\alpha-\operatorname{ctg}^2\alpha=1; \qquad \sin\alpha\cdot\operatorname{cosec}\alpha=1;$$

$$\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\alpha=1; \qquad \cos\alpha\cdot\sec\alpha=1;$$

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\operatorname{tg}\alpha; \qquad \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}=\operatorname{ctg}\alpha;$$

$$\sec\alpha=\sqrt{1+\operatorname{tg}^2\alpha}; \quad \operatorname{cosec}\alpha=\sqrt{1+\operatorname{ctg}^2\alpha};$$

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta;$$

$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot\sin\beta;$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta;$$

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+\sin\alpha\cdot\sin\beta;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}; \quad \operatorname{ctg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{ctg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\beta-1}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta};$$

$$\operatorname{tg}(\alpha-\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta}; \quad \operatorname{ctg}(\alpha-\beta)=\frac{\operatorname{ctg}\alpha\cdot\operatorname{ctg}\beta+1}{\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{ctg}\beta};$$

$$\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)=2\sin\alpha\cdot\cos\beta;$$

$$\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)=2\cos\alpha\cdot\sin\beta;$$

$$\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)=2\cos\alpha\cdot\cos\beta;$$

$$\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)=-2\sin\alpha\cdot\sin\beta.$$

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{2}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{tg}\alpha};$$

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=\frac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha};$$

$$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}; \qquad \cos^2\alpha=\frac{1+\cos 2\alpha}{2};$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}=\frac{2}{\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{tg}\alpha};$$

$$\operatorname{ctg} 2\alpha=\frac{\operatorname{ctg}^2\alpha-1}{2\operatorname{ctg}\alpha}=\frac{\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{tg}\alpha}{2};$$

$$\sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{1+\sin\alpha}-\frac{1}{2}\sqrt{1-\sin\alpha};$$

$$\cos\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}=\frac{1}{2}\sqrt{1+\sin\alpha}+\frac{1}{2}\sqrt{1-\sin\alpha};$$

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\operatorname{cosec}\alpha-\operatorname{ctg}\alpha;$$

$$\sin 3\alpha=3\sin\alpha\cos^2\alpha-\sin^3\alpha;$$

$$\cos 3\alpha=\cos^3\alpha-3\sin^2\alpha\cos\alpha;$$

$$\sin(45\pm\alpha)=\cos(45\mp\alpha);$$

$$\operatorname{tg}(45+\alpha)=(1+\operatorname{tg}\alpha):(1-\operatorname{tg}\alpha)=\operatorname{ctg}(45-\alpha);$$

$$\left.\begin{array}{l}\operatorname{tg}\left(45-\frac{\alpha}{2}\right)\\ \operatorname{ctg}\left(45+\frac{\alpha}{2}\right)\end{array}\right\}=\frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}=\frac{1-\sin\alpha}{\cos\alpha}=\sec\alpha-\operatorname{tg}\alpha;$$

$$\left.\begin{array}{l}\operatorname{ctg}\left(45-\frac{\alpha}{2}\right)\\ \operatorname{tg}\left(45+\frac{\alpha}{2}\right)\end{array}\right\}=\frac{\cos\alpha}{1-\sin\alpha}=\frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}=\sec\alpha+\operatorname{tg}\alpha.$$

Зависимость между функциями трех углов: α, β и γ, составляющих в сумме 180°.

1) $\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma=4\cdot\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}$;

2) $\sin\alpha+\sin\beta-\sin\gamma=4\cdot\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}$;

3) $\sin 2\alpha+\sin 2\beta+\sin 2\gamma=4\cdot\sin\alpha\cdot\sin\beta\cdot\sin\gamma$;

4) $\sin 2\alpha+\sin 2\beta-\sin 2\gamma=4\cdot\cos\alpha\cdot\cos\beta\cdot\sin\gamma$;

5) $\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=2\cdot\cos\alpha.\cos\beta\cdot\cos\gamma+2$;

6) $\sin^2\alpha+\sin^2\beta-\sin^2\gamma=2\cdot\sin\alpha\cdot\sin\beta\cdot\sin\gamma$;

7) $\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\gamma=\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta\cdot\operatorname{tg}\gamma$;

8) $\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}+\operatorname{ctg}\frac{\beta}{2}+\operatorname{ctg}\frac{\gamma}{2}=\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}\operatorname{ctg}\frac{\beta}{2}\operatorname{ctg}\frac{\gamma}{2}$.

Для получения зависимостей между обратными тригонометрическими функциями принимают, например, что $\arcsin n$ есть выраженная в радианах дуга, синус которой равен n, так что косинус этой дуги равен $\sqrt{1-n^2}$, и таким образом $\arcsin n=\arccos\sqrt{1-n^2}$.

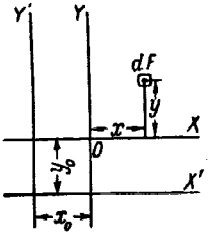
Глава III

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЕЧЕНИЙ

§ 1. Основные формулы

Координаты центра тяжести (фиг. I. 2)

$$x_{\text{ц.т}}=\frac{S_y}{F};\quad y_{\text{ц.т}}=\frac{S_x}{F},$$



Фиг. I. 2.

где F — площадь сечения;

$S_x=\int ydF$ — статический момент относительно оси x;

$S_y=\int xdF$ — статический момент относительно оси y.

Экваториальные моменты инерции

$$J_x=\int y^2dF;\quad J_y=\int x^2dF.$$

Полярный момент инерции

$$J_0=J_x+J_y.$$

Центробежный момент инерции

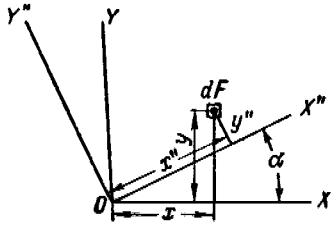
$$J_{xy}=\int xydF.$$

Моменты инерции относительно осей x' и y', параллельных центральным,

$$J_{x'}=J_x+Fy_0^2;\quad J_{y'}=J_y+Fx_0^2;$$

$$J_{x'y'}=J_{xy}+Fx_0y_0.$$

Для осей, повернутых на угол α (фиг. I. 3),



Фиг. I. 3.

$$x''=x\cos\alpha-y\sin\alpha,$$

$$y''=x\sin\alpha+y\cos\alpha.$$

Моменты инерции

$$J_{x''}=J_x\cos^2\alpha+J_y\sin^2\alpha-J_{xy}\sin 2\alpha,$$

$$J_{y''}=J_x\sin^2\alpha+J_y\cos^2\alpha+J_{xy}\sin 2\alpha,$$

$$J_{x''y''}=(J_y-J_x)\frac{\sin 2\alpha}{2}+J_{xy}(\cos^2\alpha-\sin^2\alpha)$$

или

$$J_{x''}=\frac{J_x+J_y}{2}+\frac{J_x-J_y}{2}\cos 2\alpha-J_{xy}\sin 2\alpha,$$

$$J_{y''}=\frac{J_x+J_y}{2}-\frac{J_x-J_y}{2}\cos 2\alpha+J_{xy}\sin 2\alpha,$$

$$J_{x''y''}=-\frac{J_x-J_y}{2}\sin 2\alpha+J_{xy}\cos 2\alpha.$$

Если оси x'' и y'' — главные центральные, то $J_{x''y''}=0$; угол α, определяющий положение главных центральных осей, получим из формулы

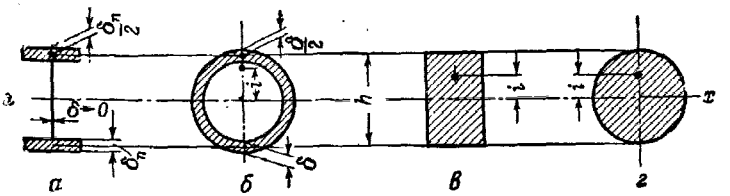
$$\operatorname{tg} 2\alpha=\frac{2J_{xy}}{J_x-J_y}.$$

При этом

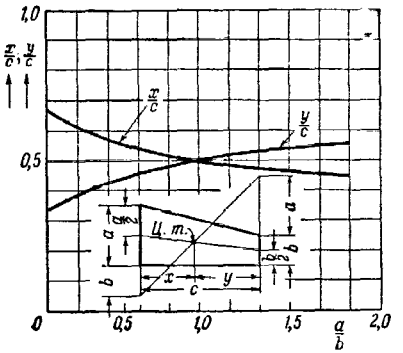
$$J_{x''}=\frac{J_x+J_y}{2}+\sqrt{\left(\frac{J_x-J_y}{2}\right)^2+J_{xy}^2},$$

$$J_{y''}=\frac{J_x+J_y}{2}-\sqrt{\left(\frac{J_x-J_y}{2}\right)^2+J_{xy}^2}.$$

§ 2. Сравнительные данные сечений (фиг. I. 4)


δ/2
δ
δ/2
δ
δ/2
δ
δ/2
δ
δ
δ

§ 3. Центр тяжести трапеции



Фиг. I. 5.

Таблица I. 7

$\frac{a}{b}$	$\frac{x}{c}$	$\frac{y}{c}$	$\frac{a}{b}$	$\frac{x}{c}$	$\frac{y}{c}$	$\frac{a}{b}$	$\frac{x}{c}$	$\frac{y}{c}$
1,01	0,4992	0,5008	1,30	0,4782	0,5218	2,70	0,4233	0,5767
1,02	0,4984	0,5016	1,32	0,4770	0,5230	2,80	0,4209	0,5791
1,03	0,4976	0,5024	1,34	0,4758	0,5242	2,90	0,4188	0,5812
1,04	0,4968	0,5032	1,36	0,4746	0,5254	3,00	0,4168	0,5832
1,05	0,4960	0,5040	1,38	0,4733	0,5267	3,20	0,4128	0,5872
1,06	0,4952	0,5048	1,40	0,4721	0,5279	3,40	0,4090	0,5910
1,07	0,4944	0,5056	1,45	0,4693	0,5307	3,60	0,4060	0,5940
1,08	0,4936	0,5064	1,50	0,4667	0,5333	3,80	0,4030	0,5970
1,09	0,4928	0,5072	1,55	0,4641	0,5359	4,00	0,4000	0,6000
1,10	0,4920	0,5080	1,60	0,4616	0,5384	4,20	0,3975	0,6025
1,11	0,4912	0,5088	1,65	0,4592	0,5408	4,40	0,3950	0,6050
1,12	0,4905	0,5095	1,70	0,4568	0,5432	4,60	0,3928	0,6072
1,13	0,4898	0,5102	1,75	0,4545	0,5455	4,80	0,3908	0,6092
1,14	0,4890	0,5110	1,80	0,4523	0,5477	5,00	0,3889	0,6111
1,15	0,4883	0,5117	1,85	0,4502	0,5498	5,50	0,3848	0,6152
1,16	0,4877	0,5123	1,90	0,4482	0,5518	6,00	0,3810	0,6190
1,17	0,4870	0,5130	1,95	0,4462	0,5538	6,50	0,3778	0,6222
1,18	0,4862	0,5138	2,00	0,4443	0,5557	7,00	0,3750	0,6250
1,19	0,4855	0,5145	2,10	0,4409	0,5591	7,50	0,3725	0,6275
1,20	0,4849	0,5151	2,20	0,4375	0,5625	8,00	0,3702	0,6298
1,22	0,4835	0,5165	2,30	0,4343	0,5657	9,00	0,3668	0,6332
1,24	0,4822	0,5178	2,40	0,4312	0,5688	10,00	0,3636	0,6364
1,26	0,4809	0,5191	2,50	0,4284	0,5716			
1,28	0,4795	0,5205	2,60	0,4259	0,5741			

§ 4. Расчетные данные для круглых сплошных сечений

$$\left(\text{радиус инерции } i = \frac{D}{4}\right)$$

Таблица I. 8

D мм	$F=\frac{\pi D^2}{4}$ см²	J см⁴	W см³	D мм	$F=\frac{\pi D^2}{4}$ см²	J см⁴	W см³
1	0,00785	—	—	51	20,43	33,21	13,023
2	0,03142	0,00008	0,0008	52	21,24	35,89	13,804
3	0,07069	0,0004	0,00265	53	22,06	38,73	14,616
4	0,1257	0,00126	0,00628	54	22,90	41,74	15,459
5	0,1964	0,00307	0,0123	55	23,76	44,92	16,334
6	0,2827	0,00636	0,0212	56	24,63	48,28	17,241
7	0,3849	0,0118	0,0337	57	25,52	51,82	18,181
8	0,5027	0,0201	0,0503	58	26,42	55,55	19,155
9	0,6362	0,0322	0 0716	59	27,34	59,48	20,16
10	0,7854	0,0491	0,0982	**60**	28,27	63,62	21,21
11	0,9503	0,0719	0,1307	61	29,23	67,97	22,28
12	1,131	0,1018	0,1696	62	30,19	72,53	23,40
13	1,327	0,1402	0,2157	63	31,17	77,33	24,55
14	1,539	0,1886	0,2694	64	32,17	82,36	25,74
15	1,767	0,2485	0,3313	65	33,18	87,62	26,96
16	2,011	0,3217	0,4021	66	34,21	93,14	28,23
17	2,270	0,4100	0,4823	67	35,26	98,92	29,53
18	2,545	0,5153	0,5726	68	36,32	104,96	30,87
19	2,835	0,6397	0,6734	69	37,39	111,27	32,25
20	3,142	0,7854	0,7854	**70**	38,49	117,86	33,67
21	3,464	0,9547	0,9092	71	39,59	124,74	35,14
22	3,801	1,150	1,045	72	40,72	131,92	36,64
23	4,156	1,374	1,194	73	41,85	139,40	38,19
24	4,524	1,629	1,357	74	43,01	147,19	39,78
25	4,909	1,918	1 534	75	44,18	155,32	41.42
26	5,309	2,243	1,726	76	45,37	163,77	43,10
27	5,726	2,609	1,932	77	46,57	172,56	44,82
28	6,158	3,017	2,155	78	47,78	181,70	46,59
29	6,605	3,472	2,394	79	49,02	191,20	48,40
30	7,069	3,976	2,651	**80**	50,27	201,06	50,27
31	7,548	4,533	2,925	81	51,53	211,31	52,17
32	8,043	5,147	3,217	82	52,81	221,93	54,13
33	8,553	5,821	3,528	83	54,11	232,96	56,14
34	9,079	6,560	3,859	84	55,42	244,39	58,19
35	9,621	7,366	4,209	85	56,75	256,24	60,29
36	10,18	8,245	4,580	86	58,09	268,51	62,45
37	10,75	9,200	4,973	87	59,45	281,22	64,65
38	11,34	10,235	5,387	88	60,82	294,37	66,90
39	11,95	11,356	5,824	89	62,21	307,99	69,21
40	12,57	12,566	6,283	**90**	63,62	322,06	71,57
41	13,20	13,871	6,766	91	65,04	336,62	73,98
42	13,85	15,275	7,274	92	66,48	351,66	76,45
43	14,52	16,782	7 806	93	67,93	367,20	78,97
44	15,21	18,398	8,363	94	69,40	383,25	81,54
45	15,90	20,139	8,946	95	70,88	399,82	84,17
46	16,62	21,980	9,556	96	72,38	416,92	86,86
47	17,35	23,950	10,193	97	73,90	434,57	89,60
48	18,10	26,058	10,857	98	75,43	452,77	92,40
49	18,86	28,300	11,550	99	76,98	471,53	95,26
50	19,64	30,680	12,272	**100**	78,54	490,87	98,18

Продолж. табл. I. 8

D мм	$F=\frac{\pi D^2}{4}$ см²	J см⁴	W см³	D мм	$F=\frac{\pi D^2}{4}$ см²	J см⁴	W см³
101	80,12	510,80	101,15	151	179,1	2552	338,0
102	81,71	531,34	104,18	152	181,5	2620	344,8
103	83,32	552,50	107,28	153	183,8	2690	351,7
104	84,95	574,24	110,43	154	186,3	2761	358,6
105	86,59	596,67	113,65	155	188,7	2833	365,6
106	88,25	619,74	116,93	156	191,1	2907	372,7
107	89,92	643,41	120,26	157	193,6	2982	380,0
108	91,61	667,80	123,67	158	196,1	3059	387,2
109	93,31	692,93	127,14	159	198,6	3138	394,7
110	95,03	718,66	130,67	160	201,1	3217	402,1
111	96,77	745,17	134,26	161	203,6	3298	409,7
112	98,52	772,42	137,93	162	206,1	3381	417,4
113	100,29	800,37	141,66	163	208,7	3465	425,2
114	102,07	829,03	145,44	164	211,2	3551	433,0
115	103,87	858,55	149,31	165	213,8	3638	441,0
116	105,68	888,82	153,24	166	216,4	3727	449,1
117	107,51	919,88	157,24	167	219,0	3818	457,2
118	109,36	951,68	161,30	168	221,7	3910	465,5
119	111,22	984,40	165,45	169	224,3	4004	473,9
120	113,10	1017,85	169,64	170	227,0	4100	482,3
121	114,99	1052,27	173,93	171	229,7	4197	490,9
122	116,90	1087,45	178,27	172	232,4	4296	499,6
123	118,82	1123,60	182,70	173	235,1	4397	508,4
124	120,76	1160,50	187,18	174	237,8	4500	517,2
125	122,72	1198,40	191,75	175	240,5	4604	526,1
126	124,69	1237,23	196,39	176	243,3	4710	535,2
127	126,7	1277	201,1	177	246,1	4818	544,4
128	128,7	1318	205,9	178	248,8	4928	553,7
129	130,7	1359	210,8	179	251,6	5039	563,0
130	132,7	1402	215,7	180	254,5	5153	572,6
131	134,8	1446	220,7	181	257,3	5269	582,2
132	156,8	1490	225,8	182	260,2	5386	591,9
133	138,9	1536	231,0	183	263,0	5505	601,6
134	141,0	1583	236,2	184	265,9	5627	611,6
135	143,1	1630	241,5	185	268,8	5750	621,6
136	145,3	1679	247,0	186	271,7	5875	631,7
137	147,4	1729	252,4	187	274,6	6002	642,0
138	149,6	1780	258,0	188	277,6	6132	652,3
139	151,7	1832	263,7	189	280,6	6263	662,8
140	153,9	1886	269,4	190	283,5	6397	673,4
141	156,1	1940	275,2	191	286,5	6533	684,1
142	158,4	1996	281,1	192	289,5	6671	694,9
143	160,6	2053	287,1	193	292,6	6811	705,8
144	162,9	2111	293,1	194	295,6	6953	716,8
145	165,1	2170	299,3	195	298,6	7097	728,0
146	167,4	2230	305,5	196	301,7	7244	739,2
147	169,7	2292	311,8	197	304,8	7393	750,5
148	172,0	2355	318,3	198	307,9	7544	762,1
149	174,4	2419	324,8	199	311,0	7698	773,7
150	176,7	2485	331,3	200	314,2	7854	785,4

Продолж. табл. I. 8

D мм	$F=\frac{\pi D^2}{4}$ см²	J см⁴	W см³	D мм	$F=\frac{\pi D^2}{4}$ см²	J см⁴	W см³
201	317,3	8010	797	251	494,8	19480	1552
202	320,4	8170	809	252	498,8	19810	1571,5
203	323,6	8335	821	253	502,7	20120	1590,5
204	326,7	8500	834	254	506,7	20425	1610
205	329,8	8665	846	255	510,7	20730	1628
206	333,2	8835	858	256	514,7	21050	1647
207	336,5	9010	871	257	518,7	21380	1667
208	339,6	9180	883,5	258	522,8	21740	1686
209	342,8	9360	896,5	259	526,9	22090	1706
210	346,2	9540	909	260	530,9	22430	1726
211	349,5	9730	922,5	261	535	22770	1746
212	353	9915	935,5	262	539,1	23130	1766
213	356,4	10110	948,5	263	543,3	23480	1786
214	359,6	10280	962	264	547,4	23840	1807
215	363	10470	975,5	265	551,6	24200	1827
216	366,4	10675	989,5	266	555,7	24560	1847
217	369,7	10875	1003	267	559,9	24920	1868
218	373,3	11080	1016,5	268	564,1	25290	1890
219	376,7	11285	1031	269	568,3	25680	1911
220	380,1	11490	1045	270	572,6	26070	1933
221	383,6	11700	1059	271	576,8	26460	1954
222	387,1	11915	1074	272	581,1	26850	1976
223	390,6	12130	1089	273	585,3	27250	1997
224	394,1	12350	1103,5	274	589,6	27650	2019
225	397,6	12570	1118,5	275	594	28050	2041
226	401,2	12795	1133,5	276	598,3	28460	2063
227	404,7	13020	1148,5	277	602,6	28880	2086
228	408,3	13250	1163,5	278	607	29300	2109
229	411,9	13490	1179	279	611,4	29730	2132
230	415,5	13730	1195	280	615,8	30150	2155
231	419,1	13970	1211	281	620,2	30580	2178
232	422,7	14220	1226	282	624,6	31010	2202
233	426,4	14470	1242	283	629	31460	2226
234	430,1	14720	1258	284	633,5	31920	2250
235	433,7	14975	1274	285	637,9	32380	2274
236	437,4	15230	1290	286	642,4	32840	2298
237	441,1	15485	1306,5	287	646,9	33290	2322
238	444,9	15740	1323	288	651,4	33750	2346
239	448,6	16000	1341	289	656	34220	2370
240	452,4	16270	1357	290	660,5	34700	2395
241	456,2	16550	1375	291	665,1	35190	2420
242	460	16830	1391,5	292	669,7	35680	2445
243	463,8	17120	1409	293	674,3	36170	2470
244	467,6	17380	1427	294	678,9	36660	2495
245	471,4	17670	1444	295	683,5	37150	2520
246	475,3	17960	1462	296	688,1	37650	2546
247	479,2	18270	1480	297	692,8	38160	2573
248	483,1	18560	1498	298	697,5	38670	2599
249	487	18860	1516	299	702,2	39200	2625
250	490,9	19175	1534	300	706,9	39750	2652

§ 5. Расчетные данные для круглых труб

Таблица I. 9

D и d мм	δ мм	$\frac{D}{\delta}$	F см²	J см⁴	W см³	i см	Вес 1 *пог. м, кг* сталь уд. в. 7,85	Вес 1 *пог. м, кг* дуралюмин уд. вес 2,85
3×2	0,5	6	0,0393	0,00032	0,0021	0,090	0,031	0,0112
4×3	0,5	8	0,0550	0,00086	0,0043	0,125	0,0431	0,0157
5×2	1,5	3,33	0,1649	0,00299	0,0120	0,135	0,1295	0,0470
5×3	1	5	0,1254	0,00267	0,0107	0,146	0,0985	0,0360
5×4	0,5	10	0,0707	0,00181	0,00725	0,160	0,0555	0,0201
5×4,4	0,3	16,7	0,0443	0,00123	0,0049	0,167	0,0348	0,0126
6×3	1,5	4	0,2120	0,0058	0,0193	0,165	0,1665	0,0604
6×4	1,0	6	0,1571	0,0051	0,0170	0,180	0,1235	0,0448
6×5	0,5	12	0,0864	0,00329	0,01096	0,195	0,0678	0,0246
6×5,4	0,3	20	0,0537	0,00219	0,0073	0,202	0,0422	0,0153
7×4	1,5	4,67	0,2591	0,01053	0,0301	0,202	0,203	0,0738
7×5	1	7	0,1884	0,00872	0,0249	0,215	0,149	0,0537
8×4	2	4	0,3770	0,01885	0,0472	0,224	0,296	0,1075
8×5	1,5	5,33	0,3063	0,01705	0,0426	0,236	0,240	0,0873
8×6	1,0	8	0,2199	0,0137	0,0342	0,250	0,173	0,0627
8×7	0,5	16	0,1178	0,00832	0,0208	0,266	0,0924	0,0336
8×7,4	0,3	26,7	0,0726	0,00639	0,0160	0,296	0,0570	0,0207
9×5	2,0	4,5	0,4398	0,02914	0,0648	0,259	0,345	0,1254
9×6	1,5	6	0,3535	0,02585	0,0572	0,270	0,277	0,1010
9×7	1	9	0,2514	0,0204	0,0453	0,285	0,197	0,0717
10×5	2,5	4	0,5890	0,04602	0,0920	0,279	0,462	0,168
10×6	2	5	0,5027	0,0427	0,0854	0,292	0,395	0,1430
10×7	1,5	6,67	0,4010	0,0373	0,0746	0,305	0,314	0,1140
10×8	1,0	10	0,2827	0,0290	0,0580	0,320	0,222	0,0806
10×8,5	0,75	13,3	0,2180	0,0235	0,0470	0,328	0,172	0,0621
10×9	0,5	20	0,1492	0,01688	0,0338	0,336	0,117	0,0425
10×9,4	0,3	33,3	0,0914	0,01076	0,0215	0,343	0,0717	0,0261
11×7	2	5,5	0,5655	0,0601	0,1093	0,326	0,444	0,1610
11×8	1,5	7,33	0,4476	0,0518	0,0942	0,340	0,351	0,1275
11×9	1	11	0,3141	0,0397	0,0722	0,355	0,247	0,0885
11×10	0,5	22	0,1649	0,0228	0,0415	0,372	0,130	0,047
12×6	3	4	0,8482	0,0954	0,1590	0,335	0,666	0,242
12×7	2,5	4,8	0,7461	0,0900	0,1500	0,347	0,585	0,213
12×8	2	6	0,6283	0,0817	0,1361	0,361	0,493	0,1790
12×9	1,5	8	0,4948	0,0690	0,1160	0,375	0,388	0,1410
12×10	1,0	12	0,3456	0,0527	0,0879	0,390	0,271	0,0985
12×10,5	0,75	16	0,2650	0,0421	0,0702	0,399	0,204	0,0755
12×11	0,5	24	0,1806	0,0299	0,0498	0,407	0,142	0,0515
12×11,4	0,3	40	0,1103	0,0189	0,0315	0,449	0,0865	0,0314
13×10	1,5	8,67	0,5419	0,0911	0,1401	0,410	0,426	0,1545
13×11	1	13	0,3770	0,0683	0,1052	0,426	0,296	0,1075
14×8	3	4,67	1,037	0,1685	0,2407	0,403	0,814	0,296
14×9	2,5	5,6	0,9032	0,1564	0,2234	0,415	0,709	0,257
14×10	2	7	0,7540	0,1395	0,1993	0,430	0,592	0,215
14×11	1,5	9,34	0,5891	0,1167	0,1668	0,445	0,462	0,168
14×12	1	14	0,4084	0,0868	0,1240	0,461	0,321	0,1164
14×12,5	0,75	18,7	0,3121	0,0688	0,0983	0,470	0,245	0,0890
14×13	0,5	28	0,2121	0,0484	0,0691	0,477	0,167	0,0605
14×13,4	0,3	46,6	0,1291	0,0303	0,0433	0,485	0,1014	0,0368
15×10	2,5	6	0,9818	0,1994	0,2659	0,451	0,771	0,2800
15×11	2	7,5	0,8169	0,1766	0,2355	0,465	0,641	0,2330
15×12	1,5	10	0,6362	0,1467	0,1957	0,48	0,499	0,1810

Продолж. табл. I. 9

D и d мм	δ мм	$\frac{D}{\delta}$	F см²	J см⁴	W см³	i см	Вес 1 пог. м, кг сталь уд. в. 7,85	Вес 1 пог. м, кг дуралюмин уд. в. 2,85
15×13	1,0	15	0,4399	0,1083	0,1442	0,496	0,345	0,1250
15×13,5	0,75	20	0,3358	0,0855	0,1138	0,504	0,264	0,0955
15×14	0,5	30	0,2278	0,0599	0,0799	0,513	0,179	0,0650
16×8	4,0	4	1,5080	0,3016	0,377	0,447	1,184	0,430
16×10	3,0	5,33	1,2252	0,2726	0,3408	0,472	0,961	0,349
16×11	2,5	6,4	1,0603	0,2498	0,3122	0,486	0,832	0,302
16×12	2,0	8	0,8796	0,2199	0,2749	0,500	0,690	0,2505
16×13	1,5	10,7	0,6833	0,1815	0,2271	0,515	0,536	0,1950
16×14	1,0	16	0 4712	0,1331	0,1664	0,532	0,370	0,1343
16×14,5	0,75	21,4	0,3593	0,1047	0,1309	0,540	0,282	0,1025
16×15	0,5	32	0,2434	0,0732	0,0915	0,548	0,191	0,0695
16×15,4	0,3	53,3	0,1480	0,0456	0,057	0,555	0,1162	0,0422
18×10	4,0	4,5	1,7593	0,4662	0,518	0,514	1,380	0,501
18×12	3,0	6	1,4137	0 4035	0,4483	0,534	1,109	0,403
18×13	2,5	7,2	1,2174	0,3751	0,4168	0,555	0,955	0,347
18×14	2	9	1,0053	0,3267	0,3630	0,570	0,789	0,2865
18×15	1,5	12	0,7775	0,2667	0,2963	0,587	0,610	0,2216
18×16	1,0	18	0,5341	0,1936	0,2151	0,602	0,419	0,1522
18×16,5	0,75	24	0,4065	0,1520	0,1688	0,611	0,3185	0,1156
18×17	0,5	36	0,2749	0,1053	0,1170	0,618	0,216	0,0785
18×17,4	0,3	60	0,1668	0,0653	0,0726	0,625	0,131	0,0476
19×16	1,5	12,7	0,8247	0,3180	0,3348	0,621	0,647	0,2350
19×17	1	19	0,5655	0,2297	0,2419	0,637	0,444	0,1610
20×10	5	4	2,356	0,7363	0,7363	0,558	1,850	0,672
20×14	3	6,67	1,6220	0,5968	0,5968	0,607	1,273	0,4620
20×15	2,5	8	1,3738	0,5369	0,5369	0,625	1,079	0,3920
20×16	2,0	10	1,1310	0,4637	0,4637	0,640	0,886	0,322
20×17	1,5	13,3	0,8718	0,3754	0,3754	0,656	0,684	0,2485
20×18	1,0	20	0,5969	0,2701	0,2701	0,672	0,469	0,1701
20×18,5	0,75	26,7	0,4536	0,2103	0,2103	0,681	0,354	0,1293
20×19	0,5	40	0,3063	0,1457	0,1457	0,690	0,240	0,0873
21×18	1,5	14	0,9189	0,4394	0,4185	0,692	0,721	0,2620
22×12	5,0	4,4	2,6704	1,0481	0,952	0,626	2,095	0,762
22×16	3,0	7,33	1,7907	0,8282	0,7529	0,679	1,405	0,511
22×17	2,5	8,8	1,5315	0,7399	0,6726	0,694	1,200	0,4370
22×18	2	11	1,2570	0,6346	0,5765	0,71	0,986	0,3590
22×19	1,5	14,7	0,9660	0,5102	0,4638	0,727	0,758	0,2753
22×20	1,0	22	0,6597	0,3645	0,3310	0,743	0,518	0,1880
22×20,5	0,75	29,3	0,5003	0,2830	0,2570	0,752	0,3925	0,1425
22×21	0,5	44	0,3377	0,1952	0,1774	0,760	0,265	0,0962
23×20	1,5	15,3	1,013	0,5883	0,5115	0,762	0,795	0,2885
23×21	1	23	0,6912	0,4190	0,3645	0,778	0,543	0,197
24×12	6,0	4	3,393	1,5268	1,273	0,670	2,665	0,966
24×18	3	8	1,979	1,1133	0,9275	0,750	1,553	0,564
24×19	2,5	9,6	1,6886	0,9889	0,8248	0,765	1,325	0,481
24×20	2	12	1,382	0,8432	0,702	0,781	1,084	0,394
24×21	1,5	16	1,080	0,6739	0,562	0,790	0,848	0,308
24×22	1	24	0,7226	0,4787	0,399	0,814	0,567	0,206
25×17	4	6,25	2,639	1,508	1,206	0,757	2,070	0,752
25×19	3,0	8,33	2,073	1,2778	1,0222	0,785	1,625	0,590
25×20	2,5	10	1,767	1,132	0,906	0,802	1,387	0,504
25×21	2,0	12,5	1,4451	0,9628	0,770	0,816	1,1340	0,4120
25×22	1,5	16,7	1,1074	0,7676	0,614	0,833	0,869	0,3160
25×23	1,0	25	0,7540	0,5438	0,435	0,849	0,592	0,215
25×23,5	0,75	33,3	0,5713	0,4205	0,3360	0,857	0,448	0,163
25×24	0,5	50	0,3848	0,2889	0,231	0,866	0,302	0,1096

Продолж. табл. I. 9

D и *d* *мм*	δ *мм*	$\frac{D}{\delta}$	*F* *см*²	*J* *см*⁴	*W* *см*³	*i* *см*	Вес 1 *пог. м*, *кг* сталь уд. в. 7,85	Вес 1 *пог. м*, *кг* дуралюмин уд. в. 2,85
26×20	3,0	8,67	2,168	1,458	1,121	0,820	1,700	0,619
26×21	2,5	10,4	1,846	1,289	0,992	0,835	1,450	0,526
26×23	1,5	17,3	1,155	0,8695	0,6685	0,867	0,906	0,329
26×24	1	26	0,7854	0,6146	0,4725	0,884	0,617	0,224
27×15	6	4,5	3,958	2,360	1,748	0,772	3,110	1,127
27×16	5,5	4,91	3,715	2,283	1,690	0,784	2,891	1,058
27×23	2	13,5	1,571	1,235	0,915	0,887	1,235	0,448
27×24	1,5	18	1,202	0,9801	0,726	0,902	0,944	0,342
27×25	1,0	27	0,8168	0,6912	0,511	0,920	0,641	0,233
27×25,5	0,75	36	0,6185	0,5332	0,395	0,927	0,486	0,1764
28×22	3,0	3,33	2,356	1,8673	1,334	0,891	1,850	0,671
28×23	2,5	11,2	2,0028	1,6435	1,174	0,906	1,570	0,571
28×24	2	14	1,6336	1,3886	0,992	0,992	1,282	0,466
28×25	1,5	18,7	1,2488	1,1000	0,786	0,939	0,980	0,356
28×26	1	28	0,8483	0,774	0,553	0,955	0,666	0,242
28×26,5	0,75	37,3	0,6421	0,5963	0,426	0,963	0,504	0,183
28×27	0,5	56	0,4320	0,4086	0,292	0,975	0,339	0,123
29×25	2,0	14,5	1,6965	1,5540	1,071	0,958	1,330	0,484
29×26	1,5	19,3	1,296	1,229	0,848	0,973	1,017	0,369
29×27	1	29	0,8796	0,8632	0,595	0,990	0,690	0,2505
29×28	0,5	58	0,4477	0,4547	0,3135	1,01	0,3515	0,1276
30×16	7,0	4,28	5,058	3,654	2,435	0,85	3,97	1,442
30×22	4	7,5	3,267	2,286	1,884	0,929	2,565	0,931
30×23	3,5	8,58	2,914	2,602	1,734	0,945	2,29	0,831
30×24	3	10	2,545	2,348	1,564	0,960	1,998	0,726
30×25	2,5	12	2,160	2,059	1,373	0,976	1,696	0,616
30×26	2,0	15	1,7593	1,7330	1,156	0,993	1,390	0,501
30×27	1,5	20	1,3430	1,3670	0,912	1,010	1,054	0,383
30×28	1,0	30	0,9111	0,9589	0,639	1,025	0,715	0,260
30×28,5	0,75	40	0,6891	0,736	0,491	1,032	0,541	0,1965
30×29	0,5	60	0,4634	0,5042	0,336	1,045	0,364	0,132
31×27	2	15,2	1,822	1,925	1,242	1,030	1,430	0,519
31×28	1,5	20,7	1,390	1,516	0,9785	1,044	1,091	0,396
31×29	1	31	0,9425	1,061	0,684	1,060	0,740	0,2687
32×22	5	6,4	4,241	3,997	2,498	0,970	3,33	1,210
32×23	4,5	7,11	3,888	3,773	2,360	0,985	3,050	1,108
32×26	3	10,67	2,733	2,904	1,815	1,030	2,145	0,778
32×27	2,5	12,8	2,317	2,539	1,587	1,047	1,820	0,660
32×28	2	16	1,885	2,130	1,330	1,060	1,480	0,537
32×29	1,5	21,3	1,437	1,675	1,046	1,080	1,128	0,410
32×30	1,0	32	0,9739	1,171	0,732	1,096	0,765	0,2775
32×30,5	0,75	42,6	0,7363	0,899	0,562	1,104	0,578	0,2095
32×31	0,5	64	0,4948	0,614	0,384	1,114	0,388	0,141
33×19	7,0	4,71	5,7177	5,182	3,140	0,950	4,48	1,63
33×23	5	6,6	4,398	4,447	2,695	1,005	3,450	1,253
33×28	2,5	13,2	2,396	2,804	1,700	1,080	1,882	0,683
33×29	2	16,5	1,9478	2,3495	1,4239	1,095	1,529	0,555
33×30	1,5	22	1,4844	1,8450	1,117	1,110	1,1164	0,423
33×31	1	33	1,005	1,2880	0,781	1,130	0,789	0,2865
33×31,5	0,75	44	0,757	0,981	0,595	1,138	0,594	0,216
34×30	2,0	17	2,011	2,5840	1,519	1,130	1,578	0,573
34×32	1,0	34	1,037	1,4125	0,831	1,167	0,814	0,296
35×25	5	7	4,712	5,448	3,114	1,080	3,70	1,343
35×28	3,5	10	3,464	4,349	2,485	1,120	2,72	0,987
35×29	3,0	11,67	3,016	3,8943	2,225	1,135	2,37	0,860
35×30	2,5	14	2,553	3,3900	1,937	1,150	2,001	0,7280
35×31	2,0	17,5	2,074	2,8330	1,619	1,170	1,6270	0,591
35×32	1,5	23,3	1,5787	2,2119	1,270	1,190	1,239	0,4500
35×33	1,0	35	1,0681	1,5450	0,8830	1,200	0,838	0,3045
35×33,5	0,75	46,7	0,807	1,196	0,684	1,22	0,634	0,230

Продолж. табл I. 9

D и d мм	δ мм	$\frac{D}{\delta}$	F см²	J см⁴	W см³	i см	Вес 1 пог. м, кг: сталь уд. в. 7,85	Вес 1 пог. м, кг: дюралюмин уд. в. 2,85
36×20	8,0	4,5	7,037	7,459	4,144	1,03	5,52	2,01
36×33	1,5	24	1,627	2,424	1,347	1,22	1,278	0,464
36×34	1	36	1,100	1,685	0,936	1,24	0,864	0,3135
36×35	0,5	72	0,5577	0,879	0,488	1,26	0,438	0,159
37×34	1,5	24,7	1,671	2,640	1,427	1,26	1,310	0,476
37×35	1,0	37	1,1310	1,8340	0,992	1,27	0,886	0,322
38×30	4	9,5	4,273	6,259	3,295	1,21	3,355	1,218
38×32	3	12,7	3,299	5,088	2,680	1,24	2,590	0,940
38×33	2 5	15,2	2,788	4,414	2,325	1,30	2,190	0,795
38×34	2,0	19,0	2,262	3,676	1,934	1,27	1,775	0,644
38×35	1,5	25,3	1,7200	2,869	1,510	1,29	1,350	0,491
38×36	1	38	1,162	1,990	1,047	1,31	0,911	0,331
38×36,5	0,75	50,6	0,8776	1,523	0,802	1,32	0,688	0,250
39×23	8	4,88	7,791	9,982	5,119	1,132	6,11	2,22
39×34	2,5	15,6	2,867	4,796	2,459	1,29	2,250	0,817
39×35	2	19,5	2,325	3,990	2,045	1,31	1,825	0,663
40×30	5	8	5,498	8,590	4,295	1,25	4,315	1,568
40×32	4	10	4,524	7,419	3,710	1,28	3,55	1,290
40×34	3	13,3	3,487	6,006	3,003	1,31	2,735	0,994
40×35	2,5	16	2,9450	5,200	2,600	1,33	2,310	0,840
40×36	2	20	2,3880	4,327	2,164	1,34	1,874	0,681
40×37	1,5	26,7	1,8140	3,367	1,683	1,36	1,423	0,517
40×37,5	1,25	32	1,5217	2,859	1,430	1,37	1,194	0,4315
40×38	1,0	40	1,2250	2,331	1,166	1,38	0,961	0,349
40×38,5	0,75	53,3	0,9248	1,781	0,891	1,39	0,726	0,2635
41×38	1,5	27,3	1,861	3,636	1,772	1,40	1,460	0,531
42×26	8	5,25	8,5451	13,031	6,205	1,235	6,70	2,43
42×34	4	10,5	4,785	8,715	4,150	1,35	3,75	1,363
42×36	3,0	14	3,676	7,030	3,348	1,38	2,885	1,047
42×37	2,5	16,8	3,102	6,075	2,893	1,40	2,434	1,026
42×38	2	21	2,513	5,040	2,402	1,42	1,970	0,716
42×39	1,5	28	1,9085	3,920	1,867	1,43	1,497	0,544
42×40	1	42	1,2880	2,708	1,289	1,45	1,010	0,367
42×40,5	0,75	56	0,9719	2,067	0,984	1,46	0,763	0,277
43×35	4	10,7	4,991	9,416	4,379	1,38	3,850	1,397
43×40	1,5	28,7	1,9560	4,216	1,960	1,47	1,535	0,558
43×41	1	43	1,319	2,911	1,354	1,49	1,034	0,375
44×38	3	14,7	3,864	8,163	3,710	1,45	3,035	1,102
44×40	2	22	2,6360	5,832	2,650	1,49	2,070	0,752
44×42	1	44	1,351	3,123	1,420	1,52	1,06	0,385
45×37	4	11,25	5,1522	10,929	4,857	1,46	3,935	1,47
45×39	3,0	15	3,958	8,773	3,899	1,49	3,11	1,129
45×40	2,5	18	3,3380	7,563	3,360	1,51	2,620	0,952
45×41	2	22,5	2,7020	6,258	2,780	1,52	2,120	0,770
45×42	1,5	30	2,0500	4,854	2,157	1,54	1,610	0,584
45×42,5	1,25	36	1,7180	4,114	1,828	1,55	1,349	0,490
45×43	1	45	1,3820	3,347	1,488	1,56	1,084	0,394
45×43,5	0,75	60	1,0426	2,553	1,134	1,57	0,818	0,297
47×45	1	47	1,4450	3,824	1,627	1,63	1,134	0,412
48×40	4	12	5,529	13,492	5,622	1,56	4,34	1,575
48×42	3,0	16	4,241	10,783	4,493	1,59	3,33	1,210
48×43	2,5	19,2	3,574	9,276	3,865	1,61	2,80	1,019
48×44	2,0	24	2,890	7,659	3,191	1,63	2,27	0,824
48×45	1,5	32	2,1910	5,929	2,470	1,64	1,720	0,624
48×46	1	48	1,477	4,079	1,703	1,66	1,160	0,4215
49×45	2	24,5	2,9530	8,169	3,335	1,66	2,315	0,842
50×40	5	10	7,069	18,114	7,246	1,60	5,55	2,02
50×42	4	12,5	5,7806	15,405	6,162	1,63	4,62	1,65
50×44	3	16,7	4,4300	12,281	4,912	1,67	3,480	1,263
50×45	2,5	20	3,7310	10,550	4,220	1,68	2,930	1,062
50×46	2	25	3,0160	8,701	3,480	1,70	2,366	0,859

Продолж. табл. I. 9

D и d мм	δ мм	$\frac{D}{\delta}$	F см²	J см⁴	W см³	i см	Вес 1 *пог. м*, *кг* сталь уд. в. 7,85	Вес 1 *пог. м*, *кг* дуралюмин уд. в. 2,85
50×47	1,5	33,3	2,2860	6,727	2,691	1,71	1,795	0,652
50×47,5	1,25	40	1,9145	5,6916	2,2766	1,73	1,503	0,546
50×48	1	50	1,5390	4,622	1,848	1,73	1,208	0,4385
51×44	3,5	14,6	5,223	14,810	5,808	1,69	4,100	1,49
51×45	3	17	4,5240	13,080	5,130	1,70	3,550	1,288
52×48	2	26	3,142	9,833	3,781	1,77	2,468	0,895
52×50	1	52	1,6020	5,211	2,004	1,80	1,257	0,4565
53×50	1,5	35,3	2,4270	8,053	3,040	1,82	1,905	0,692
54×45	4,5	12	6,998	21,610	8,005	1,76	5,49	1,995
54×50	2	27	3,2670	11,060	4,100	1,84	2,565	0,931
55×45	5	11	7,854	24,79	9,015	1,78	6,170	2,240
55×46	4,5	12,2	7,139	22,939	8,341	1,79	5,60	2,035
55×47	4,0	13,75	6,409	20,965	7,988	1,81	5,03	1,825
55×48	3,5	15,7	5,6630	18,340	6,669	1,80	4,44	1,612
55×49	3	18,3	4,9010	16,620	6,050	1,84	3,848	1,397
55×50	2,5	22	4,1230	14,240	5,185	1,86	3,240	1,175
55×51	2	27,5	3,3300	11,794	4,285	1,88	2,612	0,949
55×51,5	1,75	31,42	2,9276	10,387	3,777	1,88	2,305	0,835
55×52	1,5	36,7	2,5210	9,027	3,280	1,89	1,980	0,7185
55×52,5	1,25	44	2,1108	7,626	2,777	1,90	1,656	0,602
55×53	1	55	1,6970	6,186	2,250	1,91	1,332	0,484
56×50	3	18,7	4,995	17,600	6,285	1,88	3,92	1,422
57×55	1	57	1,759	6,899	2,420	1,98	1,38	0,5015
58×55	1,5	38,7	2,663	10,632	3,670	2,00	2,09	0,752
59×55	2	29,5	3,581	14,563	4,940	2,02	2,81	1,020
60×50	5	12	8,639	32,938	10,979	1,95	6,78	2,46
60×52	4	15	7,037	27,726	9,242	1,99	5,52	2,005
60×53	3,5	17,2	6,213	24,89	8,300	2,00	4,875	1,770
60×54	3	20	5,372	21,88	7,300	2,02	4,22	1,531
60×55	2,5	24	4,516	18,70	6,230	2,03	3,545	1,285
60×56	2	30	3,644	15,34	5,110	2,05	2,86	1,038
60×56,5	1,75	34,2	3,203	13,594	4,531	2,06	2,515	0,912
60×57	1,5	40	2,757	11,80	3,935	2,07	2,163	0,786
60×57,5	1,25	48	2,307	9,957	3,319	2,08	1,812	0,657
60×58	1	60	1,854	8,068	2,690	2,09	1,455	0,528
62×57	2,5	24,8	4,673	20,717	6,683	2,105	5,67	1,33
63×60	1,5	42	2,898	13,71	4,350	2,17	2,274	0,826
65×54	5,5	11,8	10,281	45,885	14,12	2,11	8,07	2,93
65×55	5	13	9,425	42,706	13,13	2,13	7,40	2,69
65×56	4,5	14,4	8,553	39,349	12,11	2,14	6,715	2,44
65×57	4	16,25	7,666	35,81	11,010	2,16	6,015	2,185
65×58	3,5	18,6	6,762	32,07	9,870	2,18	5,31	1,926
65×59	3	21,7	5,843	28,14	8,660	2,20	4,585	1,665
65×60	2,5	26	4,909	24,01	7,390	2,21	3,85	1,398
65×61	2	32,5	3,958	19,66	6,050	2,23	3,107	1,125
65×61,5	1,75	37,14	3,477	17,399	5,354	2,24	2,730	0,991
65×62	1,5	43,3	2,992	15,09	4,645	2,25	2,347	0,8525
65×62,5	1,25	52	2,504	12,72	3,914	2,26	1,963	0,714
65×63	1	65	2,012	10,30	3,17	2,27	1,578	0,573
65×63,5	1,25	52	1,512	7,81	2,403	2,28	1,185	0,43
67×60	3,5	19,1	6,982	35,30	10,520	2,25	5,48	1,988
70×60	5,0	14	10,210	54,241	15,497	2,31	8,02	2,91
70×62	4,0	17,5	8,294	45,326	12,950	2,34	6,51	2,36
70×63	3,5	20	7,312	40,53	11,570	2,35	5,74	2,085
70×64	3	23,3	6,315	35,50	10,130	2,37	4,96	1,799
70×65	2,5	28	5,301	30,23	8,650	2,39	4,16	1,509
70×66	2	35	4,273	24,717	7,063	2,41	3,355	1,22
70×66,5	1,75	40	3,752	21,864	6,247	2,41	2,945	1,069
70×67	1,5	46,7	3,228	18,942	5,411	2,42	2,533	0,92
70×67,5	1,25	56	2,700	15,959	4,560	2,43	2,095	0,770

Продолж табл I 9

D и d мм	δ мм	D/δ	F см²	J см⁴	W см³	i см	Вес 1 пог м кг сталь уд в 7 85	Вес 1 пог м кг дуралюмин уд в 2 85
73×65	4	18 25	8 671	51 78	14 187	2 45	6 81	2 47
73×70	1 5	48 7	3 369	21 541	5 910	2 53	2 645	0 96
75×63	6	12 5	13 006	77 99	20 797	2 45	10 20	3 71
75×65	5 0	15	10 996	67 692	18 051	2 48	8 63	3 13
75×67	4 0	18 75	8 922	56 399	15 037	2 51	7 00	2 54
75×68	3 5	21 4	7 862	50 36	13 43	2 53	6 17	2 242
75×69	3	25	6 786	44 05	11 730	2 55	5 33	1 934
75×70	2 5	30	5 695	37 467	9 990	2 57	4 47	1 623
75×71	2	37 5	4 587	30 756	8 154	2 58	3 60	1 307
75×71 5	1 75	42 85	4 027	27 022	7 206	2 59	3 16	1 147
75×72	1 5	50	3 464	23 399	6 240	2 60	2 92	0 988
75×72 5	1 25	60	2 896	19 695	5 252	2 61	2 27	0 826
80×66	7	11 4	16 054	107 92	26 95	2 59	12 60	4 57
80×69	5 5	14 5	12 873	89 796	22 43	2 64	10 10	3 67
80×70	5 0	16	11 781	83 203	20 80	2 66	9 25	3 36
80×71	4 5	17 8	10 674	76 322	19 06	2 67	8 38	3 04
80×72	4	20	9 551	69 145	17 28	2 69	7 50	2 72
80×73	3 5	22 8	8 412	61 66	15 42	2 71	6 60	2 395
80×74	3	26 7	7 257	53 87	13 47	2 73	5 70	2 07
80×75	2 5	32	6 087	45 75	11 44	2 74	4 78	1 736
80×76	2	40	4 901	37 296	9 324	2 76	3 85	1 396
80×76 5	1 75	45 71	4 302	32 947	8 237	2 77	3 375	1 225
80×77	1 5	53 3	3 699	28 508	7 127	2 78	2 905	1 054
85×77	4	21 2	10 179	83 68	19 69	2 87	7 99	2 90
85×78	3 5	24 3	8 961	74 54	17 54	2 88	7 04	2 555
85×79	3	28 4	7 728	65 04	15 30	2 90	6 07	2 204
85×80	2 5	34	6 479	55 18	12 98	2 92	5 085	1 846
85×81	2	42 5	5 215	44 93	10 57	2 93	4 09	1 485
85×81 5	1 75	48 57	4 577	39 66	9 33	2 94	3 59	1 305
85×82	1 5	56 6	3 935	34 30	8 07	2 95	3 09	1 093
90×82	4	22 5	10 807	100 13	22 25	3 05	8 53	3 10
90×83	3 5	25 7	9 511	89 10	19 80	3 07	7 47	2 71
90×84	3	30	8 200	77 67	17 26	3 08	6 44	2 335
90×85	2 5	36	6 872	65 82	14 63	3 10	5 39	1 96
90×86	2	45	5 529	53 55	11 90	3 11	4 34	1 576
90×86 5	1 75	51 42	4 852	47 24	10 50	3 12	3 81	1 383
90×87	1 5	60	4 171	40 84	9 08	3 13	3 27	1 188
95×85	5	19	14 137	143 58	30 23	3 19	11 1	4 03
95×86	4 5	21 1	12 794	131 31	27 64	3 20	10 04	3 645
95×87	4	23 8	11 435	118 60	24 97	3 22	8 97	3 26
95×88	3 5	27 1	10 061	105 45	22 18	3 24	7 90	2 87
95×89	3	31 6	8 671	91 83	19 33	3 25	6 81	2 47
95×90	2 5	38	7 265	77 76	16 37	3 27	5 705	2 07
95×91	2	47 5	5 843	63 20	13 31	3 29	4 58	1 666
95×91 5	1 75	54 28	5 127	55 75	11 76	3 29	4 03	1 462
100×88	6	16 7	17 719	196 50	39 27	3 33	13 92	5 05
100×90	5	20	14 922	168 81	33 80	3 36	11 71	4 255
100×91	4 5	22 2	13 501	154 26	30 85	3 38	10 60	3 85
100×92	4	25	12 064	139 22	27 84	3 40	9 46	3 44
100×93	3 5	28 6	10 611	123 67	24 74	3 41	8 33	3 024
100×94	3	33 3	9 142	107 63	21 53	3 43	7 18	2 605
100×95	2 5	40	7 658	91 05	18 21	3 45	6 01	2 183
100×96	2	50	6 158	73 95	14 79	3 46	5 80	1 756
105×94	5 5	19 1	17 192	213 42	40 66	3 52	13 48	4 90
105×95	5	21	15 708	196 84	37 49	3 54	12 34	4 48
105×96	4 5	23 3	14 208	179 74	34 24	3 56	11 15	4 05
105×97	4	26 2	12 692	162 09	30 88	3 57	9 95	3 62
105×98	3 5	30	11 161	143 89	27 41	3 59	8 76	3 18
105×99	3	35	9 613	125 13	23 84	3 61	7 55	2 74
105×100	2 5	42	8 050	105 79	20 15	3 62	6 32	2 295
105×101	2	52 5	6 471	85 85	16 35	3 64	5 08	1 845
110×98	6	18 3	19 604	265 92	48 35	3 68	15 4	5 59
110×100	5	22	16 493	227 82	41 42	3 72	12 84	4 70
110×101	4 5	24 4	14 915	207 88	37 80	3 73	11 71	4 25

Продолж. табл. I. 9

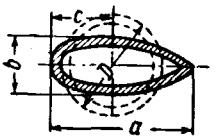
D и d мм	δ мм	$\frac{D}{\delta}$	F см²	J см⁴	W см³	i см	Вес 1 пог м, кг сталь уд. в. 7,85	Вес 1 пог м, кг дуралюмин уд. в. 2,85
110×102	4	27,5	13,32	187,35	34,06	3,75	10,45	3,795
110×103	3,5	31,4	11,71	166,21	30,22	3,77	9,19	3,34
110×104	3	36,7	10,085	144,44	26,26	3,79	7,92	2,875
110×105	2,5	44	8,443	122,03	22,19	3,80	6,62	2,405
110×106	2	55	6,786	98,97	17,99	3,82	5,33	1,935
115×102	6,5	17,7	22,156	327,20	56,91	3,84	17,4	6,315
115×103	6	19,2	20,546	306,06	53,23	3,86	16,14	5,85
115×105	5	23	17,279	261,88	45,55	3,89	13,56	4,93
115×107	4	28,8	13,949	215,11	37,40	3,92	10,95	3,975
115×108	3,5	32,9	12,26	190,71	33,17	3,94	9,61	3,495
115×109	3	38,4	10,556	165,63	28,80	3,96	8,28	3,01
115×110	2,5	46	8,836	139,85	24,30	3,98	6,93	2,52
115×111	2	57,5	7,100	113,36	19,72	3,99	5,57	2,024
120×108	6	20	21,488	350,05	58,36	4,03	16,87	6,12
120×110	5	24	18,064	299,19	49,87	4,07	14,17	5,15
120×111	4,5	26,5	16,328	272,70	45,45	4,08	12,82	4,66
120×112	4	30	14,577	245,48	40,91	4,10	11,44	4,16
120×113	3,5	34,3	12,81	217,51	35,70	4,12	10,05	3,65
120×114	3	40	11,027	188,89	31,47	4,14	8,66	3,14
120×115	2,5	48	9,228	159,33	26,56	4,15	7,24	2,63
120×116	2	60	7,414	129,08	21,51	4,17	5,82	2,11
125×111	7	17,9	25,949	453,24	72,50	4,17	20,37	7,40
125×113	6	20,8	22,431	398,05	63,70	4,21	17,60	6,40
125×115	5	25	18,849	339,88	54,35	4,24	14,80	5,37
125×116	4,5	27,8	17,035	309,63	49,54	4,26	13,35	4,85
125×117	4	31,3	15,205	278,58	44,60	4,28	11,94	4,335
125×118	3,5	35,71	13,359	246,73	39,48	4,30	10,48	3,81
125×119	3	41,6	11,498	214,05	34,25	4,31	9,03	3,265
125×120	2,5	50	9,621	180,55	28,89	4,34	7,55	2,74
130×116	7	18,6	27,049	513,19	78,95	4,36	21,24	7,71
130×118	6	21,7	23,373	450,29	69,28	4,39	18,35	6,66
130×120	5	26	19,635	384,11	59,09	4,42	15,41	5,60
130×122	4	32,5	15,833	314,54	48,39	4,45	12,43	4,515
130×123	3,5	37,14	13,909	278,44	42,84	4,47	10,93	3,965
130×124	3	43,3	11,969	241,45	37,11	4,49	9,39	3,415
130×125	2,5	52	10,014	203,56	31,32	4,51	7,86	2,85
135×121	7	17,84	28,149	578,21	85,66	4,53	22,10	8,03
135×123	6	22,5	24,316	506,90	75,10	4,57	19,10	6,93
135×125	5	27	20,421	432,02	64,00	4,61	16,04	5,82
135×127	4	33,75	16,562	353,46	52,36	4,62	13,00	4,72
135×128	3,5	38,57	14,459	312,76	46,33	4,65	11,35	4,12
135×129	3	45	12,441	271,10	40,16	4,67	9,76	3,55
135×130	2,5	54	10,407	228,46	33,85	4,69	7,88	2,97
140×126	7	20	29,248	648,51	92,64	4,71	22,95	8,34
140×128	6	23,3	25,258	568,06	81,15	4,74	19,83	7,20
140×130	5	28	21,206	483,76	69,12	4,77	16,65	6,05
140×132	4	35	17,090	395,47	56,50	4,81	13,41	4,87
140×133	3,5	40	15,009	349,78	49,97	4,83	11,76	4,28
140×134	3	46,6	12,912	303,08	43,30	4,85	10,13	3,68
140×135	2,5	56	10,799	255,30	36,47	4,86	8,48	3,06
145×131	7	20,71	30,348	724,19	99,89	4,89	23,80	8,65
145×135	5	29	21,991	539,37	74,40	4,95	17,25	6,27
145×137	4	36,25	17,719	440,58	60,77	4,98	13,91	5,05
145×138	3,5	41,42	15,559	389,54	53,73	5,00	12,21	4,435
145×139	3	48,3	13,383	337,37	46,53	5,02	10,50	3,815
145×140	2,5	58	11,192	284,07	39,18	5,04	8,78	3,19
150×134	8	18,8	35,689	902,38	120,22	5,03	28,0	10,17
150×135	7,5	20	33,576	854,61	113,95	5,05	25,35	9,57
150×136	7	21,4	31,448	805,76	107,35	5,06	24,70	8,96
150×138	6	25	27,144	704,78	93,90	5,09	21,30	7,74
150×139	5,5	27,3	24,968	652,61	87,02	5,11	19,60	7,12
150×140	5	30	22,777	599,31	79,96	5,13	17,87	6,49
150×141	4,5	33,3	20,570	544,85	72,65	5,14	16,15	5,86
150×142	4	37,5	18,347	489,22	65,23	5,16	14,40	5,23

Продолж. табл. I. 9

D и d мм	δ мм	$\frac{D}{\delta}$	F см²	J см⁴	W см³	i см	Вес 1 пог. м, кг сталь уд. в. 7,85	Вес 1 пог. м, кг дуралюмин уд. в. 2,85
150×143	3,5	42,85	16,109	432,40	57,65	5,18	12,64	4,59
150×144	3	50	13,855	374,38	49,92	5,20	10,87	3,93
150×145	2,5	60	11,585	315,24	42,03	5,22	9,10	3,30
160×146	7	22,85	33,647	986,61	123,33	5,41	26,40	9,59
160×148	6	26,6	29,028	861,86	107,61	5,43	22,8	8,28
160×150	5	32	24,347	731,95	91,49	5,48	19,23	6,94
160×152	4	40	19,604	596,82	74,60	5,52	15,37	5,59
160×153	3,5	45,71	17,208	528,3	66,04	5,54	13,51	4,91
160×154	3	53,3	14,797	455,88	56,98	5,55	11,62	4,22
170×156	7	24,28	35,846	1193,0	140,35	5,77	28,1	10,25
170×158	6	28,3	30,913	1040,9	122,46	5,81	24,26	8,81
170×160	5	34	25,918	883,0	103,88	5,83	20,33	7,39
170×162	4	42,5	20,860	719,0	84,59	5,87	16,36	5,95
170×163	3,5	48,57	18,308	634,77	74,68	5,89	14,37	5,22
170×164	3	56,6	15,739	549,17	64,61	5,91	12,35	4,43
180×166	7	25,71	38,045	1425,58	158,40	6,12	29,85	10,85
180×168	6	30	32,798	1242,73	138,08	6,15	25,75	9,35
180×170	5	36	27,489	1053,0	117,00	6,18	21,6	7,84
180×172	4	45	22,117	856,73	95,19	6,22	17,35	6,30
180×173	3,5	51,42	19,407	755,9	83,99	6,24	15,24	5,53
180×174	3	60	16,682	653,45	72,61	6,26	13,09	4,76
190×174	8	23,75	45,742	1897,45	119,73	6,44	35,9	13,05
190×176	7	27,14	40,244	1687,0	177,58	6,47	31,6	11,47
190×178	6	31,66	34,683	1469,22	154,65	6,51	27,2	9,88
190×180	5	38	29,060	1244,0	130,95	6,54	22,8	8,28
190×182	4	47,5	23,374	1011,23	106,45	6,57	18,35	6,67
200×182	9	22,2	54,004	2468,23	246,82	6,76	42,4	15,40
200×184	8	25	48,255	2227,38	222,74	6,79	37,9	13,76
200×186	7	28,57	42,443	1979,0	197,90	6,83	33,1	12,10
200×188	6	33,3	36,569	1721,86	172,19	6,86	28,7	10,43
200×190	5	40	30,630	1457,0	145,70	6,90	24,05	8,73
200×192	4	50	24,630	1183,33	118,33	6,93	19,34	7,02
210×192	9	23,3	56,832	2876,33	273,94	7,11	44,6	16,20
210×194	8	26,25	50,769	2594,0	247,05	7,14	39,9	14,48
210×196	7	30	44,642	2302,5	219,29	7,18	35,0	12,74
210×198	6	35	38,454	2002,2	190,68	7,22	30,2	10,96
210×200	5	42	32,202	1693,0	161,24	7,25	25,3	9,18
210×202	4	52,5	25,887	1375,4	130,99	7,28	20,3	7,36
220×202	9	24,44	59,659	3327,4	302,49	7,46	46,8	17,01
220×204	8	27,5	53,282	2997,6	272,51	7,50	41,8	15,20
220×206	7	31,42	46,841	2661,0	241,91	7,53	36,8	13,35
220×208	6	36,6	40,338	2311,2	210,11	7,57	31,7	11,50
220×210	5	44	33,772	1952,0	177,45	7,61	26,5	9,63
230×210	10	23	69,115	4190,0	364,35	7,78	54,2	19,70
230×214	8	28,75	55,795	3442,5	299,35	7,85	43,8	15,91
230×215	7,5	30,6	52,426	3259,0	283,39	7,88	41,2	14,95
230×216	7	32,86	49,041	3052,0	265,39	7,91	38,4	13,94
230×218	6	38,3	42,223	2650,1	230,44	7,92	33,1	12,04
230×220	5	46	35,343	2238,0	194,61	7,96	27,7	10,07
240×220	10	24	72,256	4787,0	398,93	8,13	56,7	20,60
240×222	9	26,6	65,313	4364,5	363,71	8,17	51,2	18,62
240×224	8	30	58,308	3927,4	327,28	8,20	45,8	16,63
240×226	7	34,28	51,239	3480,1	290,01	8,24	40,2	14,62
240×228	6	40	44,108	3021,5	251,79	8,28	34,6	12,56
240×230	5	48	36,913	2549,0	212,42	8,32	28,95	10,52
250×230	10	25	75,398	5438,0	435,04	8,49	59,2	21,50
250×232	9	27,7	68,141	4954,0	396,32	8,53	53,5	19,42
250×234	8	31,25	60,821	4457,0	356,56	8,56	47,7	17,35
250×236	7	35,71	53,439	3948,1	315,85	8,60	41,9	15,22
250×238	6	41,66	45,993	3424,6	273,97	8,63	36,1	13,11
250×240	5	50	38,485	2889,0	231,20	8,66	30,2	10,97

§ 6. Расчетные данные для обтекаемых труб

Таблица I. 10



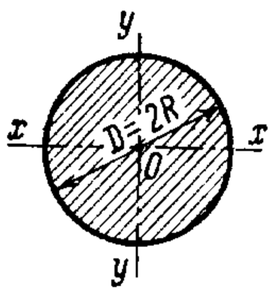
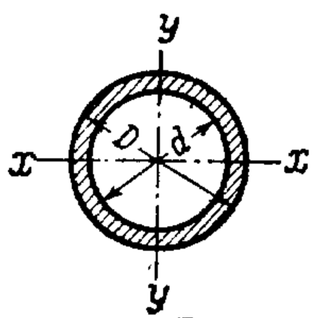
Фиг I. 6.

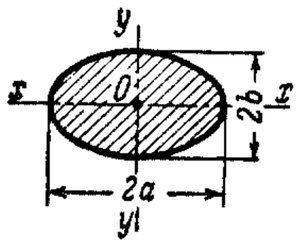
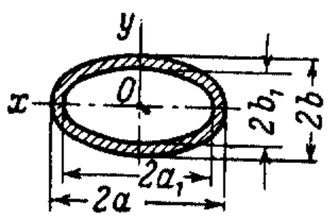
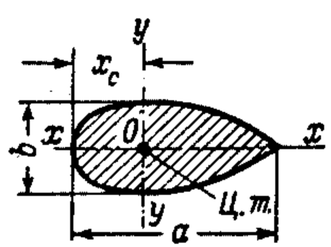
(См. также табл. I. 11)

a мм	b мм	c мм	δ мм	Сечение исходной круглой трубы $D \times d$ мм	Площадь F см²	Момент инерции J_x см⁴	Радиус инерции i см	Вес 1 *пог. м, кг* сталь уд. в. 7,85	Вес 1 *пог. м, кг* дуралюмин уд. в. 2,85
27	12	12	1,0	20×18	0,597	0,096	0,4	0,469	0,170
34	14	15	1,0	25×23	0,754	0,1885	0,5	0,592	0,215
40,5	17	18	1,0	30×28	0,911	0,328	0,6	0,715	0,260
40,5	17	18	1,5	30×27	1,343	0,484	0,6	1,054	0,383
47	20	21	1,0	35×33	1,068	0,523	0,7	0,838	0,304
47	20	21	1,5	35×32	1,579	0,775	0,7	1,239	0,450
54	23	24	1,5	40×37	1,814	1,161	0,8	1,423	0,517
54	23	24	2,0	40×36	2,388	1,528	0,8	1,874	0,681
60,5	25,5	27	1,5	45×42	2,050	1,660	0,9	1,610	0,584
60,5	25,5	27	2,0	45×41	2,702	2,186	0,9	2,120	0,770
67,5	28,5	30	1,5	50×47	2,286	2,286	1,0	1,795	0,652
67,5	28,5	30	2,0	50×46	3,016	3,016	1,0	2,366	0,859
74,0	31,5	33	1,5	55×52	2,521	3,053	1,1	1,980	0,718
74,0	31,5	33	2,0	55×51	3,330	4,030	1,1	2,612	0,949
81,0	34,0	36	2,0	60×56	3,644	5,250	1,2	2,860	1,038
81,0	34,0	36	2,5	60×55	4,516	6,503	1,2	3,545	1,285
87,5	37,0	39	2,0	65×61	3,958	6,684	1,3	3,107	1.125
87,5	37,0	39	2,5	65×60	4,909	8,300	1,3	3,850	1,398
94,5	40,0	42	2,5	70×65	5,301	10,390	1,4	4,160	1.509
101,0	43,0	45	2,5	75×70	5,695	12,811	1,5	4,470	1,623
108,0	45,5	48	2,5	80×75	6,087	15,580	1,6	4,780	1,730
114,5	48,5	51	2,5	85×80	6,480	18,727	1,7	5,085	1,846
121,0	51,5	54	2,5	90×85	6,872	22,226	1,8	5,390	1,960
128,0	54,5	57	3,5	95×88	10,060	36,317	1,9	7,00	2,870
134,8	57,0	60	3,5	100×93	10,610	42,40	2,0	8,33	3,024
135	57,0	60	2,5	100×95	7,658	30,65	2,0	6,01	2,183

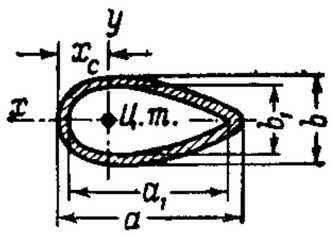
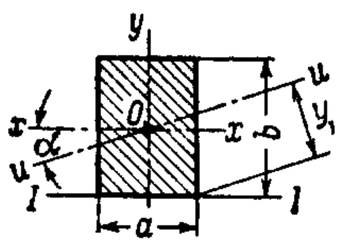
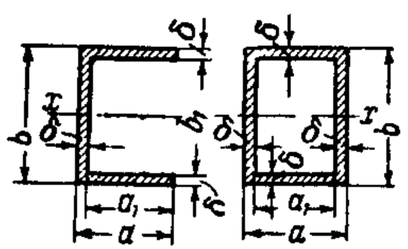
§ 7. Расчетные данные сечений

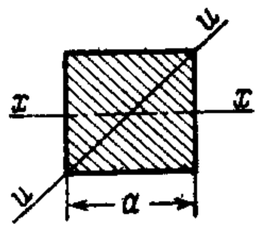
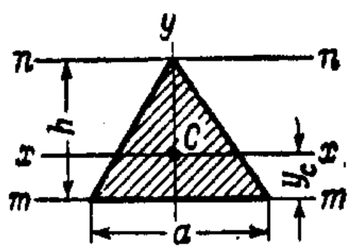
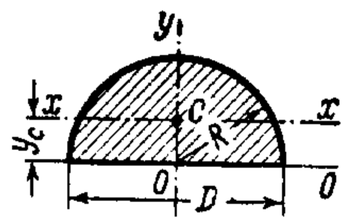
Таблица I. 11

Форма сечения	Площадь сечения, длина периметра, центр тяжести	Моменты и радиусы инерции	Моменты сопротивления	Примечания
 Фиг. I. 7. Круг.	$F=\frac{\pi D^2}{4}$	$J_x=J_y=\frac{\pi D^4}{64}=\frac{\pi R^4}{4}$ $J_p=\frac{\pi D^4}{32}=\frac{\pi R^4}{2}$ $i=\frac{D}{4}=\frac{r}{2}$	$W_x=W_y=\frac{\pi D^3}{32}=$ $=\frac{\pi R^3}{4}\approx 0,1D^3$ $W_p=\frac{\pi D^3}{16}$	См. также табл. I. 8
 Фиг. I. 8. Кольцо.	$F=\frac{\pi}{4}(D^2-d^2)$ Если $\frac{D-d}{2}=\delta$ мало, то $F=\pi D\delta$	$J_x=J_y=\frac{\pi}{64}(D^4-d^4)=$ $=\frac{\pi}{4}(R^4-r^4)$ $J_p=\frac{\pi}{32}(D^4-d^4)$; при малом δ $J_x\approx 0,4D_{ср}^3\delta$ $i=\frac{\sqrt{2}}{4}D\approx 0,353D$	$W_x=\frac{\pi}{32}\frac{D^4-d^4}{D}=$ $=\frac{\pi}{4}\frac{R^4-r^4}{R}$; при малом δ $W_x\approx 0,8D_{ср}^2\delta$	См. также табл. I. 9

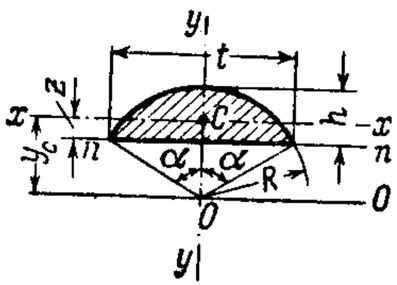
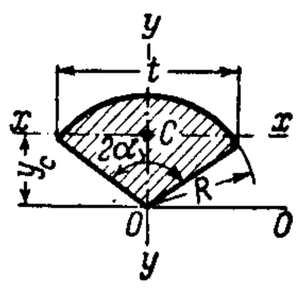
 Фиг. I. 9. Эллипс.	$F=\pi ab$	$J_x=\frac{\pi ab^3}{4}$; $J_y=\frac{\pi a^3 b}{4}$; $i_x=\frac{b}{2}$; $i_y=\frac{a}{2}$	$W_x=\frac{\pi}{4}ab^2$ $W_y=\frac{\pi}{4}a^2b$	См. также фиг. I. 45
 Фиг. I. 10. Эллиптическое кольцо.	$F=\pi(ab-a_1b_1)$	$J_x=\frac{\pi}{4}(ab^3-a_1b_1^3)$ $J_y=\frac{\pi}{4}(a^3b-a_1^3b_1)$ $i=\sqrt{\frac{J}{F}}$	$W_x=\frac{\pi}{4}\frac{ab^3-a_1b_1^3}{b}$; при $\frac{a}{b}\approx\frac{a_1}{b_1}$ $W_x=\frac{\pi}{4}b(b+3a)\delta$	См. также фиг. I. 46
 Фиг. I. 11. Каплевидное обтекаемое сечение.	$F\approx 0,761ab$ $x_c=0,479a$	$J_x=0,0457ab^3$ $i_x=0,245b$	$W_{min}=0,0914ab^2$	Для профилей с удлинением $\frac{a}{b}\approx 2,4-2,5$

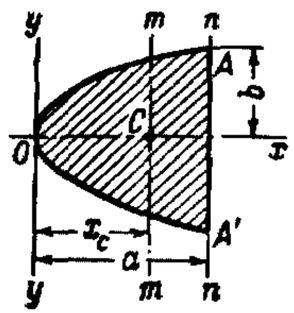
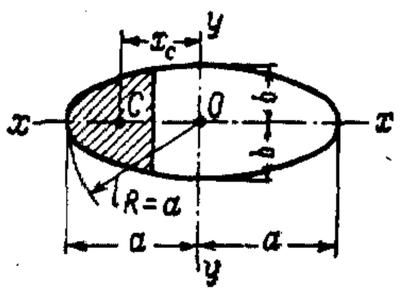
Продолж. табл. I. 11

Форма сечения	Площадь сечения, длина периметра, центр тяжести	Моменты и радиусы инерции	Моменты сопротивления	Примечания
 Фиг. I. 12. Полое каплевидное сечение.	Длина периметра $L \approx 1{,}57\,(a+b)\ (\pm 2\%)$ F см. табл. I. 10 $x_c = 0{,}6D$	$J_x = (0{,}8a - 1{,}24b)\,b^2\delta$ или $J_x \approx 0{,}04FD^2$ менее точно $(+6\%)$ $J_x = \frac{b^2}{12}(b+3a)\,\delta$ $i = 0{,}2D$; $J_y = kJ_x$; $k = 4{,}3$ до $4{,}5$	$W_{\min} \approx 0{,}14FD$	δ—толщина стенки Для $\frac{a}{b} \approx 2{,}5$ F и D—для исходной круглой трубы см. табл. I. 10
 Фиг. I. 13. Прямоугольник.	$F = ab$ $y_1 = \frac{b\cos\alpha + a\sin\alpha}{2}$	$J_x = \frac{ab^3}{12}$; $J_1 = \frac{ab^3}{3}$; $i_x = 0{,}2886b$ $J_u = \frac{ab}{12}(a^2\sin^2\alpha + b^2\cos^2\alpha)$	$W_x = \frac{ab^2}{6}$ $W_u = \frac{ab}{2} \times \frac{a^2\sin^2\alpha + b^2\sin^2\alpha}{a\sin\alpha + b\sin\alpha}$	
 Фиг. I. 14. Швеллер, полый прямоугольник.	$F = ab - a_1b_1$ (стенки и полки равной толщины)	$J_x = \frac{1}{12}(ab^3 - a_1b_1^3)$	$W_x = \frac{1}{6}\,\frac{ab^3 - a_1b_1^3}{b}$	

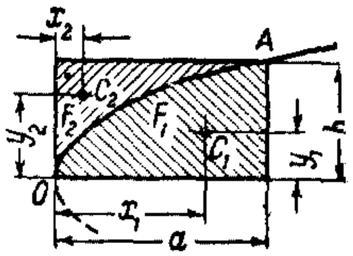
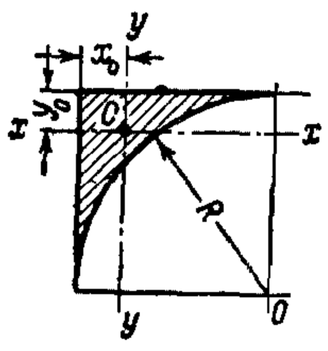
 Фиг. I. 15. Квадрат.	$F=a^2$	$J_x=\frac{a^4}{12}$ $J_u=\frac{a^4}{12}$ $i=0,2886a$	$W_x=\frac{a^3}{6}=0,167a^3$ $W_u=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3=0,118a^3$	
 Фиг. I. 16. Треугольник.	$F=\frac{ah}{2}$ $y_c=\frac{h}{3}$ (в точке пересечения медиан)	$J_x=\frac{ah^3}{36}$; $i_x=0,2357h$ $J_m=\frac{ah^3}{12}$ $J_n=\frac{ah^3}{4}$	$W_{x\,\min}=\frac{ah^2}{24}$ $W_{x\,\max}=\frac{ah^2}{12}$	
 Фиг. I. 17. Полукруг.	$F=\frac{\pi D^2}{8}=\frac{\pi R^2}{2}$ $y_c=0,4244R$	$J_x=0,1098R^4$ $J_0=J_y=\frac{\pi D^4}{128}=\frac{\pi R^4}{8}$	$W_{x\,\min}=0,1908R^3$ $W_{x\,\max}=0,2587R^3$	

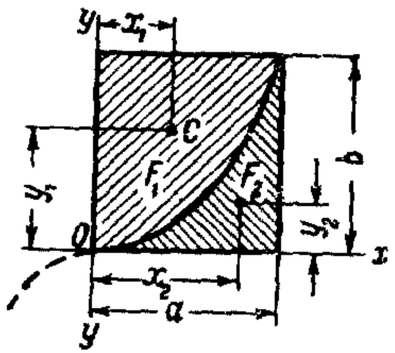
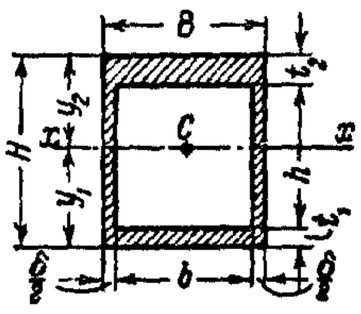
Продолж. табл. I. 11

Форма сечения	Площадь сечения, длина периметра, центр тяжести	Моменты и радиусы инерции	Моменты сопротивления	Примечания
 Фиг. I. 18. Круговой сегмент.	$F=\frac{R}{2}(2\alpha-\sin 2\alpha)$ $y_c=\frac{4}{3}\frac{R\sin^3\alpha}{2\alpha-\sin 2\alpha}$ или $y_c=\frac{2}{3}\frac{R^3\sin^3\alpha}{F}=\frac{t^3}{12F}$ z — см. фиг. I. 40	$J_y=\frac{FR^2}{4}\times$ $\times\left(1-\frac{2}{3}\frac{\sin^3\alpha\cos\alpha}{\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}\right)$ $J_0=\frac{FR^2}{4}\times$ $\times\left(1+\frac{2\sin^3\alpha\cos\alpha}{\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}\right)$ $J_x=J_0-Fy_c^2$	$W_{x\,\min}=\frac{J_x}{h-z}$ $W_{x\,\max}=\frac{J_x}{z}$	Так как в формулы для F, y_c и J_x входят разности близких величин, то при $\alpha<10$ рекомендуется пользоваться формулами для параболического сегмента (фиг. I. 20), а также графиком фиг. I. 40
 Фиг. I. 19. Круговой сектор.	$F=\frac{\alpha D^2}{4}=\alpha R^2$ $y_c=\frac{2}{3}\frac{R\sin\alpha}{\alpha}=\frac{t}{3\alpha}=$ $=\frac{R^2t}{3F}$ см. также фиг. I. 41	$J_y=\frac{\alpha R^4}{4}\left(1-\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\alpha}\right)$ $J_0=\frac{\alpha R^4}{4}\left(1+\frac{\sin\alpha\cos\alpha}{\alpha}\right)$		

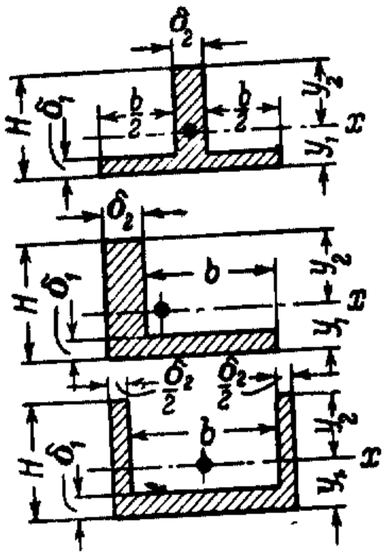
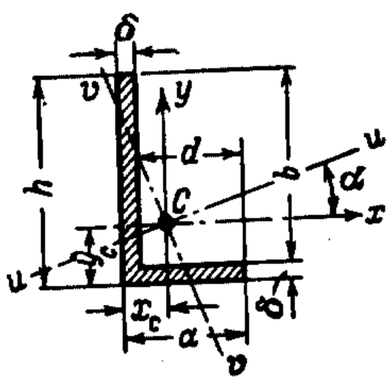
 Фиг. I. 20. Параболический сегмент.	$F=\frac{4}{3}ab$ $x_c=\frac{3}{5}a$	$J_x=\frac{4}{15}ab^3$ $J_y=\frac{4}{7}a^3b$ $J_n=\frac{32}{105}a^3b$ $J_m=\frac{16}{175}a^3b=\frac{12}{175}Fa^2$	$W_x=\frac{4}{15}ab^2$ $W_{m\,\min}=\frac{16}{105}a^2b$ $W_{m\,\max}=\frac{8}{35}a^2b$	Если $\frac{a}{b}$ — малая дробь, то длина дуги AOA' $l=2b\left[1+\frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2-\frac{2}{5}\left(\frac{a}{b}\right)^4\right]$, а разность Δ между длинами дуги l и хорды $t=2b$ равна $\Delta=l-t=\frac{8}{3}\frac{a^2}{t}$
 Фиг. I. 21. Эллиптический сегмент.	$F=F_0\frac{b}{a}$ $x_c=x_{c0}$	$J_x=J_{x0}\frac{b^3}{a^3}$ $J_y=J_{y0}\frac{b}{a}$		Индексы „0“ показывают, что величины относятся к круговому сегменту. Оси x на фиг. I. 21 соответствует ось y на фиг. I. 18

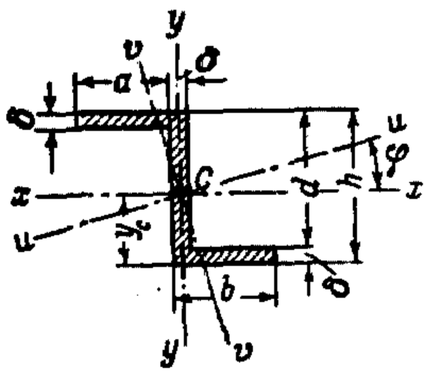
Продолж. табл. I. 11

Форма сечения	Площадь сечения, длина периметра, центр тяжести	Моменты и радиусы инерции	Моменты сопротивления	Примечания
 Фиг. I. 22. Площадь, ограниченная квадратной параболой.	$F_1=\frac{2}{3}ab$; $F_2=\frac{1}{3}ab$ $x_1=\frac{3}{5}a$; $x_2=\frac{3}{10}a$ $y_1=\frac{3}{8}b$; $y_2=\frac{3}{4}b$			Длина дуги OA $l=\frac{p}{2}\times$ $\times\left\{\sqrt{\frac{2a}{p}\left(1+\frac{2a}{p}\right)}+\right.$ $+\ln\left(\sqrt{\frac{2a}{p}}+\right.$ $\left.\left.+\sqrt{1+\frac{2a}{p}}\right)\right\}$; $p=\frac{b^2}{2a}$
 Фиг. I. 23. Площадь, ограниченная дугой круга.	$F=0,215R^2$ $x_0=y_0=0,223R$	$J_x=J_y=0,0076R^4$		

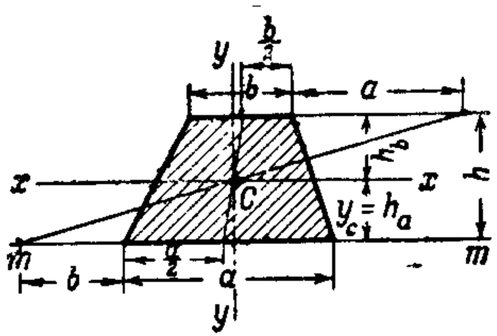
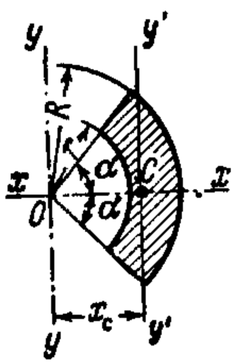
 Фиг. 1.24. Площади, ограниченные кубической параболой.	$F_1=\frac{3}{4}ab;\ F_2=\frac{1}{4}ab$ $x_1=\frac{2}{5}a;\quad x_3=\frac{4}{5}b$ $y_1=\frac{4}{7}b;\quad y_3=\frac{2}{7}b$			
 Фиг. 1.25. Полый прямоугольник.	$F=BH-bh$ $y_1=\frac{\frac{BH^2}{2}-bh\left(t_1+\frac{h}{2}\right)}{F}$	$J_x=\frac{B}{3}(y_1^3+y_2^3)-$ $-\frac{b}{3}[(y_1-t_1)^3+$ $+(y_2-t_2)^3]$	Если $t_2>t_1$, то $W_{max}=\frac{J_x}{y_2}$ $W_{min}=\frac{J_x}{y_1}$	

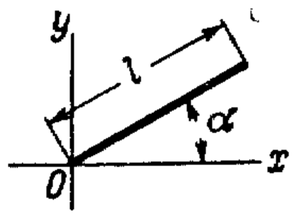
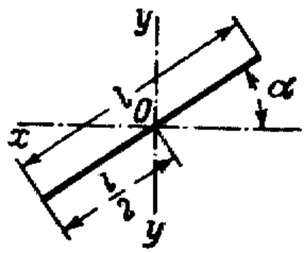
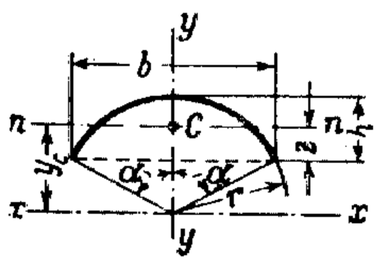
Продолжение табл. I. 11

Форма сечения	Площадь сечения, длина периметра, центр тяжести	Моменты и радиусы инерции	Моменты сопротивления	Примечания
 Фиг. I. 26. Прокатные профили: тавр, уголок, швеллер.	$F=b\delta_1+H\delta_2$ $y_1=\frac{1}{2}\,\frac{\delta_2 H^2+b\delta_1^2}{F}$ $y_2=H-y_1$	Если $b+\delta_2=B$ и $y_1-\delta_1=h$, то $J_x=\frac{1}{3}\times$ $\times(By_1^3-bh^3+\delta_2 y_2^3)$	Для тавра и швеллера $W_{x\,\min}=\frac{J_x}{y_2}$ $W_{x\,\max}=\frac{J_x}{y_1}$	
 Фиг. I. 27. Уголок с неравными стенками.	$F=\delta(a+b)$ $x_c=\frac{a^2+b\delta}{2(a+b)}$ $y_c=\frac{h^2+d\delta}{2(h+d)}$	$J_x=\frac{1}{3}[\delta(h-y_c)^3+$ $+ay_c^3-d(y_c-\delta)^3]$ $J_y=\frac{1}{3}[\delta(a-x_c)^3+$ $+hx_c^3-b(x_c-\delta)^3]$	$W_{x\,\min}=\frac{J_x}{h-y_c}$ $W_{y\,\min}=\frac{J_y}{a-x_c}$	

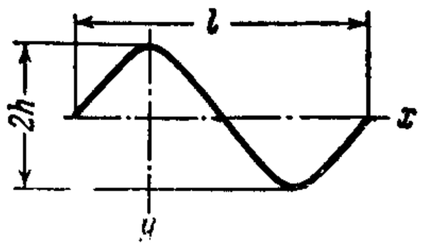
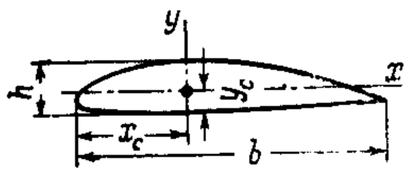
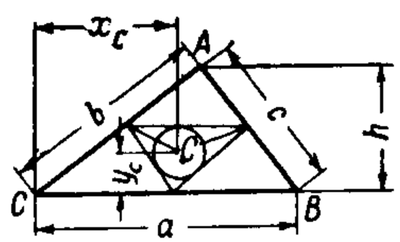
		$J_{xy}=-\frac{ab\,dh\delta}{4(a+b)}=$ $=-\frac{ab\,dh\delta}{4(h+d)}$ $\operatorname{tg}2\alpha=-\frac{2J_{xy}}{J_y-J_x}$ $J_{v-v}=J_x\sin^2\alpha+$ $+J_y\cos^2\alpha-J_{xy}\sin 2\alpha$ $J_{u-u}=J_x\cos^2\alpha+$ $+J_y\sin^2\alpha+J_{xy}\sin 2\alpha$		$v-v$ и $u-u$ — главные центральные оси
 Фиг. I. 28. Z-профиль (зет).	$F=\delta(h+2a)$ $y_c=\frac{h}{2}$	$J_x=\frac{bh^3-a(h-2\delta)^3}{12}$ $J_y=\frac{h}{12}\left[(b+a)^3-2a^3d-\right.$ $\left.-6ab^2d\right]$ $\operatorname{tg}2\varphi=\frac{\delta(h-\delta)\,b\,(b-\delta)}{J_x-J_y}=$ $=\frac{\delta abd}{J_x-J_y}$		

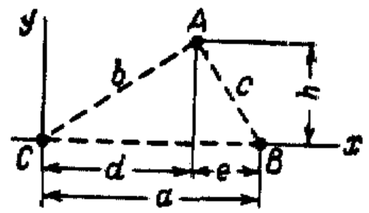
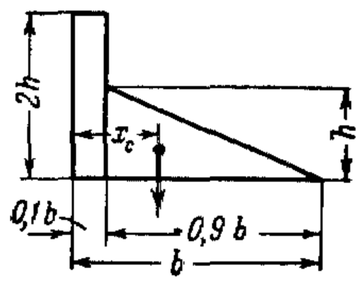
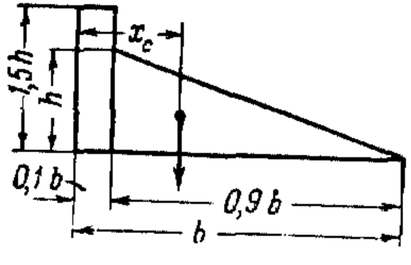
Продолж. табл. I. 11

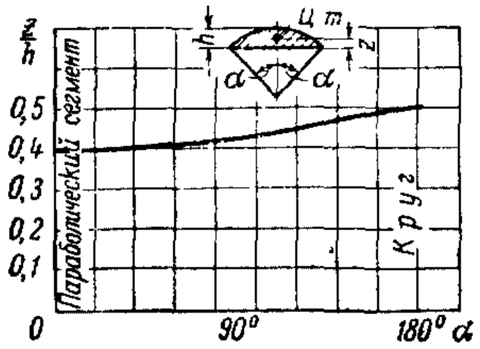
Форма сечения	Площадь сечения, длина периметра, центр тяжести	Моменты и радиусы инерции	Моменты сопротивления	Примечания
 Фиг. I. 29. Трапеция.	$F=\frac{a+b}{2}h$ $y_c=h_a=\frac{h}{3}\frac{a+2b}{a+b}$ $h_b=\frac{h}{3}\frac{2a+b}{a+b}$ см. табл. I. 7	$J_x=\frac{a^2+b^2+4ab}{36(a+b)}h^3$ $i_x=\frac{h}{3}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{k}{1+k}}$ Для равнобочной трапеции $J_y=\frac{(a+b)(a^2+b^2)}{48}h$ $i_y=\frac{a}{2}\sqrt{\frac{1+k^2}{6}}$	$W_{x\,max}=\frac{a^2+b^2+4ab}{12(a+2b)}h^2$ $W_{x\,min}=\frac{a^2+b^2+4ab}{12(2a+b)}h^2$	$k=\frac{b}{a}$ W_y принимается равным моменту сопротивления прямоугольника с основанием h и высотой $\frac{a+b}{2}$
 Фиг. I. 30. Сектор кольца.	$F=\alpha(R^2-r^2)$ $x_c=\frac{2}{3}\frac{R^3-r^3}{R^2-r^2}\frac{\sin\alpha}{\alpha}$ при $\alpha=\frac{\pi}{2}$ $x_c=\frac{4}{3\pi}\frac{R^2+Rr+r^2}{R+r}$	$J_x=\frac{R^4-r^4}{4}\times$ $\times(\alpha-\sin\alpha\cos\alpha)$ $J_y=\frac{R^4-r^4}{4}\times$ $\times(\alpha+\sin\alpha\cos\alpha)$; при $\alpha=\frac{\pi}{2}$ $J_{y'}=0,1008(R^4-r^4)-$ $-0,283R^2r^2\frac{R-r}{R+r}$		См. также фиг. I. 42

 Фиг. I. 31. Отрезок прямой.	$y_c=\frac{l}{2}\sin\alpha$ $x_c=\frac{l}{2}\cos\alpha$	$J_x=\frac{l^3}{3}\sin^2\alpha;$ при $\alpha=\frac{\pi}{2}$ $J_x=\frac{l^3}{3};\quad J_y=\frac{l^3}{3}\cos^2\alpha$		
 Фиг. I. 32. Отрезок прямой.		$J_x=\frac{l^3}{12}\sin^2\alpha;$ при $\alpha=\frac{\pi}{2}$ $J_x=\frac{l^3}{12}$		
 Фиг. I. 33. Дуга окружности. $l=2r\alpha.$	$y_c=r\frac{\sin\alpha}{\alpha}=\frac{b(b^2+4h^2)}{4\alpha rh}$ $z=r\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}-\cos\alpha\right)$ Для полуокружности $y_c=0,6366r,$ приближенно для произвольной дуги $\alpha<\frac{\pi}{4}$ $z=\frac{2}{3}h$ (ошибка $<1\%$)	$J_x=\alpha r^3\left(1+\frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right);$ при $\alpha=\pi$ (окружность) $J_x=\pi r^3=\frac{\pi D^3}{8};$ $i=0,353D$ $J_y=\alpha r^3\left(1-\frac{\sin 2\alpha}{2\alpha}\right)$ $J_n=r^3\left(\alpha+\sin\alpha\cos\alpha-\frac{2\sin^2\alpha}{\alpha}\right)$	$W_x=\pi r^2=\frac{\pi D^2}{4}$	См. также фиг. I. 43

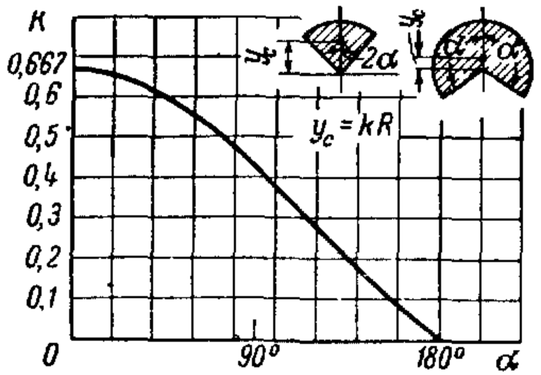
Продолж. табл. I. 11

Форма сечения	Площадь сечения, длина периметра, центр тяжести	Моменты и радиусы инерции	Моменты сопротивления	Примечания
 Фиг. I. 34. Гофр (одна волна).	Длина волны $l=\frac{20}{3}h$	$J_x=0,62lh^2$		См. также сравнительные характеристики гофра табл. I. 13
 Фиг. I. 35. Контур двояковыпуклого профиля.	$l=\left[2,7\left(\frac{h}{b}\right)^2+2\right]b$ $y_c=0,37h$ до $0,5h$ $x_c=0,475h$ до $0,49h$	$J_x=(0,119h+0,256b)\,h^2$ $J_y=0,0212\,(60h+b)\,b^2$		См. также фиг. I. 44
 Фиг. I. 36. Контур по периметру треугольника.	Центр тяжести в центре круга, вписанного в треугольник с вершинами в серединах сторон данного треугольника $y_c=\frac{h}{2}\,\frac{b+c}{a+b+c}$ $x_c=\frac{a^2+b\sqrt{b^2-h^2}}{2\,(a+b+c)}+$ $+\frac{c\,(2\sqrt{b^2-h}+\sqrt{c^2-h^2})}{2\,(a+b+c)};$			

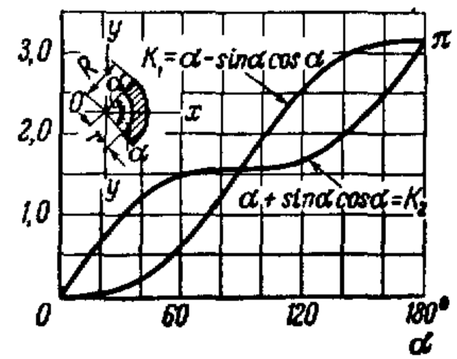
 Фиг. I. 37. Вершины треугольника.	$y_c=\frac{h}{3}$ $x_c=\frac{a+\sqrt{b^2-h^2}}{3}$ или $x_c=\frac{a+d}{3}=\frac{2d+e}{3}$			
 Фиг. I. 38. Эпюра нагрузки.	$F=0,65bh$ $x_c=0,292b$			
 Фиг. I. 39. Эпюра нагрузки.	$F=0,6bh$ $x_c=0,313b$			



Фиг. I. 40. Расстояние ц. т. кругового сегмента от стягивающей его дугу хорды (применимо к эллиптическому сегменту).

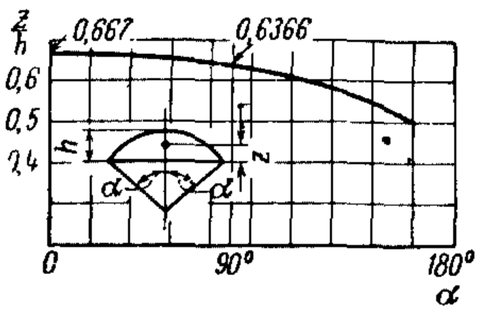


Фиг. I. 41. Расстояние ц. т. кругового сектора от центра круга.

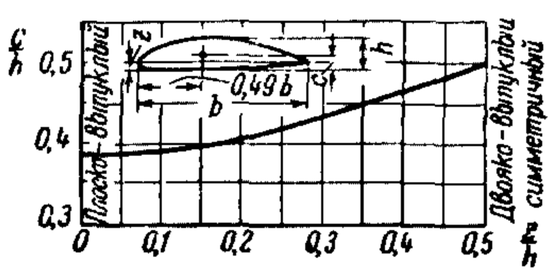


Фиг. I. 42. Коэффициенты k_1 и k_2 моментов инерции кольцевого сектора:

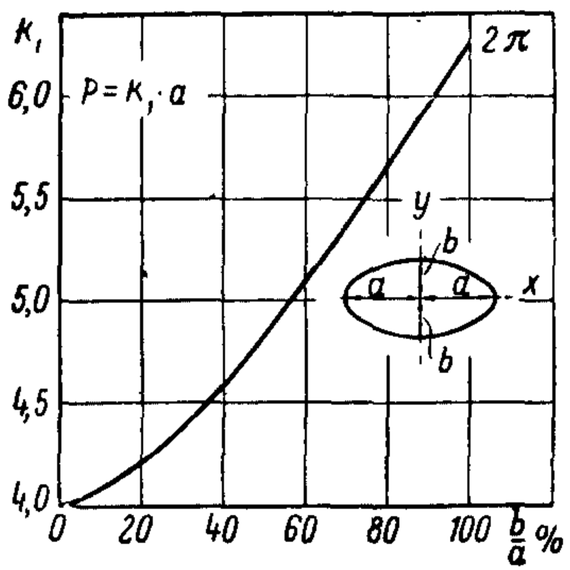
$$J_x = k_1 \frac{R^4 - r^4}{4}; \quad J_y = k_2 \frac{R^4 - r^4}{4}.$$



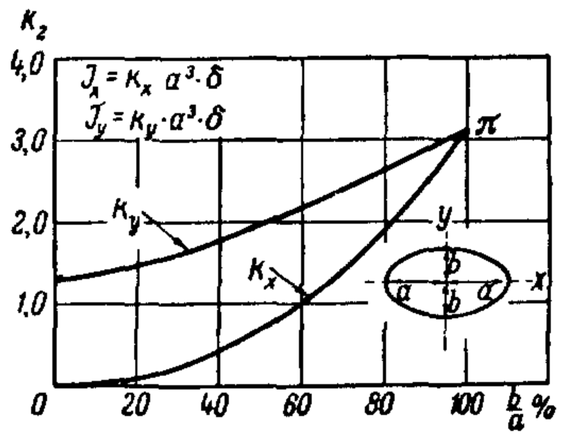
Фиг. I. 43. Расстояние ц. т. дуги окружности от стягивающей ее хорды.



Фиг. I. 44. Положение ц. т. контура выпуклого профиля.



Фиг. I 45 Периметр эллипса в зависимости от отношения полуосей.

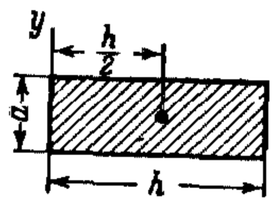
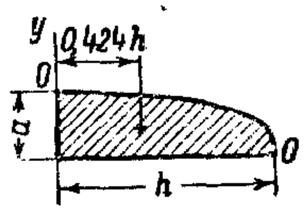
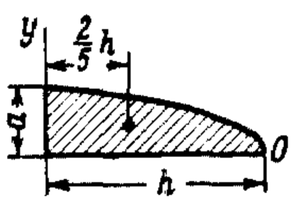


Фиг. I. 46. Моменты инерции поперечного сечения тонкостенной эллиптической трубы.

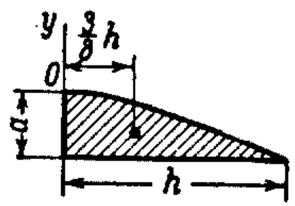
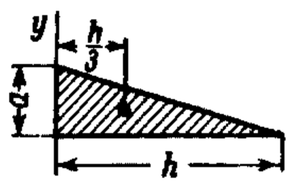
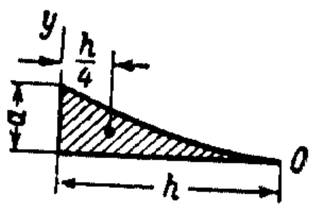
§ 8. Площади некоторых фигур, положения ц. т. и моменты инерции относительно вертикальной оси y

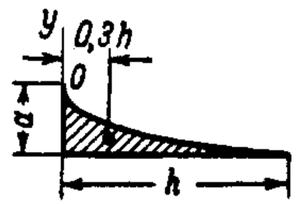
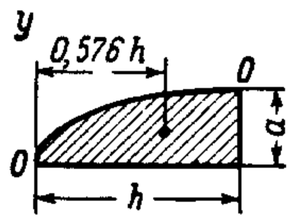
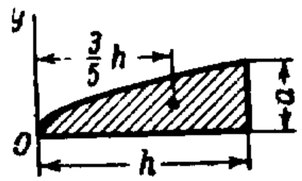
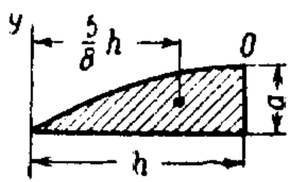
(индексом „O" отмечена вершина кривой)

Таблица I.12

Форма фигуры	Площадь F	Момент инерции J_y	$\frac{J_y}{Fh^2}$	$\frac{J}{J_{прямоуг}}$	Статический момент S_y
 Фиг. I. 47. Прямоугольник.	$1ah$	$\frac{1}{3}ah^3=0,333ah^3$	$\frac{1}{3}=0,333$	1	$\frac{1}{2}ah^2=0,5ah^2$
 Фиг. I. 48. Эллипс.	$\frac{\pi}{4}ah=0,786ah$	$\frac{\pi}{16}ah^3=0,1962ah^3$	$\frac{1}{4}=0,250$	$\frac{3\tau}{16}=0,589$	$\sim\frac{1}{3}ah^2=0,333ah^2$
 Фиг. I. 49. Квадратная парабола.	$\frac{2}{3}ah=0,667ah$	$\frac{16}{105}ah^3=0,1524ah^3$	$\frac{8}{35}=0,2285$	$\frac{16}{35}=0,457$	$\frac{4}{15}ah^2=0,2665ah^2$

Продолж. табл. I. 12

Форма фигуры	Площадь F	Момент инерции J_y	$\frac{J_y}{Fh^2}$	$\frac{J}{J_{прямоуг}}$	Статический момент S_y
 Фиг. I. 50. Квадратная парабола.	$\frac{2}{3}ah=0,667ah$	$\frac{2}{15}ah^3=0,1333ah$	$\frac{1}{5}=0,2$	$\frac{2}{5}=0,4$	$\frac{1}{4}ah^2=0,250ah^2$
 Фиг. I. 51. Треугольник.	$\frac{1}{2}ah=0,5ah$	$\frac{1}{12}ah^3=0,0833ah^3$	$\frac{1}{6}=0,1667$	$\frac{1}{4}=0,25$	$\frac{1}{6}ah^2=0,1667ah^2$
 Фиг. I. 52 Квадратная парабола.	$\frac{1}{3}ah=0,333ah$	$\frac{1}{15}ah^3=0,0667ah^3$	$\frac{1}{5}=0,2$	$\frac{1}{5}=0,2$	$\frac{1}{12}ah^2=0,0834ah^2$

 Фиг. I. 53. Квадратная парабола.	$\frac{1}{3}ah=0,333ah$	$\frac{1}{21}ah^3=0,0476ah^3$	$\frac{1}{7}=0,143$	$\frac{1}{7}=0,143$	$\frac{1}{10}ah^2=0,1ah^2$
 Фиг. I. 54. Эллипс.	$\frac{\pi}{4}ah=0,786ah$	$\left(\frac{5\pi}{16}-\frac{2}{3}\right)ah^2=$ $=0,315ah^3$	$\left(\frac{5}{4}-\frac{8}{3\pi}\right)=$ $=0,401$	$3\left(\frac{5\pi}{16}-\frac{2}{3}\right)=$ $=0,945$	$\sim\frac{9}{20}ah^2=0,4518ah^2$
 Фиг. I. 55. Квадратная парабола.	$\frac{2}{3}ah=0,667ah$	$\frac{2}{7}ah^3=0,2855ah^3$	$\frac{3}{7}=0,428$	$\frac{6}{7}=0,857$	$\frac{2}{5}ah^2=0,4ah^2$
 Фиг. I. 56. Квадратная парабола.	$\frac{2}{3}ah=0,667ah$	$\frac{4}{15}ah^3=0,267ah^3$	$\frac{2}{5}=0,4$	$\frac{4}{5}=0,8$	$\frac{5}{12}ah^2=0,4165ah^2$

Продолж. табл. I. 12

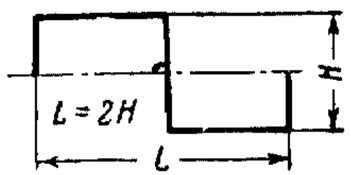
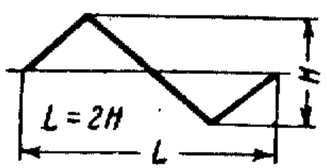
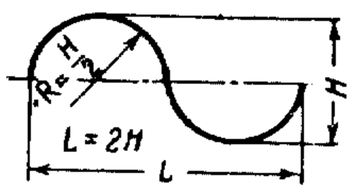
Форма фигуры	Площадь F	Момент инерции J_y	$\frac{J_y}{Fh^2}$	$\frac{J}{J_{прямоуг}}$	Статический момент S_y
Фиг. I. 57. Треугольник.	$\frac{1}{2}ah=0,5ah$	$\frac{1}{4}ah^3=0,25ah^3$	$\frac{1}{2}=0,5$	$\frac{3}{4}=0,75$	$\frac{1}{3}ah^2=0,333ah^2$
Фиг. I. 58. Квадратная парабола.	$\frac{1}{3}ah=0,333ah$	$\frac{1}{5}ah^3=0,2ah^3$	$\frac{3}{5}=0,6$	$\frac{3}{5}=0,6$	$\frac{1}{4}ah^2=0,25ah^2$
Фиг. I. 59. Квадратная парабола.	$\frac{1}{3}ah=0,333ah$	$\frac{19}{105}ah^3=0,181ah^3$	$\frac{19}{35}=0,543$	$\frac{19}{35}=0,543$	$\frac{7}{30}ah^2=0,233ah^2$

Примечание. Таблица I. 12, помимо непосредственного определения площадей, статических моментов и моментов инерции приведенных в таблице фигур относительно разных осей, может служить для сравнительной оценки указанных величин для разных фигур.

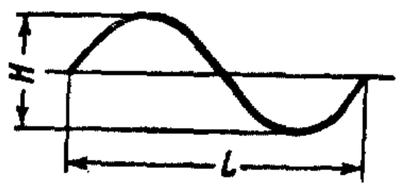
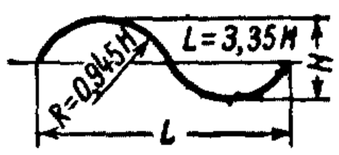
§ 9. Сравнительная таблица характеристик гофра

(для одной волны)

Таблица I.13

Форма волны	Длина S	Площадь сечения F	Момент инерции для одной волны J	Момент сопротивления W	Отношение площадей[1] $\frac{F_i}{F_1}$	Отношение моментов инерции[1] $\frac{J_i}{J_1}$
 Фиг. I.60. Прямоугольный гофр.	$4H$	$4H\delta$	$\frac{2}{3}H^3\delta=0{,}667H^3\delta$	$1{,}334H^2\delta$	1	1
 Фиг. I.61. Треугольный гофр.	$2H\sqrt{2}\approx 2{,}83H$	$2{,}83H\delta$	$\frac{\sqrt{2}}{6}H^3\delta=0{,}236H^3\delta$	$0{,}472H^2\delta$	0,7075	0,3537
 Фиг. I.62. Полукруглый гофр.	$\pi H=3{,}14H$	$\pi H\delta$	$\frac{\pi}{8}H^3\delta=0{,}392H^3\delta$	$0{,}784H^2\delta$	0,735	0,5877

Продолж. табл. I.13

Форма волны	Длина S	Площадь сечения F	Момент инерции для одной волны J	Момент сопротивления W	Отношение площадей[1] $\frac{F_i}{F_1}$	Отношение моментов инерции[1] $\frac{J_i}{J_1}$
 Фиг. I.63. Отечественный гофр (по нормали 60СС пр 35).	$\sim 0{,}91\,(H+L)$ точность $\pm 2\%$	$\sim 0{,}91\,(H+L)\,\delta$	При $h<7$ *мм* $0{,}11LH^2\delta$ При $h\sim 10$ *мм* $0{,}12LH^2\delta$ При $h\geqslant 13$ $0{,}134LH^2\delta$ точность $\pm 7\%$		0,547	$\sim 0{,}33$ $\sim 0{,}36$ $\sim 0{,}4$
 Фиг. I.64. Американский стандартный гофр.	$1{,}228L=4{,}12H$	$4{,}12H\delta$	$0{,}529H^3\delta$ на длине $2H$			
	$2{,}456H$	$2{,}456H\delta$	$0{,}316H^3\delta$	$0{,}632H^2\delta$	0,614	0,4738

[1] За единицу приняты площадь сечения и момент инерции прямоугольного гофра.

§ 10. Коэффициенты заполнения площадей, коэффициенты моментов инерции и моментов сопротивления некоторых сечений

Таблица I.14

Форма сечения	$\frac{F}{ab}$	$\frac{J}{ab^3}$	$\frac{W}{ab^2}$
Фиг. I.65. Прямоугольник.	1,000	$\frac{1}{12}=0,08333$	$\frac{1}{6}=0,16666$
Фиг. I.66. Эллипс.	0,785	0,0491	0,0982
Фиг. I.67. Две параболы.	0,667	0,0381	0,0762
Фиг. I.68. Две синусоиды.	0,637	0,0354	0,0704
Фиг. I.69. Две полупараболы и полуэллипс.	0,716	0,0426	0,0853

Продолж. табл. I. 14

Форма сечения	$\frac{F}{ab}$	$\frac{J}{ab^3}$	$\frac{W}{ab^2}$
Фиг. I. 70. Две синусоиды и полуэллипс.	0,694	0,0407	0,0814
Фиг. I. 71. Полуэллипс.	0,785	0,0549	0,0964
Фиг. I. 72. Парабола.	0,667	0,0457	0,0762
Фиг. I. 73. Синусоида.	0,637	0,0433	0,0713
Фиг. I. 74. Винтовой профиль.	0,72	0,049	0,0817

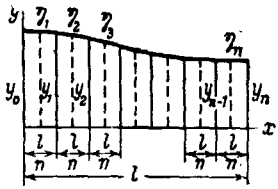
§ 11. Площади, статические моменты и моменты инерции произвольных фигур

1. Правило трапеций

$$F=\frac{l}{n}\sum_{1}^{n}\eta_i;$$

$$S_x=\frac{1}{2}\cdot\frac{l}{n}\sum_{1}^{n}\eta_i^2;$$

$$J_x=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\eta_i^3;$$

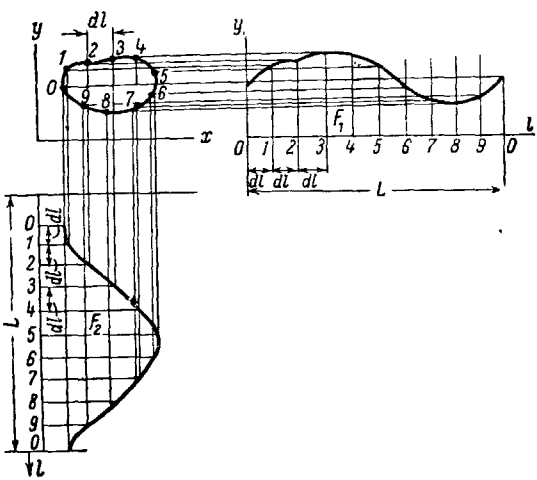


Фиг. I. 75.

n может быть четным и нечетным (фиг. I. 75).

2. Способ Козлова (графический)

Способ удобно применять для тонкостенных сечений. Если разделить контур сечения на участки dl (лучше равной длины) и, развернув контур, построить кривые y по l (фиг. I. 76, справа) и x по l (фиг. I. 76 внизу), то



Фиг. I. 76.

площадь первой кривой $F_1=\int_0^l y\,dl$, умноженная на толщину стенки сечения (при постоянной толщине), дает статический момент сечения относительно оси x.

$$S_x=\int_0^l y\delta\,dl=\delta F_1 \text{ (при } \delta=\text{const)}.$$

Площадь второй кривой F_2, умноженная на δ, даст статический момент сечения относительно оси y:

$$S_y = \int_0^l x\delta\, dl = \delta F_2,$$

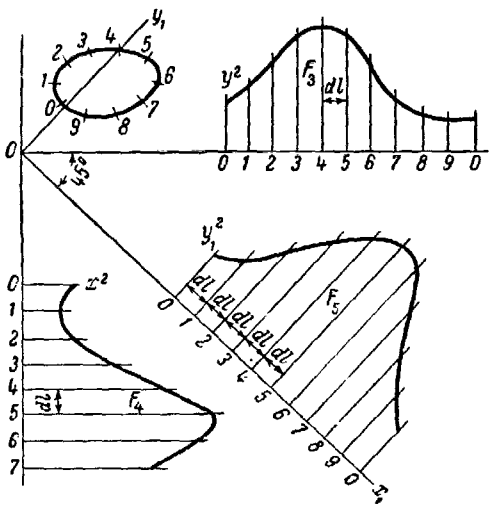
а площадь самого сечения равна

$$F = \delta \sum dl = \delta L.$$

Координаты центра тяжести

$$x_0 = \frac{S_y}{F} = \frac{F_2}{L}; \qquad y_0 = \frac{S_x}{F} = \frac{F_1}{L}.$$

Для нахождения моментов инерции сечения строят кривые y^2 и x^2 по l, а нахождение центробежного момента инерции заменяют определением момента



Фиг. I. 77.

инерции относительно оси, наклоненной под углом 45° к выбранным осям (фиг. I. 77).

Масштаб чертежа сечения в этом случае должен быть взят достаточно большим.

Площади полученных кривых, умноженные на толщину сечения, дадут соответствующие моменты инерции:

$$J_x = F_3 \cdot \delta; \quad J_y = F_4 \cdot \delta; \quad J_{45^\circ} = F_5 \cdot \delta.$$

Моменты инерции относительно главных центральных осей можно получить по формулам:

$$J'_x = J_x - F \cdot y_0^2;$$

$$J'_y = J_y - F \cdot x_0^2.$$

$$J'_{45^\circ}=J_{45^\circ}-F\frac{(x_0-y_0)^2}{2};$$

$$J'_{xy}=J'_{45^\circ}-\frac{J'_x-J'_y}{2};$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi=\frac{2J'_{xy}}{J'_y-J'_x};$$

$$J''_x=J'_x\cos^2\varphi+J'_x\sin^2\varphi-2J'_{xy}\sin\varphi\cdot\cos\varphi;$$

$$J''_y=J'_x\sin^2\varphi+J'_y\cos^2\varphi+2J'_{xy}\sin\varphi\cdot\cos\varphi.$$

Площади кривых F_1, F_2, F_3 и т. д. можно определять планиметрированием или, когда участки dl равны между собой, по формулам:

$$\left.\begin{aligned}
F_1&=dl\sum_0^n y_i\\
F_2&=dl\sum_0^n x_i\\
F_3&=dl\sum_0^n y_i^2\\
F_4&=dl\sum_0^n x_i^2\\
F_5&=dl\sum_0^n x_i y_i
\end{aligned}\right\}\text{, если контур замкнут;}$$

$$\left.\begin{aligned}
F_1&=\left(\frac{y_0+y_n}{2}+\sum_1^{n-1} y_i\right)dl\\
F_2&=\left(\frac{x_0+x_n}{2}+\sum_1^{n-1} x_i\right)dl\\
F_3&=\left(\frac{y_0^2+y_n^2}{2}+\sum_1^{n-1} y_i^2\right)dl\\
F_4&=\left(\frac{x_0^2+x_n^2}{2}+\sum_1^{n-1} x_i^2\right)dl\\
F_5&=\left(\frac{x_0y_0+x_n y_n}{2}+\sum_1^{n-1} x_iy_i\right)dl
\end{aligned}\right\}\text{, если контур не замкнут.}$$

Вычисление можно производить, пользуясь таблицей 1.15.

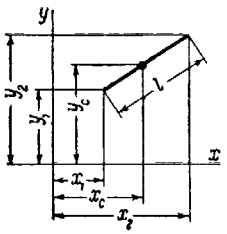
Таблица I. 15

δ=			dl=		
n	x	x^2	y	y^2	xy
0 1 2 3 и т. д.					
	$F_2=$	$F_4=$	$F_1=$	$F_3=$	$F_5=$

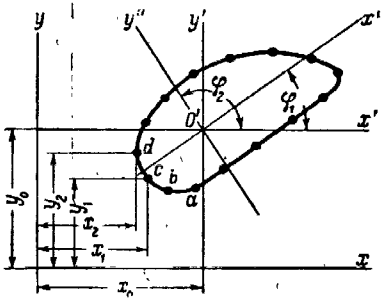
Промежуточные операции с моментом инерции относительно оси, наклоненной под углом 45° к выбранным, в этом случае выпадают.

3. Способ Субботина (табличный)

Этот способ применяется для тонкостенных сечений («лентовидных»), элементы которых по участкам можно заменить отрезками прямых.



Фиг. I. 78.



Фиг. I. 79.

Для тонкой прямой полоски (фиг. I. 78):

l — длина отрезка;

x_1, y_1 — координаты начала отрезка;

x_2, y_2 — координаты конца;

x_c, y_c — координаты центра тяжести отрезка;

δ — толщина стенки сечения (предполагается малой);

$$f=\delta\cdot l;$$

$$\left.\begin{aligned} x_c&=\frac{x_1+x_2}{2}\\ y_c&=\frac{y_1+y_2}{2}\end{aligned}\right\}.$$

Момент инерции

$$i_x=\frac{\delta l}{3}\left(y_1^2+y_1y_2+y_2^2\right) \text{ (относительно оси } x\text{)};$$

$$i_y=\frac{\delta l}{3}\left(x_1^2+x_1x_2+x_2^2\right) \text{ (относительно оси } y\text{)}.$$

Центробежный момент инерции

$$i_{xy}=\frac{\delta l}{6}\left[x_1(2y_1+y_2)+x_2(y_1+2y_2)\right].$$

На основании этих формул приходим к следующему правилу для определения моментов инерции сложного сечения.

1) На чертеж сечения наносим кривую по серединам толщин стенки (если толщина не постоянная, то берем среднюю по участку).

2) Делим полученную кривую на достаточное число участков, которые можно было бы принять за прямолинейные, и нумеруем их.

3) Измеряем l, x_1, x_2, y_1, y_2 и δ каждого отрезка (фиг. I. 79).

Для всего сечения:

$$\left.\begin{aligned}
F&=\sum f=\sum \delta\cdot l\\
J_x&=\sum\frac{\delta l}{3}\left(y_1^2+y_1\cdot y_2+y_2^2\right)\\
J_y&=\sum\frac{\delta l}{3}\left(x_1^2+x_1\cdot x_2+x_2^2\right)\\
J_{xy}&=\sum\frac{\delta l}{6}\left[x_1(2y_1+y_2)+x_2(y_1+2y_2)\right]\\
x_0&=\frac{\sum f\cdot x_c}{\sum f}\\
y_0&=\frac{\sum f\cdot y_c}{\sum f}
\end{aligned}\right\}.$$

Для центральных осей, параллельных первоначально выбранным (оси $O'x'$ и $O'y'$):

$$\left.\begin{aligned}
J'_x&=J_x-Fy_0^2\\
J'_y&=J_y-Fx_0^2\\
J'_{xy}&=J_{xy}-Fx_0\cdot y_0
\end{aligned}\right\}.$$

Положение главных центральных осей определится из формул:

$$\left.\begin{aligned}
\varphi_1&=\frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\frac{2J'_{xy}}{J'_y-J'_x}\\
\varphi_2&=\varphi_1+\frac{\pi}{2}
\end{aligned}\right\}.$$

Окончательно

$$\left.\begin{aligned}
J''_x&=J_{\varphi_1}=J'_x\cos^2\varphi_1+J'_y\sin^2\varphi_1-2J'_{xy}\cdot\sin\varphi_1\cdot\cos\varphi_1\\
J''_y&=J_{\varphi_2}=J'_x\sin^2\varphi_1+J'_y\cos^2\varphi_1+2J'_{xy}\cdot\sin\varphi_1\cdot\cos\varphi_1
\end{aligned}\right\}.$$

Если сечение имеет оси симметрии, их нужно использовать, и вычисления могут быть упрощены. При наличии одной оси симметрии отпадает надобность в определении центробежного момента инерции. Если известен центр тяжести сечения, можно получить сразу центральные моменты инерции.

Вычисления следует располагать в виде табл. I. 16.

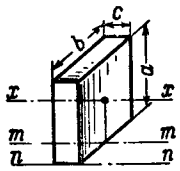
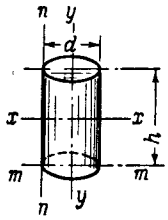
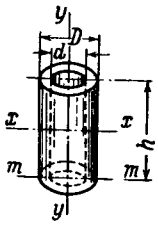
Обозначение или номер элемента	l	δ	x_1	x_2	y_1	y_2	f	x_c	y_c	fx_c	fy_c	$i_x=\frac{\delta l}{3}(y_1^2+$	
	(Измерить по чертежу)											y_1^2	y_2^2
							$F=\sum f$			$S_y=\sum fx_c$	$S_x=\sum fy_c$		

Таблица I.16

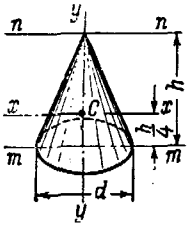
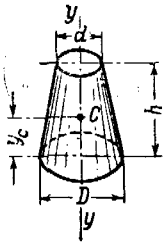
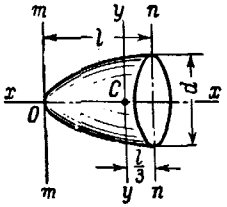
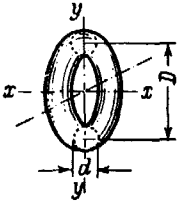
$_1y_2+y_2^2)=\frac{\delta l}{3}\sum$			$i_y=\frac{\delta l}{3}(x_1^2+x_1x_2+x_2^2)=\frac{\delta l}{3}\sum$					$2y_1+y_2$	$x_1(2y_1+y_2)=a$	y_1+2y_2	$x_2(y_1+2y_2)=b$	$a+b$	i_{xy}
y_1y_2	$\sum$	i_x	x_1^2	x_2^2	x_1x_2	$\sum$	i_y						
		$J_x=\sum i_x$					$J_y=\sum i_y$						$J_{xy}=\sum i_{xy}$

§ 12. Объемы (поверхности) и моменты инерции тел (поверхностей) (масса $M=V\rho$, где ρ—плотность, а V—объем, или $M=S\gamma$, где γ — масса единицы поверхности, а S—поверхность)

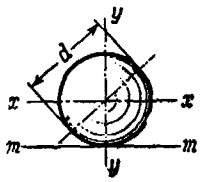
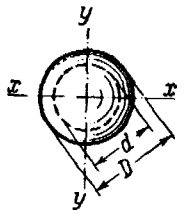
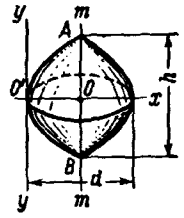
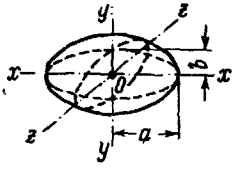
Таблица I.17

Форма тела	Объем V	Момент инерции
 Фиг. I 80. Прямоугольный параллелепипед.	abc При $a=b=c$ a^3	$J_x=M\dfrac{a^2+b^2}{12}$ $J_m=M\dfrac{4a^2+b^2}{12}$ $J_n=M\dfrac{a^2+b^2}{3}$ При $a=b=c$ $J_x=M\dfrac{a^2}{6}$
 Фиг. I. 81. Прямой круглый цилиндр.	$\dfrac{\pi}{4}d^2l$	$J_x=M\left(\dfrac{d^2}{16}+\dfrac{h^2}{12}\right)$ $J_m=M\left(\dfrac{d^2}{16}+\dfrac{h^2}{3}\right)$ $J_n=M\dfrac{3}{8}d^2$ $J_y=M\dfrac{d^2}{8}$
 Фиг. I. 82. Полый цилиндр.	$\dfrac{\pi}{4}(D^2-d^2)\,l$	$J_x=M\left(\dfrac{D^2+d^2}{16}+\dfrac{l^2}{12}\right)$ $J_m=M\left(\dfrac{D^2+d^2}{16}+\dfrac{h^2}{3}\right)$ $J_y=M\left(\dfrac{D^2+d^2}{8}\right)$

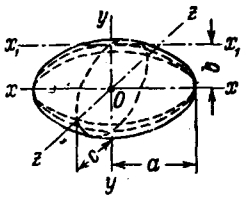
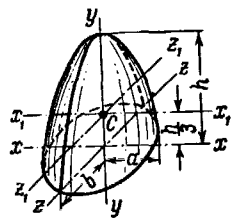
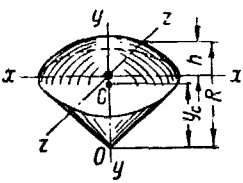
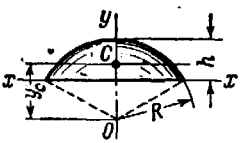
Продолж. табл. I. 17

Форма тела	Объем V	Момент инерции
 Фиг. I. 83. Прямой круглый конус.	$\frac{\pi}{12} d^2 h$	$J_x = M \frac{3(d^2+h^2)}{80}$ $J_m = M \frac{3d^2+8h^2}{80}$ $J_n = M \frac{3d^2+48h^2}{80}$ $J_y = M \frac{3d^2}{40}$
 Фиг. I. 84. Усеченный конус.	$\frac{\pi}{12}(D^2+Dd+d^2)h$ Центр тяжести $y_c = \frac{h}{4}\left(\frac{D^2+2Dd+d^2}{D^2+Dd+d^2}\right)$	$J_y = M \frac{3}{40}\left(\frac{D^5-d^5}{D^3-d^3}\right)$
 Фиг. I. 85. Параболоид вращения.	$\frac{\pi}{8} d^2 l$	$J_x = M \frac{d^2}{12}$ $J_m = \frac{M}{6}\left(\frac{d^2}{4}+3l^2\right)$ $J_n = \frac{M}{6}\left(\frac{d^2}{4}+l^2\right)$ $J_y = \frac{M}{6}\left(\frac{d^2}{4}+\frac{l^2}{3}\right)$
 Фиг. I. 86. Тор.	$\frac{\pi^2}{4} Dd^2$	$J_x = M\left(\frac{D^2}{4}+\frac{3d^2}{16}\right)$ $J_y = M\left(\frac{D^2}{8}+\frac{5}{32}d^2\right)$

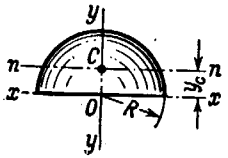
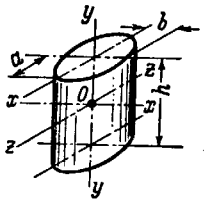
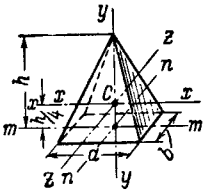
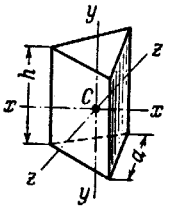
Продолж. табл. I. 17

Форма тела	Объем V	Момент инерции
 Фиг. I. 87. Шар.	$\frac{\pi}{6} d^3$	$J_x = M \frac{d^2}{10}$ $J_m = M \frac{7}{20} d^2$
 Фиг. I. 88. Полый шар.	$\frac{\pi}{6} (D^3 - d^3)$	$J_x = \frac{M}{10} \left(\frac{D^5 - d^5}{D^3 - d^3} \right)$
 Фиг. I. 89. Параболический диск (образующая AOB — парабола с уравнением в осях xOy $y = 2px$, где $p = \frac{h^2}{4d}$).	$\frac{2\pi d^2 h}{15}$	$J_m = M \frac{2}{21} d^2$
 Фиг. I. 90. Эллиптический диск (эллипсоид вращения).	$\frac{4}{3} \pi a^2 b$	$J_z = \frac{2}{5} M a^2$

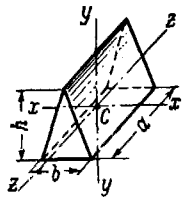
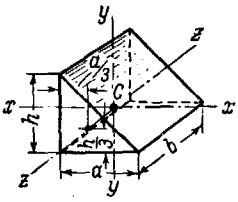
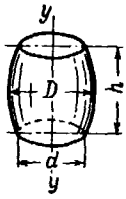
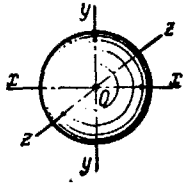
Продолж. табл. I. 17

Форма тела	Объем V	Момент инерции
 Фиг. I. 91. Трехосный эллипсоид.	$\frac{4}{3}\pi abc$	$J_x=\frac{M}{5}(b^2+c^2)$ $J_y=\frac{M}{5}(a^2+c^2)$ $J_z=\frac{M}{5}(a^2+b^2)$ $J_{x1}=\frac{M}{5}(6b^2+c^2)$
 Фиг. I. 92. Эллиптический параболоид.	$\frac{\pi abh}{2}$	$J_x=\frac{M}{18}(3b^2+h^2)$ $J_y=\frac{M}{6}(a^2+b^2)$ $J_z=\frac{M}{18}(3a^2+h^2)$ $J_{x_1}=\frac{M}{6}(b^2+h^2)$ $J_{z_1}=\frac{M}{6}(a^2+h^2)$
 Фиг. I. 93. Шаровой сектор.	$\frac{2}{3}\pi R^2 h$ $y_c=\frac{3}{8}(2R-h)$	$J_y=\frac{M}{5}h(3R-h)$
 Фиг. I. 94. Шаровой сегмент.	$\frac{\pi h}{6}(3R^2+h^2)$ $y_c=\frac{3}{4}\frac{(2R-h)^2}{(3R-h)}$	$J_y=\frac{2Mh}{3R-h}\times$ $\times\left(R^2-\frac{3}{4}Rh+\frac{3}{20}h^2\right)$

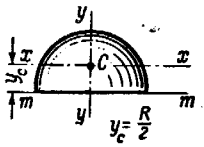
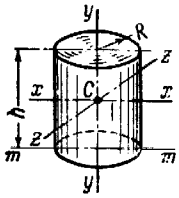
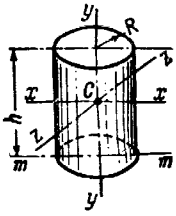
Продолж. табл. I. 17

Форма тела	Объем V	Момент инерции
 Фиг. I. 95. Полушар.	$\frac{2}{3}\pi R^3$ $y_c=\frac{3}{8}R$	$J_x=J_y=0,4MR^2$ $J_n=0,26MR^2$
 Фиг. I. 96. Эллиптический цилиндр.	πabh	$J_x=\frac{M}{12}(3a^2+h^2)$ $J_y=\frac{M}{4}(a^2+b^2)$ $J_z=\frac{M}{12}(3b^2+h^2)$
 Фиг. I. 97. Прямая прямоугольная пирамида.	$\frac{abh}{3}$	$J_x=\frac{M}{20}\left(b^2+\frac{3}{4}h^2\right)$ $J_y=\frac{M}{20}(a^2+b^2)$ $J_z=\frac{M}{20}\left(a^2+\frac{3}{4}h^2\right)$ $J_m=\frac{M}{20}(b^2+2h^2)$ $J_n=\frac{M}{20}(a^2+2h^2)$
 Фиг. I. 98. Правильная трехгранная призма.	$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2h$	$J_x=J_z=\frac{M}{24}(a^2+2h^2)$ $J_y=\frac{M}{12}a^2$

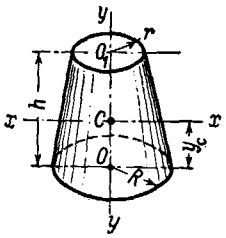
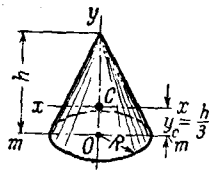
Продолж. табл. I. 17

Форма тела	Объем V	Момент инерции
 Фиг. I. 99. Равнобедренный клин.	$\frac{abh}{2}$	$J_x=\frac{M}{36}(2h^2+3a^2)$ $J_y=\frac{M}{24}(2a^2+b^2)$ $J_z=\frac{M}{72}(4h^2+3b^2)$
 Фиг. I. 100. Прямоугольный клин.	$\frac{abh}{2}$	$J_x=\frac{M}{36}(2h^2+3b^2)$ $J_y=\frac{M}{36}(2a^2+3b^2)$ $J_z=\frac{M}{18}(h^2+a^2)$
 Фиг. I. 101. Бочка.	При круговой клепке $\frac{\pi h}{12}(2D^2+d^2)$ При параболической клепке $\frac{\pi h}{16}\left(2D^2+Dd+\frac{3}{4}d^2\right)$	
 Фиг. I. 102. Поверхность шара.	Поверхность $S_ш=4\pi R^2$	$J_x=J_y=J_z=\frac{2}{3}MR^2$

Продолж. табл. I. 17

Форма тела	Поверхность S	Момент инерции
 Фиг. I. 103. Поверхность полусферы.	$2\pi R^2$	$J_x=J_z=\frac{5}{12}MR^2$ $J_y=J_m=\frac{2}{3}MR^2$
 Фиг. I. 104. Полная поверхность цилиндра.	$2\pi R(R+h)$	$J_x=\frac{M}{12(R+h)}\times$ $\times[3R^2(R+2h)+h^2(3R+h)]$ $J_y=\frac{MR^2}{2}\left(\frac{R+2h}{R+h}\right)$ $J_m=\frac{M}{12(R+h)}[3R^2(R+$ $+2h)+2h^2(3R+2h)]$
 Фиг. I. 105. Боковая поверхность цилиндра.	$2\pi Rh$	$J_x=\frac{M}{2}\left(R^2+\frac{h^2}{6}\right)$ $J_y=MR^2$ $J_m=\frac{M}{6}(3R^2+2h^2)$

Продолж. табл. I. 17

Форма тела	Поверхность S	Момент инерции
 Фиг. I. 106. Боковая поверхность усеченного конуса.	$\pi(R+r)\sqrt{h^2+(R-r)^2}$ $y_c=\frac{h}{3}\frac{2r+R}{r+R}$	$J_x=\frac{M}{4}(R^2+r^2)+$ $+\frac{M}{18}h^2\left(1+\frac{2Rr}{(R+r)^2}\right)$ $J_y=\frac{M}{2}(R^2+r^2)$
 Фиг. I. 107. Боковая поверхность конуса.	$\pi R\sqrt{R^2+h^2}$	$J_x=J_z=\frac{M}{4}\left(R^2+\frac{2}{9}h^2\right)$ $J_y=\frac{M}{2}R^2$ $J_m=\frac{M}{12}(3R^2+2h^2)$

ЧАСТЬ II

ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛОВ И ПОЛУФАБРИКАТОВ, ПРИМЕНЯЕМЫХ В САМОЛЕТОСТРОЕНИИ

Глава I

ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ О ХАРАКТЕРИСТИКАХ МАТЕРИАЛОВ

§ 1. Основные свойства

При определении прочности конструкции необходимо принимать во внимание свойства материалов:

1. Прочность, т. е. свойство материала сопротивляться разрушению под действием нагрузки.

2. Хрупкость — свойство материала разрушаться без заметной пластической деформации.

3. Вязкость — свойство материала поглощать в заметных количествах, не разрушаясь, механическую энергию в необратимой форме.

4. Твердость — свойство материала сопротивляться проникновению в него другого тела, не получающего остаточных деформаций.

5. Ползучесть — свойство материала медленно и непрерывно пластически деформироваться («ползти») при постоянном напряжении.

6. Текучесть — свойство некоторых материалов за пределами упругости пластически деформироваться при постоянном или незначительно меняющемся напряжении.

7. Выносливость — свойство материала выдерживать, не разрушаясь, повторно-переменные напряжения.

8. Усталость — постепенное разрушение материала при большом числе повторно-переменных напряжений.

Так как прочность является основным решающим свойством материала, то ее прежде всего и определяют в лабораториях. Хрупкость, вязкость и текучесть характеризуют работу материала при динамических нагрузках. Выносливость и усталостные характеристики необходимы для определения поведения материала при повторно-переменных нагрузках. Сведения о твердости и ползучести материала могут быть нужны лишь в специальных случаях.

Для пользования материалом необходимо знать следующие его характеристики:

1. Предел прочности[1] — напряжение при наибольшей нагрузке, предшествовавшей разрушению.

2. Технический предел упругости — напряжение, при котором остаточные деформации впервые достигают некоторой малой величины, устанавливаемой техническими условиями на материал (обычно 0,002% длины).

3. Технический предел пропорциональности — напряжение, при котором нарушение пропорциональной зависимости между напряжениями и деформациями достигает некоторой определенной величины, устанавливаемой техническими усло-

---

[1] По прежней терминологии — временное или разрушающее напряжение или коэффициент крепости.

виями (например, отклонение от пропорциональной зависимости, равное 0,002% измеряемой длины).

4. Технический предел текучести — напряжение, при котором остаточная деформация образца достигает некоторой величины, устанавливаемой техническими условиями. В настоящее время обычно принимается предел 0,2% измеряемой длины.

5. Предел ползучести — напряжение, при котором деформация через определенный промежуток времени от начала ползучести получает весьма малые значения, определяемые техническими условиями.

6. Относительное удлинение — отношение приращения длины образца при растяжении к его первоначальной длине.

7. Относительное сужение — отношение уменьшения площади наименьшего поперечного сечения образца при растяжении к исходной площади поперечного сечения.

8. Удельная ударная вязкость — ударная вязкость при изгибе, отнесенная к рабочему поперечному сечению образца.

Для усталостных характеристик материала имеют значение:

1. Среднее напряжение в цикле — алгебраическая полусумма наибольшего и наименьшего напряжений.

2. Амплитуда цикла — алгебраическая полуразность наибольшего и наименьшего напряжений цикла.

3. Предел выносливости при симметричном цикле (предел усталости) — наибольшее напряжение симметричного цикла с максимальной амплитудой, допускающей повторение цикла без разрушения образца определенное число раз, обыкновенно больше 1 000 000.

При расчетах на прочность приходится пользоваться следующими терминами и понятиями:

1. Номинальное напряжение образца вычисляется в месте наибольшей концентрации напряжений по элементарным формулам.

2. Коэффициент концентрации напряжений — отношение напряжения, вычисленного с учетом концентрации (в предположении совершенной упругости), к номинальному напряжению в той же точке.

3. Коэффициент действия надреза — отношение предела выносливости гладкого образца к пределу выносливости надрезанного образца, вычисленному по номинальным напряжениям (при данной форме надреза).

4. Коэффициент чувствительности к надрезу — отношение коэффициента действия надреза образца к коэффициенту концентрации напряжений (при данной форме надреза).

В гл. II приведены некоторые формулы, связывающие различные механические характеристики. Этими формулами можно пользоваться как ориентировочными в тех случаях, когда не все характеристики известны.

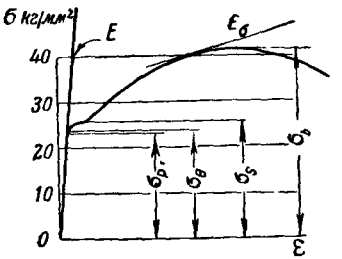
§ 2. Диаграммы $\sigma - \varepsilon$

Типичная диаграмма, связывающая напряжения и деформации при растяжении стального образца, показана на фиг. II. 1.

Такая диаграмма характерна для пластического материала с ясно выраженным пределом текучести σ_s. Для прямолинейного участка диаграммы — ниже предела пропорциональности σ_p — напряжение пропорционально деформации, т. е. $\sigma = \varepsilon E$.

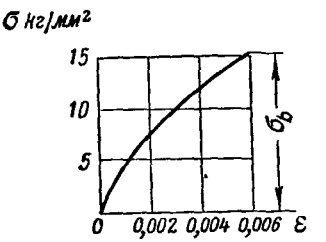
Для других материалов кривая напряжения — деформации ($\sigma - \varepsilon$) имеет иной вид. На фиг. II. 2 показана типичная диаграмма растяжения для хрупкого материала — чугуна. Она почти не имеет прямого участка, как не имеет и резко выраженных точек, соответствующих пределам пропорциональности и текучести. Для таких материалов модуль упругости E — переменный по всей длине кривой, но все же и в этих случаях говорят о модуле упругости, заменяя на некотором участке кривую прямой, обычно хордой («секущий» модуль, секанс-модуль).

На фиг. II. 3 приведена диаграмма, свойственная деформируемым алюминиевым сплавам типа дуралюмин. На этой кривой также нет точек, опреде-

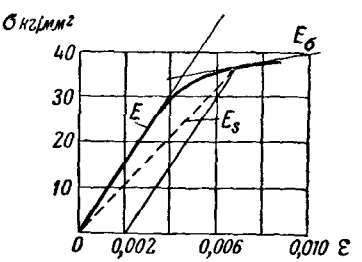


Фиг. II. 1. Типичная диаграмма растяжения образца из мягкой стали.

σ_p — предел пропорциональности;
σ_e — предел упругости;
σ_s — предел текучести;
σ_b — предел прочности.

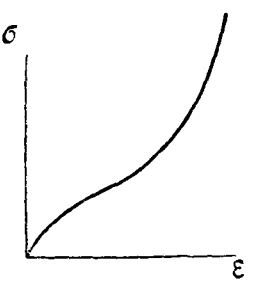


Фиг. II. 2. Диаграмма растяжения образца из чугуна.

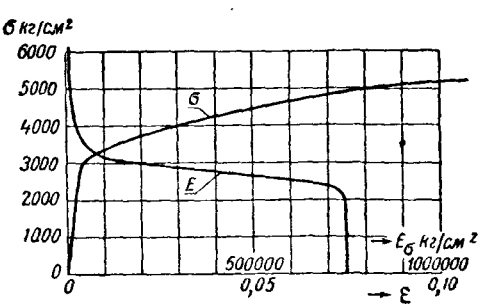


Фиг. II. 3. Диаграмма растяжения образца из дуралюмина.

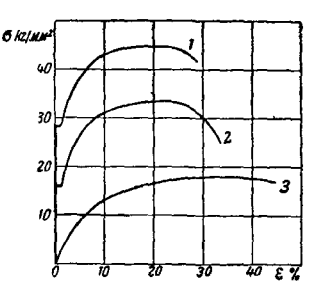
E — модуль упругости;
E_σ — касательный модуль;
E_s — секущий модуль.



Фиг. II. 4. Кривая растяжения резины.



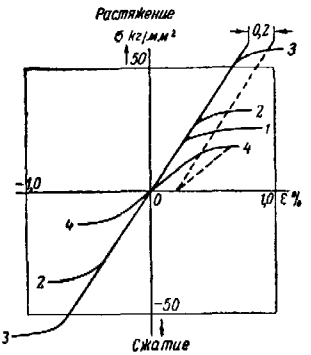
Фиг. II 5. Типичные диаграммы $\sigma - \varepsilon$ и $\sigma - E_\sigma$ для высокопрочного алюминиевого сплава.



Фиг. II. 6. Типичные диаграммы $\sigma - \varepsilon$.

1—сталь 35; 2—сталь 15; 3—медь.

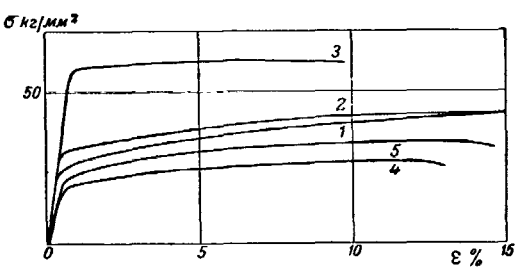
ляющих σ_p и σ_s, но имеется прямолинейный участок, соответствующий модулю упругости E. На этой же фигуре показаны секущий и касательный модули для участка диаграммы за пределом пропорциональности. Изображен-



Фиг. II. 7. Типичные диаграммы σ—ε (растяжение и сжатие).

1—алюминиевого сплава Д1;
2—алюминиевого сплава Д16,
3—высокопрочного алюминиевого сплава;
4—магниевого сплава МА2.

ная на фиг II. 4 кривая напряжения — деформации, тоже с переменным модулем упругости, относится к деталям из резины, например, к амортизационным шнурам



Фиг. II. 8. Полные диаграммы σ—ε.

1—алюминиевого сплава Д1; 2—алюминиевого сплава Д16; 3—высокопрочного алюминиевого сплава; 4—магниевого сплава МА2, 5—магниевого сплава МА5

На фиг II 5—8 даны типичные диаграммы напряжения — деформации для употребительных металлов. На фиг. II. 5 показано, кроме того, изменение E — модуля (касательного) по напряжениям.

По диаграмме σ — ε можно установить предел повышения напряжения без остаточных деформаций, при которых конструкция не сможет работать. Этот предел, за который не должны переходить наибольшие эксплуатационные напряжения, называется допускаемым напряжением.

Отношение предела прочности к наибольшему расчетному напряжению называется коэффициентом запаса прочности[1]. Коэффициентом безопасности f называется отношение расчетного разрушающего напряжения к наибольшему эксплуатационному. Для разного типа нагрузок f может быть разным и выбирается в основном по эксплуатационным соображениям.

Приводимые в гл. II в таблицах II. 1, 2 и 3 коэффициенты для сталей относятся к нормальным условиям их применения и могут в значительной степени изменяться в зависимости от термообработки.

Глава II

ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛОВ

§ 1. Обозначения и размерности

σ_b — предел прочности (временное сопротивление) в *кг/мм²*.
ε — удлинение в %.
$a_н$ — удельная ударная вязкость в *кгм/см²*.
τ_b — предел прочности при срезе и кручении в *кг/мм²*.
σ_s — предел текучести в *кг/мм²*;
σ_e — предел упругости в *кг/мм²*.
σ_p — предел пропорциональности в *кг/мм²*.
σ_w — предел усталости при симметричном изгибе в *кг/мм²*.
E — модуль нормальной упругости в *кг/мм²*.
E_σ — касательный модуль в *кг/мм²*.
E_s — секущий модуль в *кг/мм²*.
G — модуль сдвига (поперечный) в *кг/мм²*.
μ — коэффициент Пуассона.
γ — удельный вес.
λ — коэффициент теплопроводности в *кал/см·сек·град*.
α — коэффициент линейного расширения на 1° С.

Если под величиной предела усталости стоят цифры, — они показывают число циклов, при котором получен данный предел усталости.

Общее замечание

Характеристики материалов в таблицах этой части следует считать ориентировочными. Для специальных расчетов надлежит пользоваться соответствующими техническими условиями.

§ 2. Отношение предельных напряжений для некоторых металлов

Для первого приближения можно брать:

Предел пропорциональности

Материал	Дуралюмин	30ХГСА	Сталь 20	Хромоникелевая сталь
$\frac{\sigma_p}{\sigma_b}$	0,63	0,71	0,65	0,77

При высоких степенях закалки стали предел пропорциональности и предел текучести приближаются к пределу прочности.

[1] В гражданских конструкциях запасом прочности часто называют отношение предела упругости к максимальным эксплуатационным (допускаемым) напряжениям.

Предел прочности при срезе

$$\tau_b = 0{,}6 \div 0{,}7\,\sigma_b.$$

Для сталей с высокой степенью закалки рекомендуется τ_b брать ближе к 0,6, а для нормализованных углеродистых с $\sigma_b \leqslant 70$ *кг/мм²* ближе к 0,7.

Для стали	30ХГСА	с $\sigma_b = 110 - 130$ *кг/мм²*	$\tau_b = 0{,}63\,\sigma_b$
„ „	45	с $\sigma_b = 60 - 70$ „	$\tau_b = 0{,}67 - 0{,}71\,\sigma_b$
„ „	45	с $\sigma_b = 90$ „	$\tau_b = 0{,}6\,\sigma_b$

Для алюминиевых сплавов $\tau_b = 0{,}6 \div 0{,}65\,\sigma_b$.

Для магниевых сплавов $\tau_b = 0{,}5 \div 0{,}6\,\sigma_b$.

Предел прочности при смятии

Рекомендуется считать $\sigma_{см} = 1{,}3\,\sigma_b$, хотя можно брать

$$\sigma_{см} = 1{,}5 \div 1{,}7\sigma_b.$$

Предел усталости

Предел усталости на изгиб для гладких стальных образцов (на базе $5 \cdot 10^6 \div 10 \cdot 10^6$ циклов) колеблется в границах $0{,}3 \div 0{,}5\ \sigma_b$, но для большинства сталей

$$\sigma_w = 0{,}4 \div 0{,}45\,\sigma_b.$$

Для алюминиевых деформируемых сплавов можно для таких же условий принять

$$\sigma_w = 0{,}25\,\sigma_b.$$

Подробнее см. данные в таблицах.

Модуль нормальной упругости, модуль сдвига и коэффициент Пуассона

Модуль нормальной упругости для сталей изменяется мало и лежит в пределах $2{,}0 \cdot 10^4 \div 2{,}2 \cdot 10^4$ *кг/мм²*. В случае отсутствия данных в таблицах для углеродистых и малолегированных сталей можно принимать $E \approx 2{,}1 \cdot 10^4$ *кг/мм²* и $G = 8 \cdot 10^3$ *кг/мм²*.

Для малоуглеродистых и высоколегированных сталей $E = 2 \cdot 10^4$ *кг/мм²* и $G = 7{,}8 \cdot 10^3$ *кг/мм²*.

Для сталей с большим содержанием углерода E достигает $2{,}2 \cdot 10^4$ *кг/мм²* и $G = 8{,}5 \cdot 10^3$ *кг/мм²*.

Для алюминиевых сплавов $E \approx 7 \cdot 10^3 \div 7{,}5 \cdot 10^3$ *кг/мм²*.

Для большинства алюминиевых сплавов можно брать $E = 7{,}2 \cdot 10^3$ *кг/мм²*, а $G = 2{,}7 \cdot 10^3$ *кг/мм²*.

Для сплавов магния — соответственно $E \approx 4{,}2 \cdot 10^3$ *кг/мм²* и $G = 1{,}6 \cdot 10^3$ *кг/мм²*.

Так как

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)},$$

то

$$\mu = \frac{E}{2G} - 1.$$

Для стали $\mu = 0{,}29$. Для алюминиевых сплавов $\mu = 0{,}26 \div 0{,}33$. Для магниевых сплавов $\mu = 0{,}25 \div 0{,}3$. Для пробки $\mu = 0$. Для каучука $\mu = 0{,}47$. Для парафина $\mu = 0{,}5$.

С округлением, достаточным для большинства практических целей, можно принимать для всех сталей, алюминиевых и магниевых сплавов $\mu = 0{,}3$.

§ 3. Сталь

Углеродистая сталь

Таблица II. 1

Марка	σ_b	ε	$a_н$	σ_s	σ_w	E	γ	Примечание
10	32—47	30	—	18	16	19 800	7,83	Коэффициент линейного расширения $\alpha=(10,1\div11,3)\,10^{-6}$
25	43	18	5—7	24	19	20 200	—	
35	52	15	4—5	28	21,5	20 100	7,82	
40	55—70	17	4—6	30	23	21 350	7,82	
45	60—75	15	3—4	32	25	—	7,81	
50	63	13	3	34	27	22 000	7,81	
45А	70—85	11	3,9—4,4	55	—	—	7,81	
20А	40	20	—	22	19	—	—	
15	33—43	24	5,5	15	—	20 200	—	

Таблица II. 2

Углеродистая сталь для расчалок и пружин

Марка	σ_b	ε	σ_w	Марка	σ_b	ε	σ_w
Р светлая	110—145	—	35—50	ВС оцинкованная	100—170	—	—
Р оцинкованная	90—130	—	—	ОВС светлая	140—220	—	49—70
ВС светлая	110—190	6	35—50	ОВС оцинкованная	130—200	—	—

Таблица II. 3

Легированная сталь

(Две первые цифры в обозначении марки показывают среднее содержание углерода в сотых долях процента)

Марка	σ_b	ε	$a_н$	σ_s	σ_w	E	γ	Примечания
30ХГСА	55	18	8	30	25	~21 000	7,85	
30ХГСА	70	12	—	45	30	21 000	—	
30ХГСА	90	—	—	65	50	21 000	—	
30ХГСА	110	10	6	85	45	21 000	—	
30ХГСА	160	7	5	135	60	21 000	—	
25ХГСА	65	12	—	—	—	—	—	
25ХГСА	80	10	6	60	35	—	—	
30ХМА	70	12	8	—	32	21 950	—	

Продолж. табл. II. 3

Марка	σ_b	ε	$a_н$	σ_s	σ_w	E	γ	Примечания
30ХМА	95	15	9	75	42	21 950	—	
30ХМА	110	10	6	85	50	21 950	—	
30ХМА	130	7	5	105	56	21 950	—	
45ХА	70	—	—	45	30	21 000	7,82	
45ХА	80	12	8	55	—	21 000	—	
45ХА	90	—	—	65	—	21 000	—	
45ХА	105	8	4—5	85	—	21 000	—	
15ХА	60	15	9	40	—	—	7,83	
13Н2А	60	15	10	40	—	—	—	
13Н5А	95	11	10	75	—	—	—	
21Н5А	120	9	5	95	—	—	—	
12ХН3А	90—95	12—11	12—11	65—70	—	20 400	7,88	
20ХН3А	100	10	10	85	43	20 300	—	
37ХН3А	110	10	7	95	—	19 900	—	
12Х2Н4А	100	12	10	80	—	—	—	
35ХМФА	110	10	9	95	—	21 700	—	
40ХФА	90	10	9	75	40	20 170	—	
38ХА	90—95	12	10—9	85—80	38	—	—	
18ХНВА	115	11	10	85	56	20 000	7,85	
25ХНВА	110	12	9	95	50	—	—	
40ХС	125	12	5	105	—	22 300	7,74	
50ХФА	130	10	—	110	—	—	—	
40ХНМА	100	12	10	85	55	20 400	—	
20ХНФА	110	10	8	90	50	—	—	
42ХН4МА	180	5	5	160	—	—	—	
30ХМЮА	100	15	9	85	45	—	—	
12Г1А	45	20	—	—	—	—	—	
20ГА	50	19	—	—	—	—	—	
Ж1	60	20	8	42	—	—	—	
Ж2	85	10	6	65	—	—	—	
Я1Т	56	40	—	—	—	20 000	7,86	
ЭИ72	120	10	3	80	—	—	—	
ЭИ100	75 (100)	50 (15)	—	—	35	—	7,85	
ЭИ273	100—115	10	10—7	85—100	46	—	—	
ЭИ274	115	12	12	95	—	—	—	
ЭИ275	120—115	11—12	10—12	105—100	53	—	—	
ЭИ320	115	12	12	95	—	—	—	

§ 4. Алюминиевые сплавы

Таблица II.4

Алюминиевые деформируемые сплавы

Без скобок—нижние пределы. В скобках—средние данные

Название или марка	σ_b	ε	τ_b	σ_s	σ_w	E	G	γ
Дуралюмин Д1М [1]	≤25	≥10	—	—	—	7200	2700	2,8
Д1Т [2]	≥34	≥10	21	—	—	7200	2700	2,8
	(38)	(16)	(23)	(22)	(10)	7200	2700	2,8
Д6М	23—24	≥10	—	—	—	7200	2700	2,8
Д6Т	36—40	11—15	24,5	—	—	7200	2700	2,8
	(42—46)	(15—17)	—	(28—30)	(11)	7200	2700	2,8
Д6ТН	43	8	—	—	—	7200	2700	2,8
Д16М	≤21,5	10—12	—	—	—	7200	2700	2,8
Д16Т	36—40	11—15	28	—	—	7200	2700	2,8
Д16Т *	(43)	(18)	—	(30)	—	7200	2700	2,8
Д16Т	(47)	(17)	—	(33)	(11,5)	7200	2700	2,8
Д17М	22—24	12—10	—	—	—	7200	2700	2,8
Д17Т	30—34	10—8	—	—	—	7200	2700	2,8
Высокопрочные алюминиевые сплавы	54—60	10—12	32	47—55	~16	—	—	—
Авиаль АвМ	≤13,5	≥20	—	—	—	—	—	—
АвТ-1	≥30	≥10	—	—	—	—	—	—
АвТ-1	(33)	(12)	—	(28)	(7,5)	—	—	—
Алюминиевые сплавы для ковки и штамповки АК2	36—32	6—10	—	—	—	—	—	—
	(42)	(13)	—	(28)	(10)	(7200)	2700	—
АК4	36—32	4—8	—	—	—	(7200)	2700	—
	(44)	(10)	—	(29)	—	—	—	—
АК5	30—28	8—12	—	—	—	(7200)	2700	—
АК6	36—32	8—12	—	—	—	(7200)	2700	—
	(42)	(13)	—	(30)	—	—	—	—
АК7	36—32	8—12	—	—	—	(7200)	2700	—
АК8	46—42	6—10	—	—	—	(7200)	2700	—
	(49)	(13)	—	(38)	(11,5)	—	—	—
Дуралюмин Д18 [3]	14—25	4—5	—	—	—	—	—	—
Д18Т	(30)	(20)	18	(17)	(9,5)	—	—	—

[1] Буква М—мягкий отожженный.
[2] Буква Т—твердый закаленный.
[3] Проволока для заклепок.
* Плакированный.

Продолж. табл. II. 4

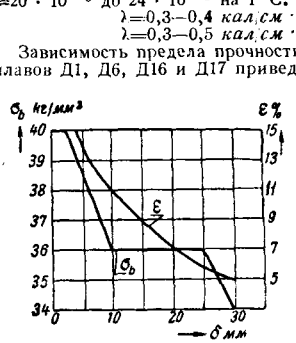
Название или марка	σ_b	ε	τ_b	σ_s	σ_w	E	G	γ
Д3П	18—29	3—6	19	—	—	—	—	—
Д3ПТ	(34)	(20)	—	(21)	(10)	—	—	—
Алюминий	(9)	(30)	—	(3)	(4)	—	—	—
Алюминиево-марганцевый сплав АМцМ	10—14,5	20—18	—	—	—	—	—	—
	(13)	(20)	—	(5)	(5,5)	—	—	—
АМцП	14,5—22	6	—	—	—	—	—	—
Алюминиево-магниевый сплав АМгМ	$\leqslant 23$	$\geqslant 16$	—	—	—	—	—	—
	(20)	(23)	—	(10)	(12,5)	—	—	—
АМгП	$\geqslant 23$	$\geqslant 4$	—	—	—	—	—	—
	(25)	(6)	—	(21)	(13,5)	7200	2700	—
АМг5	(27)	(23)	(17)	(15)	—	7200	2700	—

Коэффициент линейного расширения для алюминиевых деформируемых сплавов $\alpha = 20 \cdot 10^{-6}$ до $24 \cdot 10^{-6}$ на 1° С. Коэффициент теплопроводности:

$\lambda = 0{,}3$—$0{,}4$ *кал/см · сек · град.* для закаленного материала,

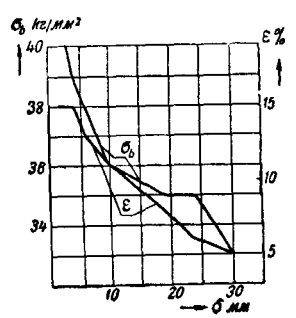
$\lambda = 0{,}3$—$0{,}5$ *кал/см · сек · град.* для отожженного материала.

Зависимость предела прочности σ_b и удлинения ε от размеров полуфабрикатов для сплавов Д1, Д6, Д16 и Д17 приведена на фиг. II. 9—II. 12.

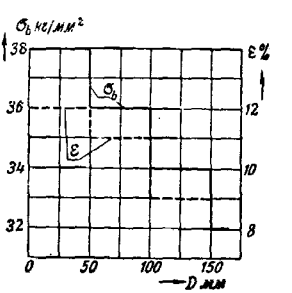


Фиг. II. 9. Д6; листы и плиты.

Фиг. II. 10. Д17; *1*—листы; *2*—плиты.



Фиг. II. 11. Д16; листы и плиты.



Фиг. II. 12. Д1; прутки.

Таблица II. 5

Алюминиевые литейные сплавы

Название и марка	σ_b	ε	τ_b	σ_s	σ_w	H_B >
Алюминиево-литейный сплав АЛ2	16	4	13	7—8	4	50
АЛ4	23	3	—	18	—	70
АЛ5	16—20	0,5	14	12	4	65—70
АЛ6	15	1,5	12,5	9	4,5	45
АЛ7	20	6	15,5	10	4,2	60
АЛ8	28	9	21,5	16	—	60
АЛ9	15—18	1—4	11	9	4	50
АЛ11	15—16	0,5	—	12	—	70

§ 5. Магниевые сплавы

Таблица II. 6

Без скобок—нижние пределы, в скобках—средние значения

Название и марка	σ_b	ε	$a_н$	σ_s	σ_w	E	G	γ
Магниевый сплав МА1	17—19	3—4	—	—	—	—	—	1,76
	(21)	(8)	(0,5)	(12)	(7,5 5.10^7)	(4000)	(1600)	—
МА2	24	5	—	—	—	—	—	—
	(26)	(8)	(0,9)	(16)	(11,0 5.10^7)	(4100)	(1600)	—
МА3	26—28	10—12	—	18	—	4200	—	1,8
	(30)	(14)	—	(19)	15	(4300)	(1700)	—
МА4	30	7	—	17	—	4700	1800	—
МА5	(30)	(8)	—	(22)	(13 5.10^7)	(4500)	(1700)	—
Магниевый литейный сплав МЛ4С	16	3	—	—	—	—	—	1,8
МЛ4Т4	21	4	—	—	—	—	—	—
МЛ4Т6	22	2	—	—	—	—	—	—
МЛ5С	15	2	0,5	7	—	4200	—	1,8
МЛ5Т4	21	4	—	—	—	—	—	—
МЛ5Т6	22	2	0,5	9	—	4200	—	—
МЛ6Т4	21	3	—	—	—	—	—	—
МЛ6Т6	22	1	—	—	—	—	—	—

§ 6. Бронзы

Таблица II. 7

Оловянистые бронзы

Марка	σ_b	ε	$a_н$	τ_b	σ_p	σ_s	E	Коэффициент трения		λ	γ
								сухого	со смазкой		
Бр010	20—25	3—10	6	27	12—14	18	10 600	0,17	0,0056	0,115	8,8
Бр0Ц8-4	20—25	4—10	2—2,25	26	11	12	10 000	0,3	0,006	0,163	8,78
Бр0ЦС6-6-3	18—22	4—8	2—3	22	—	8—10	9 000	0,16	0,009	0,224	8,82
Бр0Ф6,5-0,4	25—35	15—30	5—6	27	10	14	10 000	0,12	0,010	0,127	8,65
При холодной обработке	до 65	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Бр0С8-12	15—20	3—8	1—1,4	19	—	12	—	0,1	0,005	—	9,1
Бр0С5-25	14—18	6—8	1—2	13,5	7	8—10	8 100	0,14	0,004	0,14	—

Примечание. Коэффициент линейного расширения оловянистых бронз $\alpha = (17 \div 19)\,10^{-6}$.

Таблица II. 8

Безоловянистые специальные бронзы

Марка	σ_b	ε	$a_н$	σ_e	σ_w	σ_s	E	Коэффициент трения		λ	H_B	γ
								сухого	со смазкой			
БрА5	60—70	—	11	—	13,4	16	10 000	0,3	0,007	0,25	—	8,2
БрАМц9-2	45	20	7,2	—	19,5	20	9 200	0,18	0,006	0,17	80	8,2
БрАЖ9-4	40—55	10—12	8	11	13—24	35	11 600	0,18	0,004	0,14	110—120	7,5
БрАЖМц 10-3-1,5	60—50	12—20	5	—	—	19	10 000	—	0,004	0,14	120	7,5
БрАЖН 10-4-4	65—60	5	4,2	35,8	15	60	13 000	0,23	0,011	0,18	170	8,2
Бериллиевая Б2	40—60 до 115—135	—	6,7	—	—	20—35	11 700—13 000	—	0,016	—	—	8,23

Примечание. Коэффициент линейного расширения для специальных бронз $\alpha = (16 \div 20)\,10^{-6}$, температура литья $1050 \div 1200°$ С.

§ 7. Древесные материалы

Таблица II. 9

Авиационная древесина

Порода	Зона	γ	σ_b кг/см²			τ_b кг/см²		σ_p кг/см²	$\frac{E}{1000}$ кг/см²	$\frac{G}{1000}$ кг/см²
			сжатие вдоль волокон	растяжение вдоль волокон	статический изгиб	скалывание вдоль волокон	кручение	при сжатии поперек волокон	при растяжении вдоль волокон	при кручении
Сосна	СССР	0,52	350	830	650	50	80	35	110	5,5
Ель обыкновенная	Европейская часть СССР	0,47	320	750	600	50	80	30	110	5,5
Пихта кавказская	Кавказ	0,44	340	720	580	50	75	35	100	5,0
Лиственница сибирская	Свердловская область, Восточная Сибирь	0,68	420	930	750	70	100	40	120	6,0
Ясень обыкновенный	Европейская часть СССР	0,71	400	1100	820	85	120	80	120	6,5
Ясень манчжурский	ДВК	0,68	350	1000	750	80	110	70	110	6,0
Дуб	Европейская часть СССР	0,70	400	1000	740	70	100	60	100	6,5
Бук	Кавказ	0,65	390	930	730	75	120	60	100	6,5
Береза черная и желтая	ДВК	0,73	450	1200	850	80	130	65	100	6,5
Липа	Европейская часть СССР	0,48	270	600	470	50	75	40	90	4,5
Бальза		0,18—0,27	94—220	150—240	—	38	—	—	68—96	—

1. Для клееной древесины с числом планок в сплошной части поперечного сечения от 4 до 8 расчетные величины следует повысить на 10% для предела прочности при сжатии вдоль волокон и статическом изгибе и на 15% для предела прочности при растяжении вдоль волокон. При числе планок свыше 8 расчетные величины следует повысить на 15% для предела прочности при сжатии вдоль волокон и статическом изгибе, на 20% для предела прочности при растяжении вдоль волокон и на 10% для модуля упругости.

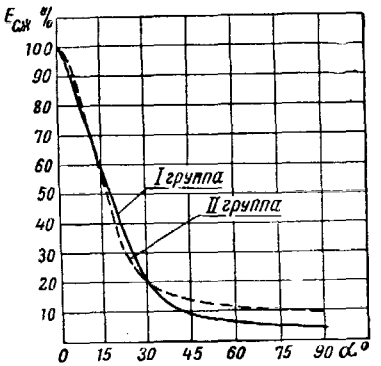
2. Расчетные величины даны для влажности древесины 15%.

В среднем ±1% влажности изменяет предел прочности при сжатии на ∓4%.

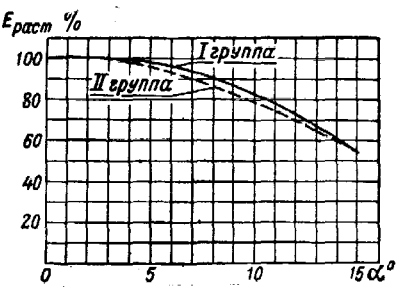
3. Предел пропорциональности при растяжении и сжатии вдоль волокон равен 0,75 соответствующего предела прочности.

4. Сопротивление смятию можно принимать равным сопротивлению сжатию в соответствующем направлении.

Для сосны перпендикулярно волокнам можно принимать $\sigma_{см} = 60$ *кг/см*^{2}. Сопротивление смятию под болтами см. ч. III, гл. II.

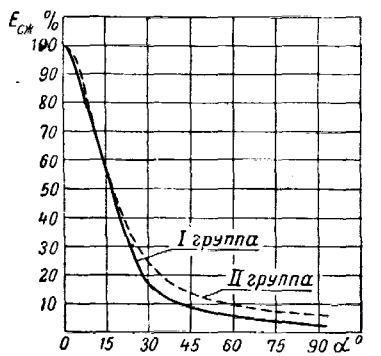


Фиг. II. 13. Модуль упругости сосны при сжатии.

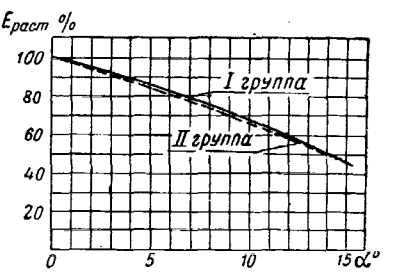


Фиг. II. 14. Модуль упругости сосны при растяжении.

5. На фиг. II. 13 до 16 приведены результаты испытаний ВИАМ по определению модуля упругости сосны и ели на растяжение и сжатие в зависимости от угла α наклона волокон к линии действия силы.



Фиг. II. 15. Модуль упругости ели при сжатии.



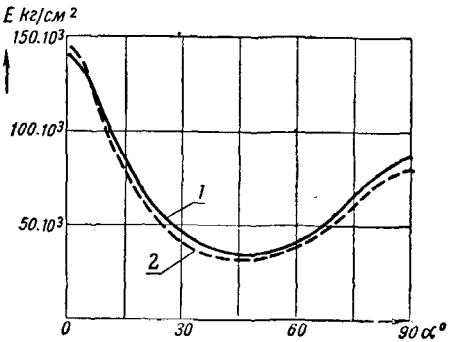
Фиг. II. 16. Модуль упругости ели при растяжении.

Испытания были проведены над образцами, вырезанными:

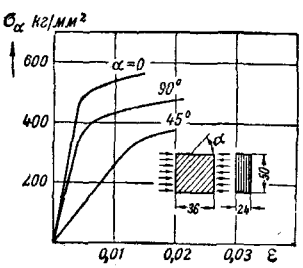
I группа — в тангенциальной плоскости;

II группа — в радиальной плоскости.

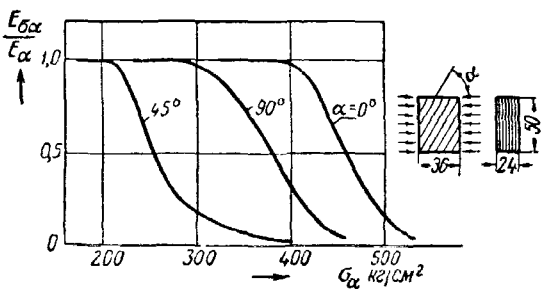
На фиг. II. 17 показана зависимость модуля упругости E бакелитовой фанеры от направления волокон, на фиг. II. 18 дана зависимость $\sigma_{b\ сжатия} = \sigma_\alpha$, на фиг. II. 19 — изменение $\frac{E_{\sigma\alpha}}{E_\alpha}$ от напряжения сжатия фанеры и на фиг. II. 20 — зависимость $\frac{G_\alpha}{G_0}$ от направления волокон.



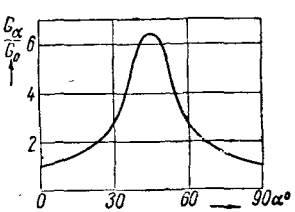
Фиг. II. 17. Модуль упругости бакелитовой фанеры. *1*—пятислойная, $\delta=3-4$ *мм*; *2*—трехслойная, $\delta=3$ *мм*.



Фиг. II. 18. Диаграмма сжатия фанеры.



Фиг. II. 19. Зависимость $\frac{E_{\sigma\alpha}}{E_\alpha}$ от напряжения сжатия в фанере σ_φ.
$E_{\sigma\alpha}$—касательный модуль;
E_α—модуль упругости ($\alpha^\circ=0^\circ$; 45° и 90°).



Фиг. II. 20. Зависимость модуля сдвига от направления волокон наружного слоя.
G_α—модуль сдвига с углом наклона волокон наружного слоя α°;
G_0—модуль сдвига при $\alpha=0^\circ$.

Таблица II. 10

Фанера авиационная 1-го сорта

Толщина фанеры в *мм*	Число слоев	Средний вес единицы объема в *г/см³*	σ_b при растяжении в *кг/см²*			$\frac{E}{1000}$ в *кг/см²*			$\frac{G}{1000}$ в *кг/см²*		τ_b при чистом срезе в *кг/см²*			τ_b при перекашивании в *кг/см²*		μ		
			вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки	вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки	вдоль волокон рубашки	под углом 45°	вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки	вдоль и поперек волокон рубашки	под углом 45°	вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки
1	3	0,80	750	300	450	130	28	65	8	42	200	450	250	150	180	0,07	0,71	0,04
1,5—2,5	3	0,80	750	250	450	130	28	65	8	42	150	400	200	150	180	0,07	0,71	0,04
2,5	5	0,80	750	300	600	120	30	80	9	45	200	400	200	180	180	0,08	0,67	0,05
3	3	0,80	750	250	410	130	28	65	8	42	150	350	200	150	180	0,07	0,71	0,04
3—4	5	0,80	750	300	600	120	30	80	9	45	150	350	200	180	180	0,08	0,67	0,05
5	5	0,77	750	300	500	120	30	80	9	45	150	350	200	180	180	0,08	0,67	0,05
6	5 и 7	0,77	700	300	450	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	7 и 9	0,77	610	300	450	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Примечание. Предел прочности для среза при перекашивании установлен для габаритов рабочего поля фанерной обшивки от 100×100 до 500×500 *мм*.

Для габаритов рабочего поля от 100×100 до 200×200 *мм* включительно для фанеры 1-го сорта расчетные нормы принимать на 10% выше табличных. Сопротивление смятию под болтами см. гл. II, ч. III.

Для фанеры перпендикулярно рубашке можно принять $b_{см}$=150 *кг/см²*.

Таблица II. 11

Фанера авиационная 2-го сорта

Толщина фанеры в *мм*	Число слоев	Средний вес единицы объема в *г/см³*	σ_b при растяжении в *кг/см²*			$\frac{E}{1000}$ в *кг/см²*			$\frac{G}{1000}$ в *кг/см²*		τ_b при чистом срезе в *кг/см²*			τ_b при перекашивании в *кг/см²*		μ		
			вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки	вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки	вдоль и поперек волокон	под углом 45°	вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки	вдоль и поперек волокон рубашки	под углом 45°	вдоль волокон рубашки	под углом 45°	поперек волокон рубашки
1—3	3	0,80	550	200	250	120	26	55	7,5	36	120	280	160	150	180	0,07	0,71	0,04
2,5—6	5	0,80	550	250	350	105	27	70	8,0	40	120	280	160	180	180	0,08	0,67	0,05
8	5	0,77	500	250	250													
6—10	7	0,77	500	250	250	100	25	75	7,0	40	120	280	160	150	180	0,06	0,70	0,06
10—12	9	0,77	450	250	250													
12	11	0,77	450	250	250													

Примечание. Предел прочности для среза при перекашивании установлен для габаритов рабочего поля фанерной обшивки от 100×100 до 500×500 *мм*.

Таблица II. 12

§ 8. Пластические материалы

Название и марка	σ_b раст	ε	$a_н$ кгсм/см²	τ_b	σ_b сж поперек волокон	σ_b сж вдоль волокон	E	G	σ_b изг	σ_p	σ_w	$\tau_{кручения}$	γ	Теплостойкость по Мартенсу
Слоистые пластики														
Текстолит ПТК	10,0	1	35	9	25	15	600—1000	224	16,0	2,6[1]	2,6[1]	5,0	1,3—1,4	125—120°
ПТ	8,5				23	13			14,5	5,0[2]				
ПТЭ	6,5		25	—	20	13			10,0	4,25[3] 2,1[4]				
Гетинакс														
Листовой А	8	1	20	6,0	—	—	1000—1800	256[4]	10	3,9[1]	—	3,6	1,3—1,4	150°
Электротехнический Б	10								15	8,0[2]	—			
Электротехнический В	8								10	7,0[3]	—			
Фибра листовая														
Авиационная конструкционная	9,5 ∥	10	80—100	—	8	—	700	—	8	—	—	—	1,2—1,4	105°
Флак К	5,5 ⊥	15	—	—	14	—	600	—	7	—	—	—	—	—
ОФ	2,0—4,5	10—12	80—100	—	4,5—8,0	—	—	—	4—5,5	—	—	—	1,0—1,5	—
Асботекстолит:														
Диски	8,0	20	—	—	—	10	—	—	8,5	—	—	—	1,8	150°
Тормозные ленты	—	30	—	—	—	10	—	—	10	—	—	—	2,0	200°
Балинит плиточный														
5БП-К-2	25—30	—	—	1,6—3,2	15,2—20,8	—	3400—4500	430	26,6—39,3	—	6,5	2,7	1,3—1,4	—
5БП-К	26—40	—	100—180	1,8—3,4	18,6—24,2	—	—		31,2—48	$0,8\sigma_b$		—		
5БП-К-4	36—35	—	—	2,0	16,0—18	—	—		30—34	—		—		

Балинит листовой														
БО1, БО7	8,5–17[5]	—	—	—	—	—	2000[6]	250[5] и [6]		$0,8\sigma_b$	4–6	—	1,25–1,45	—
БО2	7,0–14[6]	—	—	—	—	—	1800[6]							
	5,1–8[7]	—	—	—	—	—	800[7]	1200[7]						
БО3, БО4, БО5	8,5–17[5]	—	—	—	—	—	—	—		—	—	—	1,3–1,45	—
БО6, БО	7,0–14[5]	—	—	—	—	—	—	—		—	—			
	5,1–8[7]	—	—	—	—	—	—	—		—	—			
Дельта-древесина														
Листы А $b=1,5-3$ *мм*														
Для других толщин на 6—15% ниже	16–18,5[5]	—	—	7,3	—	—	1800	—	—	13–15	—	—	—	—
	12–16,0[6]	—	—	8,0	—	—	1600	—	—		4–6	—	—	—
	8,5–9,0[7]	—	—	11,0	—	—	800	—	—		—	—	—	—
Дельта-древесина														
Плиты А	26,5	—	80	7–10	17,5	—	2800–3350	172	26	—	—	3,5	1,25–1,4	—
Плиты Б	24	—			17	—								
Литые пластики														
Оргстекло	4–5,0	3–4	10	—	7,0	—	190–280	—	6,5	3,7	—	—	1,18	52[7]
Неолейкорит	4,0	—	8	—	—	—	250	—	6,0	—	—	—	—	—
Целлулоид[8]	3,0–5,0	10	82	—	—	—	140–280	80–100	—	—	—	—	1,34–1,4	40[7]

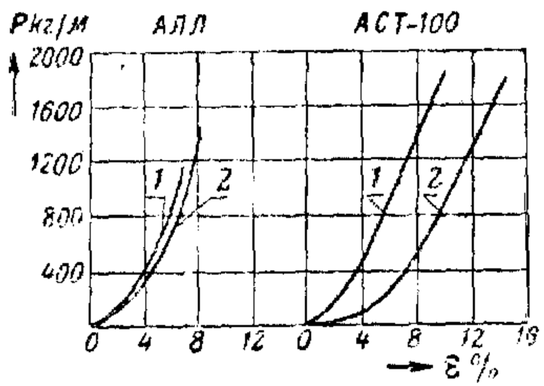
[1] При сжатии вдоль волокон.
[2] При изгибе вдоль волокон.
[3] При изгибе поперек волокон.
[4] При кручении.
[5] При растяжении вдоль волокон.
[6] При растяжении поперек волокон.
[7] При растяжении под 45° к направлению волокон.
[8] Для толщин 1—5 *мм*.

Таблица II. 13

§ 9. Самолетные ткани

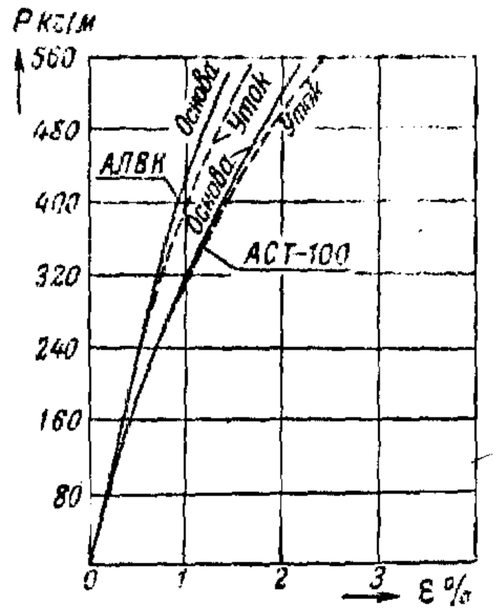
Название	Марка	Сопротивление разрыву в *кг/пог. м*		ε в %		Вес 1 $м^2$ в *г* при влажности (% в скобках)	Назначение
		по основе	по утку	по основе	по утку		
		среднее в куске	среднее в куске	среднее в куске не более	среднее в куске не более		
Ткань льняная авиационная легкая [1]	АЛЛ	1200	1200	10	10	165+5 (8,5%)	Обтяжка крыльев, фюзеляжа и оперения
То же крепкая	АЛК	1500	1500	10	10	185+5 (8,5%)	То же
„ высшей крепости [1]	АЛВК	1800	1800	10	10	220+10 (8,5%)	„
Ткань льняная авиационная разреженная	АЛР	800	800	—	—	125 (8,5%)	Оклейка деревянных частей самолета и подводных частей гидросамолетов
Ткань льняная рединка	АЛРК	900	900	6	6	125+5 (8,5%)	Оклейка деревянных винтов
Парусина авиационная льняная „Хаки“	АЛП	3300	1500	—	—	525 (8,5%)	Самолетные чехлы
Хлопчатобумажная авиационная мерсеризованная ткань	АМ-93	1450	1350	11	11	153+7 (6,5%)	Обтяжка крыльев, фюзеляжа и хвостового оперения
То же	АМ-100	1200	1150	10	10	127+7 (6,5%)	То же

Хлопчатобумажная авиационная суровая тяжелая [1]	АСТ-100	1800	1750	15	15	195+10 (6,5%)	То же
Парусина хлопчатобумажная авиационная суровая	АПС	3000	2500	—	—	515+15 (6,5%)	Чехлы самолетов, оклейка поплавков, обтяжки пловучих якорей



Фиг. II.21. Диаграммы растяжения нелакированных тканей АЛЛ и АСТ-100.

1—основа; *2*—уток.



Фиг. II.22. Растяжение лакированных тканей АСТ-100 и АЛВК.

Лента поясная авиационная 72 *мм* цвет „Хаки"	—	$P_{разр}$=325 *кг*	—	22,5	—	93 *г/пог. м* (6,5%)	Поясные ремни
Лента поясная авиационный 28 *мм* суровая	—	$P_{разр}$=325 *кг*	—	23,0	—	80 *г/пог. м* (6,5%)	То же
Перкаль расшлихтованный	А1	900	840	10	15	100+3	Для обтяжки крыльев легких самолетов
Перкаль суровый	А85						
То же	Б1	520	520	> 5	> 8	65	Для парашютов

[1] См. фиг. II, 21 и 22.

Таблица II. 14

§ 10. Припои и легкоплавкие сплавы

Название	Марка	Состав	σ_b	τ_b	$a_н$	$\alpha \cdot 10^6$	γ	$t°$ плавления	Примечание
Олово	—	Sn	2	2,2	5,3	22,4	7,3	—	—
Припой оловянно свинцовый	ПОС-90	Цифры в марке показывают содержание олова в %, остальное – свинец с небольшой примесью сурьмы	4,3	2,7	1,8	26	7,6	220—280	Мягкие припои
То же	ПОС-40		3,2	3,7	4,7	25	9,3		
»	ПОС-30		3,3	2,9	4,7	26,5	9,7		
»	ПОС 18	—	2,8	2,5	3,9	26	10,2		
Припой свинцово-оловянно-сурьмяный	ПОС 4–6	3–4% Sn, 5–6% Sb, ост. Pb	5,8	3,6	0,8	—	10,7		
Свинец	—	Pb	1,8	1,3	2,1	29,5	11,37	—	—
Медноцинковый припой	ПМЦ42	Цифры в марке показывают среднее содержание меди в %, остальное цинк	—	—	—	22	8,1	830—885	Твердые припои
То же	ПМЦ47		21	—	—	21	8,2		
»	ПМЦ52		26	—	—	21	8,3		
Сплав легкоплавкий	—	50% Bi, 25% Pb, 25% Sn	—	—	—	—	—	94	—
То же	—	14,4% Cd, 33% Pb, 33,4% Bi, 19,2% Sn	—	—	—	—	—	65,5	—

§ 11. Резиновые материалы

(В таблице приведены ориентировочные данные. Для выбора марок надо обращаться к каталогам и техническим условиям)

Таблица II. 15

Назначение	σ_b *кг/см²*	ε % при разрушении	γ	Условия работы
Амортизационные пластины, буфера	120	400—440	1,35	Переменные нагрузки, вибрации при t° от +40 до −45°С
Шнур резиновый амортизационный	180	700	1,0	До t°=−45°С
Авиапокрышки	160	500	1,35	—
Кольца и прокладки	65	300	1,45	В масле, бензине; при t° от +60 до −45°С
Изделия из синтетического каучука натрий-бутадиенового (СК-Б.)	35—40 до 70	200—300 до 400	1,07—1,2 до 1,37	—
Изделия из синтетического каучука	80—100 до 120	350—450 до 650	1,3—1,4	—
Изделия из натурального каучука (НК)	100—150 до 250	450—550 до 800	1,05—1,2 до 1,46	—

§ 12. Клеи

Таблица II. 16

Название	Марка	Крепость на скалывание в *кг/см²*	Крепость на скалывание после смачивания в течение 24 час.	Крепость на отрыв в *кг/см²*	Крепость на отрыв ткани в *кг/см*	Назначение
Холодно-полимеризующийся смоляной	ВИАМ Б3	Среднее ≥ 130	—	Фанера с сосною 16—24	—	Склейка древесных материалов; защитные покрытия деревянных конструкций
Казеиновый	В-105	≥ 100	≥ 70	Сосновые бруски 11—19	—	Склейка древесных, текстильных и бумажных материалов
Нитроклей	АК-20	—	—	Полотно-дуралюмин 3—5	Полотно-фанера 8—10 Полотно-плексиглас 10—11	Склейка ткани с древесиной и металлом (с выдержкой при t° ≥20°С, в течение 3—4 суток).
Столярный (мездровый, костяной)	—	60—80	неводоупорен	—	—	Склейка древесных, бумажных и текстильных материалов
Резиновый	№ 4	—	—	При склейке сурового миткаля	≥ 7	Склейка резиновых изделий, ткани и кожи
Резиновый	№ 8	—	—	При склейке сурового миткаля	≥ 4	То же

Продолж. табл. II. 16

Название	Марка	Крепость на скалывание в $кг/см^2$	Крепость на скалывание после смачивания в течение 24 час.	Крепость на отрыв в $кг/см^2$	Крепость на отрыв ткани в $кг/см$	Назначение
Карбинольный	—	200	—	—	—	Склейка металла с металлом
То же	—	80—100	—	—	—	Склейка стекла и металла с пластмассой
»	—	80—90	—	—	—	Склейка фибры, эбонита
Карбамидный	КМ-12	Образцы из ясеня 130	90	—	—	Склейка древесных материалов, бумажных, текстильных и пластмасс
То же	КМ-3	—	—	—	—	То же
Полиметакриловый	—	(на 80 образцах из плексигласа)	—	—	—	Склеивание плексигласа (органического стекла)

§ 13. Влияние скорости нагружения на прочность при растяжении

Скорость нагружения мало влияет на непластичные материалы (хрупкие) и значительно на пластичные. При увеличении скорости нагружения повышается предел прочности, но еще более растет предел текучести, так как при большой скорости нагружения пластические деформации не успевают развиться. При ударных нагрузках предел текучести приближается к пределу прочности и возможно явление хрупкого разрушения, так как неравномерность распределения напряжений и влияние формы при динамических нагрузках сказываются сильнее.

При обычных температурах и скоростях нагружения характеристики практически не изменяются, но при высоких температурах с появлением ползучести характеристики от скорости зависят очень заметно.

Приводим несколько диаграмм растяжения образцов из алюминиевых сплавов и стали при разных скоростях нагружения (фиг. II. 23, 24, 25 и 26).

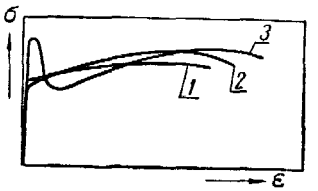
§ 14. Влияние температуры на механические свойства

Упругие свойства обычных конструкционных сталей при температуре выше 600° С можно считать исчезающими. С понижением температуры предел прочности растет, достигает некоторого максимума при 300—200° С и около 100° С имеет небольшой минимум, а далее снова растет. Предел текучести растет более плавно; при низких температурах он приближается к пределу прочности вместе с уменьшением пластических свойств.

Алюминиевые сплавы ведут себя аналогично, но теряют механические свойства при температуре около 400° С.

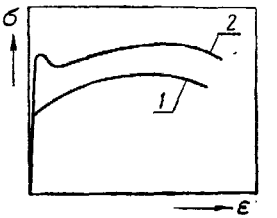
Специальные жароупорные и жаростойкие стали могут работать при более высоких температурах, чем конструкционные.

Влияние температуры на механические свойства некоторых сталей, алюминиевых сплавов, бронз и органического стекла приведено в табл. II. 17—25.



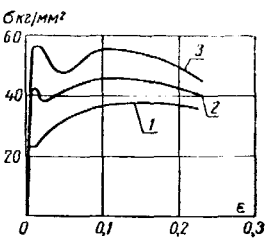
Фиг. II. 23. Растяжение образцов из Д17.

1—статическое; *2*—при $V=14$ *м/сек*; *3*—при $V=46$ *м/сек*.



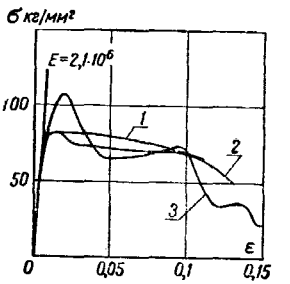
Фиг. II. 24. Растяжение образцов из Д16.

1—статическое; *2*—при $V=19{,}5$ *м/сек*.



Фиг. II. 25. Растяжение образцов из углеродистой стали.

1—статическое; *2*—при $V=3$ *м/сек*; *3*—при $V=37$ *м/сек*.



Фиг. II. 26. Растяжение образцов из хромомолибденовой нормализованной стали.

1—статическое; *2*—при $V=18$ *м/сек*; *3*—при $V=46$ *м/сек*.

Таблица II. 17

Влияние температуры на механические свойства алюминиевых сплавов

Марка	Механические свойства	Температура в $t°$ С					
		25	150	200	260	315	370
АМгП	σ_b	27,5	22,5	17,5	8,5	5,5	3,5
	σ_s	24	19	8	5,5	3	2
Д18	σ_b	30	21	12	5,5	3	2
	σ_s	17	18	9	4	2	1,5
Д1	σ_b	43,5	28	18	9	4	3
	σ_s	28	24	15	6,5	2,5	2
Д16	σ_b	48	29,5	19,5	10	5,5	3
	σ_s	31,5	24,5	16	7	4	2,5
АК2	σ_b	44,5	34,5	—	8	—	3
	σ_s	33	31	—	5	—	2
АК4	σ_b	43	36	—	31	—	11
АК8	σ_b	49,5	30,5	12	7	4,5	3,0
	σ_s	38,5	27,5	9	6	3,0	2,5
	ε %	14	14	28	32	45	55

Таблица II. 18

Влияние температуры на механические свойства углеродистой стали 10

t °С	−180	−80	−40	+15	+100	+200	+300	+500
σ_b	82,2	45	40,5	32	30,6	40	38,5	20
σ_s	78	37	29,4	18	20,4	20,9	10,6	8,3
ε %	—	33	38	31	18	16	24	33
$a_н$	0,41	0,58	2,3	—	14,9	14,3	13,2	9,27

Таблица II. 19

Влияние температуры на механические свойства углеродистой стали 20

t °C	−140	−100	−70	−40	+15	+100	+200	+300	+400	+500
σ_b	68	63	61	55	40	38	48	44	36	25
σ_s	44—65	41—51	35—49	38,6	24	22	24	16	13,5	10
ε %	34	30	34	33	25	22	16	24	29	29

Таблица II. 20

Влияние температуры на механические свойства углеродистой стали 40

t °C	100	200	300	500
σ_b	70	72	80	45
σ_p	42	40	35	22
ε %	22	20	19	20

Таблица II. 21

Влияние температуры на механические свойства стали 45ХА

t °C	800	900	1000
σ_b	8,9	4,3	2,6
ε %	21,2	14	15,8

Таблица II. 22

Влияние температуры на механические свойства стали 40ХФА

t °C	100	200	300	400
σ_b	97	92,4	86,2	87,3
σ_s	89,1	82,4	76,2	—
ε %	23,2	22,4	18,7	28,0

Таблица II. 23

Влияние температуры на механические свойства некоторых оловянистых бронз

Марка бронзы	Механические свойства	Температура t °С			
		20	200	300	500
БрО-10	σ_b	25	20	13	—
	$a_н$	6	—	3	—
	ε %	11	11	5	—
БрОФ6,5-04	σ_b	30	35	—	23
	$a_н$	6	8	—	5
	ε %	25	25	—	10

Таблица II. 24

Влияние температуры на механические свойства специальных бронз

Марка бронзы	Механические свойства	Температура t° С							
		20	100	200	300	400	500	600	700
БрАМц9-2	σ_b	42	—	—	—	—	18	9	1,5
	ε %	25	—	—	—	—	11	17	40
БрАЖМц10-3-1,5	σ_b	50	—	—	—	—	—	24	5
	ε %	20	—	—	—	—	—	38	23
	$a_н$	7	—	—	—	—	4,5	6,5	5,5
Б2 литая	σ_b	50	50	50	50	—	—	—	—
	ε %	20	25	22	15	—	—	—	—
	σ_b сж	185	175	170	170	—	—	—	—
	$a_н$	6,7	6,8	8	6	—	—	—	—
БрАЖН10-4,4	σ_b	60—70	60—65	—	47	—	30	—	—
	σ_s	27	—	—	23	—	21	—	—
	ε %	10	—	—	10	—	8	—	—
	$a_н$	4	4	—	4	—	1,5	—	—

Таблица II. 25

Влияние температуры на механические свойства органического стекла

Механические свойства	δ *мм*	*t* °C				
		+40	+10	−30	−60	−75
σ_b растяж. *кг/см²*	5	350	610	—	995	1000
	10	405	600	—	—	1065
σ_b сжат *кг/см²*	10	615	1310	—	—	3005
$a_н$ *кгсм/см²*	5	10,2	10,4	11,0	—	11,8
	10	15,2	17,3	—	14,3	19,8

§ 15. Некоторые физические свойства материалов

1. *Коэффициенты теплопроводности* некоторых материалов в $\frac{кал}{см\ сек\ град}$ в интервале от 0 до 100° С.

Углеродистая сталь	0,193—0,162 (с повышением содержания углерода понижается)
Сталь 40ХФ	0,125
„ 30ХМА	0,102
„ 40ХС	0,088
„ 30ХГСА	0,09
„ 35ХМФ	0,10
„ 12ХН3	0,09
„ 18ХНВ	0,057
Бронзы специальные	0,14—0,26
Бронзы оловянистые	0,082—0,22
Алюминиевые сплавы	0,3—0,4
Электрон	0,18—0,31
Латунь	0,2—0,26
Томпак	0,585
Стекло	0,0012—0,0028
Вода	0,0012—0,0017
Воздух	0,00057
Серебро	1,0
Лед	0,0066

2. *Коэффициенты линейного расширения* некоторых материалов на 1° в интервале ~20÷100° С.

Углеродистая сталь	$11{,}1 \div 11{,}6 \cdot 10^{-6}$
Сталь 30ХГСА	$11{,}0 \cdot 10^{-6}$
„ 20Г	$12{,}3 \cdot 10^{-6}$
„ 30ХМА	$12{,}3 \cdot 10^{-6}$
„ 45Х	$12{,}8 \cdot 10^{-6}$
„ 40ХС	$11{,}7 \cdot 10^{-6}$
„ 35ХМФ	$11{,}3 \cdot 10^{-6}$
„ 30ХН3	$11{,}6 \cdot 10^{-6}$
„ 18ХНВ	$14{,}5 \cdot 10^{-6}$
Бронзы оловянистые	$17 \div 19 \cdot 10^{-6}$
„ специальные	$16 \div 20 \cdot 10^{-6}$
Алюминиевые сплавы	$20 \div 24 \cdot 10^{-6}$
Латунь	$16 \div 21 \cdot 10^{-6}$
Электрон	$28{,}5 \cdot 10^{-6}$
Плексиглас	$130 \cdot 10^{-6}$
Целлулоид	$100 \cdot 10^{-6}$
Магний	$26 \cdot 10^{-6}$
Стекло	$4 \div 11{,}5 \cdot 10^{-6}$

§ 16. Коэффициенты трения

Таблица II. 26

Коэффициенты трения скольжения при небольшом давлении (от 1,0 до 1,5 *кг/см²*)

Пара (трущиеся тела)	Трение скольжения				Трение покоя			
	сухие поверхности	слабая смазка	нормальная смазка	с водой	сухие поверхности	слабая смазка	нормальная смазка	с водой
Бронза по бронзе	0,20	—	—	—	—	—	—	—
Бронза по чугуну	0,21	0,15	—	0,31	—	0,16	—	—
Бронза по железу	0,18	0,16	—	—	0,19	—	—	—
Железо по железу	0,14	—	—	—	—	0,13	—	—
Чугун по стали	0,15—0,18	0,1	—	—	—	—	—	—
Сталь по стали	0,18—0,5	0,09	0,04	—	—	—	0,12-0,11	—
Кожа по чугуну	0,56	0,23	0,15	0,36	—	0,28	0,12	0,38
Металл по дереву	0,5—0,2	—	0,08—0,02	—	0,6—0,5	—	0,1	—
Дерево по дереву	0,4—0,2	—	0,16—0,04	—	0,65	—	0,2	—

См. также табл. II. 7 и 8.

Таблица II. 27

Сравнительная таблица коэффициентов трения

Пара (трущиеся тела)	При удельном давлении					
	Без смазки в *кг/см²*		Смазка маслом в *кг/см²*		Смачивание водой в *кг/см²*	
	14	35	14	35	14	35
Текстолит—сталь	0,352	0,267	0,017	0,039	0,072	0,092
Текстолитовая крошка—сталь	0,256	0,290	0,03	0,041	0,112	0,100
Оловянистая бронза—сталь	0,377	0,472	0,021	0,026	0,536	—
Тормозная лента—сталь[1]	0,33	—	0,11	—	0,13	—

Для тормозной ленты по стали в зависимости от длительности работы:

f=0,5—0,24 при сухих поверхностях;

f=0,1—0,15 при слабой смазке (замасливании) поверхностей.

[1] При удельном давлении 10 *кг/см²* и скорости 0,4 *м/сек*.

Глава III

ПОЛУФАБРИКАТЫ И ЭЛЕМЕНТЫ КОНСТРУКЦИЙ

§ 1. Проволока, тросы, ленты, тандеры

Таблица II. 28

Марка		ОВС			ВС		К	
Применение / Размеры		Расчалки с туронами, пружины			Туроны		Для контровки и обвязки	
диаметр проволоки d в *мм*	площадь сечения в *мм*²	σ_b *кг/мм*²	разрушающая нагрузка по целому в *кг*	разрушающая нагрузка в ушке с туроном в *кг*	σ_b *кг/мм*²	разрушающая нагрузка в *кг*	σ_b *кг/мм*²	разрушающая нагрузка в *кг*
0,3	0,070	210	15	—	—	—	—	—
0,4	0,125	210	26	—	—	—	—	—
0,5	0,196	200	39	—	160	31	—	—
0,6	0,283	200	56	—	160	45	—	—
0,7	0,385	200	77	—	160	61	—	—
0,8	0,503	190	95	—	160	80	—	—
0,9	0,636	190	121	—	160	102	—	—
1,0	0,785	190	149	90	160	125	45	35
1,2	1,131	180	203	122	150	170	45	51
1,4	1,539	180	277	166	150	230	45	69
1,6	2,010	180	362	217	150	301	45	90
1,8	2,545	175	445	267	140	356	45	114
2,0	3,142	175	550	330	140	440	45	141
2,3	4,155	170	706	424	—	—	45	187
2,5	4,909	170	834	500	130	638	45	221
3,0	7,069	165	1166	700	120	848	45	318
3,5	9,621	160	1539	924	115	1106	45	433
4,0	12,666	150	1885	—	110	1380	45	565
4,5	15,904	145	2305	—	105	1670	45	715
5,0	19,685	140	2746	—	100	1963	45	884

Примечание. Разрушающая нагрузка в ушке с туроном соответствует большим деформациям (вытяжке) в заделке. Разрыв заделки наступает при бо́льших нагрузках (на 20÷25%).

В табл. II. 28 даны нижние пределы прочности.

Таблица II. 29

Стальные ленточные расчалки

d *мм*	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16
F *мм*²	2,25	4,78	8,45	11,74	19,44	23,5	31,79	39,54	47,58	52,77	76,04	97,32
$P_{разр}$ *кг*	260	480	800	1230	1820	2300	3100	3650	4600	5300	7300	10100

Практически прочность ленточных расчалок на 15—20% превышает указанную в табл. II. 29.

Следует иметь в виду, что плоские ленты-расчалки, применяемые в качестве внутренних элементов конструкции, имеют площадь примерно в два раза бо́льшую, чем соответствующие номера овальных лент.

Таблица II. 30

Разрушающие усилия для заделки тросов на стальной коуш с заплеткой

Диаметр троса d в *мм*	2	3	3,5	4	5	6	7	8	9
$P_{разр}$ *кг*	275	640	760	1080	1520	2060	3180	3760	4900

Примечание. При заделке троса обжатием в наконечник из стали С45 или Я1 или Я2 на длине $> 10 \div 15d$ и при площади сечения наконечника, обеспечивающей достаточную его прочность, прочность троса в заделке не уменьшается. Предел прочности стали Я1 и Я2 $\sigma_b = 58$ *кг/мм*² при $\varepsilon = 40\%$.

Таблица II. 31

Разрушающие усилия для тандеров

(втулка и ушки из стали 45)

Диаметр резьбы в *мм*	3	4	5	6	7	8	9	11	12	14	16
$P_{разр}$ *кг*	230	370	580	950	1180	1700	2310	3020	3820	5700	6790

Модуль упругости тросов $E \approx 1{,}8 \cdot 10^6$ *кг/см*².

Слабым местом тросовой проводки является заплетка; разрывающее усилие для самих тросов см. в табл. II. 32—35.

Таблица II. 32

Разрушающие усилия для тросов

а) Канат спиральный 1×7=7 проволок

Диаметр (условный) каната d в *мм*	1	1,5	1,8
Площадь сечения F в *мм*²	0,64	1,37	1,98
$P_{разр}$ *кг*	110	225	325

Таблица II. 33

б) Трос 7×7=49 проволок без органической сердцевины

Диаметр троса (условный) d в *мм*	1,8	2	2,5	3	3,5	4,5
Площадь сечения F в *мм*²	1,54	2,22	3,02	4,45	6,17	9,60
$P_{разр}$ *кг*	260	380	500	760	1050	1550

Таблица II. 34

в) Трос 7×19=133 проволоки без органической сердцевины

Диаметр троса (условный) d в *мм*	3	3,5	4	5	6	7,5	8	9,5
Площадь сечения F в *мм*²	4,18	6,01	8,19	12,08	16,76	26,07	31,65	44,2
$P_{разр}$ *кг*	750	900	1270	1800	2440	3770	4460	6450

Таблица II. 35

г) Трос 6×19=114 проволок с органической сердцевиной

Диаметр троса (условный) d в *мм*	3	3,5	4	5
Площадь сечения F в *мм*²	3,58	5,16	7,02	10,35
$P_{разр}$ *кг*	650	800	1100	1600

§ 2. Шарикоподшипники

Шарикоподшипники, применяемые в конструкции самолета, работают с небольшими скоростями. Их подбирают не по допускаемым нагрузкам и по соображениям долговечности, а по разрушающим нагрузкам. Приведенные в табл. II. 36 данные являются ориентировочными, хотя и проверенными на практике. Таблица II. 36 не претендует на полноту.

При испытаниях шарикоподшипников понятие «смятие», «заедание» являются условными; при расчетах следует руководствоваться более точными данными о разрушающих нагрузках. В случае применения неиспытанных типов или номеров шарикоподшипников рекомендуется провести испытания.

Для ориентировочных расчетов радиально-сферических подшипников можно пользоваться формулой:

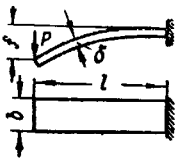
$$P_{разр}=700\left(\frac{d_1 d_2}{d_2-d_1}\right)^2 n \quad (кг),$$

где d_1 — диаметр шарика в *см*;
d_2 — внутренний диаметр внешней обоймы в *см*;
n — число шариков.

Таблица II. 36

Статические нагрузки на шарикоподшипники

Тип шарикоподшипника	№ подшипника	Диаметр вала в *мм*	Наружный диаметр подшипника в *мм*	Число шариков	Диаметр шарика в *мм*	Радиальная нагрузка в *кг*			Аксиальная нагрузка в *кг*		
						смятие	заедание	разрушение	смятие	заедание	разрушение
Радиальные однорядные	5	5	19	6	4	—	—	—	1000	—	—
	6	6	19	6	4	—	—	1200	—	—	800
	8	8	25	7	4	—	—	—	2100	—	—
	200	10	30	6	5,5	—	—	—	—	—	2300
	201	12	32	7	5,5	—	—	—	2500	—	—
	202	15	35	8	5,5	—	—	—	—	—	4700
Радиально-сферические двухрядные	1005	5	19	16	3,1	900	1200—1750	2400—2500	—	—	1000
	1006	6	19	16	3,1						
	1007	7	22	20	3,1						
	1008	8	22	20	3,1	1180	1780	2400	—	—	1600
	1009	9	26	18	4	—	—	—	—	—	2000
	1200	10	30	18	4,7	1200—1500	2100—2300	4650	—	—	2000—2100
	1201	12	32	20	4,7			5200	1600	—	
	1202	15	35	20	4,7			6300	—	—	



Фиг. II. 27.

§ 3. Пружины

Таблица II. 37

Пластинчатые пружины

Материал У8А и У9А; $\sigma_в \geqslant 75$ *кг/мм*²
(Усилия и прогибы при напряжениях σ *кг/мм*², указанных в нижней строке таблицы)

δ *мм*	0,5			0,8			1,0			1,5			1,8		
ширина *b* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*
8	86,7	2,07	50												
8	57,8	4,65	75	118	0,75	50	257	2,55	75	—	—	—	—	—	—
10	72,2	4,65	75	278	1,29	50	289	2,33	75	—	—	—	—	—	—
10	54,2	8,27	100	185	2,91	75	217	4,13	100	—	—	—	—	—	—

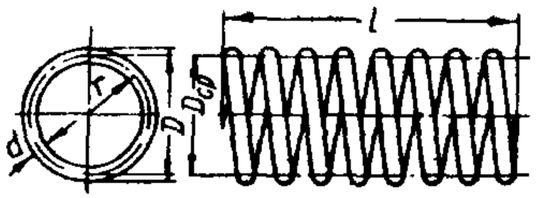
Продолжение табл. II. 37

δ *мм*	0,5			0,8			1,0			1,5			1,8		
ширина *b* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*
16	86,9	8,27	100	294	2,89	75	303	3,51	100	—	—	—	—	—	—
16	69,5	12,9	125	222	5,16	100	243	5,65	125	960	1,43	75	—	—	—
20	—	—	—	277	5,11	100	347	6,44	125	1200	1,43	75	—	—	—
20	—	—	—	222	7,99	125	289	9,27	150	900	2,56	100	1730	1,19	75
20	—	—	—	—	—	—	217	16,4	200	600	5,70	150	1296	2,12	100
25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	750	5,72	150	1620	2,12	100
25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	643	7,68	175	1296	3,31	125
25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	563	9,54	200	1080	4,76	150
30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	675	10,2	200	1296	4,77	150
30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1107	6,46	175
30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	972	8,66	200
35	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1134	9,35	200
35	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
35	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
σ *кг/мм²*	13			13			13			12			12		

Продолжение табл. II. 37

δ *мм*	2			3			4			5			6		
ширина *b* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*	усилие *P* на конце	прогиб *f* в *мм*	длина *l* в *мм*
8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
16	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
25	2000	1,91	100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
25	1600	2,98	125	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
25	1334	4,29	150	2260	5,08	200	—	—	—	—	—	—	—	—	—
30	1600	4,38	150	2700	5,08	200	2933	7,86	300	4583	6,29	300	6600	5,24	300
30	1371	5,84	175	2160	8,03	250	2200	14,0	400	3436	11,2	400	4950	9,32	400
30	1200	7,62	200	1965	9,6	275	1956	17,7	450	3056	14,1	450	4400	11,7	450
35	1400	7,62	200	2250	9,6	275	2282	17,7	450	3564	14,1	450	5133	11,7	450
35	934	17,1	300	2070	11,5	300	2054	21,8	500	3210	17,9	500	4620	14,5	500
35	700	30,5	400	1550	20,3	400	1711	31,4	600	2674	25,2	600	3850	20,9	600
40	800	30,5	400	1800	20,3	400	1974	31,4	600	3057	25,2	600	4390	20,9	600
40	—	—	—	1440	31,7	500	1692	43,2	700	2619	34,2	700	3780	28,5	700
40	—	—	—	—	—	—	1579	49,6	750	2445	39,3	750	3520	32,7	750
45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2576	44,7	800	3500	42,1	850
σ *кг/мм²*	12			12			11			11			11		

Таблица II. 38



Фиг II. 28.

Цилиндрические винтовые пружины, работающие на растяжение и сжатие

Принято $G=7800$ *кг/мм²*; $P=\dfrac{\pi d^3 \tau_{max}}{4\,(d+2D_{ср})}$; $f=\dfrac{8\,D_{ср}^3\,P}{Gd^4}$ (прогиб одного витка)

(Усилия и прогибы при напряжениях, указанных в нижней графе)

d мм	0,5		0,8		1		1,2		1,6		2		2,5		3		4		5	
D мм	*P кг*	*f мм*	*P кг*	*f мм*	*P кг*	*f мм*	*P кг*	*f мм*	*P кг*	*f мм*	*P кг*	*f мм*	*P кг*	*f мм*	*P кг*	*f мм*	*P кг*	*f мм*	*P кг*	*f мм*
3	0,98	0,25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4	0,72	0,51	3,07	0,25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5	0,57	0,85	2,40	0,40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6	0,47	1,28	2,00	0,70	3,57	0,46	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7	0,40	1,80	1,68	1,00	3,02	0,67	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
8	0,35	2,77	1,46	1,36	2,62	0,92	4,59	0,67	11,17	0,46	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
9	0,31	3,12	1,29	1,78	2,31	1,21	4,05	0,95	9,81	0,62	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10	0,28	4,40	1,15	2,27	2,07	1,57	3,62	1,33	8,74	0,81	17,45	0,57	—	—	—	—	—	—	—	—
11	—	—	1,04	2,77	1,87	2,18	3,27	1,52	7,89	1,03	15,71	0,73	—	—	—	—	—	—	—	—
12	—	—	0,95	3,36	1,71	2,33	2,98	1,86	7,18	1,27	14,28	0,92	—	—	—	—	—	—	—	—
13	—	—	0,87	3,99	1,57	2,79	2,74	2,23	6,59	1,53	13,66	1,28	—	—	—	—	—	—	—	—
14	—	—	0,81	4,69	1,45	3,28	2,54	2,63	6,09	1,82	12,08	1,34	21,66	0,87	—	—	—	—	—	—
16	—	—	0,70	6,24	1,27	4,38	2,21	3,54	5,30	2,48	10,47	1,84	18,72	1,21	—	—	—	—	—	—
18	—	—	—	—	1,12	5,67	1,95	4,58	4,68	3,27	9,25	2,58	16,48	1,65	28,92	1,24	—	—	—	—
20	—	—	—	—	1,00	7,10	1,75	5,76	4,20	4,09	8,27	3,09	14,73	2,07	25,79	1,60	—	—	—	—
22	—	—	—	—	—	—	1,59	7,02	3,79	5,04	7,50	3,82	13,31	2,59	23,28	2,02	50,27	1,18	—	—
25	—	—	—	—	—	—	1,39	9,29	3,32	6,66	6,55	5,13	11,63	3,48	20,3	2,74	47,71	1,65	87,3	1,15
30	—	—	—	—	—	—	—	—	2,75	9,87	5,42	7,62	9,60	5,24	16,75	4,17	35,91	2,55	71,5	1,83
35	—	—	—	—	—	—	—	—	2,35	13,7	4,62	10,64	8,18	7,37	14,24	5,91	30,46	3,67	60,4	2,67
40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4,03	14,17	7,13	9,87	12,39	7,95	26,46	4,98	52,4	3,69
45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3,57	18,20	6,31	12,72	10,97	10,29	23,38	6,51	46,2	4,85
50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	5,66	15,94	9,84	12,93	20,94	8,23	41,3	6,10
	$\tau_{max}=55$ *кг/мм²*				$\tau_{max}=50$ *кг/мм²*								$\tau_{max}=45$ *кг/мм²*				$\tau_{max}=40$ *кг/мм²*			

§ 4. Графики для расчета проушин

В графиках (фиг. II. 29, 30 и 31) для расчета проушин предполагается, что сила действует вдоль оси y проушины.

§ 5. Расчетные данные болтов и винтов

Разрушающие усилия на срез для болтов в табл. II. 39 даны по нижнему пределу.

Таблица II. 39

Данные для расчета болтов и винтов

D мм	f по нарезке мм²	Разрушающие усилия при работе болтов на срез и на разрыв в кг: на срез			на разрыв			D мм	f по нарезке мм²	Разрушающие усилия при работе винтов на разрыв в кг	
		Ст. 45	30ХГСА	Д1	Ст. 45	30ХГСА	Д1			Ст. 25	Д1
3	4,17	300	495	163	250	460	158	1	0,45	20	17
4	7,2	537	883	290	430	790	275	1,4	0,92	41	35
5	11,9	843	1370	450	715	1310	450	1,7	1,45	62	55
6	16,7	1220	1980	650	1000	1835	635	2	1,63	70	62
7	24,7	1650	2700	885	1480	2720	940	2,6	3,06	132	116
8	30,8	2160	3530	1160	1850	3390	1170	3	4,17	180	158
10	49,2	3377	5500	1800	2950	5415	1870	4	7,2	310	275
12	77,2	4855	7920	2600	4635	8500	2930	5	11,9	510	450
14	111,5	6610	10770	3540	6690	12270	4235	6	16,7	720	630
16	152,1	8650	14100	4630	9130	16740	5780	8	30,8	1320	1170
18	199	11000	17800	5860	11920	21900	7560	10	49,2	2120	1870
20	252,0	13500	22000	7230	15120	27750	9590				
22	311,5	16400	26600	8740	18690	34250	11820				
24	377,2	19400	31650	10400	22600	41500	14300				
27	487,5	24600	40100	13200	29250	53650	20950				
30	612,1	30400	49500	16200	36750	67400	23300				

Данные в таблице соответствуют следующим характеристикам:

Ст. 45 $\sigma_b=60$ кг/мм² $\tau_b=43$ кг/мм²
30ХГСА $\sigma_b=110$ „ $\tau_b=70$ „
Д1 $\sigma_b=38$ „ $\tau_b=23$ „
Ст. 25 $\sigma_b=43$ „

§ 6. Расчет заклепок

Заклепки в шве работают на срез иначе, чем при испытании в приспособлении, вследствие увеличения диаметра и изменения структуры под влиянием «наклепа».

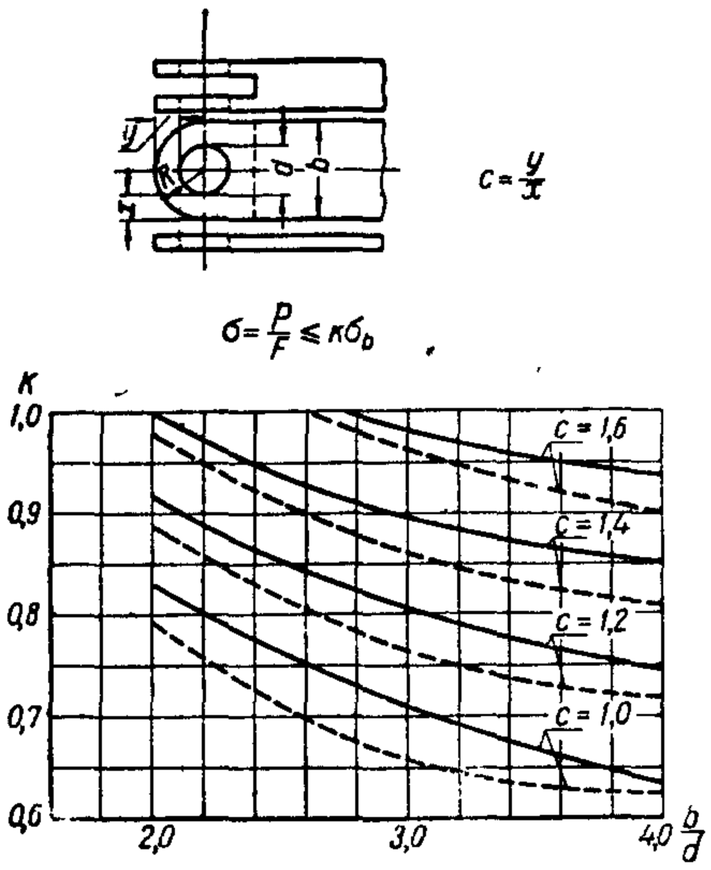
В табл. II. 41, II. 42 расчетные напряжения даны для условий работы заклепочного шва.

Таблица II. 40

Диаметры заклепок и отверстий для них

Диаметр заклепки в мм	2	2,6	3	3,5	4	5	6	7	8
Диаметр отверстия в мм	2,2	2,8	3,2	3,7	4,2	5,3	6,3	7,5	8,5

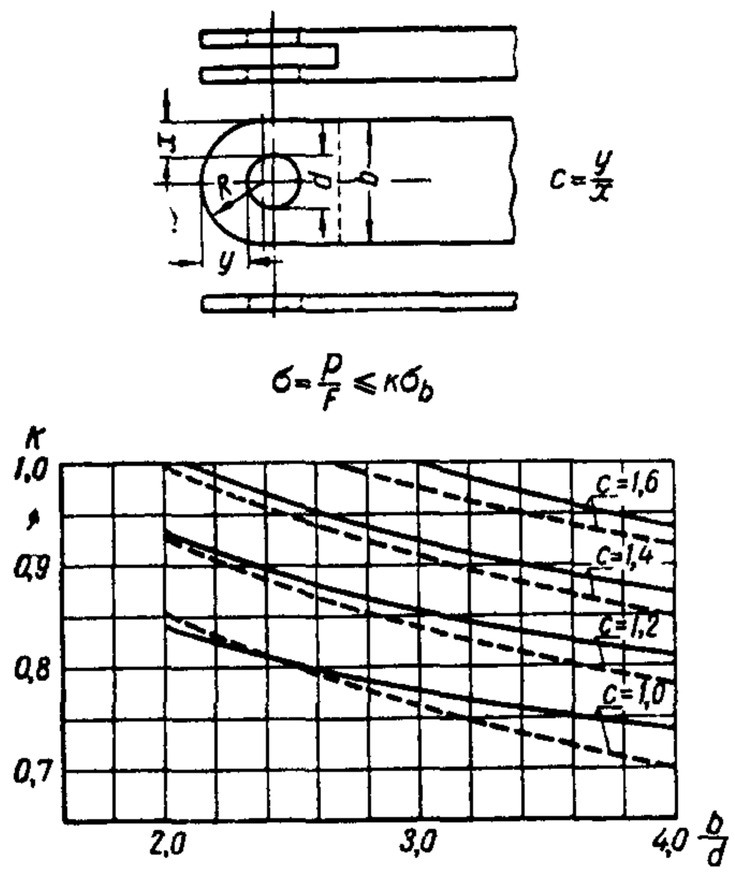
Количество заклепок в ряду. Чем более число заклепок в ряду, тем больше неравномерность их работы в области упругой деформации.



Фиг. II. 29. График для расчета проушин из закаленной стали 30ХГСА.

P — действующая сила; F — площадь сечения проушины по центру отверстия.

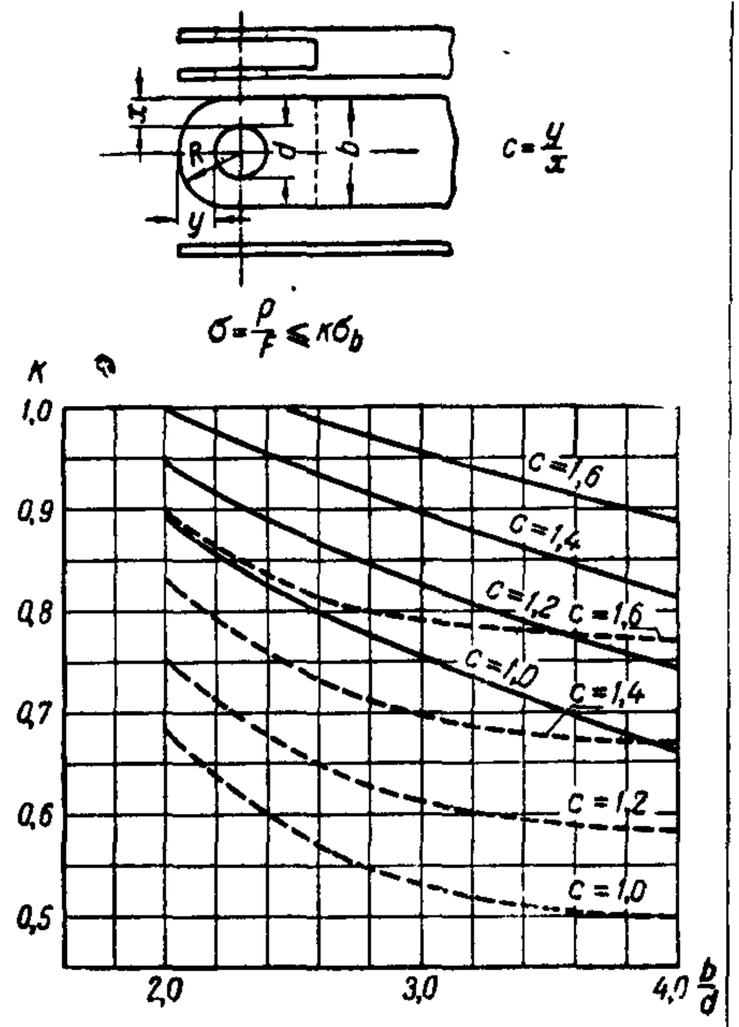
Для одной проушины — сплошные кривые, для двойной — пунктирные



Фиг. II. 30 График для расчета проушин из нормализованной углеродистой стали.

P — действующая сила; F — площадь сечения проушины по центру отверстия.

Для одной проушины — сплошные кривые, для двойной — пунктирные.



Фиг. II. 31. График для расчета дуралюминовых проушин.

P — действующая сила, F — площадь сечения по центру отверстия.

Для одной проушины — сплошные кривые, для двойной — пунктирные.

При шести заклепках перегрузка крайних заклепок достигает 26% по отношению к среднему усилию. Однако в пластической области это отношение выравнивается, и при разрушении все заклепки обычно разрушаются одновременно, если конструкция выполнена правильно, т. е. нет отдельно стоящих заклепок *.

Расчетные данные для заклепочных соединений на срез приведены в таблицах II. 41 и II. 42.

Таблица II. 41

Расчетные данные заклепок из алюминиевых сплавов для соединения листов из Д17Т, Д16Т, Д6Т

Номинальный диаметр заклепки d в *мм*	Площадь[1] F в *мм*²	Материал заклепок	Разрушающее усилие среза для односрезной заклепки P в *кг*	Разрушающее усилие смятия $P_{см}$ в *кг* при толщине листа δ в *мм*					
				0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,5 и выше
2	3,14	Д18П, ДЗП	60	60				Разрушающая нагрузка вне очерченных граф определяется срезом заклепки	
		Д1П	70						
		Д16П	79		72				
2,6	5,31	Д18П, ДЗП	101	78	94				
		Д1П	117						
		Д16П	133			125			
3	7,07	Д18П, ДЗП	134	90	108				
		Д1П	154			144			
		Д16П	177						
3,5	9,62	Д18П, ДЗП	183	105	126	168			
		Д1П	212				210		
		Д16П	240						
4	12,57	Д18П, ДЗП	239	120	144	192	240		
		Д1П	276						
		Д16П	314						
5	19,64	Д18П, ДЗП	373			240	300	420[3])	
		Д1П	432					480[3])	
		Д16П	491						
6	28,27	Д18П, ДЗП	537					504[3])	
		Д1П	622					576[3])	
		Д16П	707						

Примечание. Разрушающие напряжения среза для заклепок из:
Д18П и ДЗП τ_b=19 *кг/мм*²;
Д1П τ_b=22 „
Д16П τ_b=25 „
Разрушающие напряжения смятия для листов из:
Д17Т, Д16Т, Д6Т δ=0,3÷1 *мм*, $\sigma_{см}$=60 *кг/мм*²
Д17Т δ=1,2÷5,0, $\sigma_{см}$=70 *кг/мм*² и
Д16Т, Д6Т δ=1,2÷5, $\sigma_{см}$=80 *кг/мм*²,
[1]) Нерасклепанной заклепки.
[2]) Для листов из Д17Т.
[3]) Для листов из Д16Т и Д6Т.

См. также „Расчет фюзеляжа полумонокок", ч. V, гл. V.

Таблица 11. 42

Расчетные данные стальных заклепок при соединении листов из стали 20, 30ХГСА и 25ХГСА

Номинальный диаметр d в *мм*	Площадь F в *мм*²	Материал заклепок	Разрушающее усилие среза для односрезной заклепки P в *кг*	Разрушающее усилие смятия для листов из стали 20 при толщине δ в *мм*										Разрушающее усилие смятия для листов из стали 30ХГСА и 25ХГСА толщиной δ в *мм*						
				0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,5	1,8	2,0	2,5	3	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,5	1,8
2	3,14	15А	110	70	85	112	Разрушающая нагрузка вне очерченных граф определяется срезом заклепки							Разрушающая нагрузка вне очерченных граф определяется срезом заклепки						
		30ХМА	165				140	168						150	180					
2,6	5,31	15А	185	90	110	145	180							195						
		30ХМА	275					218	273						235	310				
3	7,07	15А	247	105	125	165	210	252						225	270					
		30ХМА	365						315	378						360	450			
3,5	9,62	15А	337	120	145	195	245	295	365					260	315					
		30ХМА	500							440	490					420	525			
4	12,57	15А	440		165	225	280	335	420					300	360					
		30ХМА	650							504	560	700				480	600			
5	19,64	15А	687				350	420	525	630	700			375	450	600	750			
		30ХМА	1020									875	1050					900	1125	
6	28,27	15А	990					630	755	840	1050			450	540	720	900			
		30ХМА	1470									1260	1470					1080	1350	1620

Для листов из стали 20 принято $\sigma_{см}=70$ *кг/мм*²; для листов из 30ХГСА и 25ХГСА, для которых $\sigma_b=70$ *кг/мм*², $\sigma_{см}=150$ *кг/мм*².

Продолжение табл. II. 42

Расчетные данные стальных заклепок при соединении листов из Д16Т, Д6Т и Д17Т

Номинальный диаметр d в *мм*	Материал заклепок	Разрушающее усилие смятия для листов из Д16Т и Д6Т при толщине δ в *мм*										Разрушающее усилие смятия для листов из Д17Т толщиной δ в *мм*										
		0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,5	1,8	2,0	2,5	3	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,5	1,8	2,0	2,5	3,0	3,5
2	15А	60	72	96		Разрушающая нагрузка вне очерченных граф определяется срезом заклепки						60	72	96		Разрушающая нагрузка вне очерченных граф определяется срезом заклепки						
	30ХМА				120										120							
2,6	15А	78	94	125	156							78	94	125	156							
	30ХМА					218	273									218	273					
3	15А	90	108	144	180							90	108	144	180	252						
	30ХМА					288	360										315					
3,5	15А	105	126	168	210	336						105	126	168	210	294						
	30ХМА						420	504									367	441	490			
4	15А	120	144	192	240	394						120	144	192	240	336	420					
	30ХМА						480	576	640									504	560			
5	15А			240	300	480	600							240	300	420	525	630				
	30ХМА							720	800	1000									700	875	1050	
6	15А				360	576	720	864	960							504	630	756	840			
	30ХМА									1200	1400									1050	1260	1470

Разрушающие напряжения среза приняты для 15А равными $\tau_b = 35$ *кг/мм²*, для 30ХМА $\tau_b = 52$ *кг/мм²*

Работа заклепок на отрыв

В металлических конструкциях гражданских сооружений принимается

$$\sigma_{отр}=0{,}6\sigma_{осн}.$$

$\sigma_{отр}$ — напряжение растяжения в заклепке;
$\sigma_{осн}$ — основное допускаемое напряжение на растяжение для материала заклепки.

В авиационной практике $\sigma_{осн}$ соответствует пределу прочности.

Для расчета на отрыв заклепок с бочкообразной (тип I) и полукруглой (тип II) замыкающими головками и с полукруглой закладной при условии достаточной прочности листа можно пользоваться табл. II. 43.

Таблица II. 43

Прочность заклепок на отрыв

Материал	Тип	d мм						
		3	3,5	4	5	6	7	8
Дуралюмин Д1	I	100	145	190	290	430	580	750
	II	160	220	290	450	650	890	1140
Сталь 15	I	115	155	200	320	450	620	800
	II	170	230	300	470	680	920	1200
30ХМА и 30ХГСА	I	200	270	350	550	1080	—	—
	II	300	405	530	830	1620	—	—

Для Д1 $\sigma_b=38$ *кг/мм²*
Для стали 15А $\sigma_b=40$ *кг/мм²*
Для 30ХМА и 30ХГСА $\sigma_b=70$ *кг/мм²*

Для заклепок с полукруглой закладной головкой и бочкообразной замыкающей

$$\sigma_{отр}=0{,}4\ \sigma_b \text{ (тип I)}.$$

Для заклепки с обеими полукруглыми головками

$$\sigma_{отр}=0{,}6\ \sigma_b \text{ (тип. II)}.$$

Для потайных заклепок с раззенковкой следует принимать усилия в два раза меньше.

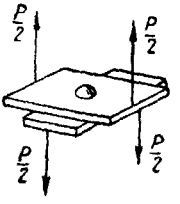
Ниже приводятся полученные экспериментальным путем графики И. П. Голованова для расчета заклепок на отрыв. При пользовании графиками необходимо иметь в виду, что они дают средние разрушающие усилия. Так как неравномерность нагружения заклепок на отрыв велика[1], а для потайных заклепок трудно получить однообразную зенковку, то при расчете обшивки на отрыв эти усилия рекомендуется уменьшать в три раза.

Испытания проводились с листами из Д4 (можно пользоваться и для Д16). Заклепки — ДЗП (можно пользоваться и для Д18). Схемы нагрузок при испытании см. на фиг. II. 32 и 33. Угол зенковки 90° (фиг. II. 34, 35, 36).

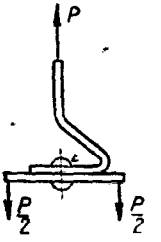
Для прикидочных расчетов можно брать

$$P_{отр}=0{,}4\ Q_{среза}.$$

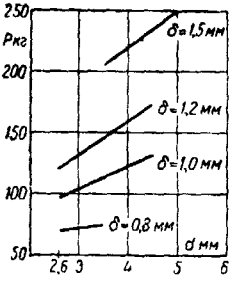
[1] Коэффициент неравномерности достигает 3.



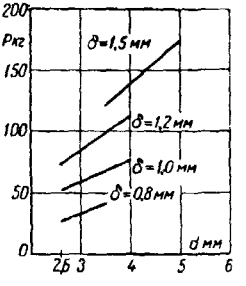
Фиг. II. 32. Схема симметричной нагрузки.



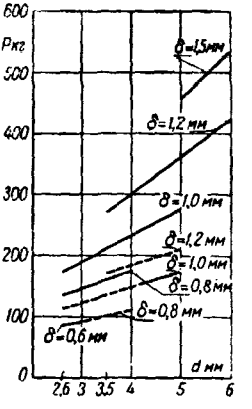
Фиг. II. 33. Схема несимметричной нагрузки.



Фиг. II. 34. Испытание заклепок с потайной головкой и раззенковкой на отрыв. Нагрузка симметричная.
P—разрушающая сила отрыва на одну заклепку;
d—номинальный диаметр заклепки;
δ — толщина испытываемого листа.



Фиг. II. 35. Испытание заклепок с потайной головкой и раззенковкой на отрыв. Нагрузка несимметричная.
P, d и δ — см фиг. II. 34.



Фиг. II. 36. Испытание заклепок с полукруглой, плоско-выпуклой или потайной под штамповку головкой. Сплошные линии — для симметричной нагрузки, пунктирные — для несимметричной.
P, d и δ — см. фиг. II. 34.

Однако часто прочность заклепочного соединения на отрыв ограничивается прочностью листа на продавливание головкой, что необходимо учитывать при пользовании формулой. В графиках это учтено.

При испытаниях могут быть получены более высокие результаты. Для примера приводятся результаты испытания потайных заклепок Д18 в листах из Д17. Угол зенковки у заклепок 120°.

Таблица II. 44

Результаты испытания потайных заклепок на отрыв

Диаметр заклепки d в *мм*	Разрушающее усилие среза на одну заклепку при толщине листа δ в *мм*			Разрушающее усилие отрыва на одну заклепку при толщине листа δ в *мм*		
	0,8	1,0	1,2	0,8	1,0	1,2
3	211	231	220	105	138	164
3,5	195	287	286	97	134	173

Заклепки с потайной головкой и углом зенковки 120°

В настоящее время обычно применяются потайные заклепки с углом зенковки 120°. При работе на сдвиг этих заклепок вследствие эффекта клина головки заворачиваются, а лист сминается, особенно если в отверстии листа нет цилиндрической части. Таким образом заклепки с потайной головкой и углом зенковки 120° при недостаточной толщине листа работают неэффективно и лишь начиная с некоторой толщины листа срезаются при полном усилии.

Для заклепки диаметром в *мм*	3	3,5	4	5
Минимальная толщина листа в *мм* при работе на срез и отрыв	1	1,2	1,2	1,5

Дальнейшее увеличение толщины листа лишь несколько увеличивает жесткость шва, почти не увеличивая предельной прочности среза.

Разрушающее усилие отрыва увеличивается с ростом толщины листа, причем это увеличение усилия лимитируется прочностью самой заклепки на отрыв. При увеличении диаметра заклепки и неизменной толщине листа разрушающее усилие может уменьшиться.

Закаленные стальные заклепки

Стержень таких заклепок не расклепывается, замыкающая головка образуется из другой детали более пластического материала. Эти заклепки заменяют термически обработанные стальные болты и должны иметь плотную посадку. Они обычно изготовляются из стали 30ХГСА. После термической обработки стержень имеет $\sigma_b = 120—150$ *кг/мм²* с сопротивлением срезу $\tau_b \approx 70—90$ *кг/см²* ($\tau_b = 0,6\ \sigma_b$). Для работы на отрыв эти заклепки применять не рекомендуется, хотя сопротивление на отрыв для заклепки диаметром 6 *мм* достигает 1300—1600 *кг*.

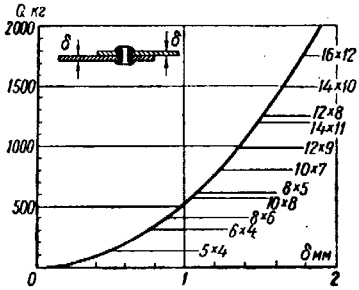
Основные данные для расчета на срез:

Диаметр заклепки в *мм*	4	5	6	8	10
Сопротивление срезу в *кг*	900	1400	2000	3600	5600

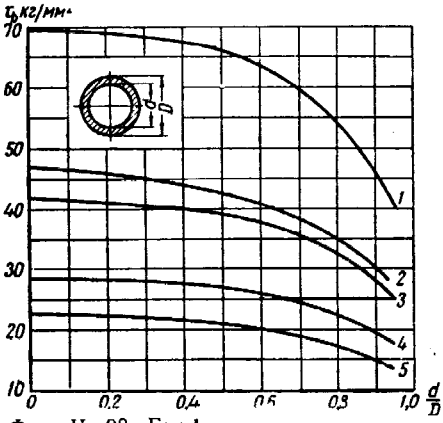
При этих заклепках нужно обязательно проверять лист на смятие.

§ 7. Трубчатые заклепки и полые болты

Прочность трубчатых заклепок определяется не только прочностью материала, но и отношением толщины стенки к диаметру, а также и толщиной скрепляемых листов и ушков. Приводим таблицу для расчета трубчатых заклепок из стали 20 (табл. II. 45), график для подбора сечений дуралюминовых трубчатых заклепок (фиг. II. 37) в зависимости от толщины листа и график для определения разрушающих напряжений при срезе полых болтов из Д1, стали 20, 45 и 30ХГСА (фиг. II. 38). Необходимо



Фиг. II. 37. График для подбора дуралюминовых трубчатых односрезных заклепок.



Фиг. II. 38. График для расчета полых болтов на срез (при толщине центрального ушка $\geqslant D$). *1*—30ХГСА, $\sigma_b=110$ *кг/мм²*; *2*—30ХГСА, $\sigma_b=70$ *кг/мм²*; *3*—сталь 45, $\sigma_b=60$ *кг/мм²*; *4*—сталь 20, $\sigma_b=40$ *кг/мм²*; *5*—Д1, $\sigma_b=38$ *кг/мм²*.

иметь в виду, что данные графика фиг. II. 37 построены для ограниченного диапазона толщин соединяемых листов, данные табл. II. 45 учитывают толщину, а при испытаниях, на основании которых построен график фиг. II. 38, толщина ушка была больше *D*.

Таблица II. 45

Расчет стальных трубчатых заклепок на срез

(заклепки Ст. 20 в трубах из Д1, Д6, Ст. 20, 30ХГСА и в листах Д3, Д4, Ст. 20, 30ХГСА)

D и *d* заклепки в *мм*	Площадь сечения в *мм²*	Разрушающее усилие на одну заклепку в *кг*													
		трубы с толщиной стенки δ (заклепки двухсрезные)							листы толщиной δ (заклепки односрезные)						
		δ=1	1,2	1,5	2	2,5	3	3,5	1	1,2	1,5	2	2,5	3	3,5
5—4	7,07	440	460	—	—	—	—	—	220	230	—	—	—	—	—
6—5	8,64	500	530	550	—	—	—	—	250	265	275	—	—	—	—
6—4	15,71	720	900	950	1020	—	—	—	360	450	475	510	—	—	—
8—6	22,0	880	1000	1200	1280	1340	—	—	440	500	600	640	670	—	—
10—8	28,3	1050	1170	1480	1490	1570	1650	—	525	585	740	745	785	825	—
12—10	34,5	1220	1340	1600	1710	1800	1900	—	610	670	800	855	900	950	—
14—11	58,9	—	—	2290	3000	3200	3380	—	—	—	1145	1500	1600	1690	—
16—13	68,3	—	—	2520	3300	3500	3680	3860	—	—	1260	1650	1750	1840	1930
20—17	87,3	—	—	—	3900	4100	4300	4500	—	—	—	1950	2050	2150	2250

§ 8. Гвозди и шурупы для дерева

Таблица II. 46

Сопротивление вытаскиванию гвоздей, вбитых поперек волокон древесины, в *кг*

(расчетные минимальные величины)

Порода древесины	Размеры гвоздей в *мм*													
	оцинкованных									неоцинкованных				
	0,7×6	0,8×9	0,9×12	1,0×12	1,0×15	1,2×15	1,2×20	1,2×25	1,4×30	1,4×20	1,6×25	2×35	2×40	2,6×40
	Сопротивление вытаскиванию в *кг*													
Сосна	4	8	9	10	13	13	16	16	20	9	10	14	17	17
Ель	4	6	10	10	12	14	17	18	24	10	12	14	20	20
Пихта	3	5	7	8	10	11	16	16	22	10	10	18	20	20
Лиственница	3	6	11	12	13	16	22	22	30	13	13	19	19	19
Ясень	10	14	22	25	25	25	41	—	—	41	53	—	—	—
Дуб	7	10	15	18	21	23	28	28	37	18	18	30	35	30
Бук	7	12	17	20	24	25	34	34	44	20	27	36	43	50
Липа	2	3	5	6	7	8	10	11	14	10	11	13	16	16

Таблица II. 47

Сопротивление вытаскиванию шурупов, ввернутых поперек волокон древесины, в *кг*

(расчетные минимальные величины)

Порода древесины	Размеры шурупов																
	1,4×9	1,7×9	2×9	2×15	2,3×12	2,3×18	2,6×15	2,6×26	3×22	3×30	3,5×26	3,5×35	4×22	4×50	4,5×50	5×30	5×40
	Сопротивление вытаскиванию в *кг*																
Сосна	12	14	14	22	22	40	32	55	45	68	64	94	63	140	151	101	150
Ель	9	11	12	22	16	28	23	48	42	66	62	80	42	116	130	76	112
Пихта	8	11	11	19	19	28	24	42	39	45	39	62	39	97	104	66	100
Лиственница	12	12	12	24	26	52	40	81	77	83	75	103	70	184	187	117	178
Ясень	12	16	22	41	44	73	56	91	116	116	106	142	102	230	276	186	271
Дуб	16	18	19	32	41	72	56	82	74	102	92	124	74	214	263	157	217
Бук	14	19	20	30	24	49	41	73	70	102	103	146	76	188	214	140	204
Липа	8	8	8	13	15	25	20	34	36	43	47	58	50	119	121	83	104

§ 9. Сварка

Автогенная сварка

Сварка хромомолибденовых труб. При сварке нормализованных труб (σ_b =70—90 *кг/мм*²) без последующей термообработки снижение прочности по сварному шву можно учитывать, вводя коэффициент 0,8. Норма-

лизация после сварки повышает прочность труб незначительно: коэффициент более 0,85 брать не следует. При закалке после сварки малоуглеродистой проволокой можно принимать 0,8 прочности соответствующим образом закаленного материала, не подвергавшегося сварке; при сварке хромомолибденовой проволокой можно принимать коэффициент 0,9.

При расчете сварного шва на срез надо принимать $0,4 \div 0,5\ \sigma_b$ исходного материала. Эти указания справедливы и при сварке листов из хромомолибдена.

Сварка малоуглеродистой стали 20. Снижение прочности по шву можно учитывать коэффициентом 0,7.

Сварка хромансиля. При сварке нормализованного материала следует вводить коэффициент 0,85; в других случаях можно руководствоваться указаниями по сварке хромомолибденовых труб.

Электродуговая сварка

Электродуговая сварка вследствие более кратковременного нагрева меньше ослабляет материал, но вследствие более резких изменений профиля сварного шва значительно ухудшает усталостные характеристики. Автогенная сварка, при которой изменения профиля шва менее резки, обеспечивает более высокий предел усталости.

С учетом концентрации напряжений предел усталости для сварного шва можно принять:

при автогенной сварке $\sigma_w = 0,1\ \sigma_b$

при электродуговой сварке $\sigma_w = 0,07 - 0,08\ \sigma_b$.

В отношении статической прочности электродуговую сварку можно приравнять к автогенной (при условии аккуратного выполнения).

Атомно-водородная сварка

Хорошо выполненная атомно-водородная сварка гарантирует высокое качество шва с сохранением основных свойств материала в районе сварки. Все же рекомендуется при расчетах вводить коэффициент 0,9.

Контактная сварка

В настоящее время эта сварка применяется большей частью для неответственных соединений. Для справок приводятся таблицы с характеристиками точечных соединений листового материала (экспериментальные данные).

Таблица II. 48

Сравнительная прочность точек для разных материалов

Материал	Сталь 20	Нержавеющая хромоникелевая сталь	30ХГСА	Д17	Д16	Алюминий
Предел прочности основного материала σ_b *кг/мм²*	40	130	61	36	43	9,7
Разрушающее усилие точки на срез[1] в *кг*	587	817	640	239	208	100

[1] Толщина соединяемых листов $\delta = 1$ *мм*, диаметр электродов 8 *мм*.

Таблица II. 49

Сравнительная прочность на срез сварных точек при разной толщине листов из стали 20

Толщина свариваемых листов в *мм*	$P_{разр}$ для одной точки в *кг*	$P_{разр}$ для двух точек в *кг*	Сравнительная прочность точек в соединении одной и двумя точками
0,5	251	417	$\frac{417}{2 \cdot 251}=0,83$
1,0	585	891	$\frac{891}{2 \cdot 585}=0,76$
1,5	798	1382	$\frac{1382}{2 \cdot 798}=0,87$
2,0	1059	—	—

Таблица II. 50

Прочность точки при контактной сварке нержавеющей стали

Расположение точек	диаметр электрода 3 *мм*			диаметр электрода 5 *мм*				диаметр электрода 7 *мм*		
	толщина соединяемых листов в *мм*									
	1,0	1,5	2,5	1,0	1,5	2,0	2,5	1,0	1,5	2,5
	Прочность одной точки на срез в *кг*									
Соединение одной точкой	700	1100	1850	800	1300	1750	2200	950	1600	2550
Соединение двумя точками в один ряд	667	1337	1937	722	1488	—	2149	811	1534	2197
Соединение тремя точками в один ряд	495	—	—	516	957	—	—	—	—	—
Соединение четырьмя точками в один ряд	443	—	—	535	725	—	—	—	—	—

Все приведенные данные являются средними. Пределы отклонения для стали 20 достигают 70%, т. е. приблизительно ±35%, для дуралюмина ±15%. Порядок отклонений для нержавеющей стали такой же, как и для стали 20.

Работа точек на отрыв

Точки на отрыв работают очень плохо. Можно принять

$$P_{отр}=0,12 \div 0,14\, P_{среза}.$$

Сварка цветных металлов

Сварка применяется для материалов АМц и АМг главным образом при изготовлении баков. Ослабление швов по сравнению с исходным материалом можно учитывать коэффициентом, равным примерно 0,6.

Дуралюмин обычно не сваривают, но в случае использования сварки для этого материала коэффициент ослабления также равен 0,6. При сварке по шву легко образуются трещины, а в эксплуатации — при вибрационных даже незначительных нагрузках.

Коэффициент ослабления при сварке электрона следует брать 0,5—0,55.

Пайка

Прочность пайки зависит от качества ее. Для оловянно-свинцовых припоев $\tau_b \approx 2-3$ *кг/мм²*. В некоторых случаях применяется пайка твердым припоем: медноцинковым или серебряным. Для такой пайки можно принимать $\tau_b = 7$ *кг/мм²* (при высококачественной пайке τ_b может достигать 18 *кг/мм²*).

§ 10. Пружинные замки и винты с анкерными гайками

Конструкции этих соединений весьма разнообразны. В качестве ориентировочных данных по прочности ниже приводятся некоторые результаты испытаний.

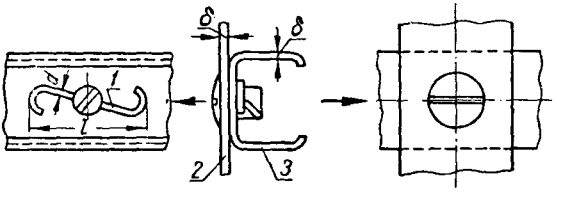
Пружинные замки

(фиг. II. 39)

1) Пружина длиной $l=50$ *мм*, $d=2{,}3$ *мм*.

Профиль Д3; $\delta=1{,}5$ *мм*.

Пластина Д3: $\delta=1$ »



Фиг. II. 39. Пружинный замок.
1—пружина; *2*—пластина; *3*—профиль.

При $P=170$ *кг* — заметное смятие пластины;
» $P=240 \div 300$ *кг* — разрушение — вырывание пластины.

2) Пружина длиной $l=25$ *мм*, $d=2$ *мм*.

Профиль Д3; $\delta=1$ *мм*.

Пластина Д3; $\delta=0{,}8$ *мм*.

При $P=80-90$ *кг* — заметное смятие пластины;
» $P=175 \div 200$ *кг* — разрушение — прорезывание пластины пружиной.

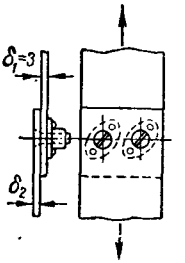
Результаты можно применить для Д17; для Д16 их можно увеличить на 15—20%.

При работе пружинных замков на сдвиг можно принимать

$$P_{разр}=650-700 \text{ кг}.$$

Винты с анкерными гайками

Таблица II. 51



Фиг. II. 40. Винты с анкерными гайками.

Испытание соединений винтами с анкерными гайками (с потайными головками)

Материал винта сталь 20, диаметр нарезки 5 *мм*

Материал листа Д17; гнездо зенкованное (фиг. II. 40)

δ_2 *мм*	Подготовка гнезда	*a мм*	Начало деформации *P* в *кг*	Разрушение *P* в *кг*	Тип головки и характер разрушения
2	Зенковка	—	300	580—640	Фиг. II. 41.
1,5	Штамповка	—	500—550	1100—1130	
1	„	—	550—600	770—850	
2	Зенковка	10	500—550	1050—1170	Фиг. II. 42
2	„	12	—	1130—1265	
1,5	Штамповка	10	750—850	1070—1280	
1,5	„	12	800	1020—1080	
1,2+1[1]	„	12	1100—1250	1320—1460	

[1] Двухслойный лист (лист с окантовкой).

Таблица II. 52

Испытание соединений винтами с анкерными гайками

Материал винтов сталь 20, диаметр нарезки 5 *мм*

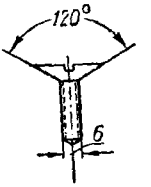
Материал листа Д17; гнездо штампованное

δ_2 *мм*	Тип соединения	Начало деформации *P* в *кг*	Разрушение *P* в *кг*	*P* на один винт в *кг*
1,2+1	12 винтов; шаг 40 *мм*	6500	8400	700
1,2+1	15 винтов; шаг 30 *мм*	—	8800	585
1,2+1	10 винтов; шаг 50 *мм*	—	6640	664

Таблица II. 53

Испытание соединений винтами с анкерными гайками

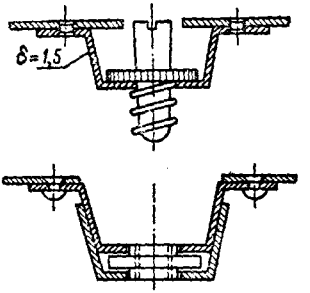
Материал винта сталь 25
Материал листа Д16, $\delta_1=3$ *мм* и $\delta_2=2{,}5$ *мм*.
Диаметр нарезки 6 *мм*

δ_2 *мм*	Подготовка гнезда	Разрушение *P* в *кг*	
2,5	Зенковка	1200—1380 (сдвиг)	 Фиг. II. 43
2,5	"	1500 (отрыв)	

При достаточной толщине и прочности листов ($\delta=4-5$ *мм*, Д16Т) следует применять винты из стали 30ХГСА с $\sigma_b=120\pm10$ *кг/мм*². Прочность таких соединений примерно в два раза больше, чем указано в табл. II. 51, 52 и 53.

Винтовые замки

Винтовые замки, изображенные на фиг. II. 44, иногда применяются для плотного запирания люков. Винт и гайка обычно стальные, корпус может быть или стальной или дуралюминовый. При обычном способе крепления прочность



Фиг. II. 44. Винтовой замок.

замков на отрыв определяется прочностью заклепок. При заклепках Д18 диаметром 3,5 *мм* и корпусе из Д16 разрушающее усилие сдвига равно 650÷680 *кг*, а разрушающее усилие на отрыв 250÷340 *кг*. При стальном корпусе соответственно на сдвиг 790÷980 *кг*, а на отрыв 300÷340 *кг*. При работе замков в конструкции следует принимать сопротивление отрыву 200 *кг* на один замок.

ЧАСТЬ III

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

T, P *кг* — внешняя сила

$\pm S$ *кг* — внутренняя сила (+растяжение, — сжатие)

q *кг/м*, *кг/см* — погонная нагрузка

p *кг/м²*, *кг/см²* — удельная нагрузка

M, m *кгм*, *кгсм* — момент силы, пара сил

V *кг* — вертикальная составляющая опорной реакции

H *кг* — горизонтальная составляющая опорной реакции

N *кг* — сила, нормальная к плоскости сечения (продольная сила)

Q *кг* — перерезывающая сила (секущая, поперечная)

A *кгм*, *кгсм* — работа

U *кгм*, *кгсм* — потенциальная энергия

σ *кг/см²* — напряжение нормальное с соответствующим индексом для растяжения, сжатия, изгиба

τ *кг/см²* — напряжение касательное (сдвиг, кручение)

Δl *см* — абсолютная продольная деформация при растяжении и сжатии

ε — относительное удлинение при растяжении и сжатии

φ — угол закручивания в градусах или радианах

ϑ $\frac{1}{см}$ — относительный угол закручивания (на единицу длины)

s *см* — длина кривой

ρ *см* — радиус кривизны кривой

E *кг/см²* — модуль нормальной упругости

G *кг/см²* — модуль сдвига

E_s *кг/см²* — секущий модуль

μ — коэффициент Пуассона

L *см* — общая длина балки

l *см* — длина пролета балки, стержня

B, b *см* — ширина сечения

H, h *см* — высота сечения

δ *см* — толщина листа, пластинки

D, d *см* — диаметр круглого сечения

R, r *см* — радиус круглого сечения

F *см²* — площадь сечения или контура

v *см³* — объем

S_x, S_y *см³* — статические моменты сечения

J_x, J_y *см⁴* — моменты инерции плоской фигуры

J_p *см⁴* — полярный момент инерции

$J_{кр}$ *см⁴* — момент инерции при кручении

J_{xy} *см⁴* — центробежный момент инерции

i_x, i_y *см* — радиус инерции сечения

W_x, W_y *см³* — момент сопротивления изгибу

W_p *см³* — полярный момент сопротивления

$W_{кр}$ *см³* — момент сопротивления при кручении

$P_{кр}$ *кг* — критическая сила при продольном изгибе

$P_э$ *кг* — Эйлерова критическая сила

j *см* $=\sqrt{\frac{EJ}{S}}$ — коэффициент устойчивости

$\pi\sqrt{\frac{S}{P_э}}=\frac{l}{j}$ — аргумент устойчивости

$\frac{l}{i}$ — гибкость стержня

y *см* — прогиб балки

f *см* — стрела прогиба

$\frac{dy}{dx}=\theta$ — угол поворота сечения балки

Глава 1

РАСТЯЖЕНИЕ И СЖАТИЕ

§ 1. Основные формулы для расчета на растяжение и сжатие

Напряжение σ при растяжении или сжатии

$$\sigma=\frac{P}{F}=\frac{\text{действующая по оси стержня сила}}{\text{площадь поперечного сечения}}.$$

Абсолютное удлинение Δl на длине l равно: $\Delta l=\frac{Pl}{EF}=\frac{\sigma l}{E}$ (до предела пропорциональности); за пределом пропорциональности $\Delta l=\frac{Pl}{E_sF}=\frac{\sigma l}{E_s}$.

Относительное удлинение ε

$$\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}=\frac{\text{приращение длины на измеряемом участке}}{\text{первоначальная длина измеряемого участка}}.$$

Если P и F изменяются по длине стержня, то

$$\Delta l=\int_0^l\frac{Pdl}{EF}=\frac{1}{E}\int_0^l\sigma dl,$$

$$\sigma=\varepsilon E.$$

Работа деформации A

$$A=\frac{P\Delta l}{2}=\frac{P^2l}{2EF}=\frac{EF}{2}l\varepsilon^2.$$

Удельная работа a

$$a=\frac{A}{v}=\frac{\sigma\varepsilon}{2}=\frac{\sigma^2}{2E}.$$

Если P и F изменяются, то

$$A=\frac{1}{2E}\int_0^l\frac{P^2}{F}dl=\frac{1}{2E}\int_0^l\sigma^2dv,$$

$$a=\frac{dA}{dv}=\frac{\sigma^2}{2E}.$$

Соотношение между относительным удлинением и поперечным сжатием (коэффициент Пуассона)

$$\mu=\frac{\text{относительное поперечное сжатие при растяжении}}{\text{относительное удлинение при растяжении}}.$$

Существование материалов с $\mu>0{,}5$ невероятно, так как у них при растяжении объем должен уменьшаться, что противоречит всему нашему опыту.

Увеличение объема при растяжении приблизительно оценивается формулой

$$\frac{\Delta v}{v}=\frac{(1+\varepsilon)(1-\mu\varepsilon)^2-1}{1}=\varepsilon(1-2\mu).$$

§ 2. Влияние отверстий и надрезов

Отверстия и надрезы, иногда даже царапины и вообще состояние поверхности отражаются на работе элементов конструкции. Состояние поверхности, а также мелкие дефекты, царапины и пр. сказываются лишь при переменных нагрузках. Отверстия и надрезы оказывают значительное влияние не только при переменных статических повторных, но и при однократных нагрузках до разрушения, а также при динамических нагрузках.

При статических однократных нагрузках алюминиевые сплавы чувствительнее к влиянию отверстий, чем сталь.

Особенно неблагоприятно влияют резкие местные уменьшения сечений при динамической нагрузке: так как удельная работа пропорциональна квадрату напряжения, то энергия удара концентрируется в ослабленных местах.

При нескольких отверстиях, расположенных перпендикулярно линии действия усилия, сопротивление оставшегося материала несколько выше, чем при одном отверстии. Если отверстия смещены или разбросаны, то прочность понижается.

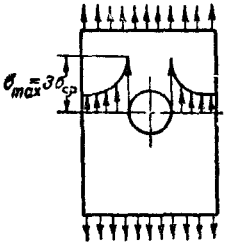
В табл. III. 1 приведены максимальные значения коэффициента уменьшения прочности при статическом однократном растяжении для наиболее ходовых материалов.

Таблица III. 1

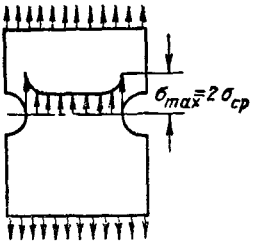
Коэффициенты понижения прочности при статических нагрузках образцов с отверстиями

Материал	Коэффициент понижения прочности при растяжении	Примечание
Сталь 20	1	Для этих сталей обычно коэффициент выше 1; однако рекомендуется брать 1
Сталь 45	1	
Сталь 30ХГСА (σ_b=170±10)	0,95	
„ „ (σ_b=140±10)		
„ „ (σ_b=120±10)	0,95—1,0	
„ „ (σ_b=80±10)		
Дуралюмин Д1	0,87—0,95	
„ Д17	0,88	
„ Д4 и Д6	0,8	
„ Д5	0,9	
„ Д16	0,83—0,86	По некоторым данным при смещенных парных отверстиях до 0,75
Высокопрочные алюминиевые сплавы	0,94—0,99	В массивных сечениях до 0,85—0,9; при смещенных парных отверстиях до 0,8
Магниевые сплавы МА	0,8—0,85	
Фанера (параллельно волокнам наружного слоя)	0,7—0,85	
Фанера (под углом 45° к волокнам наружного слоя)	0,82—0,87	

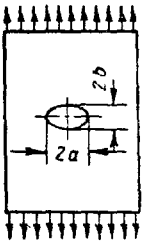
Примечание. Максимум влияния отверстий соответствует 5÷15% ослабления сечения. При нецентральном отверстии нужно учитывать смещение нейтральной оси в сечении и, следовательно, прибавлять к напряжениям растяжения напряжения изгиба.



Фиг. III. 1.



Фиг. III. 2.



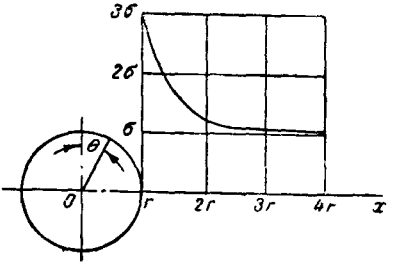
Фиг. III. 3.

Для очень хрупких материалов, а для пластических при напряжениях меньше $\sim \frac{1}{3}\sigma_s$, при отношении радиуса отверстия или выреза к ширине пластины не более 0,1 по краям отверстия коэффициент концентрации напряжений равен 3 (фиг. III. 1), а на краях полукруглых вырезов 2 (фиг. III. 2).

В случае эллиптического отверстия с большой осью, перпендикулярной направлению растяжения (фиг. III. 3), увеличение напряжения на контуре отверстия на концах большой оси можно оценить с помощью формулы

$$\sigma_{max}=\sigma_{cp}\left(1+\frac{2a}{b}\right),$$

где a — большая полуось эллипса, а
b — малая полуось;
σ_{cp} — среднее напряжение.



Фиг. III. 4. Теоретическое распределение напряжений (до предела упругости) в пластине с центральным отверстием радиуса r.

σ — среднее напряжение в сечении брутто; x — расстояние от центра отверстия. Напряжения по окружности отверстия $\sigma_0=\sigma\ (1-2\cos 2\theta)$.

На графике фиг. III. 4 показано распределение напряжений по сечению в зависимости от расстояния от центра отверстия.

Так как в самолетостроении применяются в основном пластические материалы, то в расчетах надо руководствоваться данными табл. III. 1.

§ 3. Влияние направления проката

Для листового материала предел прочности поперек проката на 2÷6% меньше, чем вдоль проката. На удлинении направление проката сказывается больше. Например, для пруткового материала уменьшение удлинения достигает 50%.

Глава II

СМЯТИЕ

§ 1. Основные понятия. Смятие металлов

Напряжение смятия условно и получается делением силы на площадь контакта, а для отверстий — на проекцию этой площади. Величина допустимых деформаций или напряжений смятия зависит от таких факторов, как тип соединения (подвижное, неподвижное), частота повторения нагрузки, скорость нагружения и пр. В некоторых случаях, например, в соединениях заклепочных или болтовых, начало деформации сопровождается увеличением площади смятия, что замедляет рост деформаций. В других случаях тонкая неподкрепленная стенка теряет устойчивость.

Обычно на практике принимают предел прочности на смятие в заклепочных соединениях равным указанному в табл. III. 2.

Таблица III. 2

Для дуралюмина Д17, Д16 и Д6 толщиной $\delta=0{,}3-1$ *мм*		$\sigma_{см}=60$ *кг/мм²*
„ „ Д17 „	$\delta=1{,}2-5$ „	$\sigma_{см}=70$ „
„ „ Д16 и Д6 „	$\delta=1{,}2-5$ „	$\sigma_{см}=80$ „
Для стали		
1. В случае неподвижных соединений		$\sigma_{см}=1{,}3\ \sigma_b$
2. В случае малоподвижных соединений		$\sigma_{см}=0{,}65\ \sigma_b$
3. В случае подвижных соединений		$\sigma_{см}=0{,}2\ \sigma_b$

Однако для неподвижных неразъемных соединений можно допускать $\sigma_{см}=1{,}5\sigma_b$. Для неподвижных разъемных соединений не следует допускать напряжения смятия выше предела прочности, т. е. рекомендуется считать

$$\sigma_{см}=\sigma_b.$$

К малоподвижным соединениям раньше относили узлы шасси, к подвижным — шарниры органов управления.

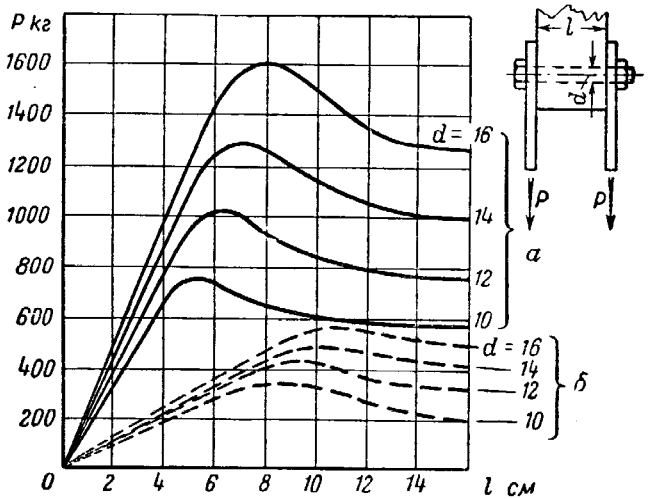
В настоящее время в шарнирах органов управления большей частью используются шарикоподшипники (см. часть II), и такие соединения, как осевой болт во внутренней обойме, можно считать неподвижными.

Все сочленения убирающегося в полете шасси являются подвижными, но надо различать, при каких нагрузках происходит движение и соответственно условиям работы предусматривать смазку или применять материалы с небольшим коэффициентом трения.

Ориентировочно можно принимать при однородном материале соединений шасси, подвижных при расчетной нагрузке (сочленения шатуна, шлиц-шарниры), $\sigma_{см}=0{,}2\sigma_b$; при обеспеченной смазке до $0{,}3\sigma_b$. Для конструкций с пониженным коэффициентом трения при условии применения соответствующих материалов можно считать $\sigma_{см}=0{,}4\sigma_b$. Для соединений неподвижных под расчетной нагрузкой можно принимать $\sigma_{см}=0{,}5\div0{,}65\sigma_b$, но с обязательным расчетом этих соединений, как подвижных с нагрузками, возникающими в сочленениях при движении, и с учетом ударов, неизбежных в конце хода.

§ 2. Смятие древесины под болтами

Для расчета на смятие болтов, работающих в деталях из древесины, предлагается пользоваться графиками фиг. III. 5—10. Сопротивление древесины смятию поперек волокон значительно ниже, чем вдоль волокон. Фанерные накладки или вклейки повышают сопротивление соединения смятию.



Фиг. III. 5. График для расчета сплошных болтов из стали 45, работающих в сосне.

а — вдоль волокон; *б* — поперек волокон. Нагрузка двухсторонняя (симметричная).

Учитывать влияние фанерных накладок при нагрузке поперек волокон или под большими углами следует с помощью формул

$$P_{сф}=P_{бф}\ (1+\varphi);\quad \varphi=\left(\frac{\sigma_ф}{\sigma_{сж\perp}}-1\right)\frac{\delta}{B}.$$

где $P_{сф}$ — разрушающая нагрузка с учетом фанеры;
$P_{бф}$ — разрушающая нагрузка без учета фанеры.

$\sigma_ф$ можно брать равным:

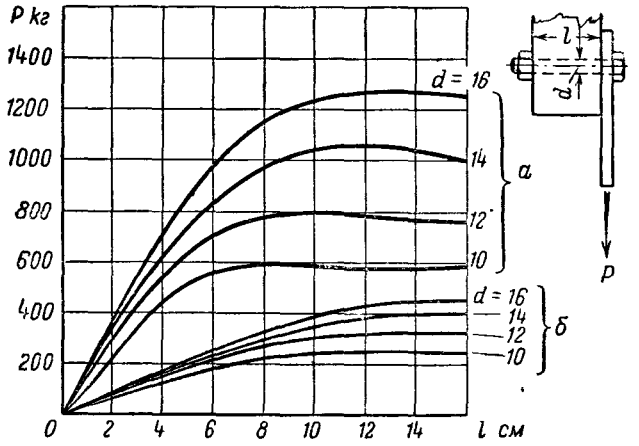
вдоль волокон наружного слоя фанеры			~600	*кг/см²*
поперек	„	„	400	„
под 45° к волокнам	„	„	300	„

δ — общая толщина фанеры (фиг. III. 11). Надо иметь в виду, что фанерные вклейки, расположенные вблизи середины болта, мало влияют на прочность особенно при большой длине болта, и их можно не учитывать.

B — общая толщина сечения по дереву.

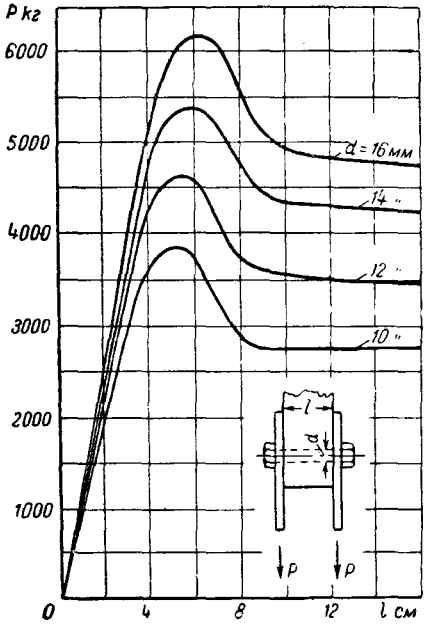
Для сосны перпендикулярно волокнам можно принимать

$$\sigma_{сж\perp}=\sigma_{см\perp}=60\ кг/см^2.$$

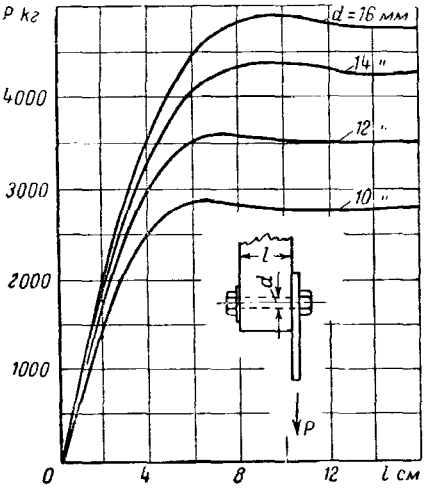


Фиг. III. 6. График для расчета сплошных болтов из стали 45, работающих в сосне.

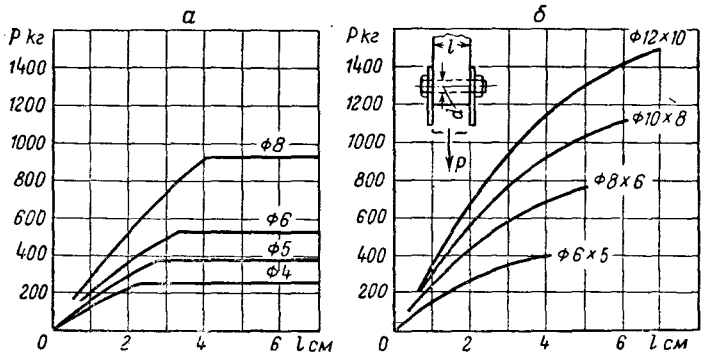
а — вдоль волокон; *б* — поперек волокон. Нагрузка односторонняя (несимметричная).



Фиг. III. 7. График для расчета сплошных болтов из стали 45, работающих в дельта-древесине вдоль волокон. Нагрузка двухсторонняя симметричная.

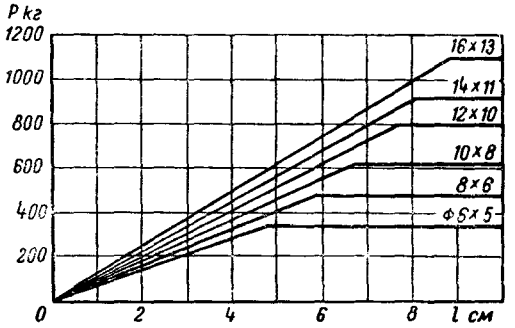


Фиг. III. 8. График для расчета сплошных болтов из стали 45, работающих в дельта-древесине вдоль волокон. Нагрузка односторонняя (несимметричная).

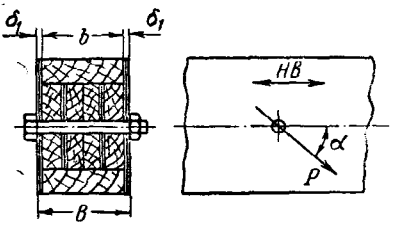


Фиг. III. 9. График для предварительного расчета болтов из стали 45, работающих в сосне вдоль волокон.

а — сплошные болты; *б* — полые болты.



Фиг. III. 10. График для предварительного расчета полых болтов из стали 45, работающих в сосне поперек волокон. Можно применять и для сплошных болтов. Нагрузка по фиг. III. 9б.



Фиг. III. 11. Сосновый лонжерон с фанерными накладками и прослойками.

НВ — направление волокон древесины; $\delta = 2\,\delta_1$.

Для болтов, работающих в древесине под углом α к направлению волокон, разрушающую нагрузку можно определять по формуле

$$P_\alpha = \frac{P_0 P_{90}}{P_0 \sin^2 \alpha + P_{90} \cos^2 \alpha},$$

где P_0 — разрушающая нагрузка вдоль волокон;

P_{90} — разрушающая нагрузка поперек волокон с учетом фанерных накладок и прослоек.

$$P_{90} = P_{90бф}(1+\varphi),$$

$P_{90бф}$ — без учета фанеры по графикам (см. фиг. III.5б, 6б и 10).

Эти формулы не совсем точны, но они просты и удобны. Для предварительных расчетов ими можно пользоваться без большой погрешности.

В случае замены болтов другими с иной прочностью следует вводить поправку в виде коэффициента

$$k = \sqrt[3]{\frac{\sigma_s}{3200}},$$

где σ_s — предел текучести применяемого материала; для стали 45 $\sigma_s = 3200$ *кг/см²*.

Разрушающая нагрузка при этом

$$P = P_0 k,$$

где P_0 — разрушающая нагрузка для болта из стали 45.

Во избежание скалывания при расчете болтов в деталях из древесины надо руководствоваться следующим: ось болта должна быть расположена на расстоянии не менее 4—4,5d от торца (d — диаметр болта).

Расстояние оси болта от верхней или нижней плоскости бруска должно быть примерно таким же; в противном случае возможно раскалывание древесины. Расстояния между болтами надо назначать также сообразно с указанными соотношениями.

Фанерные вклейки позволяют уменьшить эти расстояния до 3—3,5d.

В конструкциях иногда допускают меньшие расстояния, но в таких случаях прочность определяется скалыванием, а не смятием.

Результаты предварительных расчетов болтовых соединений в дереве следует проверять статическими испытаниями.

Глава III

СДВИГ (СРЕЗ)

Примером сдвига, часто встречающимся на практике, является срез болтов и заклепок, представляющий, однако, явление сложное. Условно в этом случае определяют средние напряжения сдвига по формуле

$$\tau_{ср} = \frac{Q}{F}.$$

§ 1. Диаграмма и работа деформации

Зависимость напряжение — деформация при сдвиге можно выразить формулой

$$\tau = G\gamma,$$

Теоретическая зависимость между E и G имеет вид

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)},$$

где μ — коэффициент Пуассона.

Диаграмму напряжение — деформация при сдвиге непосредственно получить нельзя.

Элементарная работа деформации сдвига

$$dA = \frac{1}{2}\tau\gamma\, dv = \frac{\tau^2}{2G}\, dv.$$

Удельная работа

$$a = \frac{dA}{dv} = \frac{1}{2}\tau\gamma = \frac{\tau^2}{2G}.$$

Полная работа

$$A = \frac{1}{2}\int_V \tau\gamma dv = \frac{1}{2G}\int_V \tau^2 dv.$$

§ 2. Допускаемые напряжения сдвига (среза)

Как правило, при испытании материала напряжения среза не определяют, а судят о пределе прочности на срез по пределу прочности на растяжение.

Практикой проверены следующие данные. Для хрупких материалов, например, для чугуна или алюминиевого литья, можно принимать

$$\tau_b = 0{,}8\sigma_b \text{ до } 1{,}0\sigma_b.$$

Для алюминиевых деформируемых сплавов

$$\tau_b = 0{,}55 \div 0{,}6\sigma_b.$$

Для отожженной стали и углеродистых сталей невысокой прочности (не свыше 70 *кг/мм*²) можно принимать

$$\tau_b = 0{,}7\sigma_b.$$

Для сталей средней прочности ($\sigma_b = 80 \div 120$ *кг/мм*²)

$$\tau_b = 0{,}63 \div 0{,}65\sigma_b.$$

Для сталей с $\sigma_b > 120$ *кг/мм*²

$$\tau_b = 0{,}6\sigma_b.$$

Для магниевых деформируемых сплавов можно брать

$$\tau_b = 0{,}55 \div 0{,}6\sigma_b.$$

Для литейных магниевых сплавов

$$\tau_b = 0{,}55 \div 1{,}0\sigma_b,$$

причем для термически необрабатываемых отливок с $\sigma_b < 12$ *кг/мм*² можно считать $\tau_b = 0{,}8\sigma_b$ до $1{,}0\sigma_b$, а для отливок с $\sigma_b > 12$ *кг/мм*² следует брать $\tau_b = 0{,}55\sigma_b$ до $0{,}6\sigma_b$.

Глава IV

КРУЧЕНИЕ

§ 1. Основные формулы

(справедливы при свободном кручении)

Максимальное напряжение кручения (сдвига)

$$\tau_к = \frac{M_{кр}}{W_{кр}} \; [кг/см^2].$$

Угол закручивания на длине l

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_{кр}}{GJ_{кр}} dx,$$

где $\frac{M_{кр}}{GJ_{кр}} = \frac{d\varphi}{dx}$ — относительный угол кручения.

Для стержня постоянного сечения $\varphi = \frac{M_{кр} l}{GJ_{кр}}$.

Работа при кручении (стержня постоянного сечения)

$$A = \frac{M_{кр}^2 l}{2GJ_{кр}} = \frac{GJ_{кр}}{2l} \varphi^2 \; [кг/см].$$

Удельная работа

$$a = \frac{dA}{dv} = \frac{\tau^2}{2G} \; [кг\,см/см].$$

Момент инерции, момент сопротивления.

Для круглых сечений

$$J_{кр} = J_p; \quad W_{кр} = W_p;$$

J_p — полярный момент инерции и
W_p — полярный момент сопротивления.

Для сплошных некруглых сечений

$$J_{кр} = \frac{F^4}{4\pi^2 J_p} k,$$

где k — коэффициент, зависящий от формы сечения. Коэффициент k учтен в формулах табл. III. 3.

У круглых стержней при чистом кручении сечения остаются плоскими и напряжения во всех крайних волокнах одного сечения одинаковы. У некруглых же стержней одновременно с закручиванием сечения искажаются и у концевых заделок возникают, помимо напряжений сдвига, некоторые осевые, т. е. нормальные напряжения, быстро уменьшающиеся с удалением от заделки.

Для сечений любой формы напряжения достигают наибольшей величины в тех точках наружных волокон, которые расположены ближе всего к оси стержня, например, середина длинных сторон прямоугольника. Теоретически в выступающих углах напряжения равны нулю, а во входящих—бесконечности. Напряжения в последнем случае значительно уменьшаются при наличии закруглений.

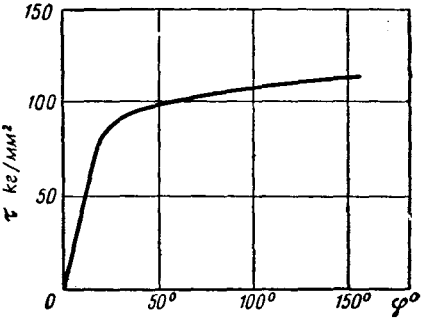
Диаграмма напряжение — деформация, причем за деформацию принимается угол закручивания (относительный), имеет такой же вид, как и при растяжении (фиг. III. 12).

Открытые сечения работают, как сечение, имеющее форму вытянутого прямоугольника с повышенными напряжениями во входящих углах. Для таких сечений можно принимать

$$J_{кр}=\frac{k_1}{3}\sum_1^n b_i\delta_i^3 \text{ и } W_{кр}=\frac{k_2}{3\delta_{max}}\sum_1^n b_i\delta_i^3,$$

где b_i — длина элемента;
δ_i — его толщина;
k_1 и k_2 — коэффициенты, зависящие от формы сечения (см. ниже в § 5 табл. III. 3).

Расчетные данные для кручения стержней некоторых сечений даны в табл. III. 3 (§ 5).



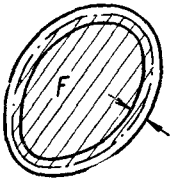
Фиг. III. 12. Кривая углов закручивания по напряжениям при испытании круглого прутка из стали с $\sigma_b=140$ *кг/мм²*, диаметром 12 *мм*, $l=200$ *мм*.

§ 2. Замкнутые тонкостенные сечения

Для сечения с одной полостью (фиг. III. 13)

$$\tau\delta=\frac{M_{кр}}{2F}=q,$$

q — погонное усилие, постоянное по контуру; F — площадь контура по средней линии.



Фиг. III. 13. Однополостный контур.

Относительный угол закручивания θ равен

$$\theta=\frac{\oint \tau ds}{2GF}=\frac{M_{кр}}{4GF^2}\oint\frac{ds}{\delta},$$

а момент инерции при кручении

$$J_{кр}=\frac{4F^2}{\oint\frac{ds}{\delta}}.$$

При постоянной по всему контуру толщине δ

$$\theta=\frac{M_{кр}s}{4GF^2\delta} \text{ и } J_{кр}=\frac{4F^2\delta}{s},$$

где s — длина контура по средней линии.

Для сечения с двумя полостями, т. е. с одной промежуточной стенкой (фиг. III. 14), будем иметь для первого контура

$$\tau_1\delta_1\int_{ABC}\frac{ds_1}{\delta_1}+(\tau_1\delta_1-\tau_2\delta_2)\int_{CA}\frac{ds_{12}}{\delta_{12}}=2G\theta F_1$$

и для второго контура

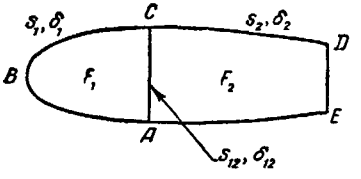
$$(\tau_1\delta_1-\tau_2\delta_2)\int_{AC}\frac{ds_{12}}{\delta_{12}}+\tau_2\delta_2\int_{CDEA}\frac{ds_2}{\delta_2}=2G\theta F_2.$$

Индексы 1 относятся к элеметнам первого контура, индексы 2 — к элементам второго, а индекс 12 — к промежуточному элементу, т. е. к стенке.

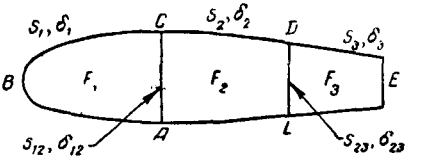
δ_i и G предполагаются постоянными по участкам. В общем случае они также входят под знак интеграла. Следует обращать внимание на индексы при интегралах — они показывают направление интегрирования и определяют знаки результата. Заменяя $\tau_i\delta_i=q_i$, получим

$$q_1\int\limits_{ABC}\frac{ds_1}{\delta_1}+(q_1-q_2)\int\limits_{CA}\frac{ds_{12}}{\delta_{12}}=2G\theta F_1;$$

$$(q_1-q_2)\int\limits_{AC}\frac{ds_{12}}{\delta_{12}}+q_2\int\limits_{CDEA}\frac{ds_2}{\delta_2}=2G\theta F_2.$$



Фиг. III. 14. Двухполостный контур.



Фиг. III. 15. Трехполостный контур.

В этих двух уравнениях три неизвестных: q_1, q_2 и θ. Третье уравнение равновесия имеет вид

$$2q_1F_1+2q_2F_2=M_{кр}.$$

Для трехполостного сечения с двумя стенками (фиг. III. 15) получим соответственно

$$q_1\int\limits_{ABC}\frac{ds_1}{\delta}+(q_1-q_2)\int\limits_{CA}\frac{ds_{12}}{\delta_{12}}=2G\theta F_1;$$

$$(q_1-q_2)\int\limits_{AC}\frac{ds_{12}}{\delta_{12}}+q_2\int\limits_{CD+LA}\frac{ds_2}{\delta_2}+(q_2-q_3)\int\limits_{DL}\frac{ds_{23}}{\delta_{23}}=2G\theta F_2;$$

$$(q_2-q_3)\int\limits_{LD}\frac{ds_{23}}{\delta_{23}}+q_3\int\limits_{DEL}\frac{ds_3}{\delta_3}=2G\theta F_3$$

$$2q_1F_1+2q_2F_2+2q_3F_3=M_{кр}.$$

Если толщина δ_i постоянна на данном участке контура и равна δ, то можно написать

$$\int\frac{ds_i}{\delta_i}=\frac{s_i}{\delta}.$$

Если модуль сдвига изменяется по длине контура, его нужно поставить под знак интеграла или перейти к одному модулю, вводя, где это нужно, редуцированный модуль.

Введем обозначения:

$$\psi_i=\frac{J_k}{M_{кр}}\ q_i=\frac{q_i}{G\theta}; \qquad J_k=\sum_{i=1}^{n}2F_i\psi_i;$$

$a_{i,\,i+1}=\int\limits_{i,\,i+1}\frac{ds_{i,\,i+1}}{\delta_{i,\,i+1}}$; для стенки DL, например, $a_{23}=\int\limits_{DL}\frac{ds_{23}}{\delta_{23}}$ (см. фигуру III.15) и $a_{ii}=\int\frac{ds_{ii}}{\delta_{ii}}$ для всего контура каждой полости, включая стенки.

Например, для контура $ACDLA$

$$a_{22}=\int\limits_{AC}\frac{ds_{12}}{\delta_{12}}+\int\limits_{CD+LA}\frac{ds_{22}}{\delta_{22}}+\int\limits_{DL}\frac{ds_{23}}{\delta_{23}}$$

(см. фиг. III. 15).

Введя эти обозначения, можно для решения задач о кручении многополосных контуров пользоваться следующими формулами.

Условие равновесия

$$M_{кр}=\sum_{i=1}^{n}2F_iq_i.$$

Условие связи (равенства углов закручивания для всех элементов сечения)

$$\begin{aligned}
&a_{11}\psi_1-a_{12}\psi_2=2F_1,\\
&-a_{12}\psi_1+a_{22}\psi_2-a_{23}\psi_3=2F_2,\\
&-a_{23}\psi_2+a_{33}\psi_3-a_{34}\psi_4=2F_3,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\
&-a_{n,\,n-1}\psi_{n-1}+a_{nn}\psi_n=2F_n.
\end{aligned}$$

Тогда

$$GJ_k\theta=M_{кр} \quad \text{и} \quad q_i=\frac{M_{кр}}{J_k}\ \psi_i.$$

Выражение для ψ_i имеет вид

$$\psi_i=2F_1\beta_{i1}+2F_2\beta_{i2}+2F_3\beta_{i3}+\ldots 2F_n\beta_{in},$$

$$\text{причем}\quad \beta_{ik}=\beta_{ki}.$$

В частных случаях:

а) для однополостного контура, т. е. для контура без промежуточной стенки

$$n=1,\quad F_1=F;\quad \beta_{11}=\frac{1}{a_{11}},\qquad \psi_1=\frac{2F}{a_{11}};$$

$$J_k=\frac{4F^2}{a_{11}}=\frac{4F^2}{\int\frac{ds}{\delta}};$$

$$q=\frac{M_{кр}}{2F};$$

б) для двухполостного контура, т. е. с одной промежуточной стенкой

$$\beta_{11}=\frac{a_{22}}{N}, \quad \beta_{12}=\frac{a_{13}}{N}, \quad \beta_{22}=\frac{a_{11}}{N};$$

$$N=a_{11}a_{22}-a_{12}^2;$$

$$\psi_1=2F_1\beta_{11}+2F_2\beta_{12};$$

$$\psi_2=2F_1\beta_{21}+2F_2\beta_{22}; \quad \beta_{21}=\beta_{12};$$

$$J_k=2F_1\psi_1+2F_2\psi_2=(2F_1)^2\beta_{11}+2\cdot 2F_1 2F_2\beta_{12}+(2F_2)^2\beta_{22};$$

$$\psi_1=\frac{2F_1a_{22}+2F_2a_{12}}{a_{11}a_{22}-a_{12}^2}; \qquad \psi_2=\frac{2F_1a_{12}+2F_2a_{11}}{a_{11}a_{22}-a_{12}^2};$$

$$J_k=\frac{(2F_1)^2a_{22}+2(2F_1\cdot 2F_2)a_{12}+(2F_2)^2a_{11}}{a_{11}a_{22}-a_{12}^2};$$

$$q_1=\frac{M_{кр}}{J_k}\psi_1=M_{кр}\frac{2F_1a_{22}+2F_2a_{12}}{(2F_1)^2a_{32}+2(2F_1\cdot 2F_2)a_{12}+(2F_2)^2a_{11}};$$

$$q_2=\frac{M_{кр}}{J_k}\psi_2=M_{кр}\frac{2F_1a_{12}+2F_2a_{11}}{(2F_1)^2a_{22}+2(2F_1\cdot 2F_2)a_{12}+(2F_2)^2a_{11}};$$

$$q_{12}=q_1-q_2=M_{кр}\frac{(a_{22}-a_{12})2F_1-(a_{11}-a_{12})2F_2}{(2F_1)^2a_{22}+2(2F_1\cdot 2F_2)a_{12}+(2F_2)^2a_{11}};$$

в) для трехполостного контура, т. е. с двумя стенками,

$$N\beta_{11}=a_{22}a_{33}-a_{23}^2; \quad N\beta_{22}=a_{11}a_{33};$$

$$N\beta_{33}=a_{11}a_{22}-a_{12}^2; \quad N\beta_{12}=a_{33}a_{12};$$

$$N\beta_{13}=a_{12}a_{23}; \quad N\beta_{23}=a_{11}a_{23};$$

$$N=a_{11}a_{22}a_{33}-a_{11}a_{23}^2-a_{33}a_{12}^2;$$

$$\psi_1=2\frac{(a_{22}a_{33}-a_{23}^2)F_1+a_{12}a_{33}F_2+a_{12}a_{23}F_3}{a_{33}(a_{11}a_{22}-a_{12}^2)-a_{11}a_{23}^2};$$

$$\psi_2=2\frac{(a_{12}a_{33}F_1+a_{11}a_{33}F_2)+a_{11}a_{23}F_3}{a_{23}(a_{11}a_{22}-a_{12}^2)-a_{11}a_{23}^2};$$

$$\psi_3=2\frac{a_{12}a_{33}F_1+a_{11}a_{23}F_2+(a_{11}a_{22}-a_{12}^2)F_3}{a_{33}(a_{11}a_{22}-a_{12}^2)-a_{11}a_{23}^2};$$

$$J_k=2F_1\psi_1+2F_2\psi_2+2F_3\psi_3;$$

$$q_1=\frac{M_{кр}}{J_k}\psi_1; \quad q_2=\frac{M_{кр}}{J_k}\psi_2; \quad q_3=\frac{M_{кр}}{J_k}\psi_3;$$

$$q_{12}=q_1-q_2; \quad q_{23}=q_2-q_3.$$

г) для четырехполостного контура, т. е. с тремя стенками,

$$N\beta_{11}=a_{22}(a_{33}a_{44}-a_{34}^2)-a_{23}^2a_{44};\quad N\beta_{44}=a_{33}(a_{11}a_{22}-a_{12}^2)-a_{11}a_{23}^2;$$

$$N\beta_{23}=a_{11}(a_{33}a_{44}-a_{34}^2);\quad N\beta_{33}=a_{44}(a_{11}a_{22}-a_{12}^2);$$

$$N\beta_{12}=a_{12}(a_{33}a_{44}-a_{34}^2);\quad N\beta_{34}=a_{34}(a_{11}a_{22}-a_{12}^2);$$

$$N\beta_{13}=a_{12}a_{23}a_{44};\quad N\beta_{23}=a_{11}a_{23}a_{44};$$

$$N\beta_{14}=a_{12}a_{23}a_{34};\quad N\beta_{24}=a_{11}a_{23}a_{34};$$

$$N=(a_{11}a_{22}-a_{12}^2)(a_{33}a_{44}-a_{34}^2)-a_{11}a_{44}a_{23}^2$$

и так далее.

Так как обычно стенки толще и короче панелей обшивки, то $a_{i,\,i-1}$ значительно меньше, чем a_{ii}. Поэтому быстрее и точнее можно решать системы уравнений путем последовательного приближения. Порядок вычисления такой:

а) одна стенка — две полости

$$\left.\begin{aligned}\psi_1^{(1)}&=\frac{1}{a_{11}}\left(2F_1+\frac{a_{12}}{a_{22}}2F_2\right)\\ \psi_2^{(1)}&=\frac{1}{a_{22}}\left(2F_2+\frac{a_{12}}{a_{11}}2F_1\right)\end{aligned}\right\}\text{первое приближение}$$

$$\left.\begin{aligned}\psi_1^{(2)}&=\frac{1}{a_{11}}(2F_1+a_{12}\psi_2^{(1)})\\ \psi_2^{(2)}&=\frac{1}{a_{22}}(2F_2+a_{12}\psi_1^{(1)})\end{aligned}\right\}\text{второе приближение}$$

$$\left.\begin{aligned}\psi_1^{(3)}&=\frac{1}{a_{11}}(2F_1+a_{12}\psi_2^{(2)})\\ \psi_2^{(3)}&=\frac{1}{a_{22}}(2F_2+a_{12}\psi_1^{(2)})\end{aligned}\right\}\text{третье приближение}$$

и т. д. до того, как следующее уточнение не будет значительно отличаться от предыдущего;

б) две стенки — три полости

$$\left.\begin{aligned}\psi_2^{(1)}&=\frac{1}{a_{22}}\left(2F_2+\frac{a_{12}}{a_{11}}2F_1+\frac{a_{13}}{a_{33}}2F_3\right)\\ \psi_1^{(1)}&=\frac{1}{a_{11}}(2F_1+a_{13}\psi_2^{(1)})\\ \psi_3^{(1)}&=\frac{1}{a_{33}}(2F_3+a_{23}\psi_2^{(1)})\end{aligned}\right\}\text{первое приближение}$$

$$\left.\begin{aligned}\psi_2^{(2)}&=\frac{1}{a_{22}}\left(2F_2+a_{12}\psi_1^{(1)}+a_{23}\psi^{(1)}\right)\\ \psi_1^{(2)}&=\frac{1}{a_{11}}\left(2F_1+a_{12}\psi_2^{(2)}\right)\\ \psi_3&=\frac{1}{a_{33}}\left(2F_3+a_{23}\psi_2^{(2)}\right)\end{aligned}\right\}\text{второе приближение}$$

и т. д.

В частном случае, когда

$$\frac{F_1}{\oint\limits_1\frac{ds}{\delta}}=\frac{F_2}{\oint\limits_2\frac{ds}{\delta}}=\ldots=\frac{F_n}{\oint\limits_n\frac{ds}{\delta}}$$

(причем интегралы на стенки не распространяются),— стенки не работают и поток по всей обшивке постоянен.

§ 3. Влияние отверстий и надрезов на прочность при кручении

У стержней некруглого сечения напряжения кручения у поверхности изменяются по величине в зависимости от положения рассматриваемой точки на контуре. Если сечение имеет входящие углы или какие-нибудь вырезы (продольные и поперечные отверстия в валах, выточки и шпоночные канавки), то в этих местах возникают повышенные напряжения. В вершинах острых углов (входящих) напряжения теоретически равны бесконечности. Практически здесь появляются пластические деформации, при статических нагрузках снижающие эффект концентрации. При переменных нагрузках в области пластических деформаций появляются трещины усталости. Для снижения напряжений и уменьшения возможности разрушения надо скруглять углы.

§ 4. Расчетные напряжения и коэффициент пластичности при кручении

Для таких металлов, как литой чугун и отлитые в землю термически необработанные магниевые сплавы, $\tau_b=\sigma_b$; для сплошных круглых сечений $\tau_b>\sigma_b$ вследствие пластичности (см. ниже).

Для стали и деформируемых сплавов разрушающие напряжения кручения τ_b меньше σ_b. Можно принимать для коротких стержней сплошного круглого сечения из стали с $\sigma_b\leqslant 70$ *кг/мм*² напряжение кручения $\tau_b\approx\sigma_b$; для таких же стержней из алюминиевых сплавов $\tau_b\approx 0{,}9\,\sigma_b$. Длина стержня влияет на прочность при кручении весьма заметно.

Для труб, кроме того, необходимо принимать во внимание отношение $\frac{D}{\delta}$.

Обычно пользуются формулой

$$\tau_{max}=\frac{\sigma_b}{2}\left(1{,}416-0{,}0167\frac{D}{\delta}\right)\quad\text{для}\quad 25\leqslant\frac{D}{\delta}\leqslant 50,$$

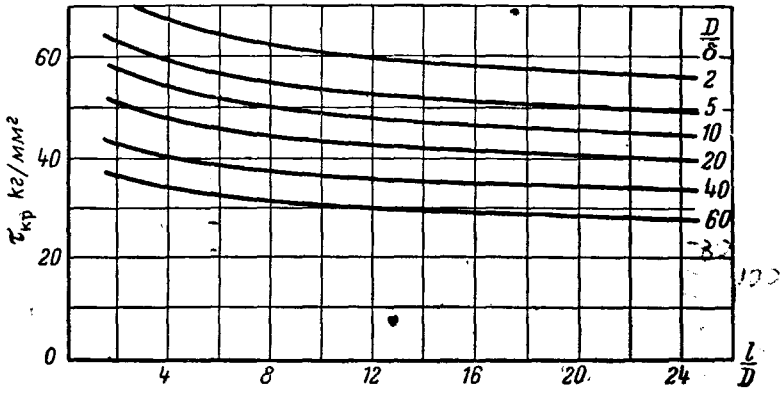
и формулой $\tau_{max}=\frac{\sigma_b}{2}$ для $\frac{D}{\delta}\leqslant 25$.

Однако при малых длинах эта формула дает несколько заниженные значения τ, так как не учитывает влияния длины. Поэтому рекомендуется пользоваться графиками разрушающих напряжений кручения τ_b для стальных

труб (фиг. III. 16) и для труб из алюминиевых сплавов типа Д1 и Д16 (фиг. III. 17). Эти графики дают разрушающие напряжения кручения с учетом пластичности.

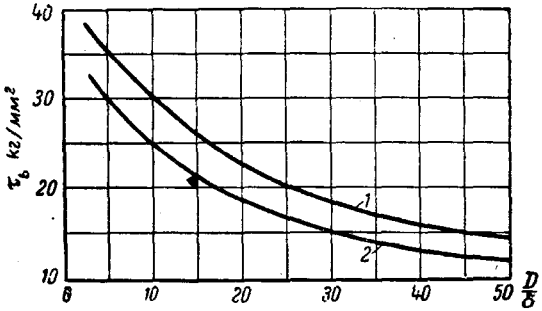
Так как при кручении тел сплошного сечения наружные волокна достигают предела текучести ранее внутренних, то при кручении, как и при изгибе, эффект пластичности вызывает увеличение предельного момента. Коэффициенты пластичности для разных сечений равны

1,33 — круглое сплошное сечение
1,6 — квадратное „ „
1,7 — прямоугольное „ „ $(2a \times a)$



Фиг. III. 16. Разрушающие напряжения при кручении стальных труб (σ_b=70 *кг/мм²*) в зависимости от $\frac{l}{D}$. D—наружный диаметр трубы; δ—толщина стенки; l—свободная длина трубы. Максимальные напряжения не превосходят σ_b. Для перехода к материалу другой прочности умножать значения, полученные из этих графиков, на $k=\frac{\sigma_b}{70}$.

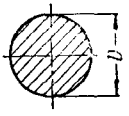
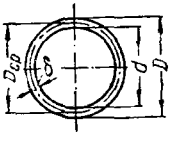
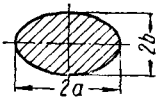
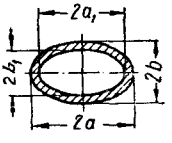
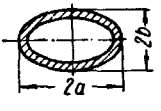
При кручении тонкостенных конструкций уже при сравнительно небольших напряжениях появляются волны, которые с ростом нагрузки (или деформации) увеличиваются до таких размеров, что конструкция разрушается. Об определении критических напряжений в таких конструкциях см. часть IV.



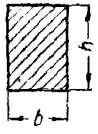
Фиг. III. 17. Разрушающие напряжения при кручении круглых труб из алюминиевых сплавов. *1*—Д16; *2*—Д1.

§ 5. Моменты инерции и напряжения при кручении стержней различных сечений

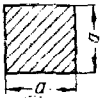
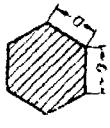
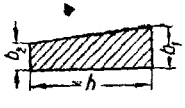
Таблица III. 3

Сечение	$J_{кр}$	τ_{max}
	$\frac{\pi D^4}{32} \approx 0{,}1 D^4$	$\frac{16 M_{кр}}{\pi D^3} \approx \frac{M_{кр}}{0{,}2 D^3}$
	$\frac{\pi(D^4-d^4)}{32}$ при $\frac{D}{\delta}>6$ $0{,}8 D_{ср}^3 \delta$ (ошибка меньше 3%)	$\frac{16 M_{кр} D}{\pi(D^4-d^4)}$ при $\frac{D}{\delta}>6$ $\frac{M_{кр} D}{1{,}6 D_{ср}^3 \delta}$ (ошибка меньше 3%)
	$\frac{\pi a^3 b^3}{a^2+b^2}$ при $\frac{a}{b}=n>1$ $\frac{\pi n^3 b^4}{1+n^2}$	$\frac{2 M_{кр}}{\pi a b^2} = \frac{2 M_{кр}}{\pi n b^3}$
	$\frac{\pi\left(ab^3-a_1 b_1^3\right)}{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}$ при $\frac{a}{b}=\frac{a_1}{b_1}=n$ $\frac{\pi n^3\left(b^4-b_1^4\right)}{1+n^2}$	$\frac{2 M_{кр} b}{\pi\left(ab^3-a_1 b_1^3\right)}$ или $\frac{2 M_{кр} b}{\pi n\left(b^4-b_1^4\right)}$
$\delta = Const$ 	$\frac{4\pi\left(a-\frac{\delta}{2}\right)^2\left(b-\frac{\delta}{2}\right)^2 \delta}{(a+b-\delta)\left[1+0{,}27\frac{(a-b)^2}{(a+b)^2}\right]}$	$\sim \frac{M_{кр}}{2\pi\left(a-\frac{\delta}{2}\right)\left(b-\frac{\delta}{2}\right)\delta}$

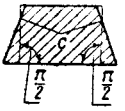
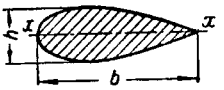
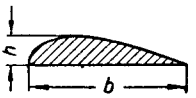
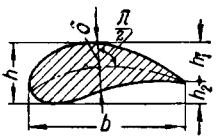
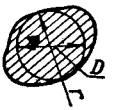
Продолж. табл. III. 3

Сечение	$J_{кр}$	τ_{max}
 $\frac{h}{b}=n>1$	$\frac{1}{3}\left(n-0,63+\frac{0,052}{n^4}\right)b^4$ или k_1hb^3	$\frac{M_{кр}b\left(1-\frac{0,65}{1+n^3}\right)}{\frac{1}{3}\left(n-0,63+\frac{0,052}{n^4}\right)b^4}$ или $\tau_{max}=\frac{M_{кр}}{k_2hb^2}$ — в серединах длинных сторон и $\tau_1=k_3\tau$ — в серединах коротких сторон

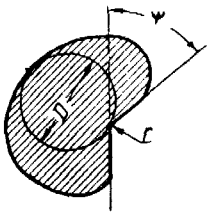
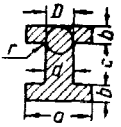
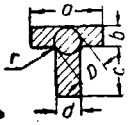
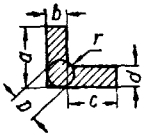
n	1,0	1,2	1,5	1,75	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	6,0	8,0	10	∞
k_1	0,141	0,166	0,196	0,214	0,229	0,249	0,263	0,281	0,291	0,299	0,307	0,312	0,333
k_2	0,208	0,219	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267	0,282	0,291	0,299	0,307	0,312	0,333
k_3	1,0	0,93	0,86	0,82	0,79	0,77	0,75	0,74	0,74	0,74	0,74	—	—

	$0,1406a^4$	$\frac{M_{кр}}{0,208a^3}$
	$1,035a^4$	$\frac{1,09M_{кр}}{a^3}$
	$\frac{a^4}{46,2}$	$\frac{20M_{кр}}{a^3}$ на серединах сторон
	при $h>4b_1$ $\frac{h\left(b_1^4-b_2^4\right)}{12\left(b_1-b_2\right)}-0,105\left(b_1^4+b_2^4\right)$	$\frac{M_{кр}b_1}{J_{кр}}$ на длинных сторонах ближе к широкому концу

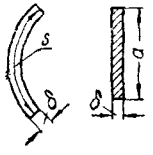
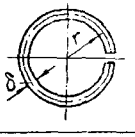
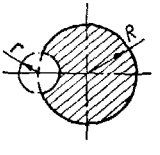
Продолж. табл. III. 3

Сечение	$J_{кр}$	τ_{max}
 c—центр тяжести.	Равнобочная трапеция или равнобедренный треугольник по жесткости кручения эквивалентны прямоугольнику	
 F—площадь сечения	$\frac{0,162h^3b}{1+1,43\left(\frac{h}{b}\right)^2}$ или $\frac{4J_x}{1+16\frac{J_x}{Fb^2}}$	$2,5\frac{M_{кр}h}{J_{кр}}$
	$\frac{0,167h^3b}{1+1,9\left(\frac{h}{b}\right)^2}$	$2,5\frac{M_{кр}h}{J_{кр}}$
 F—площадь сечения s и ds—длина по средней линии δ—перпендикулярно средней линии	$\frac{0,162h^3b}{1+1,9\frac{h_1^2+h_1h_2+h_2^2}{b^2}}$ или $\frac{c}{3+4\frac{c}{Fs^2}}$ $c=\int\delta^3ds$	$2,5\frac{M_{кр}h}{J_{кр}}$
 F—площадь сечения D—диаметр наибольшего вписанного круга r—радиус закругления в точке касания	$\frac{F^4}{40J_p}$	Для сплошного сечения неправильной формы τ_{max}—у точек касания вписанного в контур наибольшего круга и у входящих углов $\tau=\frac{M_{кр}}{J_{кр}}c.$ Если эти точки лежат на прямой или выпуклой части контура, то

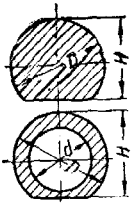
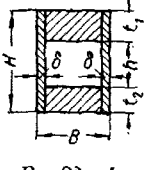
Продолж. табл. III. 3

Сечение	$J_{кр}$	τ_{max}
		$c=\dfrac{D}{1+\dfrac{\pi^2D^4}{16F^2}}\left[1+0{,}15\times\left(\dfrac{\pi D^4}{16F^2}-\dfrac{D}{2r}\right)\right]$ Если точка касания лежит на входящей части контура, то $c=\dfrac{D\operatorname{tg}2\psi}{1+\dfrac{\pi^2D^4}{16F^2}}\left\{1+\left[0{,}118\times\ln\left(1-\dfrac{D}{2r}\right)-0{,}238\dfrac{D}{2r}\right]\right\}$
Сеч. а)  Сеч. б)  Сеч. в) 	Для сеч. *а*) $2J'_{кр}+J''_{кр}+2\alpha D^4$ $J'_{кр}=ab^3\left[\dfrac{1}{3}-0{,}21\dfrac{b}{a}\left(1-\dfrac{b^4}{12a^4}\right)\right]$; $J''_{кр}=\dfrac{1}{3}cd^3$; при $b<d$ $\alpha=\dfrac{b}{d}\left(0{,}15+0{,}1\dfrac{r}{b}\right)$; при $b>d$ $\alpha=\dfrac{d}{b}\left(0{,}15+0{,}1\dfrac{r}{b}\right)$. Для сеч. *б*) $J'_{кр}+J''_{кр}+\alpha D^4$ $J'_{кр}$ и α — см. сеч. *а*); $J''_{кр}=cd^3\left[\dfrac{1}{3}-0{,}105\dfrac{d}{c}\left(1-\dfrac{d^4}{192c^4}\right)\right]$. Для сеч. *в*) $J'_{кр}+J''_{кр}+\alpha D^4$ $J'_{кр}$ — см. сеч. *а*); $J''_{кр}$ — см. сеч. *б*); $\alpha=\dfrac{b}{d}\left(0{,}07+0{,}076\dfrac{r}{b}\right)$	

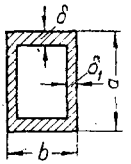
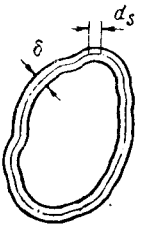
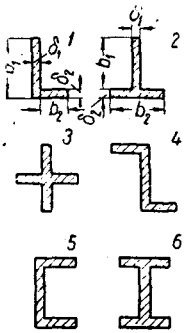
Продолж. табл. III. 3

Сечение	$J_{кр}$	τ_{max}
	При $\frac{s}{\delta}>4$ или $\frac{a}{\delta}=n>4$ $\frac{\delta^3}{3}(s-0{,}63\delta)$ или $\frac{\delta^4}{3}(n-0{,}63)$	$\frac{3M_{кр}}{\delta^2(l-0{,}63\delta)}$ или $\frac{3M_{кр}}{\delta^2(n-0{,}63)}$ по контуру длинных сторон; $0{,}74\tau_{max}$ — в середине коротких сторон
	Если $\frac{\delta}{r}$ — мало, то $\frac{2}{3}\pi r\delta^3$	$\frac{6\pi r+1{,}8\delta}{(2\pi r\delta)^2}M_{кр}$
	k_1R^4	$\frac{M_{кр}}{kR^3}$ на дне выреза

$\frac{r}{R}$	0	0,10	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,5
k	1,57	0,82	0,81	0,76	0,66	0,52	0,38	0,142
k_1	1,57	1,56	1,46	1,22	0,92	0,63	0,38	0,07

	При $1>\frac{H}{D}>0{,}5$ $\left(2{,}6\frac{H}{D}-1\right)\frac{D^4}{16}$ При $\frac{D}{d}=2$ и $\frac{H}{D}=\frac{7}{8}$ $18{,}9D^4$	$\frac{8}{D^3}\frac{0{,}075H+0{,}7}{0{,}65H-1}M_{кр}$ $\frac{11{,}4M_{кр}}{D^3}$
 $B-2\delta=b$	$\frac{4F_0^2\delta}{s}+k_1bt_1^3+k_2bt_2^3$, где $s=2(h+b+\delta)+t_1+t_2$; $F_0=\left(h+\frac{t_1+t_2}{2}\right)(b+\delta)$; k_1 и k_2 — см. сечение сплошного прямоугольника	Можно брать по аналогии со следующим сечением этой таблицы

Продолж. табл. III. 3

Сечение	$J_{кр}$	τ_{max}
	$\frac{2\delta\delta_1(a-\delta)^2(b-\delta_1)^2}{a\delta+b\delta_1-\delta^2-\delta_1^2}$	В серединах длинных сторон $\frac{M_{кр}}{2\delta_1(a-\delta)(b-\delta_1)}$, в серединах коротких сторон $\frac{M_{кр}}{2\delta(a-\delta)(b-\delta_1)}$ При отсутствии закруглений во внутренних углах напряжения будут выше
 s—длина контура по средней линии тонкостенного кольца произвольной формы	при переменной δ $\frac{4F_0^2}{\int\frac{ds}{\delta}}$ при $\delta=const$ $\frac{4F_0^2}{s}$	$\frac{M_{кр}}{2F_0\delta_{min}}$ F_0—площадь, ограниченная средней линией
	$\frac{\eta}{3}\Sigma b_i\delta_i^3$	

Сечение	1	2	3	4	5	6
η	0,97	1,08	1,17	1,17	1,3	1,3

Глава V

ИЗГИБ

§ 1. Основные формулы изгиба

Напряжение в любой точке сечения при линейном распределении напряжений в сечении (по гипотезе плоских сечений) равно

$$\sigma = \frac{M}{J_z} y.$$

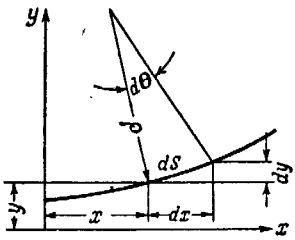
Напряжение в крайних волокнах

$$\sigma = \frac{M}{W}.$$

У сечения, несимметричного относительно нейтральной оси, моменты сопротивления и, следовательно, напряжения крайних сжатых и растянутых волокон могут быть различными по величине.

Деформации при изгибе

Уравнение кривизны и дифференциальное уравнение изогнутой оси балки имеет вид (фиг. III. 18)



Фиг. III. 18.

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{ds} = \pm \frac{\dfrac{d^2y}{dx^2}}{\left[1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{M}{EJ}.$$

Для малых прогибов приближенно считают

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} = \pm \frac{M}{EJ}.$$

Угол поворота сечения (угол наклона упругой линии, девиация) равен

$$\theta = \frac{dy}{dx}.$$

Поперечная (перерезывающая) сила

$$Q = \frac{dM}{dx}.$$

Погонная (распределенная) нагрузка

$$q = \frac{dQ}{dx}.$$

Работа при изгибе

Полная работа с учетом сдвига

$$A = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ} + k \int_0^l \frac{Q^2\, dx}{2FG},$$

где k — коэффициент, зависящий от формы сечения.

Если пренебречь влиянием сдвига, то

$$A=\int_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ}.$$

При чистом изгибе и постоянном сечении

$$A=\frac{M^2 l}{2EJ},$$

где l — длина бруса.

Моменты инерции и моменты сопротивления сечений см. часть I.

Формулы для расчета балок на изгиб см. ниже § 3.

§ 2. Коэффициент пластичности при изгибе

Коэффициент пластичности k зависит от полноты диаграммы $\sigma-\varepsilon$ и от формы сечения. Поправку на влияние пластичности можно вводить и при сложных напряжениях (изгиб и сжатие, изгиб и растяжение); практически применяют коэффициент пластичности и при определении приведенных напряжений при изгибе со сдвигом. Вводить поправку следует лишь в напряжения изгиба [1].

Ниже приводятся таблицы максимальных (геометрических) коэффициентов пластичности («увеличения» моментов сопротивления) при чистом изгибе для некоторых сечений при разрушающих напряжениях и график коэффициента пластичности для трапецевидного, кольцевого и двухполочного сечения без стенки (фиг. III. 19).

Для сложных сечений (фиг. III. 20) коэффициент пластичности можно определять, разбивая сечение на элементарные части, например, швеллер или двутавр на прямоугольники, а тавр сводить к прямоугольнику и двутавру по фиг. III. 20. Коэффициенты пластичности k в табл. III. 4 и графике III. 19 вычислены по формуле

$$k=\frac{2S_x}{W},$$

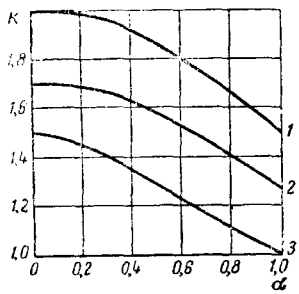
где S_x — статический момент половины сечения относительно центра тяжести (нейтральной линии сечения). Эта формула выведена в предположении, что напряжения в сечении распределяются в соответствии с фиг. III. 21, тогда как на самом деле напряжения в сечении распределяются по фиг. III. 22, т. е. разрушающий момент следует подсчитывать по формуле

$$M=2\int \sigma y\, dF.$$

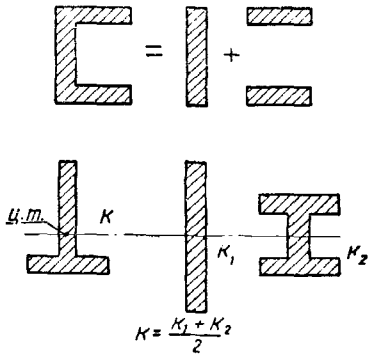
Поэтому указанными в табл. III. 4 коэффициентами пластичности можно пользоваться для всех пластичных материалов, для которых коэффициент полноты диаграммы $\sigma-\varepsilon$ близок к 1.

---

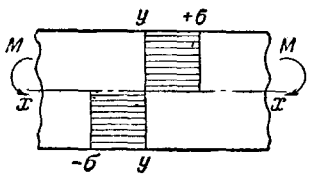
[1] О пластичности при кручении см. гл. IV «Кручение», при сдвиге — см. «Расчет крыла» в части V.



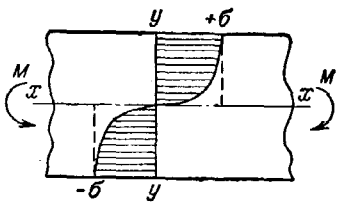
Фиг. III. 19. Коэффициенты пластичности: *1*—трапеции; *2*—кольцевого сечения; *3*—двойного прямоугольника; α — см. табл. III. 4. Графики построены по формулам табл. III. 4.



Фиг. III. 20. Определение коэффициента пластичности для сложных сечений.



Фиг. III. 21.



Фиг. III. 22.

Таблица III. 4

Коэффициент пластичности при изгибе

$$\sigma_{max}=\frac{M_{пред}}{kW}$$

Сечение		Коэффициент пластичности k
Трапеция	$\frac{h}{H}=\alpha$	$2\frac{1-\alpha^3}{1-\alpha^4}$
Двойной прямоугольник	$\frac{h}{H}=\alpha$	$1{,}5\frac{1-\alpha^2}{1-\alpha^3}$*
Кольцевое сечение любой толщины	$\frac{d}{D}=\alpha$	$\frac{16}{3\pi}\frac{1-\alpha^3}{1-\alpha^4}$*
Четырехугольник, ромб, треугольник		2
Прямоугольник		1,5
Круг, эллипс		$\frac{16}{3\pi}=1{,}7$
Тонкое кольцо	$\frac{\delta}{D}\to 0$	$\frac{4}{\pi}\approx 1{,}27$*

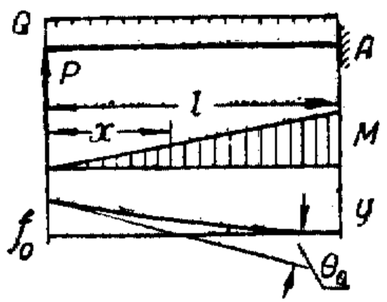
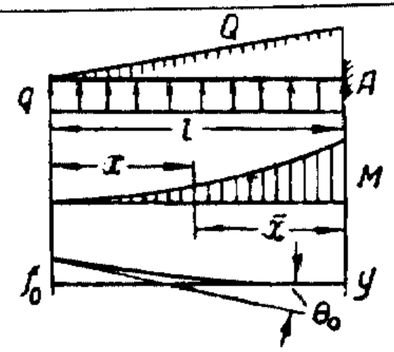
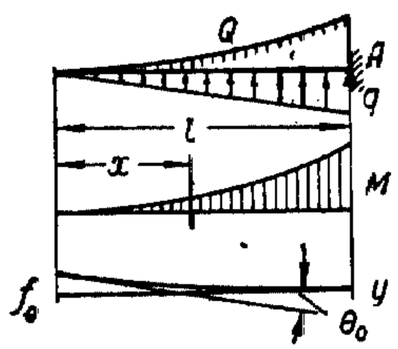
σ_{max}—максимальное напряжение (предел прочности)
$M_{пред}$—предельный разрушающий изгибающий момент.

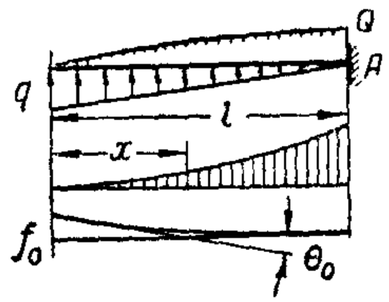
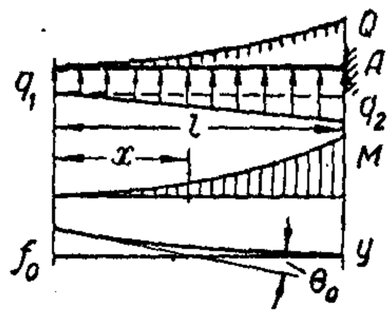
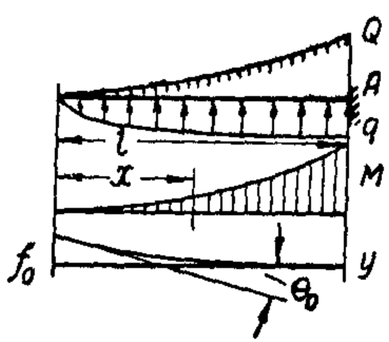
* При условии, что $\sigma_{изг}=k\sigma_b>\sigma_{крит}$ (см. часть IV).

§ 3. Формулы для расчета балок на изгиб

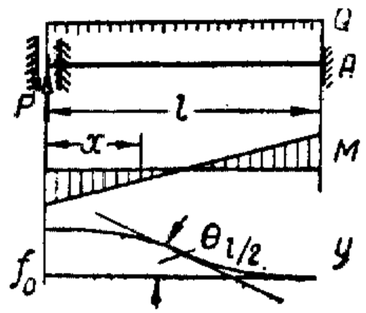
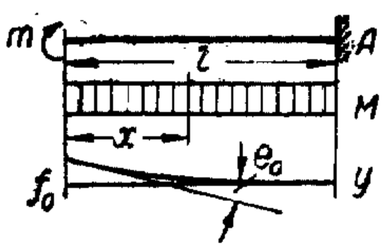
Таблица III. 5

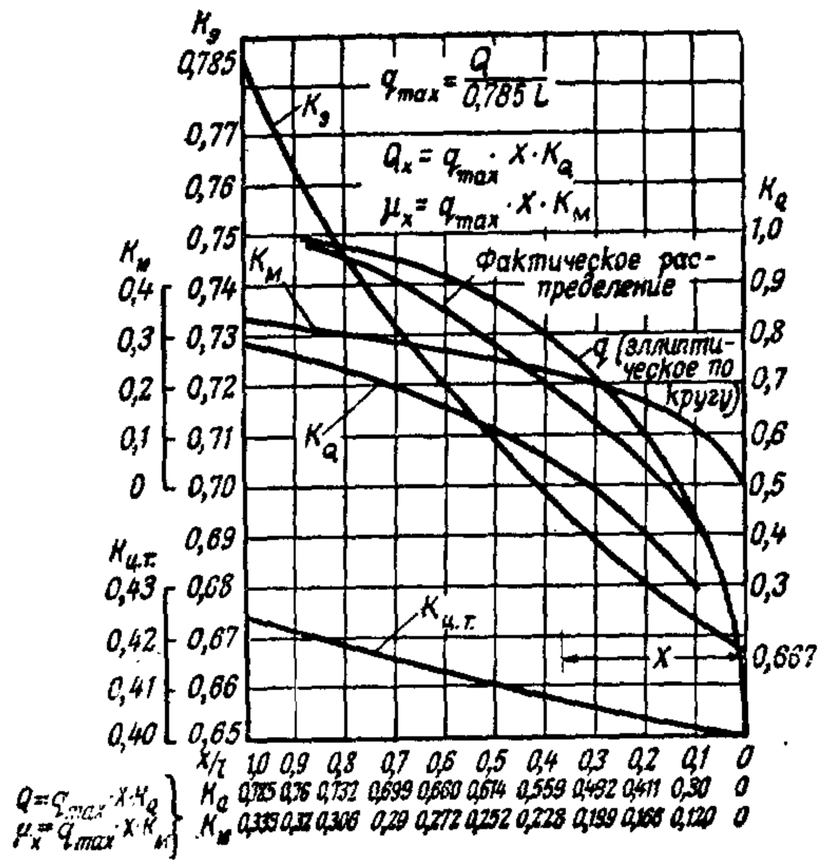
1. Консольная балка

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Сосредоточенная нагрузка на конце	$V_A=-P$ $Q_x=P$	$M_x=Px$ $M_A=Pl$	$\theta_x=-\frac{P}{2EJ}(l^2-x^2)$ $\theta_0=-\frac{Pl^2}{2EJ}$	$y=\frac{P}{6EJ}(2l^3-3l^2x+x^3)$ $f_0=\frac{Pl^3}{3EJ}$
 Нагрузка, распределенная равномерно	$V_A=-ql$ $Q_x=qx$ $q_x=q$	$M_x=\frac{qx^2}{2}$ $M_A=\frac{ql^2}{2}$	$\theta_x=-\frac{q}{6EJ}(l^3-x^3)$ $\theta_0=-\frac{ql^3}{6EJ}$	$y=\frac{q}{24EJ}(3l^4-4l^3x+x^4)$ $f_0=\frac{ql^4}{8EJ}$
 Нагрузка, распределенная	$V_A=-\frac{ql}{2}$ $Q_x=\frac{qx^2}{2l}$ $q_x=q\frac{x}{l}$	$M_x=\frac{qx^3}{6l}$ $M_A=\frac{ql^2}{6}$	$\theta_x=-\frac{q}{24EJl}(l^4-x^4)$ $\theta_0=-\frac{ql^3}{24EJ}$	$y=\frac{q}{120EJl}(4l^5-5l^4x+x^5)$ $f_0=\frac{ql^4}{30EJ}$

 Нагрузка, распределенная по треугольнику	$V_A=-\frac{ql}{2}$ $Q_x=q\left(x-\frac{x^2}{2l}\right)$ $q_x=q\left(1-\frac{x}{l}\right)$	$M_x=q\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{6l}\right)=$ $=\frac{qx^2}{2}\left(1-\frac{x}{3l}\right)$ $M_A=\frac{ql^2}{3}$	$\theta_x=\frac{q}{24EJl}(4x^3l-x^4-$ $-3l^4)$ $\theta_0=-\frac{ql^3}{8EJ}$	$y=\frac{q}{120EJl}(11l^5-15l^4x+$ $+5lx^4-x^5)$ $f_0=\frac{11ql^4}{120EJ}$
 Нагрузка, распределенная по трапеции	$V_A=-\frac{q_1+q_2}{2}l$ $Q_x=q_1x+\frac{q_2-q_1}{2l}x^2$ $q_x=q_1+\frac{q_2-q_1}{l}x$	$M_x=q_1\frac{x^2}{2}+\frac{q_2-q_1}{6l}x^3$ $M_A=\frac{2q_1+q_2}{6}l^2$	$\theta_x=-\frac{q_1}{6EJ}(l^3-x^3)-$ $-\frac{q_2-q_1}{24EJl}(l^4-x^4)$ $\theta_0=-\frac{3q_1+q_2}{24EJ}l^3$	$y=\frac{q_1}{EJ}\left(\frac{l^4}{8}-\frac{l^3x}{6}+\frac{x^4}{24}\right)+$ $+\frac{q_3-q_1}{EJl}\left(\frac{l^5}{30}-\frac{l^4x}{24}+\frac{x^5}{120}\right)$ $f_0=\frac{11q_1+4q_3}{120EJ}l^4$
	Все формулы для этого случая нагрузки получаются суммированием формул для случая нагрузки по прямоугольнику и треугольнику			
 Нагрузка, распределенная по эллипсу	$q_x=\frac{q}{l}\sqrt{(2l-x)x}$ $Q_x=$ $=q\left(\frac{x-l}{2l}\sqrt{(2l-x)x}+\right.$ $\left.+\frac{l}{2}\arccos\frac{l-x}{2}\right)$ $V_A=\frac{\pi}{4}ql$	$M_x=q\left\{\frac{l\sqrt{2lx-x^2}}{2}-\right.$ $-\frac{(2lx-x^2)^{\frac{3}{2}}}{6l}-$ $\left.-\frac{l(l-x)}{2}\arccos\frac{l-x}{l}\right\}$ $M_A=\frac{ql^2}{3}$		
	См. также фиг. III. 23			

Продолж. табл. III. 5

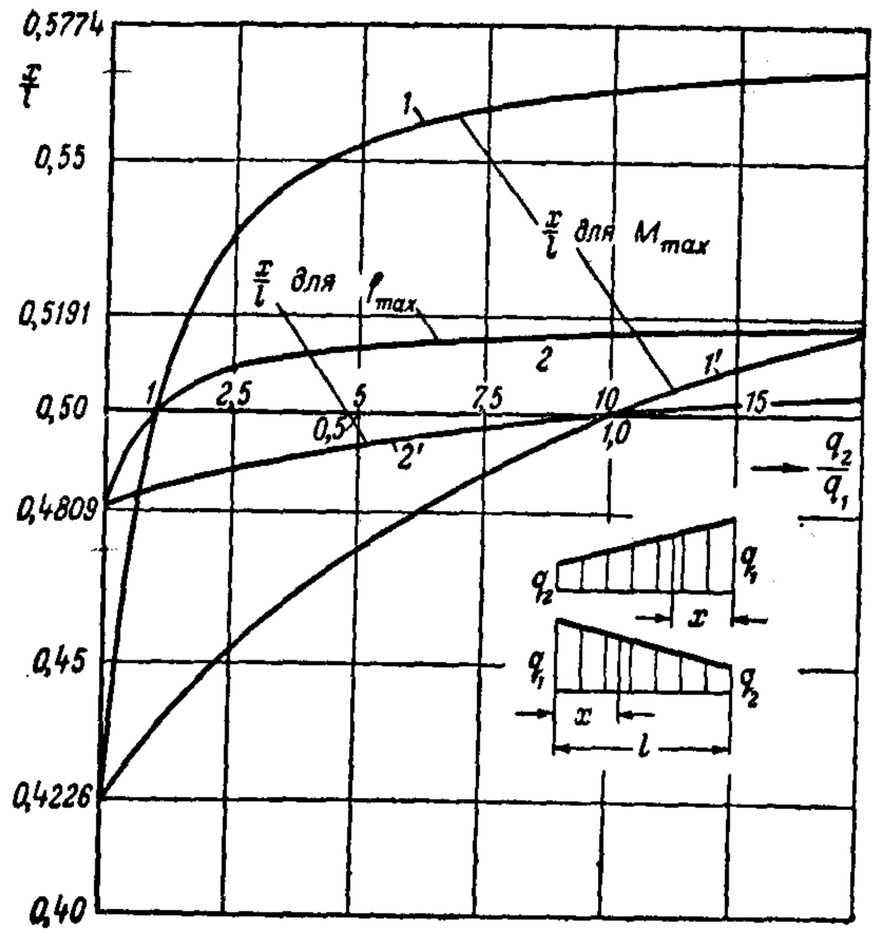
Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Нагрузка, сосредоточенная на неповорачивающемся конце	$V_A=-P$ $Q_x=P$	$M_x=P\left(x-\frac{l}{2}\right)$ $M_A=-M_0=\frac{Pl}{2}$	$\theta_x=\frac{Px}{2EJ}(x-l)$ $\theta_{\frac{l}{2}}=\frac{Pl^2}{8EJ}$	$y=\frac{P(l-x)^2}{12EJ}(l+2x)$ $f_0=\frac{Pl^3}{12EJ}$
 Момент на свободном конце	$Q_x=0$ $V_A=0$	$M_x=m=M_A$	$\theta_x=\frac{m}{EJ}(x-l)$ $\theta_0=-\frac{ml}{EJ}$	$y_x=\frac{m}{2EJ}(l-x)^2$ $f_0=\frac{ml^2}{2EJ}$



Фиг. III. 23. График для определения Q и M при эллиптическом распределении q.

$k_э$—коэффициент заполнения площади эллиптического сегмента в формуле $F_{сеч} = k_э x q_x$;

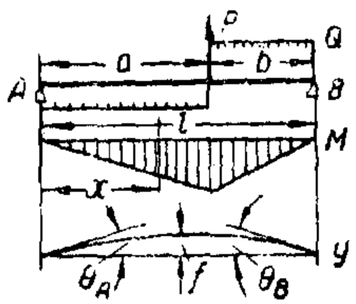
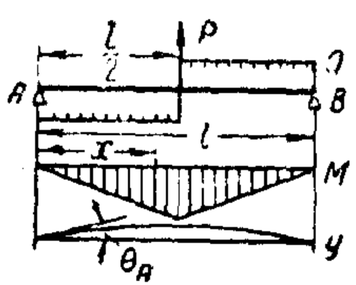
$k_{ц.т}$—коэффициент абциссы ц. т. площади сегмента $x_{ц.т} = k_{ц.т} x$.

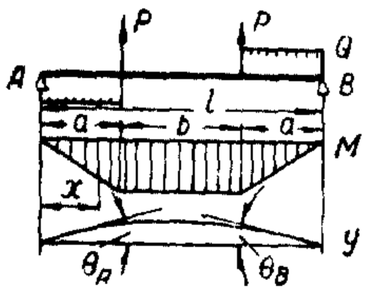
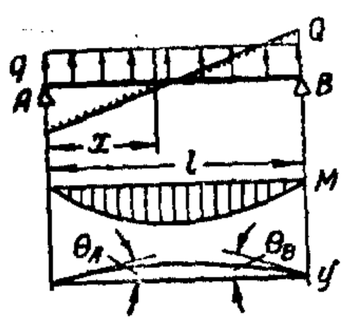


Фиг. III. 24. Графики для определения положений наибольшего изгибающего момента и наибольшего прогиба для двухопорной балки с нагрузкой, распределенной по трапеции. Горизонтальный масштаб кривых *1'* и *2'* увеличен в 10 раз по сравнению с кривыми *1* и *2*.

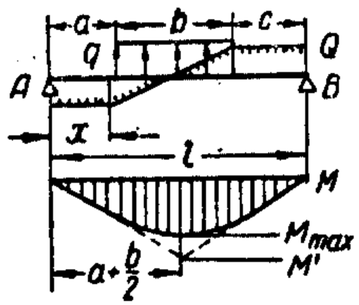
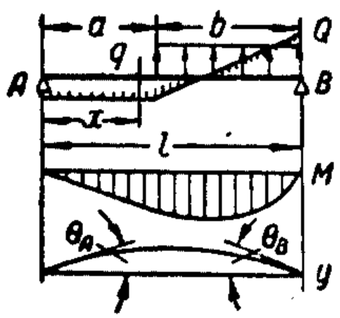
Таблица III. 6

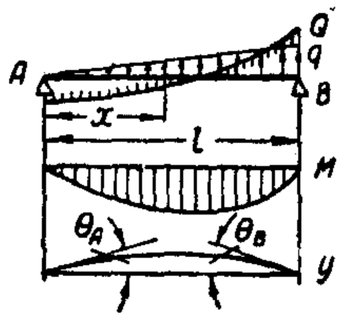
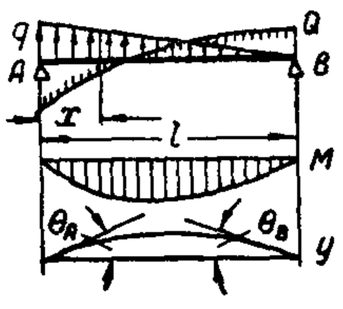
2. Балка на двух опорах

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Сосредоточенная нагрузка в пролете	$V_A=-\frac{Pb}{l}$ $V_B=-\frac{Pa}{l}$; при $x\leqslant a$ $Q_x=-\frac{Pb}{l}$; при $x>a$ $Q_x=\frac{Pa}{l}$	при $x<a$ $M_x=-\frac{Pb}{l}x$; при $x>a$ $M_x=-\frac{Pa}{l}(l-x)$; $M_P=M_{max}=-\frac{Pab}{l}$	при $x<a$ $\theta_x=\frac{Pb}{6EJl}(l^2-b^2-3x^2)$; $\theta_A=\frac{Pb}{6EJl}(l^2-b^2)$; при $x>a$ $\theta_x=\frac{Pa}{6EJl}(2l^2-6lx+3x^2+a^2)$; $\theta_B=\frac{Pa}{6EJl}(a^2-l^2)$; $\theta_P=\frac{Pab}{3EJl}(b-a)$	при $x<a$ $y=\frac{Pbx}{6EJl}(l^2-b^2-x^2)$; при $x>a$ $y=\frac{Pa(l-x)}{6EJl}(2lx-a^2-x^2)$; $f_P=\frac{Pa^2b^2}{3EJl}$; если $a>b$, то $f_{max}=\frac{PbX^3}{3EJl}$, где $X=\sqrt{\frac{l^2-b^2}{3}}$
 Сосредоточенная нагрузка в середине пролета	$V_A=V_B=-\frac{P}{2}$ при $x<\frac{l}{2}$ $Q_x=-\frac{P}{2}$;	при $x<\frac{l}{2}$ $M_x=-\frac{Px}{2}$	при $x<\frac{l}{2}$ $\theta_x=\frac{P}{16EJ}(l^2-4x^2)$;	при $x<\frac{l}{2}$ $y=\frac{Px}{48EJ}(3l^2-4x^2)$;

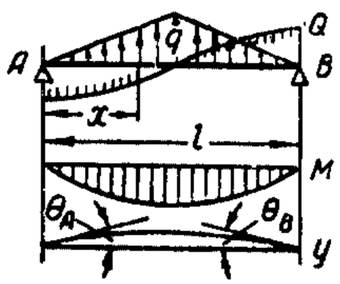
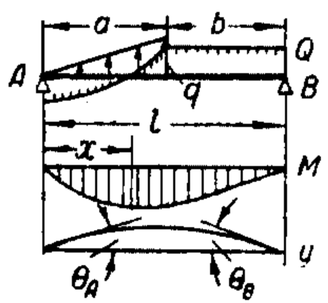
	при $x > \frac{l}{2}$ $Q_x = \frac{P}{2}$	$M_P = M_{max} = \frac{Pl}{4}$	$\theta_A = -\theta_B = \frac{Pl^2}{16EJ}$	$f_{max} = f_{\frac{l}{2}} = \frac{Pl^3}{48EJ}$
 Две равные симметричные сосредоточенные нагрузки	$V_A = V_B = -P$ при $x < a$ $Q_x = -P$; при $a < x < a+b$ $Q_x = 0$	при $x < a$ $M_x = -Px$; при $a < x < a+b$ $M_x = M_{max} = -Pa$	при $x < a$ $\theta_x = \frac{P}{2EJ}(la - a^2 - x^2)$; $\theta_A = \frac{Pa}{2EJ}(l-a)$; $\theta_P = \frac{Pab}{2EJ}$; при $a < x < a+b$ $\theta_x = \frac{Pa}{2EJ}(l-2x)$; $\theta_B = -\frac{Pa}{2EJ}(l-a)$	при $x < a$ $y = \frac{Px}{6EJ}(3la - 3a^2 - x^2)$; $f_P = \frac{Pa^2}{6EJ}(3l - 4a)$; при $a < x < a+b$ $y = \frac{Pa}{6EJ}(3lx - 3x^2 - a^2)$; $f_{max} = f_{\frac{l}{2}} = \frac{Pa}{24EJ}(3l^2 - 4a^2)$
 Равномерно распределенная нагрузка	$V_A = V_B = -\frac{ql}{2}$ $Q_x = -\frac{ql}{2} + qx$	$M_x = -\frac{qx}{2}(l-x)$ $M_{max} = -\frac{ql^2}{8}$	$\theta_x = \frac{q}{24EJ}(l^3 - 6lx^2 + 4x^3)$ $\theta_A = -\theta_B = \frac{ql^3}{24EJ}$	$y = \frac{qx}{24EJ}(l^3 - 2lx^2 + x^3)$ $f_{max} = \frac{5ql^4}{384EJ}$

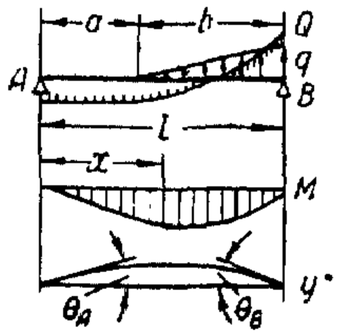
Продолж. табл. III. 6

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Равномерно распределенная нагрузка на участке	$V_A=-q\frac{b(2c+b)}{2l}$; $V_B=-q\frac{b(2a+b)}{2l}$; при $x<a$ $Q_x=V_A$; при $a<x<a+b$ $Q_x=V_A+q(x-a)$	при $x<a$ $M_x=V_Ax$; при $a<x<a+b$ $M_x=V_Ax+q\frac{(x-a)^2}{2}$; $M'=-V_A\left(a+\frac{b}{2}\right)$ $M_{max}=-V_A\left(a+\frac{V_A}{2q}\right)$		
 Равномерно распределенная нагрузка на участке у правой опоры	$V_A=-\frac{qb^2}{2l}$ $V_B=-qb\left[1-\frac{b}{2l}\right]=$ $=-\frac{qb}{2l}(l+a)$; при $x<a$ $Q_x=-\frac{qb^2}{2l}$;	при $x<a$ $M_x=-\frac{qb^2}{2l}x=V_Ax$; при $x>a$ $M_x=-\frac{qb^2}{2l}x+q\frac{(x-a)^2}{2}=$ $=V_A\left[x-l\left(\frac{x-a}{b}\right)^2\right]$; $M_{max}=-\frac{ql^2}{8}\left(1-\frac{a^2}{l^2}\right)^2=$	при $x<a$ $\theta_x=\frac{qb^2}{12EJl}\left[l^2-\frac{b^2}{2}-3x^2\right]$ $\theta_A=\frac{qb^2}{12EJl}\left(l^2-\frac{b^2}{2}\right)$; при $x>a$ $\theta_x=\frac{q}{12EJl}\left[l^2b^2-\frac{b^4}{2}+\right.$	при $x<a$ $y=\frac{qb^2x}{24EJl}[2l^2-b^2-2x^2]$ $f_a=\frac{qb^3a}{24EJ}\frac{l+3a}{l}$; при $x>a$ $y=\frac{q}{24EJl}[b^2(2l^2-b^2)x+$ $+l(x-a)^4-2b^2x^3]$

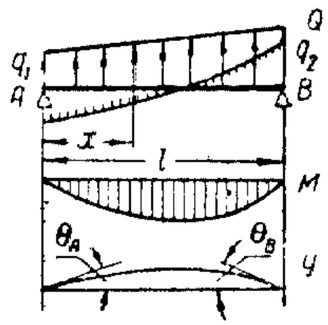
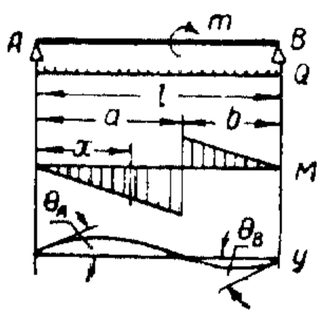
	при $x>a$ $Q_x=-\frac{qb^2}{2l}+q(x-a)$	$=-\frac{qb^2}{8l^2}(l+a)^2$ при $x=\frac{l}{2}\left(1+\frac{a^2}{l^2}\right)=$ $=\frac{b^2}{2l}+a$	$+2l(x-a)^3-3b^2x^2\Big]$ $\theta_B=-\frac{qb^2}{12EJl}\Big[2l^2+$ $+\frac{b^2}{2}-2lb\Big]$	при $a>0{,}547l$ f_{max} – на левом участке; при $a<0{,}547l$ f_{max} – на правом участке; при $a=0{,}547l$ $f_{max}=f_a=0{,}0026\frac{ql^4}{EJ}$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику слева направо	$V_A=-\frac{ql}{6}$ $V_B=-\frac{ql}{3}$ $Q_x=-\frac{q}{2l}\left(\frac{l^2}{3}-x^2\right)$ $q_x=q\frac{x}{l}$	$M_x=-\frac{qx}{6l}(l^2-x^2)$ $M_{max}=-0{,}064ql^2$ при $x=0{,}5774l$	$\theta_x=\frac{q}{360EJl}(7l^4-$ $-30l^2x^2+15x^4)$; $\theta_A=+\frac{7}{360}\frac{ql^3}{EJ}$; $\theta_B=-\frac{ql^3}{45EJ}$	$y=\frac{qx}{360EJl}(7l^4-10l^2x^2+$ $+3x^4)$; при $x=0{,}51913l$ $f_{max}=0{,}00652\frac{ql^4}{EJ}$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику справа налево	$V_A=-\frac{ql}{3}$ $V_B=-\frac{ql}{6}$ $q_x=\frac{q}{l}(l-x)$ $Q_x=\frac{ql}{6}\left[1-3\frac{(l-x)^2}{l^2}\right]$	$M_x=-\frac{q}{6l}[l^3-l^2x+$ $+(l-x)^3]$; $M_{max}=-0{,}064ql^2$ при $x=0{,}4226l$	$\theta_x=\frac{q}{360EJl}(8l^4-60l^2x^2+$ $+60lx^3-15x^4)$; $\theta_A=+\frac{ql^3}{45EJ}$; $\theta_B=-\frac{7ql^3}{360EJ}$	$y=\frac{qx}{360EJl}(8l^4-20l^2x^2+$ $+15lx^3-3x^4)$; при $x=0{,}48087l$ $f_{max}=0{,}00652\frac{ql^4}{EJ}$

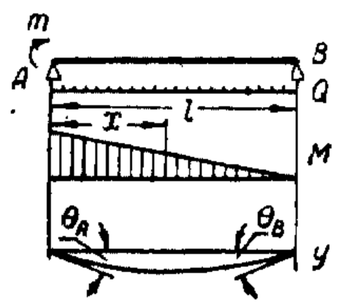
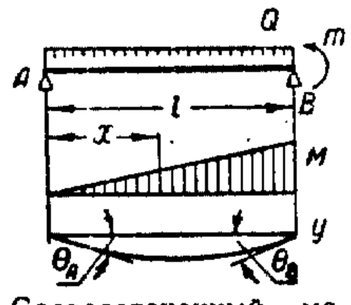
Продолж. табл. III. 6

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Нагрузка, распределенная по треугольнику с вершиной по середине	$V_A=V_B=-\frac{ql}{4}$ при $x<\frac{l}{2}$ $q_x=\frac{2q}{l}x$ $Q_x=\frac{q}{l}\left(x^2-\frac{l^2}{4}\right)$; при $x>\frac{l}{2}$ $q_x=\frac{2q}{l}(l-x)$ $Q_x=\frac{q}{l}\left[\frac{l^2}{4}-(l-x)^2\right]$	при $x<\frac{l}{2}$ $M_x=\frac{qx}{12l}(4x^2-3l^2)$; при $x>\frac{l}{2}$ $M_x=\frac{q}{12l}[3l^2x+4(l-x)^3-3l^2]$; $M_{max}=-\frac{ql^2}{12}$ при $x=\frac{l}{2}$	при $x<\frac{l}{2}$ $\theta_x=\frac{q}{24EJl}\left(\frac{5}{8}l^4-3l^2x^2+2x^4\right)$; $\theta_A=-\theta_B=\frac{5ql^3}{192EJ}$	при $x<\frac{l}{2}$ $y=\frac{qx}{24EJl}\left(\frac{5}{8}l^4-l^2x^2+\frac{2}{5}x^4\right)$; $f_{max}=\frac{ql^4}{120EJ}$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику на участке у левой опоры	при $x<a$ $q_x=q\frac{x}{a}$ $V_A=-\frac{qa}{2}\left(1-\frac{2}{3}\frac{a}{l}\right)$ $Q_x=\frac{qx^2}{2a}-\frac{qa}{2}\left(1-\right.$	при $x<a$ $M_x=\frac{qx}{2}\left[\frac{x^2}{3a}-a\left(1-\frac{2}{3}\frac{a}{l}\right)\right]$; при $x>a$	при $x<a$ $\theta_x=\frac{qa^3}{360EJ}\left[15\frac{x^4}{a^4}-90\frac{x^2}{a^2}+60\frac{x^2}{al}+40\frac{l}{a}-\right.$	при $x<a$ $y=\frac{qa^3x}{360EJ}\left[3\frac{x^4}{a^4}-30\frac{x^2}{a^2}+20\frac{x^2}{la}+40\frac{l}{a}-45+12\frac{a}{l}\right]$;

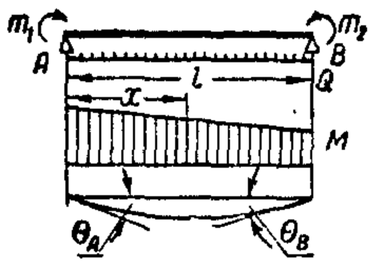
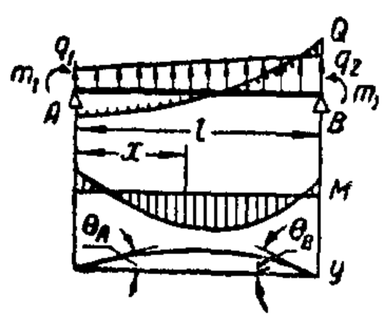
	$-\frac{2}{3}\frac{a}{l}\Big)$; при $x>a$ $q_x=0$ $V_B=-\frac{qa^2}{3l}$ $Q_x=\frac{qa^2}{3l}$	$M_x=\frac{qa^2}{3}\left(\frac{x}{l}-1\right)$; $M_{max}=-qa^2\frac{\sqrt{1-\frac{2}{3}\frac{a}{l}}}{9}\times$ $\times(l+2b)$ при $x=a\sqrt{1-\frac{2}{3}\frac{a}{l}}$	$-45+12\frac{a}{l}\Big]$; при $x>a$ $\theta_x=\frac{qa^3}{360EJ}\Big[60\frac{x^2}{al}-$ $-120\frac{x}{a}+40\frac{l}{a}+$ $+12\frac{a}{l}\Big]$	при $x>a$ $y_x=\frac{qa^4}{360EJ}\Big[20\frac{x^3}{a^2l}-$ $-60\frac{x^2}{a^2}+\frac{x}{a}\left(40\frac{l}{a}+\right.$ $\left.+12\frac{a}{l}\right)-12\Big]$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику на участке у правой опоры	при $x<a$ $q_x=0$; $V_A=-\frac{qb^2}{6l}$; $Q_x=-\frac{qb^2}{6l}$; при $x>a$ $q_x=q\frac{x-a}{b}$; $V_B=-\frac{qb}{2}\left(1-\frac{b}{3l}\right)$; $Q_x=\frac{q}{2}\Big[\frac{(x-a)^2}{b}-$ $-\frac{b^2}{3l}\Big]$	при $x<a$ $M_x=-\frac{qb^2}{6l}x$; при $x>a$ $M_x=\frac{q}{2}\left[\frac{(x-a)^3}{3b}-\frac{b^2x}{3l}\right]$; $M_{max}=-\frac{qb^2}{6}\Big[\frac{a}{l}+$ $+0{,}3849\frac{b}{l}\sqrt{\frac{b}{l}}\Big]$ при $x=a+b\sqrt{\frac{b}{3l}}$	при $x<a$ $\theta_x=+\frac{qb^2}{360l}[10l^2-3b^2-$ $-30x^2]$; при $x>a$ $\theta_x=\frac{qb^3}{360EJ}\Big[15\left(\frac{x-a}{b}\right)^4-$ $-30\frac{x^2}{bl}+10\frac{l}{b}-3\frac{b}{l}\Big]$	при $x<a$ $y=+\frac{qb^2x}{360l}(10l^2-3b^2-$ $-10x^2)$; при $x>a$ $y=\frac{qb^4}{360EJ}\Big[3\left(\frac{x-a}{b}\right)^5-$ $-10\frac{x^3}{b^2l}+10\frac{lx}{b^2}-3\frac{x}{l}\Big]$

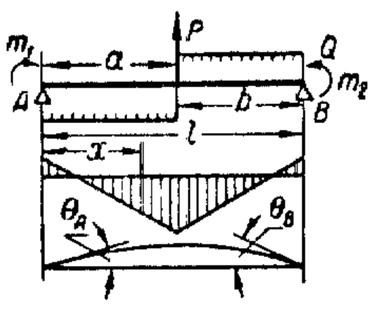
Продолж. табл. III. 6

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Нагрузка, распределенная по трапеции	$q_x=q_1+\frac{q_2-q_1}{l}x$ $V_A=-l\left(\frac{q_1}{2}+\frac{q_2-q_1}{6}\right)$ $V_B=-l\left(\frac{q_1}{2}+\frac{q_2-q_1}{3}\right)$ $Q_x=q_1\left(\frac{l}{2}-x\right)-\frac{q_2-q_1}{2l}\left(\frac{l^2}{3}-x^2\right)$	$M_x=-\frac{q_1x}{2}(l-x)-\frac{q_2-q_1}{6l}x(l^2-x^2)$ положение M_{max} см. фиг. III. 24	$\theta_x=\frac{q_1}{24EJ}(l^3-6lx^2+4x^3)+\frac{q_2-q_1}{360EJl}(7l^4-30l^2x^2+15x^4)$ $\theta_A=\frac{l^3}{EJ}\left[\frac{q_1}{24}+\frac{7(q_2-q_1)}{360}\right]$ $\theta_B=-\frac{l^3}{EJ}\left(\frac{q_1}{24}+\frac{q_2-q_1}{45}\right)$	$y=\frac{q_1x}{24EJ}(l^3-2lx^2+x^3)+\frac{q_2-q_1}{360EJ}\frac{x}{l}\times(7l^4-10l^2x^2+3x^4)$ положение f_{max} см. фиг. III. 24
 Сосредоточенный момент в пролете	$V_A=-\frac{m}{l}=-V_B$ $Q_x=-\frac{m}{l}$	при $x<a$ $M_x=-\frac{mx}{l}$; $M_a=-\frac{ma}{l}$;	при $x<a$ $\theta_x=\frac{m}{6EJl}(l^2-3b^2-3x^2)$ $\theta_A=\frac{m}{6EJl}(l^2-3b^2)$ $\theta_a=\frac{m}{3EJl}(3ab-l^2)$;	при $x<a$ $y=\frac{mx}{6EJl}(l^2-3b^2-x^2)$; при $x>a$ $y=\frac{m(l-x)}{6EJl}\times(x^2+3a^2-2lx)$;

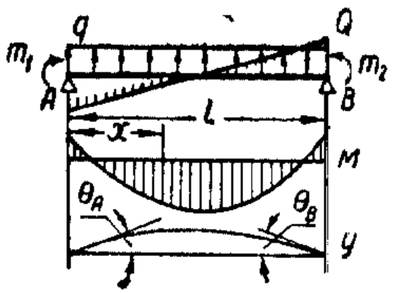
		при $x>a$ $M_x=m\left(1-\frac{x}{l}\right)$; $M'_a=\frac{mb}{l}$	при $x>a$ $\theta_x=\frac{m}{6EJl}(6lx-2l^2-$ $-3a^2-3x^2)$ $\theta_B=\frac{m}{6EJl}(l^2-3a^2)$	при $a>0,4226l$ $f_{max}=\frac{mX^3}{3EJl}$, где $X=\sqrt{\frac{l^2}{3}-b^2}$ Минимум, если он имеется, находится в сечении $x=l-0,5774\times$ $\times\sqrt{l^2-3a^2}$
Если момент приложен в средней части пролета $0,4226<\frac{a}{l}<$ $<0,5774$, то кривая прогибов имеет максимум, минимум и перегиб. Если момент приложен левее, — выпуклость всей кривой направлена вниз,—кривая имеет только минимум, если правее,—то выпуклость направлена вверх и кривая имеет только максимум				
 Сосредоточенный момент на левой опоре	$V_A=-V_B=-\frac{m}{l}$ $Q_x=V_A=-\frac{m}{l}$	$M_x=m-\frac{m}{l}x=$ $=\frac{m}{l}(l-x)$ $M_{max}=m$	$\theta_x=\frac{m}{6EJl}(2l^2-6lx+$ $+3x^2)$ $\theta_A=-\frac{ml}{3EJ}$; $\theta_B=\frac{ml}{6EJ}$	$y=\frac{mx}{6EJl}(x-l)(2l-x)$ $f_{max}=-0,0642\frac{ml^2}{EJ}$ при $x=0,4226l$
 Сосредоточенный момент на правой опоре	$V_A=\frac{m}{l}=-V_B$ $Q_x=\frac{m}{l}$	$M_x=\frac{m}{l}x$ $M_{max}=m$	$\theta=\frac{m}{2EJl}\left(x^2-\frac{l^2}{3}\right)$ $\theta_A=-\frac{ml}{6EJ}$ $\theta_B=+\frac{ml}{3EJ}$	$y=\frac{mx}{6EJl}(x^2-l^2)$; $f_{max}=0,0642\frac{ml^2}{EJ}$ при $x=0,5774$

Продолж. табл III. 6

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Сосредоточенные моменты на обеих опорах	$V_A=\frac{m_2-m_1}{l}$ $V_B=\frac{m_1-m_2}{l}$ $Q_x=V_A$	$M_x=m_1+\frac{m_2-m_1}{l}x;$ при $m_1>m_2$ $M_{max}=m_1$	$\theta_x=\frac{m_2-m_1}{6EJl}(3x^2-l^2)+\frac{m_1}{2EJ}(2x-l)$ $\theta_A=-\frac{2m_1+m_2}{6EJ}l;$ $\theta_B=\frac{m_1+2m_2}{6EJ}l;$ при $m_1=m_2=m$ $\theta_x=\frac{m}{2EJ}(2x-l);$ $\theta_A=-\theta_B=-\frac{ml}{2EJ}$	$y=\frac{x(x-l)}{2EJ}\left[m_1+\frac{m_2-m_1}{3l}(x+l)\right];$ при $m_1=m_2=m$ $y=\frac{mx(x-l)}{2EJ};$ $f_{max}=-\frac{ml^2}{8EJ}$
 Нагрузка, распределенная по трапеции, возрастающая слева направо, и моменты на опорах	$V_A=\frac{m_2-m_1}{l}-\left(\frac{q_1}{2}+\frac{q_2-q_1}{6}\right)l;$ $V_B=\frac{m_1-m_2}{l}-\left(\frac{q_1}{2}+\frac{q_2-q_1}{3}\right)l;$ $q_x=q_1+\frac{q_2-q_1}{l}x$	$M_x=m_1+\frac{m_2-m_1}{l}x-\frac{q_1x}{2}(l-x)-\frac{q_2-q_1}{6l}x(l^2-x^2)$	$\theta_x=\frac{q_1}{24EJ}(l^3-6lx^2+4x^3)+\frac{q_2-q_1}{360EJl}\times(7l^4-30l^2x^2+15x^4)+\frac{m_2-m_1}{6EJl}\times(3x^2-l^2)+\frac{m_1}{2EJ}(2x-l)$ $\theta_A=\frac{l^3}{24EJ}\times$	$y=\frac{q_1x}{24EJ}(l^3-2lx^2+x^3)+\frac{q_2-q_1}{360EJ}\frac{x}{l}(7l^4-10l^2x^2+3x^4)+\frac{x(x-l)}{2EJ}\left[m_1+\frac{m_2-m_1}{3l}(x+l)\right]$

	$Q_x=\frac{m_2-m_1}{l}-q_1\left(\frac{l}{2}-x\right)-\frac{q_2-q_1}{2l}\left(\frac{l^2}{3}-x^2\right)$		$\times\left[q_1+\frac{7(q_2-q_1)}{15}\right]-\frac{l}{6EJ}(2m_1+m_2);$ $\theta_B=\frac{l^3}{EJ}\left(\frac{q_1}{24}-\frac{q_2-q_1}{45}\right)+\frac{l}{6EJ}\times(m_1+2m_2)$	
 Сосредоточенная нагрузка в пролете и моменты на опорах	$V_A=\frac{m_2-m_1}{l}-\frac{Pb}{l};$ $V_B=\frac{m_1-m_2}{l}-\frac{Pa}{l};$ при $x<a$ $Q_x=V_A;$ при $x>a$ $Q_x=-V_B$	при $x<a$ $M_x=m_1+V_Ax;$ при $x>a$ $M_x=m_1+V_Ax+P(x-a)=m_2+V_B(l-x);$ при $x=a$ $M_a=m_1+\frac{m_2-m_1}{l}a-\frac{Pab}{l}$		при $x<a$ $y=\frac{x(x-l)}{2EJ}\left[m_1+\frac{V_A}{3}(x+l)-\frac{Pb^3}{3l(x-l)}\right];$ при $x>a$ $y=\frac{x(x-l)}{2EJ}\left[m_1+\frac{V_A}{3}(x+l)-\frac{P}{3(x-l)}\times\left(\frac{b^3}{l}-\frac{(x-a)^3}{x}\right)\right];$ при $x=a$ $f_a=-\frac{ab}{2EJ}\left[m_1+\frac{V_A}{3}ab(l+a)+\frac{Pab^3}{3l}\right]$

Продолж. табл. III. 6

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Равномерно распределенная нагрузка и моменты на опорах	$V_A=\frac{m_2-m_1}{l}-\frac{ql}{2}$ $V_B=\frac{m_1-m_2}{l}-\frac{ql}{2}$ $Q_x=V_A+qx$	$M_x=m_1+V_Ax+\frac{qx^2}{2}$	$\theta_x=\frac{m_2-m_1}{6EJl}(3x^2-l^2)+$ $+\frac{m_1}{2EJ}(2x-l)+$ $+\frac{q}{24EJ}(l^3-6lx^2+4x^3)$ или $\theta_x=\frac{x}{EJ}\left(m_1+V_A\frac{x}{2}+\right.$ $\left.+\frac{qx^2}{6}\right)+\theta_A;$ $\theta_A=-\frac{l}{2EJ}\left(m_1+\right.$ $\left.+V_A\frac{l}{3}+\frac{ql^2}{12}\right)=$ $=-\frac{l}{6EJ}\left(2m_1+m_2-\frac{ql^2}{4}\right)$	$y=\frac{x(x-l)}{2EJ}\left[m_1+\right.$ $+\frac{V_A}{3}(x+l)+\frac{q}{12}\times$ $\left.\times(x^2+xl+l^2)\right]$ или $y=\frac{x}{EJ}\left(\frac{m_1x}{2}+\frac{V_A}{6}x^2+\right.$ $\left.+\frac{qx^3}{24}+\theta_A\right);$ при $x=\frac{l}{2}$ $f_{\frac{l}{2}}=-\frac{l^2}{8EJ}\times$ $\times\left(m_1+\frac{V_Al}{2}+\frac{7l^2q}{48}\right);$ $f_{max}=-\frac{l^2}{8EJ}\left(m_1-\right.$ $\left.-\frac{5ql^2}{48}\right)$ при $m_1=m_2$.

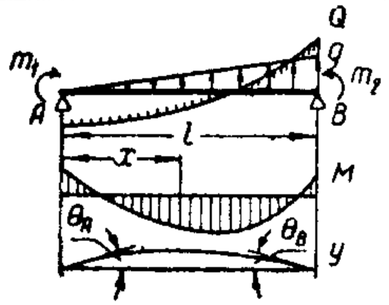
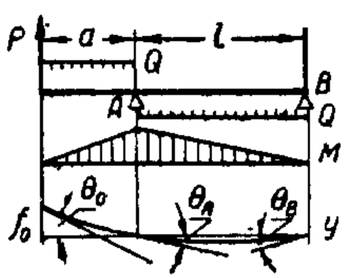
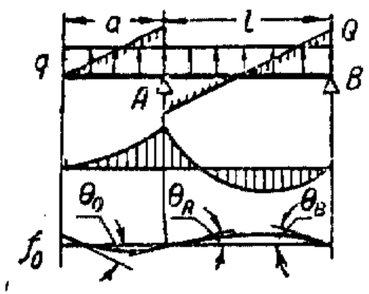
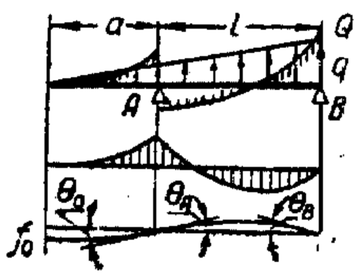
 Нагрузка, распределенная по треугольнику, возрастающая слева направо и моменты на опорах	$V_A=\frac{m_2-m_1}{l}-\frac{ql}{6}$ $V_B=\frac{m_1-m_2}{l}-\frac{ql}{3}$ $Q_x=V_A+\frac{qx^2}{2l}$	$M_x=m_1+V_Ax+\frac{qx^3}{6l}$		$y=\frac{x(x-l)}{2EJ}\left[m_1+\frac{V_A}{3}\times\right.$ $\times(x+l)+\frac{q}{15l}(x+l)\times$ $\left.\times(x^2+l^2)-\frac{qx^3}{12l}\right]$

Таблица III. 7

3. Балка на двух опорах с консолью

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Сосредоточенная нагрузка на конце консоли	$V_A=-P\frac{a+l}{l}$ $V_B=+P\frac{a}{l}$	$M_A=Pa$	$\theta_A=-\frac{P}{6EJ}(2la+3a^2)$ $\theta_A=-\frac{Pal}{3EJ}$ $\theta_B=+\frac{Pal}{6EJ}$	$f_0=\frac{Pa^2}{3EJ}(l+a)$ в пролете A—B; $f_{max}=-0,0642\frac{Pal^2}{EJ}$ на расстоянии $0,5774l$ от B

Продолж. табл. III. 7

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Равномерно распределенная нагрузка по всей длине балки	$V_A=-\frac{q(a+l)^2}{2l}$ $V_B=-\frac{q(l^2-a^2)}{2l}$	$M_A=\frac{qa^2}{2}$ при $l>a$ $M_{max}=-\frac{q(l^2-a^2)^2}{8l^2}$ в пролете на расстоянии x от A, где $x=\frac{l^2-2a^2}{2l}$; при $a=0,415l$ $M_A=-M_{max}$	$\theta_0=-\frac{q}{24EJ}[6a^3-l\times$ $\times(l^2-4a^2)]$; $\theta_A=\frac{ql}{24EJ}(l^2-4a^2)$; $\theta_B=-\frac{ql}{24EJ}(l^2-2a^2)$; $\theta_A=0$ при $a=0,5l$; $\theta_B=0$ при $a=0,707l$	$f_0=\frac{qa}{24EJ}[3a^3-l(l^2-4a^2)]$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику, возрастающая слева (от конца консоли) направо	$V_A=-\frac{q(a+l)^2}{6l}$ $V_B=-\frac{q(a+l)}{2}\times$ $\times\left(1-\frac{a+l}{3l}\right)$	$M_A=\frac{qa^3}{6(a+l)}$; M_{max} в пролете при $\frac{x}{l}=0,5774\times$ $\times(\alpha+1)^{\frac{3}{2}}-\alpha$, где $\alpha=\frac{a}{l}$ x—от опоры A; при $\alpha\geqslant2$ максимума в пролете нет. При $\alpha=0,876$, $\lvert M_A\rvert=\lvert M_{max\ прол}\rvert$	$\theta_0=-\frac{qa^4}{24EJ(a+l)}+\theta_A$; $\theta_A=\frac{ql}{360EJ(a+l)}[7l^3+$ $+15al^2-20a^3]$; $\theta_B=-\frac{ql}{360EJ(a+l)}\times$ $\times[8l^3+15al^2-10a^3]$	$f_0=\frac{qa^5}{30EJ(a+l)}-\theta_A a$

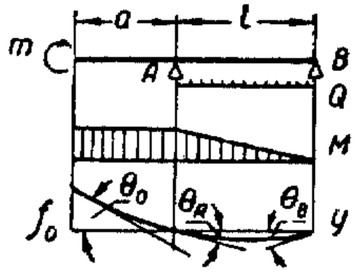
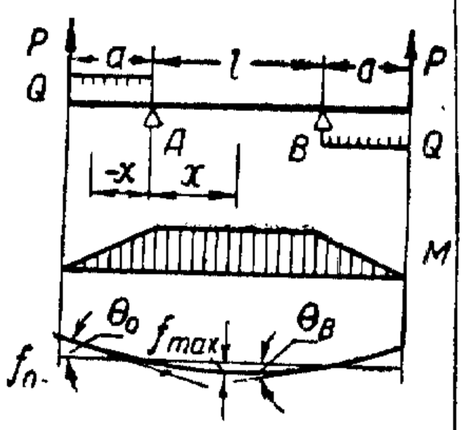
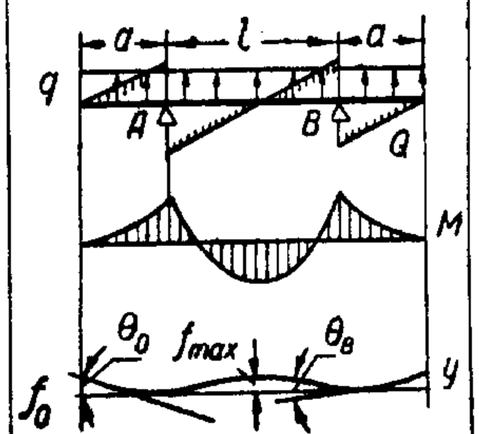
 Сосредоточенный момент на конце консоли	$V_A=-V_B=-\frac{m}{l}$	$M_A=m$	$\theta_0=-\frac{m}{3}\frac{(l+3a)}{EJ}$ $\theta_A=-\frac{ml}{3EJ}$ $\theta_B=\frac{ml}{6EJ}$	$f_0=\frac{ma}{6}\frac{(3a+2l)}{EJ}$ в пролете; $f_{max}=0{,}0642\frac{ml^2}{EJ}$ на расстоянии $0{,}5774l$ от опоры B

Таблица III. 8

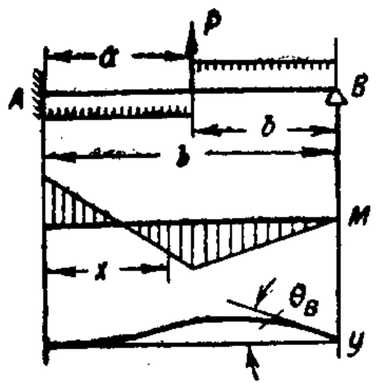
4. Симметричная балка на двух опорах с двумя консолями

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Сосредоточенные нагрузки на концах консолей	на консоли $Q_x=P$ в пролете $Q_x=0$ $V_A=V_B=-P$	на консоли $M_x=P(a+x)$ в пролете $M_x=Pa$	на консоли $\theta_x=\frac{P}{2EJ}[x(x+2a)-al]$ $\theta_0=-\frac{Pa}{2EJ}(a+l)$ в пролете $\theta_x=\frac{Pa}{2EJ}(2x-l)$ $\theta_A=-\theta_B=-\frac{Pal}{2EJ}$	на консоли $y=\frac{Px}{6EJ}[x(3a+x)-3al]$ $f_0=\frac{Pa^2}{6EJ}[2a+3l]$ в пролете $y=\frac{Pa}{2EJ}x(x-l)$ $f_{max}=-\frac{Pal^2}{8EJ}$ при $x=\frac{l}{2}$

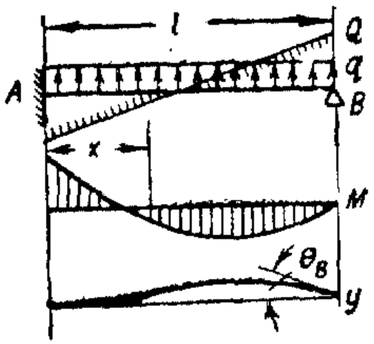
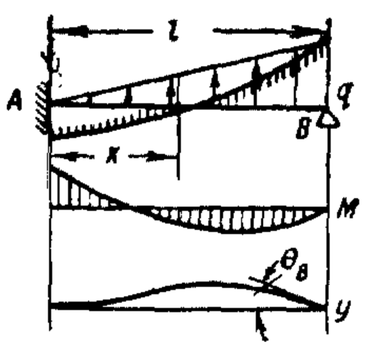
Продолж. табл. III 8

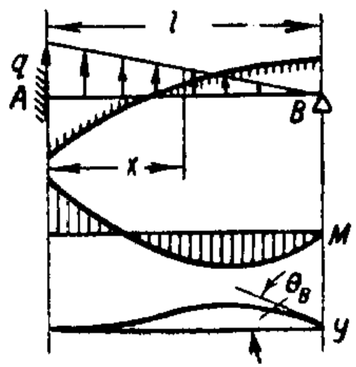
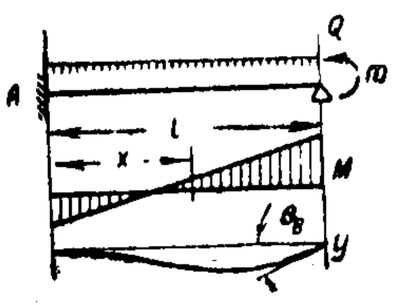
Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Равномерно распределенная нагрузка по всей длине балки	$V_A=-q\left(a+\frac{l}{2}\right)$ $V_B=V_A$ на консоли $Q_x=q(a+x)$ в пролете $Q_x=q\left(x-\frac{l}{2}\right)$	На консоли $M_x=q\frac{(a+x)^2}{2}$ в пролете $M_x=\frac{q}{2}[a^2-lx+x^2]$ $M_{max}=\frac{q}{2}\left[a^2-\frac{l^2}{8}\right]$	На консоли $\theta_x=\frac{qx}{6EJ}(3a^2+3ax+$ $+x^2)+\frac{ql}{24EJ}\times$ $\times(l^2-6a^2)$ $\theta_0=-\frac{q}{24EJ}[4a^3+$ $+6a^2l-l^3]$ в пролете $\theta_x=\frac{qa^2}{4EJ}(2x-l)+$ $+\frac{q}{24EJ}(l^3-6lx^2-4x^3)$ $\theta_A=\frac{ql}{24EJ}(l^2-6a^2)=-\theta_B$	На консоли $y=\frac{qx}{24EJ}(6a^2x+4ax^2+$ $+x^3+l^3-6a^2l)$ $f_0=\frac{qa}{24EJ}(l^3-6a^2l-3a^3)$ в пролете $y=\frac{qx}{24EJ}[6a^2(x-l)-$ $-2lx^2+x^3+l^3]$ $f_{max}=\frac{ql^2}{48EJ}\left[-3a^2+\right.$ $\left.+\frac{5}{8}l^2\right]$

5. Балка на двух опорах с одним заделанным концом

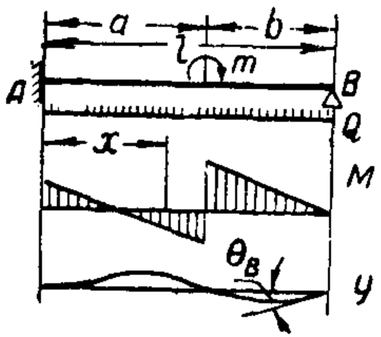
Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Сосредоточенная нагрузка в пролете	$V_A=-\frac{Pb}{2l}\left[3-\frac{b^2}{l^2}\right]$ $V_B=-\frac{Pa^2}{2l^2}\left[2+\frac{b}{l}\right]$ при $x<a$ $Q_x=V_A$; при $x>a$ $Q_x=-V_B$	при $x<a$ $M_x=M_A+V_Ax$ $M_A=\frac{P}{2}\frac{ab}{l}\left(1+\frac{b}{l}\right)$; при $x>a$ $M_x=M_A+V_Ax+$ $+P(x-a)$ $M_{max}=V_Bb$ в пролете при $x=a$	при $x<a$ $\theta_x=\frac{x}{2EJ}[2M_A+V_Ax]$; при $x>a$ $\theta_x=\frac{x}{2EJ}(2M_A+V_Ax)+$ $+\frac{P}{2EJ}(x-a)^2$ $\theta_B=-\frac{Pa^2b}{4EJl}$	при $x<a$ $y=\frac{x^2}{6EJ}(3M_A+V_Ax)$; при $x>a$ $y=\frac{x^2}{6EJ}(3M_A+V_Ax)+$ $+\frac{P(x-a)^3}{6EJ}$
 Сосредоточенная нагрузка в середине пролета	$V_A=-\frac{11}{16}P$ $V_B=-\frac{5}{16}P$	$M_A=\frac{3}{16}Pl$ $M_{\frac{l}{2}}=-\frac{5}{32}Pl$	$\theta_B=-\frac{1}{32}\frac{Pl^2}{EJ}$	$f_{\frac{l}{2}}=\frac{7}{768}\frac{Pl^3}{EJ}$ $f_{max}=\frac{Pl^3}{48EJ}\sqrt{\frac{1}{5}}\simeq$ $\simeq 0{,}00933\frac{Pl^3}{EJ}$

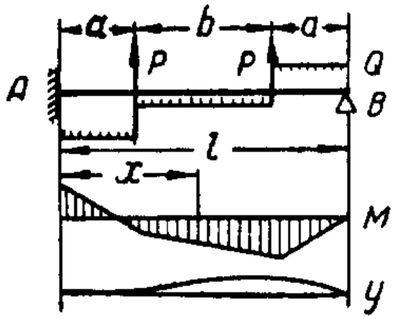
Продолж. табл. III. 9

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Нагрузка, равномерно распределенная по пролету	$V_A=-\frac{5}{8}ql$ $V_B=-\frac{3}{8}ql$ $Q_x=-ql\left(\frac{5}{8}-\frac{x}{l}\right)$	$M_x=\frac{ql^2}{8}\left(1-5\frac{x}{l}+4\frac{x^2}{l^2}\right)$ $M_A=\frac{ql^2}{8}$ $M_{max}=-\frac{9}{128}ql^2$ при $x=0{,}625l$ $M=0$ при $x=\frac{l}{4}$	$\theta_x=\frac{ql^2x}{48EJ}\left(8\frac{x^2}{l^2}-15\frac{x}{l}+6\right)$ $\theta_B=-\frac{ql^3}{48EJ}$	$y=\frac{ql^2x^2}{24EJ}\left(\frac{x^2}{l^2}-\frac{5}{2}\frac{x}{l}+\frac{3}{2}\right)$ при $x=\frac{l}{2}$ $f_{\frac{l}{2}}=\frac{ql^4}{192EJ}$ $f_{max}=\frac{ql^4}{185EJ}$ при $x=0{,}579l$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику, возрастающая от заделанного конца к свободному	$V_A=-\frac{9}{40}ql$ $V_B=-\frac{11}{40}ql$ $Q_x=-\frac{ql}{40}\times\left(9-20\frac{x^2}{l^2}\right)$	$M_x=\frac{ql^2}{120}\left(7-27\frac{x}{l}+20\frac{x^3}{l^3}\right)$ $M_A=\frac{7}{120}ql^2$ $M_{max}=-\frac{ql^2}{23{,}6}$ при $x=0{,}671l$	$\theta_x=\frac{ql^2x}{240EJ}\left[14-27\frac{x}{l}+10\frac{x^3}{l^3}\right]$ $\theta_B=-\frac{1}{80}\frac{ql^3}{EJ}$	$y=\frac{ql^2x^2}{240EJ}\left(7-9\frac{x}{l}+2\frac{x^3}{l^3}\right)$ при $x=\frac{l}{2}$ $f_{\frac{l}{2}}=\frac{ql^4}{349EJ}$

				$f_{max}=\frac{ql^4}{327,8EJ}$ при $x=0,598l$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику, возрастающая от свободного конца к заделанному	$V_A=-\frac{2}{5}ql$ $V_B=-\frac{1}{5}ql$ $Q_x=-\frac{ql}{10}\times$ $\times\left(4-10\frac{x}{l}+5\frac{x^2}{l^2}\right)$	$M_x=\frac{ql^2}{30}\left(2-12\frac{x}{l}+\right.$ $\left.+15\frac{x^2}{l^2}-5\frac{x^3}{l^3}\right)$ $M_A=\frac{ql^2}{15}$ $M_{max}=-\frac{ql^2}{33,6}$ при $x=0,553l$	$\theta_x=\frac{ql^2x}{120EJ}\left(8-24\frac{x}{l}+\right.$ $\left.+20\frac{x^2}{l^2}-5\frac{x^3}{l^3}\right)$ $\theta_B=-\frac{ql^3}{120EJ}$	$y=\frac{ql^2x^2}{120EJ}\left(4-8\frac{x}{l}+\right.$ $\left.+5\frac{x^2}{l^2}-\frac{x^3}{l^3}\right)$ при $x=\frac{l}{2}$ $f_{\frac{l}{2}}=\frac{ql^4}{426,6EJ}$ $f_{max}=\frac{ql^4}{418,6EJ}$ при $x=0,552l$
 Сосредоточенный момент на свободной опоре	$V_A=+\frac{3m}{2l}$ $V_B=-\frac{3}{2}\frac{m}{l}$ $Q_x=\frac{3}{2}\frac{m}{l}$	$M_x=\frac{m}{2}\left(3\frac{x}{l}-1\right)$ $M_A=-\frac{m}{2}$	$\theta_x=\frac{mx}{4EJ}\left(3\frac{x}{l}-2\right)$ $\theta_B=\frac{ml}{4EJ}$	$y=\frac{mx^2}{4EJ}\left(\frac{x}{l}-1\right)$; $f_{max}=-\frac{ml^2}{27EJ}$ при $x=\frac{2}{3}l$

Продолж. табл. III. 9

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Сосредоточенный момент в пролете	$V_A=-\frac{3m}{2l}\left(1-\frac{b^2}{l^2}\right)$ $V_B=+\frac{3m}{2l}\left(1-\frac{b^2}{l^2}\right)$ $Q_x=V_A$	при $x<a$ $M_x=\frac{m}{2}\left[3\left(1-\frac{b^2}{l^2}\right)\frac{x}{l}-\left(1-3\frac{b^2}{l^2}\right)\right]=$ $=M_A+V_Ax;$ $M_A=+\frac{m}{2}\left(1-3\frac{b^2}{l^2}\right);$ при $x>a$ $M_x=\frac{3m}{2}\left(1-\frac{b^2}{l^2}\right)\times\left(1-\frac{x}{l}\right)$	при $x<a$ $\theta_x=+\frac{mx}{4EJ}\left[2\left(1-3\frac{b^2}{l^2}\right)-3\left(1-\frac{b^2}{l^2}\right)\frac{x}{l}\right]$ или $\theta_x=\frac{x}{2EJ}(2M_A+V_Ax);$ при $x>a$ $\theta_x=\frac{x}{2EJ}(2M+V_Ax)+m(x-a)$ $\theta_B=\frac{ma}{4EJl}(2b-a)$	при $x<a$ $y=\frac{mx^2}{4EJ}\left[1-3\frac{b^2}{l^2}-\left(1-\frac{b^2}{l^2}\right)\frac{x}{l}\right]$ или $y=\frac{x^2}{6EJ}[3M_A+V_Ax];$ при $x>a$ $y=\frac{x^2}{6EJ}(3M_A+V_Ax)+\frac{m}{2}(x-a)^2$
	$V_A=-P\left(1+\frac{3}{2}\frac{ab}{l^2}\right)$ $V_B=-P\left(1-\frac{3}{2}\frac{ab}{l^2}\right)$	$M_A=\frac{3}{2}\frac{Pab}{l}$ при $x=a$ $M_a=V_Al\left(\frac{a^2}{l^2}-1\right)-Pl$	$\theta_x=\frac{dy}{dx}$	при $x<a$ $y=\frac{Plx^2}{6EJ}\left\{\frac{9}{2}\frac{a}{l}\left(1-\frac{a}{l}\right)-\left[1+\frac{3}{2}\frac{a}{l}-\right.\right.$

 Две симметричных сосредоточенных нагрузки в пролете		при $x=a+b$ $M_{a+b}=V_B a$		$-\frac{3}{2}\frac{a^2}{l^2}\Big]\frac{x}{l}\Big\};$ при $a<x<a+b$ $y=\frac{Plx^2}{6EJ}\Big\{\frac{9}{2}\frac{a}{l}\Big(1-\frac{a}{l}\Big)-\Big[1+\frac{3}{2}\frac{a}{l}-\frac{3}{2}\frac{a^2}{l^2}\Big]\frac{x}{l}\Big\}+\frac{P(x-a)^3}{6EJ};$ при $a+b<x<l$ $y=\frac{Plx^2}{6EJ}\Big\{\frac{9}{2}\frac{a}{l}\Big(1-\frac{a}{l}\Big)-\Big[1+\frac{3}{2}\frac{a}{l}-\frac{3}{2}\frac{a^2}{l^2}\Big]\frac{x}{l}\Big\}+\frac{P}{6EJ}\times$ $\times[(x-a)^3+(x-b)^3];$

6. Балка на двух опорах с одним заделанным концом и консолью

Таблица III. 10

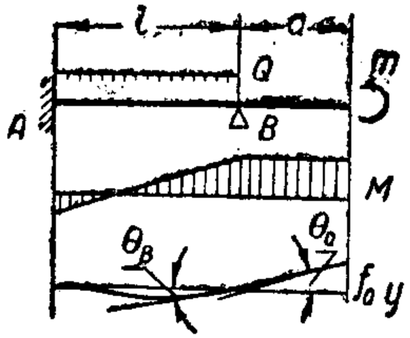
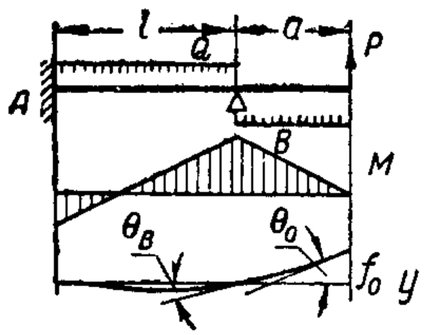
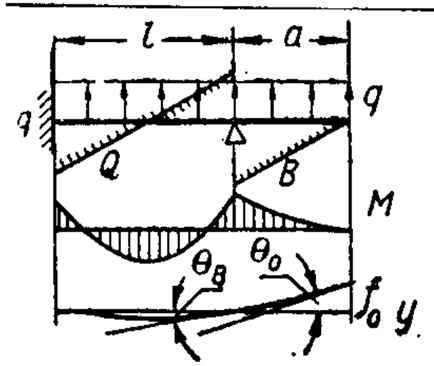
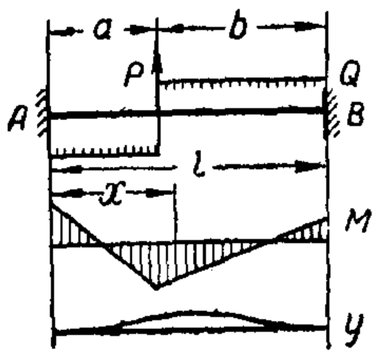
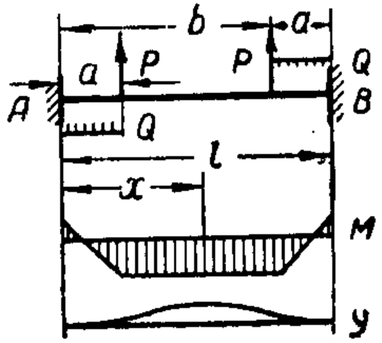
Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Сосредоточенный момент на конце консоли	$V_A=+\frac{3}{2}\frac{m}{l}$ $V_B=-\frac{3}{2}\frac{m}{l}$	$M_A=-\frac{m}{2}$ $M_B=m$	$\theta_B=\frac{ml}{4EJ}$ $\theta_0=\frac{5}{4}\frac{ml}{EJ}$	$f_0=\frac{ma}{4EJ}(2a+l)$ $f_{max}=-\frac{ml^2}{27EJ}$ в пролете на расстоянии $\frac{l}{3}$ от опоры B
 Сосредоточенная нагрузка на конце консоли	$V_A=+\frac{3}{2}\frac{a}{l}P$ $V_B=-\left(1+\frac{3}{2}\frac{a}{l}\right)P$	$M_A=-\frac{Pa}{2}$ $M_B=Pa$	$\theta_B=\frac{Pal}{4EJ}$ $\theta_0=\frac{Pa}{4EJ}(2a+l)$	$f_0=\frac{Pa^2}{12EJ}(3l+4a)$ $f_{max}=-\frac{Pal^2}{27EJ}$ в пролете на расстоянии $\frac{l}{3}$ от опоры B
 Нагрузка, равномерно распределенная по всей длине балки	$V_A=\frac{qa}{8}\left(6\frac{a}{l}-5\frac{l}{a}\right)$ $V_B=-\frac{qa}{8}\times$ $\times\left(\frac{3l}{a}+\frac{6a}{l}+8\right)$	$M_A=\frac{q}{8}(l^2-2a^2)$ $M_A=0$ при $a=0{,}707l$ $M_B=\frac{qa^2}{2}$	$\theta_B=+\frac{ql}{48EJ}(6a^2-l^2)$ $\theta_0=\frac{qa^3}{6EJ}+\frac{ql}{48EJ}(6a^2-l^2)$	$f_0=\frac{qa^4}{8EJ}+\frac{qla}{48EJ}(6a^2-l^2)$

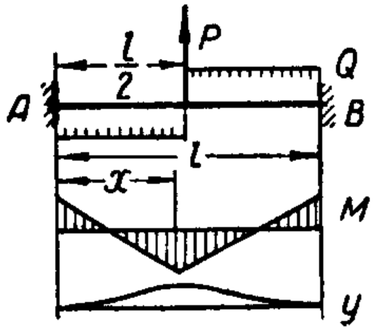
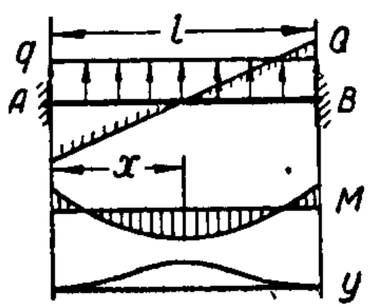
Таблица III. 11

7. Балка с обоими заделанными концами

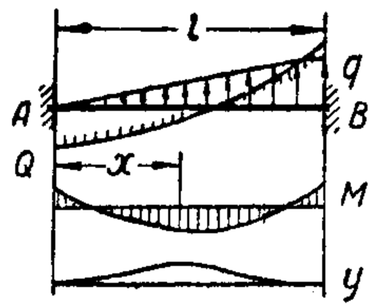
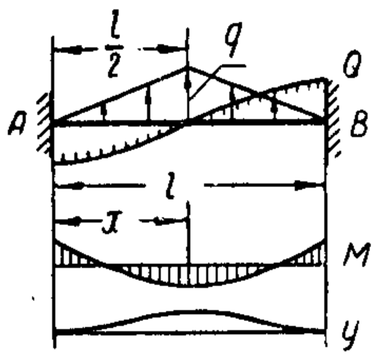
Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Сосредоточенная нагрузка в пролете	$V_A=-P\frac{(3a+b)b^2}{l^3}$ $V_B=-P\frac{(a+3b)a^2}{l^3}$; при $x<a$ $Q_x=V_A$; при $x>a$ $Q_x=-V_B$	при $x<a$ $M_x=P\frac{b^2}{l}\left[\frac{a}{l}-\frac{(3a+b)x}{l^2}\right]$; при $x>a$ $M_x=P\frac{b^2}{l}\left[\frac{a}{l}-\frac{(3a+b)x}{l^2}\right]+P(x-a)$ $M_A=P\frac{ab^2}{l^2}$; $M_B=\frac{Pa^2b}{l^2}$; при $x=a$ $M_a=-\frac{2Pa^2b^2}{l^3}$		при $x<a$ $y=\frac{Pb^2x^2}{6EJl}\left(3\frac{a}{l}-\frac{3a+b}{l^2}x\right)$; при $x>a$ $y=\frac{P}{6EJ}\left[\frac{b^2x^2}{l}\left(\frac{3a}{l}-\frac{3a+b}{l}\frac{x}{l}\right)+(x-a)^3\right]$; при $x=a$ $f_a=\frac{Pa^3}{3EJ}\frac{b^3}{l^3}$; если $a>b$, то $f_{max}=\frac{2}{3}\frac{Pa^3b^2}{EJ(3a+b)^2}$ при $x=\frac{2al}{3a+b}$; если $a<b$, то $f_{max}=\frac{2}{3}\frac{Pa^2b^3}{EJ(a+3b)^2}$ при $x=\frac{l^2}{a+3b}$

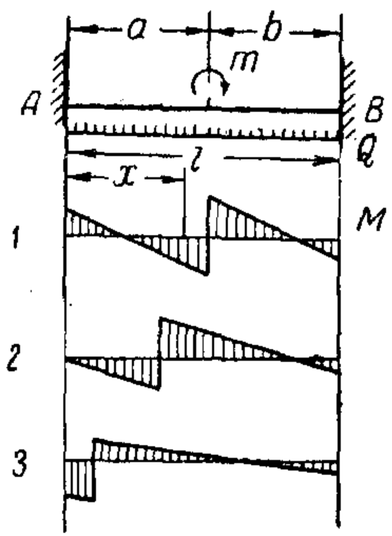
Продол ж. табл. III. 11

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Две симметричных сосредоточенных нагрузки	$V_A=-P$ $V_B=-P$ при $x<a$ $Q_x=-P;$ при $a<x<b$ $Q_x=0;$ при $b<x<l$ $Q_x=P$	при $x<a$ $M_x=P\left(\frac{ab}{l}-x\right);$ $M_A=P\frac{ab}{l};$ при $a<x<b$ $M_x=P\frac{a^2}{l};$ при $b<x<l$ $M_x=P\left(x-\frac{a^2}{l}-b\right)$ $M_B=P\frac{ab}{l}$		при $x<a$ $y=\frac{Plx^2}{6EJ}\left(3\frac{ab}{l^2}-\frac{x}{l}\right);$ при $x=a$ $f_a=\frac{Pa^3}{6EJ}\frac{2b-a}{l};$ при $a<x<b$ $y=\frac{P}{6EJ}\left[lx^2\left(\frac{3ab}{l^2}-\frac{x}{l}\right)+(x-a)^3\right];$ при $b<x<l$ $y=\frac{P}{6EJ}\left[lx^2\left(\frac{3ab}{l^2}-\frac{x}{l}\right)+(x-a)^3+(x-b)^3\right];$ $f_{max}=\frac{Pa^2(b-a)}{24EJ}$ при $x=\frac{l}{2}$

 Сосредоточенная нагрузка в середине пролета	$V_A=V_B=-\frac{P}{2}$ при $x=\frac{l}{2}$ $Q_x=-\frac{P}{2}$; при $x>\frac{l}{2}$ $Q_x=+\frac{P}{2}$	при $x<\frac{l}{2}$ $M_x=\frac{Pl}{8}\left(1-\frac{4x}{l}\right)$ $M_A=M_B=\frac{Pl}{8}$; при $x=\frac{l}{2}$ $M_{\frac{l}{2}}=-\frac{Pl}{8}$	Точки перегиба при $x=\frac{l}{4}$ и при $x=\frac{3}{4}l$	при $x<\frac{l}{2}$ $y=\frac{Plx^2}{24EJ}\left(\frac{3}{2}-\frac{2x}{l}\right)$; $f_{max}=\frac{Pl^3}{192EJ}$ при $x=\frac{l}{2}$
 Нагрузка, равномерно распределенная по всему пролету	$V_A=V_B=-\frac{ql}{2}$ $Q_x=\frac{ql}{2}\left(2\frac{x}{l}-1\right)$	$M_x=\frac{ql^2}{12}\left(1-6\frac{x}{l}+\right.$ $\left.+6\frac{x^2}{l^2}\right)$ $M_A=M_B=\frac{ql^2}{12}$; $M_{max}=-\frac{ql^2}{24}$ при $x=\frac{l}{2}$	Точки перегиба при $x=0{,}211l$ и при $x=0{,}789l$	$y=\frac{ql^2x^2}{24EJ}\left(1-\frac{2x}{l}+\frac{x^2}{l^2}\right)$; $f_{max}=\frac{ql^4}{384EJ}$ при $x=\frac{l}{2}$

Продолж. табл. III. 11

Схема	Реакции и перерезывающие силы	Изгибающие моменты	Углы поворота сечений	Прогибы
 Нагрузка, распределенная по треугольнику по всему пролету, возрастающая слева направо	$V_A=-0,15ql$ $V_B=-0,35ql;$ $Q_x=\frac{ql}{2}\left(\frac{x^2}{l^2}-0,3\right)$	$M_x=\frac{ql^2}{60}\left(10\frac{x^3}{l^3}-9\frac{x}{l}+2\right)$ $M_A=\frac{ql^2}{30};\quad M_B=\frac{ql^2}{20};$ $M_{max}=-\frac{ql^2}{46,6}$ при $x=0,548l$		$y=\frac{ql^2x^2}{120EJ}\left(\frac{x^3}{l^3}-3\frac{x}{l}+2\right);$ при $x=\frac{l}{2}$ $f_{\frac{l}{2}}=\frac{ql^4}{768EJ};$ $f_{max}=\frac{ql^2}{764EJ}$ при $x=0,525l$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику с вершиной в середине пролета	$V_A=V_B=-\frac{ql}{4};$ при $x<\frac{l}{2}$ $Q_x=\frac{ql}{4}\left(4\frac{x^2}{l^2}-1\right)$ $q_x=\frac{2q}{l}x$	при $x<\frac{l}{2}$ $M_x=\frac{qlx}{4}\left(\frac{4}{3}\frac{x^2}{l^2}-1\right)+M_A;$ $M_A=\frac{5}{96}ql^2;$ $M_{max}=-\frac{ql^4}{32}$ при $x=\frac{l}{2}$	при $x<\frac{l}{2}$ $\theta=\frac{qlx^2}{24EJ}\left(2\frac{x^2}{l^2}-3\right)+M_Ax$	при $x<\frac{l}{2}$ $y=\frac{qlx^3}{120EJ}\left(2\frac{x^2}{l^2}-5\right)+M_A\frac{x^2}{2};$ $f_{max}=\frac{7}{3840}\frac{ql^4}{EJ}$ при $x=\frac{l}{2}$

 Сосредоточенный момент в пролете	$V_A=-V_B=-\frac{6mab}{l^3}$ $Q_x=-\frac{6mab}{l^3}$	при $x<a$ $M_x=+\frac{mb}{l^2}\left[(2a-b)-\frac{6ax}{l}\right]$ $M_A=+\frac{mb}{l^2}(2a-b)$; при $x=a$ $M_{a1}=-\frac{mb}{l^3}(4a^2+b^2-ab)$ $M_{a2}=\frac{ma}{l^3}(a^2+4b^2-ab)$; при $x>a$ $M_x=-\frac{ma}{l^2}\left[(a+4b)-\frac{6bx}{l}\right]$; $M_B=-\frac{ma}{l^2}(a-2b)$;	при $x<a$ $\theta_x=\frac{mb}{EJl^2}\left[(2a-b)x-\frac{3ax^2}{l}\right]$ $\theta_a=\frac{mab}{EJl}(ab-a^2-b^2)$; при $x>a$ $\theta_x=\frac{ma}{EJl^2}\left[(4b+a)\times x-\frac{3bx^2}{l}\right]-ma$	при $x<a$ $y=\frac{mb}{EJl^2}\left[(2a-b)\frac{x^2}{2}-\frac{ax^3}{l}\right]$; при $x>a$ $y=\frac{ma}{EJl^2}\left[(4b+a)\frac{x^2}{2}-\frac{bx^3}{l}\right]-max+\frac{ma^2}{2}$

Эпюра моментов имеет вид 1 при расположении m в средней трети, т. е. $\frac{l}{3}<a<\frac{2}{3}l$; при $a=\frac{l}{3}$ момент $M_A=0$; $M_B=-\frac{m}{9}$; $M_{1a}=-\frac{4m}{9}$; $M_{a2}=+\frac{5m}{9}$ и эпюра моментов имеет вид 2; при $a<\frac{l}{3}$ эпюра моментов имеет вид 3.

§ 4. Поперечный изгиб с осевой нагрузкой

1. Сжато-изогнутые балки постоянного сечения

Общий вид уравнения изгибающего момента сжато-изогнутой балки

$$M=C_1 \sin \frac{x}{j}+C_2 \cos \frac{x}{j}+f(q).$$

где C_1 и C_2 — постоянные, зависящие от материала, длины и сечения балки или стержня, а также от нагрузки; $f(q)$ зависит от нагрузки;

$j=\sqrt{\frac{EJ}{S}}$ — коэффициент устойчивости;

S — осевое усилие, постоянное по длине балки.

Все длины входят в это уравнение, а также и в формулы табл. III. 12, III. 15, III. 20 в виде отношений — в угловой мере (радианах). Для перехода к градусной мере надо величину угла в радианах умножить на 57,3°. Для перехода к линейным размерам надо величину соответствующего угла умножить на j.

Первая производная представляет собой выражение для перерезывающих усилий

$$Q=\frac{dM}{dx}=\frac{C_1}{j} \cos \frac{x}{j}-\frac{C_2}{j} \sin \frac{x}{j}+f'(q),$$

Выражение для M и Q может быть дано в виде:

$$M=M_0+Sy,$$

где M_0 — изгибающий момент только от поперечной нагрузки;

y — прогиб в данном сечении.

При пользовании этими уравнениями необходимо внимательно следить за правильностью знаков: усилие сжатия берется со знаком плюс (+). M и M_0 должны быть одного знака (если нагрузка по всей длине одного знака). В противном случае для части пролета знаки моментов M и M_0 могут быть противоположными.

Для перерезывающего усилия получим

$$Q=\frac{dM}{dx}=\frac{dM_0}{dx}+S\frac{dy}{dx}=Q_0+S\theta,$$

где θ — угол поворота сечения в радианах.

Выражение для перерезывающей силы сжато-изогнутой балки отличается от выражения в случае простой балки членом $S\theta$. При небольших деформациях в пролете этот член мал и им можно пренебречь. При значительных деформациях и особенно на опорах его следует учитывать.

В табл. III. 12 для расчета сжато-изогнутых балок указаны лишь выражения изгибающего момента. Для подсчета прогиба следует воспользоваться формулой $y=\frac{M-M_0}{S}$, взяв M_0 из таблиц для расчета простых балок для соответствующей схемы нагрузки.

Если нужно определить угол поворота сечения, то, дифференцируя выражение для M по x, получим Q, а затем найдем угол поворота сечения по формуле

$$\theta=\frac{Q-Q_0}{S}.$$

Q_0, так же как и M_0, следует брать из таблиц для простого изгиба балок. $M_{изг}$ для комбинации нагрузок, отсутствующей в таблицах, при малых дефор-

мациях можно рассматривать как сумму моментов от отдельных составляющих, но с учетом влияния осевого усилия для каждой составляющей.

Максимума изгибающий момент достигает в точке, для которой перерезывающая сила, т. е. первая производная от момента, равна нулю.

Для случаев нагрузки, когда $f'(q)=0$ (т. е. $q=\text{const}$ по длине пролета), в точке максимума изгибающего момента

$$\operatorname{tg}\frac{x}{j}=\frac{C_1}{C_2}.$$

Так как при этом

$$\sin\frac{x}{j}=\frac{C_1}{\sqrt{C_1^2+C_2^2}} \quad \text{и} \quad \cos\frac{x}{j}=\frac{C_2}{\sqrt{C_1^2+C_2^2}},$$

то

$$M_{\max}=\frac{C_1^2}{\sqrt{C_1^2+C_2^2}}+\frac{C_2^2}{\sqrt{C_1^2+C_2^2}}+f(q)$$

или

$$M_{\max}=\sqrt{C_1^2+C_2^2}+f(q).$$

При сложных комбинациях нагрузок иногда бывает выгоднее подсчитать по пяти-семи точкам всю эпюру $M_{изг}$, чем находить положение максимума аналитически, так как формулы для определения положения максимума очень сложны.

Если в таблицах не указан $M_{\max}$ и его положение, то для сокращения работы можно взять три-четыре точки вблизи ориентировочного положения максимума, если это можно определить по характеру нагрузки.

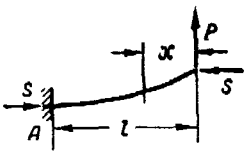
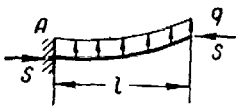
Формулы для расчета сжато-изогнутых балок постоянного сечения даны в табл. III. 12. В табл. III. 13 даны синусы, косинусы и тангенсы углов, выраженных в радианах. Влияние смещения опор на величину опорных реакций и изгибающих моментов при осевом сжатии определяется по табл. III. 14.

Таблица III. 12

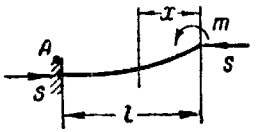
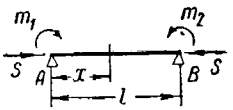
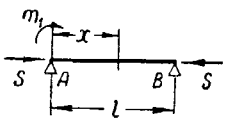
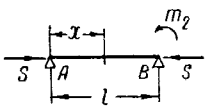
2. Таблицы для расчета сжато-изогнутых балок

$$\left(S\text{—сжимающая сила;}\quad j=\sqrt{\frac{EJ}{S}}\right)$$

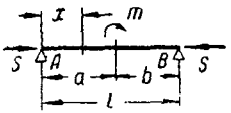
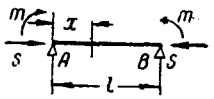
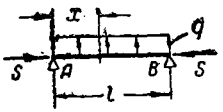
Консоль

Схема	$M_{изг}$
 Сосредоточенная нагрузка на конце	$M_x=Pj\dfrac{\sin\frac{x}{j}}{\cos\frac{l}{j}}$; $M_A=M_{\max}=Pj\operatorname{tg}\dfrac{l}{j}$
 Равномерно распределенная нагрузка по всей длине	$M_A=M_{\max}=\dfrac{qj^2}{\cos\frac{l}{j}}\left(1-\cos\dfrac{l}{j}-\dfrac{l}{j}\sin\dfrac{l}{j}\right)$

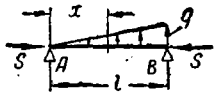
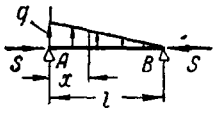
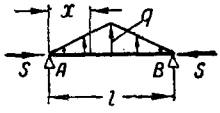
Продолж. табл. III. 12

Схема	$M_{изг}$
 Сосредоточенный момент на конце	$M_x=\dfrac{m}{\cos\dfrac{l}{j}}\cos\dfrac{l-x}{j}$; $M_A=\dfrac{m}{\cos\dfrac{l}{j}}=m_{max}$
Балка на двух опорах	
 Моменты на опорах	$M_x=\dfrac{m_2-m_1\cos\dfrac{l}{j}}{\sin\dfrac{l}{j}}\sin\dfrac{x}{j}+m_1\cos\dfrac{x}{j}$; M_{max} при $\dfrac{x}{j}=\operatorname{arc\,tg}\dfrac{m_2-m_1\cos\dfrac{l}{j}}{m_1\sin\dfrac{l}{j}}$
 Момент на левой опоре	$M_x=\dfrac{m_1}{\sin\dfrac{l}{j}}\sin\left(\dfrac{l-x}{j}\right)$; $M_{max}=M_1\operatorname{cosec}\dfrac{l}{j}$ при $\dfrac{l-x}{j}=\dfrac{\pi}{2}$. Если $\dfrac{l}{j}<\dfrac{\pi}{2}$, то максимума в пролете нет
 Момент на правой опоре	$M_x=\dfrac{m_2}{\sin\dfrac{l}{j}}\sin\dfrac{x}{j}$; $M_{max}=m_2\operatorname{cosec}\dfrac{l}{j}$ при $\dfrac{x}{j}=\dfrac{\pi}{2}$. Если $\dfrac{l}{j}<\dfrac{\pi}{2}$, то максимума в пролете нет

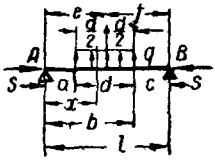
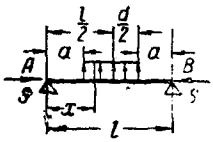
Продолж. табл. III. 12

Схема	$M_{изг}$
 Момент в пролете	при $x < a$ $$M_x = -\frac{m\cos\frac{b}{j}}{\sin\frac{l}{j}}\sin\frac{x}{j};$$ при $x > a$ $$M_x = \frac{m\cos\frac{a}{j}}{\sin\frac{l}{j}}\sin\frac{l-x}{j}$$
 Равные моменты на опорах	$$M_x = \frac{2m}{\sin\frac{l}{j}}\sin\frac{l}{2j}\cos\frac{l-2x}{2j};$$ $$M_{max} = \frac{2m}{\sin\frac{l}{j}}\sin\frac{l}{2j} = \frac{m}{\cos\frac{l}{2j}}$$ при $x = \frac{l}{2}$
 Нагрузка, равномерно распределенная по всему пролету	$$M_x = \frac{qj^2\left(\cos\frac{l}{j} - 1\right)}{\sin\frac{l}{j}}\sin\frac{x}{j} - qj^2\cos\frac{x}{j} + qj^2$$ или $$M_x = qj^2\left(1 - \frac{\cos\frac{l-2x}{2j}}{\cos\frac{l}{2j}}\right)$$ или $$M_x = -\frac{2qj^2}{\cos\frac{l}{2j}}\sin\frac{l-x}{2j}\sin\frac{x}{2j};$$ $$M_{max} = qj^2\left(1 - \sec\frac{l}{2j}\right)$$ при $x = \frac{l}{2}$

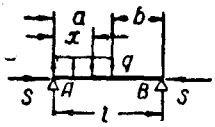
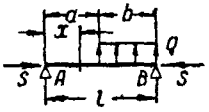
Продолж. табл. III. 12

Схема	$M_{изг}$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику, возрастающая слева направо	$M_x = -\frac{qj^2}{\sin\frac{l}{j}}\sin\frac{x}{j} + qj^2\frac{x}{l}$ M_{max} при $\frac{x}{j} = \arccos\frac{j}{l}\sin\frac{l}{j}$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику, возрастающая справа налево	$M_x = -\frac{qj^2}{\sin\frac{l}{j}}\sin\frac{l-x}{j} + qj^2\left(1-\frac{x}{l}\right)$ M_{max} при $\frac{l-x}{j} = \arccos\frac{j}{l}\sin\frac{l}{j}$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику с вершиной посередине	при $x < \frac{l}{2}$ $M_x = -\frac{2qj^3}{l\cos\frac{l}{2j}}\sin\frac{x}{j} + \frac{2qj^2x}{l}$; при $x > \frac{l}{2}$ $M_x = \frac{2qj^3}{l}\left(\frac{\cos\frac{l}{j}}{\cos\frac{l}{2j}}\sin\frac{x}{j} - 2\sin\frac{l}{2j}\cos\frac{x}{j}\right) + 2qj^2\left(1-\frac{x}{l}\right)$; при $x = \frac{l}{2}$ $M_{max} = -\frac{2qj^3}{l}\operatorname{tg}\frac{l}{2j} + qj^2$

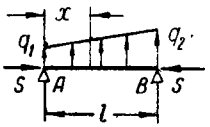
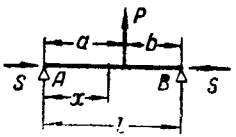
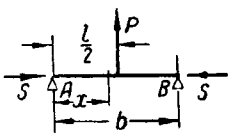
Продолж. табл. III. 12

Схема	$M_{изг}$
 Нагрузка, равномерно распределенная на участке в пролете	при $x < a$ $$M_x = -\frac{2qj^2 \sin\frac{d}{2j} \sin\frac{f}{j}}{\sin\frac{l}{j}} \sin\frac{x}{j};$$ при $a < x < b$ $$M_x = \left(\frac{2qj^2 \sin\frac{d}{2j} \sin\frac{e}{j}}{\operatorname{tg}\frac{l}{j}} - qj^2 \sin\frac{b}{j}\right) \times$$ $$\times \sin\frac{x}{j} - qj^2 \cos\frac{a}{j} \cos\frac{x}{j} + qj^2;$$ при $b < x < l$ $$M_x = -2qj^2 \frac{\sin\frac{d}{2j} \sin\frac{e}{j}}{\sin\frac{l}{j}} \sin\frac{l-x}{j}$$
 Нагрузка, равномерно распределенная на участке, симметричная относительно середины балки	при $x < a$ $$M_x = -qj^2 \sin\frac{d}{2j} \sec\frac{l}{2j} \sin\frac{x}{j};$$ при $a < x < l - a$ $$M_x = -qj^2 \operatorname{tg}\frac{l}{2j} \cos\frac{a}{j} \sin\frac{x}{j} -$$ $$- qj^2 \cos\frac{a}{j} \cos\frac{x}{j} + qj^2;$$ при $l - a < x < l$ $$M_x = -qj^2 \frac{\sin\frac{d}{2j}}{\cos\frac{l}{2j}} \sin\frac{l-x}{j};$$ $$M_{max} = qj^2 \left(1 - \frac{\cos\frac{a}{j}}{\cos\frac{l}{2j}}\right)$$ при $x = \frac{l}{2}$

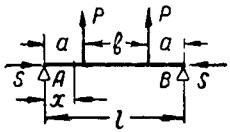
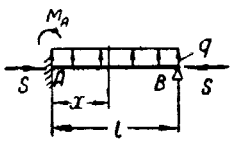
Продолж. табл. III. 12

Схема	$M_{изг}$
 Нагрузка, равномерно распределенная на участке у левой опоры	при $x<a$ $M_x=qj^2\left(\frac{1-\cos\frac{a}{j}}{\operatorname{tg}\frac{l}{j}}-\sin\frac{a}{j}\right)\sin\frac{x}{j}-$ $-qj^2\cos\frac{x}{j}+qj^2;$ при $x>a$ $M_x=qj^2\left(1-\cos\frac{a}{j}\right)\left(\frac{\sin\frac{x}{j}}{\operatorname{tg}\frac{l}{j}}-\cos\frac{x}{j}\right)=$ $=-qj^2\frac{1-\cos\frac{a}{j}}{\sin\frac{l}{j}}\sin\frac{l-x}{j}$
 Нагрузка, равномерно распределенная на участке у правой опоры	при $x<a$ $M_x=-qj^2\frac{\left(1-\cos\frac{b}{j}\right)}{\sin\frac{l}{j}}\sin\frac{x}{j};$ при $x>a$ $M_x=qj^2\left(\frac{\cos\frac{l}{j}\cos\frac{a}{j}-1}{\sin\frac{l}{j}}\sin\frac{x}{j}-\right.$ $\left.-\cos\frac{x}{j}+1\right)$

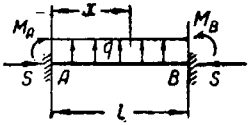
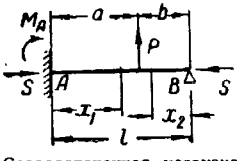
Продолж. табл. III. 12

Схема	$M_{изг}$
 Нагрузка, распределенная по трапеции, возрастающая слева направо	$M_x=\left(q_1 j^2 \cos\frac{l}{j}-q_2 j^2\right)\frac{\sin\frac{x}{j}}{\sin\frac{l}{j}}+$ $+\left(1-\cos\frac{x}{j}\right)q_1 j^2+(q_2-q_1)\,j^2\frac{x}{l}$
 Сосредоточенная нагрузка в пролете	при $x<a$ $M_x=-\frac{Pj\sin\frac{b}{j}}{\sin\frac{l}{j}}\sin\frac{x}{j}$; при $x>a$ $M_x=-\frac{Pj}{\sin\frac{l}{j}}\sin\frac{a}{j}\sin\frac{l-x}{j}$
 Сосредоточенная нагрузка в середине пролета	при $x<\frac{l}{2}$ $M_x=-\frac{Pj}{2}\sec\frac{l}{2j}\sin\frac{x}{j}$; при $x>\frac{l}{2}$ $M_x=\frac{Pj}{2}\sec\frac{l}{2j}\sin\frac{l-x}{j}$; $M_{max}=-\frac{Pj}{2}\operatorname{tg}\frac{l}{2j}$ при $x=\frac{l}{2}$

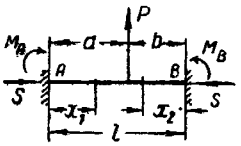
Продолж. табл. III. 12

Схема	$M_{изг}$
 Две симметрично расположенные сосредоточенные нагрузки	при $x<a$ $M_x=-Pj\dfrac{\cos\frac{b}{2j}}{\cos\frac{l}{2j}}\sin\frac{x}{j}$; при $a<x<l-a$ $M_x=-Pj\sin\frac{a}{j}\operatorname{tg}\frac{l}{2j}\sin\frac{x}{j}-$ $-Pj\sin\frac{a}{j}\cos\frac{x}{j}$; при $l-a<x<l$ $M_x=Pj\dfrac{\cos\frac{l}{j}\cos\frac{b}{2j}}{\cos\frac{l}{2j}}\sin\frac{x}{j}-$ $-Pj\dfrac{\sin\frac{l}{j}\cos\frac{b}{2j}}{\cos\frac{l}{2j}}\cos\frac{x}{j}$; $M_{max}=-Pj\dfrac{\sin\frac{a}{j}}{\cos\frac{l}{2j}}$ при $x=\frac{l}{2}$
 Нагрузка, равномерно распределенная по всему пролету	$M_A=qlj\dfrac{1-\cos\frac{l}{j}-\frac{l}{2j}\sin\frac{l}{j}}{\sin\frac{l}{j}-\frac{l}{j}\cos\frac{l}{j}}$; если обозначить $C_1=qj^2\operatorname{tg}\frac{l}{2j}+\dfrac{M_A}{\operatorname{tg}\frac{l}{j}}$ и $C_2=qj^2-M_A$, то $M_x=C_1\sin\frac{x}{j}+C_2\cos\frac{x}{j}-qj^2$; $M_{max}=\frac{C_2}{C_1}\sqrt{C_1^2+C_2^2}-qj^2$ при $\frac{x}{j}=\operatorname{arc\,tg}\frac{C_1}{C_2}$

Продолж. табл. III. 12

Схема	$M_{изг}$
 Нагрузка, равномерно распределенная по всему пролету	$M_A=qj^2\left(1-\frac{l}{2j}\frac{\sin\frac{l}{j}}{1-\cos\frac{l}{j}}\right)=M_B;$ если обозначить $C_2=qj^2-M_A$ и $C_1=(qj^2-M_A)\operatorname{tg}\frac{l}{2j}$, то $M_x=C_1\sin\frac{x}{j}+C_2\cos\frac{x}{j}-qj^2;$ $M_{max}=qj^2\left(\frac{l}{2j}\frac{1}{\sin\frac{l}{2j}}-1\right)$ при $x=\frac{l}{2}$
 Сосредоточенная нагрузка в пролете	$M_A=\frac{Pl\left(\frac{\sin\frac{b}{j}}{\sin\frac{l}{j}}-\frac{b}{l}\right)}{1-\frac{\frac{l}{j}}{\operatorname{tg}\frac{l}{j}}};$ если обозначить $C_1=Pj\frac{\sin\frac{b}{j}}{\sin\frac{l}{j}}+\frac{M_A}{\operatorname{tg}\frac{l}{j}}$ и $C_2=Pj\frac{\sin\frac{a}{j}}{\sin\frac{l}{j}}-\frac{M_A}{\sin\frac{l}{j}}$, то на участке a $M_{x1}=-M_A\cos\frac{x_1}{j}+C_1\sin\frac{x_1}{j}$ и на участке b $M_{x2}=C_2\sin\frac{x_2}{j}$

Продолж. табл. III. 12

Схема	$M_{изг}$
 Сосредоточенная нагрузка в пролете	$M_A=\frac{Pl(\eta\alpha-\zeta\beta)}{\alpha^2-\beta^2}$; $M_B=\frac{Pl(\eta\beta-\zeta\alpha)}{\beta^2-\alpha^2}$, где $\eta=\frac{\sin\frac{b}{j}}{\sin\frac{l}{j}}-\frac{b}{j}$; $\zeta=\frac{\sin\frac{a}{j}}{\sin\frac{l}{j}}-\frac{a}{j}$; $\alpha=\left(1-\frac{\frac{l}{j}}{\operatorname{tg}\frac{l}{j}}\right)$; $\beta=\frac{\frac{l}{j}}{\sin\frac{l}{j}}-1$; $M_P=Pj\frac{\sin\frac{a}{j}\sin\frac{b}{j}}{\sin\frac{l}{j}}-M_A\frac{\sin\frac{b}{j}}{\sin\frac{l}{j}}-M_B\frac{\sin\frac{a}{j}}{\sin\frac{l}{j}}$; на участке a $M_{x1}=-M_A\cos\frac{x_1}{j}+\left(Pj\frac{\sin\frac{b}{j}}{\sin\frac{l}{j}}+\frac{M_A}{\operatorname{tg}\frac{l}{j}}-\frac{M_B}{\sin\frac{l}{j}}\right)\sin\frac{x_1}{j}$; на участке b $M_{x2}=-M_B\cos\frac{x_2}{j}+\left(Pj\frac{\sin\frac{a}{j}}{\sin\frac{l}{j}}-\frac{M_A}{\sin\frac{l}{j}}+\frac{M_B}{\operatorname{tg}\frac{l}{j}}\right)\sin\frac{x_2}{j}$

Продолж. табл. III. 12

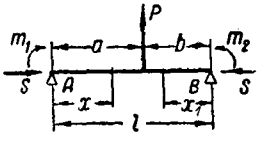
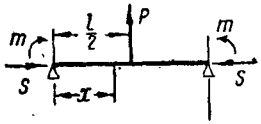
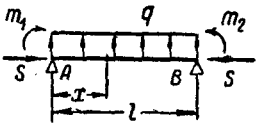
Схема	$M_{изг}$
 Сосредоточенная нагрузка в пролете и неравные моменты на опорах	На участке a $$M_x = m_1 \cos\frac{x}{j} - \left(Pj\frac{\sin\frac{b}{j}}{\sin\frac{l}{j}} + \frac{m_1}{\operatorname{tg}\frac{l}{j}} - \frac{m_2}{\sin\frac{l}{j}}\right)\sin\frac{x}{j};$$ на участке b $$M_{x1} = m_2 \cos\frac{x_1}{j} - \left(Pj\frac{\sin\frac{a}{j}}{\sin\frac{l}{j}} - \frac{m_1}{\sin\frac{l}{j}} + \frac{m_2}{\operatorname{tg}\frac{l}{j}}\right)\sin\frac{x_1}{j};$$ в точке приложения нагрузки P $$M_P = -Pj\frac{\sin\frac{a}{j}\sin\frac{b}{j}}{\sin\frac{l}{j}} + m_1\frac{\sin\frac{b}{j}}{\sin\frac{l}{j}} + m_2\frac{\sin\frac{a}{j}}{\sin\frac{l}{j}}$$
 Сосредоточенная нагрузка в середине пролета и равные моменты на опорах	Для левой половины $$M = m\cos\frac{x}{j} - \left(\frac{Pj}{2\cos\frac{l}{2j}} - m\operatorname{tg}\frac{l}{j}\right)\sin\frac{x}{j};$$ в точке приложения нагрузки при $x = \frac{l}{2}$ $$M_P = M_{max} = -\frac{Pj}{2}\operatorname{tg}\frac{l}{2j} + \frac{m}{\cos\frac{l}{2j}}$$
 Равномерно распределенная по всему пролету нагрузка и неравные моменты на опорах	$$M_x = \frac{D_2 - D_1\cos\frac{l}{j}}{\sin\frac{l}{j}}\sin\frac{x}{j} + D_1\cos\frac{x}{j} + qj^2,$$ где $D_1 = m_1 - qj^2$; $D_2 = m_2 - qj^2$

Таблица III. 13

Синусы, косинусы и тангенсы углов, выраженных в радианах

Углы в радианах u	Углы в градусах u°	sin u	cos u	tg u	u	u°	sin u	cos u	tg u
0,00	0,000	0,00000	1,00000	0,00000	**0,50**	28,648	0,47943	0,87758	0,54630
0,01	0,573	0,01000	0,99995	0,01000	0,51	29,221	0,48818	0,87274	0,55936
0,02	1,146	0,02000	0,99980	0,02000	0,52	29,794	0,49688	0,86782	0,57256
0,03	1,719	0,03000	0,99955	0,03000	0,53	30,367	0,50553	0,86281	0,58591
0,04	2,292	0,03999	0,99920	0,04002	0,54	30,940	0,51414	0,85771	0,59943
0,05	2,865	0,04998	0,99875	0,05004	0,55	31,513	0,52269	0,85252	0,61310
0,06	3,438	0,05996	0,99820	0,06007	0,56	32,086	0,53119	0,84726	0,62695
0,07	4,011	0,06994	0,99755	0,07012	0,57	32,658	0,53963	0,84190	0,64097
0,08	4,584	0,07991	0,99680	0,08017	0,58	33,232	0,54802	0,83646	0,65517
0,09	5,157	0,08988	0,99595	0,09024	0,59	33,805	0,55636	0,83094	0,66955
0,10	5,730	0,09983	0,99500	0,10034	**0,60**	34,377	0,56464	0,82534	0,68414
0,11	6,303	0,10978	0,99396	0,11045	0,61	34,950	0,57287	0,81965	0,69892
0,12	6,875	0,11971	0,99281	0,12057	0,62	35,523	0,58104	0,81388	0,71391
0,13	7,448	0,12963	0,99156	0,13073	0,63	36,096	0,58914	0,80803	0,72911
0,14	8,021	0,13954	0,99022	0,14092	0,64	36,669	0,59720	0,80210	0,74454
0,15	8,594	0,14944	0,98877	0,15114	0,65	37,242	0,60519	0,79608	0,76021
0,16	9,167	0,15932	0,98723	0,16138	0,66	37,815	0,61312	0,78999	0,77611
0,17	9,740	0,16918	0,98558	0,17165	0,67	38,388	0,62099	0,78382	0,79226
0,18	10,313	0,17903	0,98384	0,18197	0,68	38,961	0,62879	0,77757	0,80866
0,19	10,886	0,18886	0,98200	0,19232	0,69	39,534	0,63654	0,77125	0,82533
0,20	11,459	0,19867	0,98007	0,20271	**0,70**	40,107	0,64422	0,76484	0,84229
0,21	12,032	0,20846	0,97803	0,21314	0,71	40,680	0,65183	0,75836	0,85959
0,22	12,605	0,21828	0,97590	0,22362	0,72	41,253	0,65938	0,75181	0,87707
0,23	13,178	0,22798	0,97367	0,23414	0,73	41,825	0,66687	0,74517	0,89492
0,24	13,751	0,23770	0,97134	0,24472	0,74	42,399	0,67429	0,73847	0,91309
0,25	14,324	0,24740	0,96891	0,25534	0,75	42,972	0,68164	0,73169	0,93160
0,26	14,897	0,25708	0,96639	0,26602	0,76	43,545	0,68892	0,72484	0,95045
0,27	15,470	0,26673	0,96377	0,27676	0,77	44,118	0,69614	0,71791	0,96967
0,28	16,043	0,27636	0,96106	0,28756	0,78	44,691	0,70328	0,71091	0,98926
0,29	16,616	0,28595	0,95824	0,29841	0,79	45,264	0,71035	0,70385	1,00924
0,30	17,189	0,29552	0,95534	0,30934	**0,80**	45,837	0,71736	0,69671	1,02964
0,31	17,762	0,30506	0,95233	0,32032	0,81	46,410	0,72429	0,68950	1,05046
0,32	18,335	0,31457	0,94924	0,33139	0,82	46,983	0,73115	0,68222	1,07171
0,33	18,907	0,32404	0,94604	0,34253	0,83	47,556	0,73793	0,67488	1,09343
0,34	19,481	0,33349	0,94275	0,35374	0,84	48,128	0,74464	0,66746	1,11563
0,35	20,054	0,34290	0,93937	0,36503	0,85	48,701	0,75128	0,65998	1,13834
0,36	20,626	0,35227	0,93590	0,37640	0,86	49,274	0,75784	0,65244	1,16155
0,37	21,199	0,36162	0,93233	0,38786	0,87	49,847	0,76433	0,64483	1,18533
0,38	21,772	0,37092	0,92866	0,39941	0,88	50,420	0,77074	0,63715	1,20967
0,39	22,345	0,38019	0,92491	0,41105	0,89	50,993	0,77707	0,62961	1,23460
0,40	22,918	0,38942	0,92106	0,42279	**0,90**	51,566	0,78333	0,62161	1,26016
0,41	23,491	0,39861	0,91712	0,43463	0,91	52,139	0,78950	0,61375	1,28637
0,42	24,064	0,40776	0,91300	0,44657	0,92	52,712	0,79560	0,60582	1,31326
0,43	24,637	0,41687	0,90897	0,45862	0,93	53,285	0,80162	0,59783	1,34088
0,44	25,210	0,42594	0,90475	0,47078	0,94	53,858	0,80756	0,58979	1,36923
0,45	25,783	0,43497	0,90045	0,48306	0,95	54,431	0,81342	0,58168	1,39838
0,46	26,356	0,44395	0,89605	0,49545	0,96	55,004	0,81919	0,57352	1,42836
0,47	26,929	0,45289	0,89157	0,50796	0,97	55,577	0,82489	0,56530	1,45920
0,48	27,502	0,46178	0,88609	0,52061	0,98	56,150	0,83050	0,55702	1,49096
0,49	28,075	0,47063	0,88233	0,53339	0,99	56,723	0,83603	0,54860	1,52368

Продолж. табл. III. 13

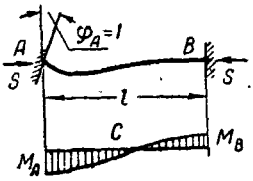
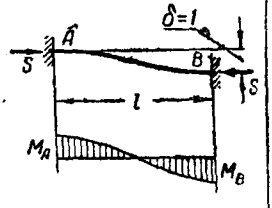
u	u^2	sin u	cos u	tg u
1,00	57,296	0,84147	0,54030	1,55741
1,01	57,869	0,84683	0,53186	1,59221
1,02	58,442	0,85211	0,52337	1,62813
1,03	59,015	0,85730	0,51482	1,66525
1,04	59,588	0,86240	0,50622	1,70361
1,05	60,161	0,86742	0,49757	1,74332
1,06	60,773	0,87236	0,48887	1,78442
1,07	61,306	0,87720	0,48012	1,82703
1,08	61,879	0,88196	0,47133	1,87122
1,09	62,452	0,88663	0,46249	1,91710
1,10	63,025	0,89121	0,45360	1,96476
1,11	63,598	0,89570	0,44466	2,01434
1,12	64,171	0,90010	0,43568	2,06595
1,13	64,744	0,90441	0,42666	2,11975
1,14	65,317	0,90863	0,41759	2,17588
1,15	65,890	0,91276	0,40849	2,23449
1,16	66,463	0,91680	0,39934	2,29580
1,17	67,036	0,92075	0,39015	2,35998
1,18	67,609	0,92461	0,38092	2,42726
1,19	68,182	0,92837	0,37166	2,49790
1,20	68,755	0,93204	0,36236	2,57215
1,21	69,328	0,93562	0,35302	2,65033
1,22	69,901	0,93910	0,34365	2,73276
1,23	70,474	0,94249	0,33424	2,81982
1,24	71,047	0,94578	0,32480	2,91194
1,25	71,620	0,94898	0,31532	3,00957
1,26	72,193	0,95209	0,30582	3,11328
1,27	72,766	0,95510	0,29628	3,22363
1,28	73,339	0,95802	0,28672	3,34135
1,29	73,912	0,96084	0,27712	3,46721
1,30	74,485	0,96356	0,26750	3,60210
1,31	75,057	0,96618	0,25785	3,74708
1,32	75,630	0,96872	0,24818	3,90335
1,33	76,203	0,97115	0,23848	4,07231
1,34	76,776	0,97348	0,22875	4,25562
1,35	77,349	0,97572	0,21901	4,45523
1,36	77,922	0,97786	0,20924	4,67344
1,37	78,495	0,97991	0,19945	4,91306
1,38	79,068	0,98185	0,18964	5,17744
1,39	79,644	0,98370	0,17981	5,47069
1,40	80,214	0,98545	0,16997	5,79788
1,41	80,787	0,98710	0,16010	6,16537
1,42	81,360	0,98865	0,15023	6,58110
1,43	81,933	0,99010	0,14033	7,05546
1,44	82,506	0,99146	0,13042	7,60182
1,45	83,079	0,99271	0,12050	8,23810
1,46	83,652	0,99387	0,11057	8,98862
1,47	84,225	0,99492	0,10063	9,88740
1,48	87,798	0,99588	0,09067	10,98338
1,49	85,371	0,99674	0,08071	12,34991
1,50	85,944	0,99749	0,07064	14,10142
1,51	86,517	0,99815	0,06076	16,42811
1,52	87,090	0,99871	0,05077	19,6696
1,53	87,663	0,99817	0,04079	24,4986
1,54	88,236	0,99953	0,03079	32,4513
1,55	88,808	0,99978	0,02070	48,0803
1,56	89,381	0,99994	+0,01080	92,6238
1,57	89,954	1,00000	+0,00080	1275,04
1,58	90,527	0,99996	−0,00920	−108,661
1,59	91,100	0,99982	−0,01920	−52,0676
1,60	91,673	0,99957	−0,02920	−34,2329
1,61	92,246	0,99923	−0,03920	−25,4950
1,62	92,819	0,99879	−0,04919	−20,3079
1,63	93,392	0,99825	−0,05917	−16,8712
1,64	93,965	0,99760	−0,06915	−14,4270
1,65	94,538	0,99687	−0,07912	−12,59926
1,66	95,111	0,99602	−0,08908	−11,18059
1,67	95,684	0,99508	−0,09904	−10,04726
1,68	96,257	0,99404	−0,10899	− 9,12076
1,69	96,830	0,99290	−0,11892	− 8,34925
1,70	97,403	0,99167	−0,12885	− 7,69660
1,71	97,976	0,99033	−0,13875	− 7,13723
1,72	98,549	0,98889	−0,14865	− 6,65245
1,73	99,122	0,98736	−0,15854	− 6,22809
1,74	99,695	0,98572	−0,16840	− 5,85353
1,75	100,268	0,98399	−0,17825	− 5,52037
1,76	100,841	0,98215	−0,18808	− 5,22209
1,77	101,414	0,98023	−0,19789	− 4,95340
1,78	101,987	0,97819	−0,20768	− 4,71010
1,79	102,559	0,97607	−0,21746	− 4,48866
1,80	103,132	0,97385	−0,22721	− 4,28627
1,81	103,705	0,97152	−0,23693	− 4,10050
1,82	104,278	0,96911	−0,24664	− 3,92937
1,83	104,851	0,96659	−0,25631	− 3,77118
1,84	105,424	0,96398	−0,26597	− 3,62450
1,85	105,997	0,96127	−0,27559	− 3,48806
1,86	106,570	0,95847	−0,28519	− 3,36083
1,87	107,143	0,95557	−0,29476	− 3,24188
1,88	107,716	0,95257	−0,30430	− 3,13039
1,89	108,289	0,94949	−0,31381	− 3,02566
1,90	108,862	0,94630	−0,32329	− 2,92710
1,91	109,435	0,94302	−0,33274	− 2,83414
1,92	110,008	0,93964	−0,34215	− 2,74630
1,93	110,581	0,93618	−0,35153	− 2,66316
1,94	111,154	0,93262	−0,36087	− 2,58433
1,95	111,727	0,92896	−0,37018	− 2,50947
1,96	112,300	0,92521	−0,37946	− 2,43828
1,97	112,873	0,92137	−0,38869	− 2,37049
1,98	113,446	0,91744	−0,39788	− 2,30582
1,99	114,019	0,91339	−0,40703	− 2,24408
2,00	114,592	0,90930	−0,41615	− 2,18504
2,01	115,165	0,90509	−0,42522	− 2,12853
2,02	115,738	0,90079	−0,43425	− 2,07437
2,03	116,310	0,89641	−0,44323	− 2,02242
2,04	116,883	0,89193	−0,45218	− 1,97252
2,05	117,456	0,88736	−0,46107	− 1,92456
2,06	118,029	0,88270	−0,46993	− 1,87841
2,07	118,602	0,87797	−0,47873	− 1,83396
2,08	119,175	0,87313	−0,48748	− 1,79112
2,09	119,748	0,86822	−0,49619	− 1,74977

Продолж. табл. III. 13

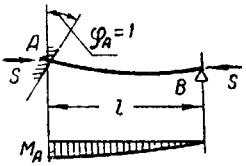
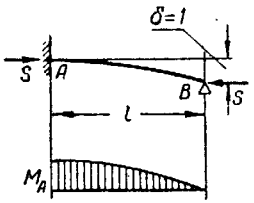
u	$u°$	sin u	cos u	tg u	u	$u°$	sin u	cos u	tg u
2,10	120,321	0,86319	−0,50485	−1,70984	2,65	151,834	0,47204	−0,88158	−0,53544
					2,66	152,407	0,46319	−0,88626	−0,52264
2,11	120,894	0,85812	−0,51345	−1,67127	2,67	152,980	0,45431	−0,89084	−0,50997
2,12	121,467	0,85294	−0,52200	−1,63395	2,68	153,553	0,44538	−0,89534	−0,49744
2,13	122,040	0,84768	−0,53051	−1,59785	2,69	154,126	0,43640	−0,89975	−0,48502
2,14	122,613	0,84233	−0,53896	−1,56287					
2,15	123,186	0,83690	−0,54736	−1,52898	**2,70**	154,699	0,42738	−0,90407	−0,47272
2,16	123,759	0,83138	−0,55569	−1,49610					
2,17	124,332	0,82579	−0,56399	−1,46419	2,71	155,273	0,41831	−0,90830	−0,46055
2,18	124,905	0,82010	−0,57222	−1,43321	2,72	155,845	0,40922	−0,91244	−0,44849
2,19	125,478	0,81434	−0,58039	−1,40301	2,73	156,418	0,40007	−0,91647	−0,43653
					2,74	156,990	0,39089	−0,92043	−0,42467
2,20	126,051	0,80849	−0,58850	−1,37382	2,75	157,563	0,38167	−0,92430	−0,41292
					2,76	158,136	0,37240	−0,92807	−0,40126
2,21	126,624	0,80258	−0,59656	−1,34534	2,77	158,709	0,36310	−0,93175	−0,38970
2,22	127,197	0,79657	−0,60455	−1,31761	2,78	159,282	0,35377	−0,93533	−0,37822
2,23	127,770	0,79048	−0,61249	−1,29060	2,79	159,855	0,34440	−0,93882	−0,36684
2,24	128,343	0,78432	−0,62036	−1,26429					
2,25	128 916	0,77807	−0,62818	−1,23863	**2,80**	160,428	0,33499	−0,94222	−0,35553
2,26	129,489	0,77175	−0,63593	−1,21360					
2,27	130,061	0,76536	−0,64361	−1,18916	2,81	161,001	0,32551	−0,94553	−0,34431
2,28	130,634	0,75888	−0,65124	−1,16531	2,82	161,574	0,31608	−0,94873	−0,33316
2,29	131,207	0,75232	−0,65879	−1,14199	2,83	162,147	0,30658	−0,95184	−0,32209
					2,84	162,720	0,29704	−0,95487	−0,31109
2,30	131,780	0,74571	−0,66628	−1,11921	2,85	163,293	0,28748	−0,95779	−0,30014
					2,86	163,866	0,27788	−0,96062	−0,28928
2,31	132,353	0,73902	−0,67370	−1,09694	2,87	164,439	0,26827	−0,96335	−0,27847
2,32	132,926	0,73224	−0,68106	−1,07514	2,88	165,012	0,25862	−0,96598	−0,26773
2,33	133,499	0,72538	−0,68834	−1,05381	2,89	165,584	0,24895	−0,96852	−0,25704
2,34	134,072	0,71847	−0,69556	−1,03292					
2,35	134,645	0,71147	−0,70271	−1,01247	**2,90**	166,158	0,23925	−0,97096	−0,24641
2,36	135,218	0,70441	−0,70979	−0,99242					
2,37	135,791	0,69728	−0,71680	−0,97276	2,91	166,731	0,22952	−0,97330	−0,23583
2,38	136,364	0,69007	−0,72374	−0,95349	2,92	167,304	0,21979	−0,97555	−0,22529
2,39	136,937	0,68281	−0,73060	−0,93457	2,93	167,877	0,21002	−0,97770	−0,21481
					2,94	168,450	0,20022	−0,97975	−0,20437
2,40	137,510	0,67546	−0,73739	−0,91602	2,95	169,023	0,19042	−0,98170	−0,19397
					2,96	169,596	0,18060	−0,98356	−0,18362
2,41	138,083	0,66806	−0,74411	−0,89779	2,97	170,169	0,17076	−0,98531	−0,17330
2,42	138,656	0,66058	−0,75076	−0,87989	2,98	170,741	0,16089	−0,98697	−0,16301
2,43	139,229	0,65304	−0,75733	−0,86230	2,99	171,314	0,15101	−0,98853	−0,15276
2,44	139,801	0,64544	−0,76383	−0,84502					
2,45	140,375	0,63777	−0,77023	−0,82801	**3,00**	171,887	0,14112	−0,98999	−0,14254
2,46	140,948	0,63003	−0,77657	−0,81130					
2,47	141,521	0,62224	−0,78283	−0,79485	3,01	172,460	0,13121	−0,99135	−0,13235
2,48	142,094	0,61438	−0,78901	−0,77866	3,02	173,033	0,12129	−0,99262	−0,12219
2,49	142,667	0,60646	−0,79512	−0,76272	3,03	173,606	0,11136	−0,99378	−0,11206
					3,04	174,179	0,10142	−0,99484	−0,10195
2,50	143,240	0,59847	−0,80114	−0,74703	3,05	174,752	0,09146	−0,99580	−0,09185
					3,06	175,325	0,08150	−0,99667	−0,08177
2,51	143,812	0,59043	−0,80709	−0,73155	3,07	175,898	0,07153	−0,99744	−0,07171
2,52	144,385	0,58233	−0,81295	−0,71632	3,08	176,471	0,06155	−0,99810	−0,06167
2,53	144,958	0,57417	−0,81874	−0,70129	3,09	177,044	0,05156	−0,99867	−0,05164
2,54	145,531	0,56596	−0,82444	−0,68647					
2,55	146,104	0,55769	−0,83005	−0,67186	**3,10**	177,617	0,04159	−0,99131	−0,04162
2,56	146,677	0,54936	−0,83559	−0,65744					
2,57	147,250	0,54097	−0,84104	−0,64322	3,11	178,190	0,03159	−0,99950	−0,03161
2,58	147,823	0,53253	−0,84641	−0,62917	3,12	178,763	0,02160	−0,99977	−0,02160
2,59	148,396	0,52405	−0,85169	−0,61530	3,13	179,336	0,01160	−0,99993	−0,01160
					3,14	179,909	0,00160	−1,00000	−0,00160
2,60	148,969	0,51550	−0,85689	−0,60160	3,15	180,482	−0,00841	−0,99997	+0,00841
					3,16	181,055	−0,01841	−0,99988	+0,01841
2,61	149,542	0,50691	−0,86200	−0,58806	3,17	181,628	−0,02840	−0,99960	+0,02841
2,62	150,115	0,49827	−0,86703	−0,57468	3,18	182,201	−0,03840	−0,99926	+0,03843
2,63	150,688	0,48957	−0,87198	−0,56145	3,19	182,774	−0,04839	−0,99836	+0,04845
2,64	151,261	0,48082	−0,87682	−0,54837					

Таблица III. 14

3. Влияние смещения и поворота опор на величину опорных реакций и моментов

Схема	Опорные моменты и реакции без осевого сжатия	Опорные моменты и реакции с осевым сжатием
	$S=0$ $M_A=4\frac{EJ}{l}$ $M_B=2\frac{EJ}{l}$ $R_A=-R_B=6\frac{EJ}{l^2}$ $M_C=\frac{EJ}{l}$	$M_A=\frac{EJ}{l}\alpha;$ $\alpha=\frac{\frac{1}{4}\left(\frac{l}{j}\right)^2 \operatorname{tg}\frac{l}{2j}}{\operatorname{tg}\frac{l}{2j}-\frac{l}{2j}}+$ $+\frac{\frac{l}{2j}}{\operatorname{tg}\frac{l}{2j}};$ $M_B=\frac{EJ}{l}\beta;$ $\beta=\frac{\frac{1}{4}\left(\frac{l}{j}\right)^2 \operatorname{tg}\frac{l}{2j}}{\operatorname{tg}\frac{l}{2j}-\frac{l}{2j}}-$ $-\frac{\frac{l}{2j}}{\operatorname{tg}\frac{l}{2j}};$ $R_A=-R_B=\frac{EJ}{l^2}(\alpha+\beta)$
	$M_A=-M_B=\frac{6EJ}{l^2}$ $R_A=-R_B=12\frac{EJ}{l^3}$	$M_A=-M_B=\frac{EJ}{l^2}(\alpha+\beta);$ $R_A=-R_B=\frac{EJ}{l^3}\gamma;$ $\gamma=\frac{\left(\frac{l}{j}\right)^3}{2\operatorname{tg}\frac{l}{2j}-\frac{l}{j}}$

Продолж. табл. III. 14

Схема	Опорные моменты и реакции без осевого сжатия	Опорные моменты и реакции с осевым сжатием
	$M_A=3\frac{EJ}{l}$ $R_A=-R_B=3\frac{EJ}{l^2}$	$M_A=\frac{EJ}{l}\nu$; $R_A=-R_B=\frac{EJ}{l^2}\nu$; $\nu=\frac{\left(\frac{l}{j}\right)^2 \operatorname{tg}\frac{l}{j}}{\operatorname{tg}\frac{l}{j}-\frac{l}{j}}$
	$M_A=3\frac{EJ}{l^2}$ $R_A=-R_B=3\frac{EJ}{l^3}$	$M_A=\frac{EJ}{l^2}\nu$; $R_A=-R_B=\frac{EJ}{l^3}\mu$; $\mu=\frac{\left(\frac{l}{j}\right)^3}{\operatorname{tg}\frac{l}{j}-\frac{l}{j}}$

4. Изгиб балок с осевым растяжением

Растягивающие усилия уменьшают прогиб балок от поперечной нагрузки, так как создают разгружающий момент. Обычно прогибы невелики, а потому и влияние растяжения также незначительно. Чаще всего для упрощения расчета и в запас прочности не учитывают разгружающего действия растягивающих усилий, ограничиваясь суммированием напряжений растяжения и изгиба от поперечных сил.

Формулы для расчета изогнутых балок с осевым растяжением имеют вид такой же, как и для сжатых, но вместо тригонометрических функций входят аналогичные гиперболические, именно:

$$M=C_1 \operatorname{sh}\frac{x}{j}+C_2 \operatorname{ch}\frac{x}{j}-f(q),$$

$$Q=\frac{dM}{dx}=\frac{C_1}{j}\operatorname{ch}\frac{x}{j}+\frac{C_2}{j}\operatorname{sh}\frac{x}{j}-f'(q).$$

Для определения прогиба и девиации можно пользоваться формулами

$$y=\frac{M_0-M}{S}$$

и

$$\theta=\frac{Q_0-Q}{S},$$

так как $M=M_0-Sy$.

Растягивающее усилие разгружает пролет; брать его в этих формулах надо также со знаком плюс (+); знаки прогибов и девиации в окончательном итоге те же, что и при нагрузке без растяжения.

Если $f'(q)=0$, т. е. $q=\text{const}$, то

$$M_{\max}=\sqrt{C_2^2-C_1^2}-f(q)$$

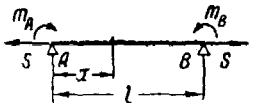
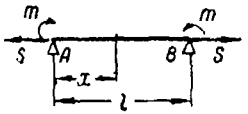
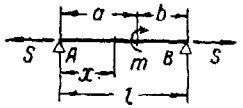
при

$$th\frac{x}{j}=-\frac{C_1}{C_2}.$$

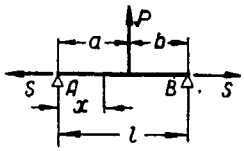
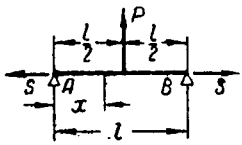
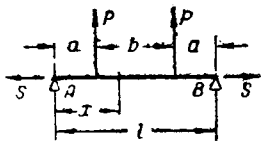
Формулы для расчета балок с осевым растяжением см. в табл. III. 15.

Таблица III. 15

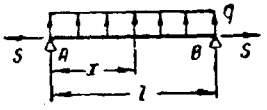
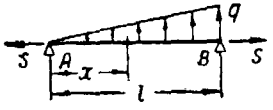
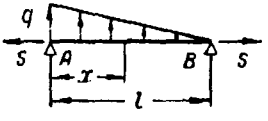
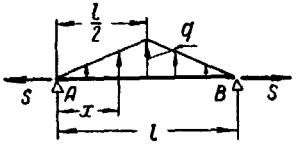
5. Таблицы для расчета изогнутых балок с осевым растяжением

Схема	$M_{изг}$
 Неравные моменты на опорах	$M=\dfrac{m_B-m_A\,\mathrm{ch}\dfrac{l}{j}}{\mathrm{sh}\dfrac{l}{j}}\,\mathrm{sh}\dfrac{x}{j}+m_A\,\mathrm{ch}\dfrac{x}{j}$
 Равные моменты на опорах	$M=-m\left(\mathrm{th}\dfrac{l}{2j}\,\mathrm{sh}\dfrac{x}{j}-\mathrm{ch}\dfrac{x}{j}\right)$
 Момент в пролете	при $x<a$ $$M=m\frac{\mathrm{ch}\dfrac{b}{j}}{\mathrm{sh}\dfrac{l}{j}}\,\mathrm{sh}\frac{x}{j};$$ при $x>a$ $$M=-m\frac{\mathrm{ch}\dfrac{a}{j}}{\mathrm{th}\dfrac{l}{j}}\,\mathrm{sh}\frac{x}{j}+m\,\mathrm{ch}\frac{a}{j}\,\mathrm{ch}\frac{x}{j}=$$ $$=m\frac{\mathrm{ch}\dfrac{a}{j}}{\mathrm{sh}\dfrac{l}{j}}\,\mathrm{sh}\frac{l-x}{j}$$

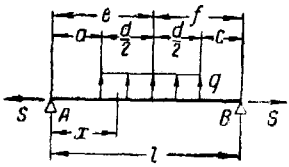
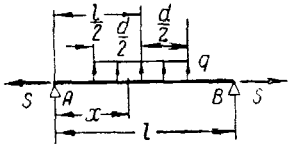
Продолж. табл. III. 15

Схема	$M_{изг}$
 Сосредоточенная нагрузка в пролете	при $x<a$ $$M=-Pj\frac{\operatorname{sh}\frac{b}{j}}{\operatorname{sh}\frac{l}{j}}\operatorname{sh}\frac{x}{j};$$ при $x>a$ $$M=Pj\frac{\operatorname{sh}\frac{a}{j}}{\operatorname{th}\frac{l}{j}}\operatorname{sh}\frac{x}{j}-Pj\operatorname{sh}\frac{a}{j}\operatorname{ch}\frac{x}{j}$$
 Сосредоточенная нагрузка в середине пролета	при $x<\frac{l}{2}$ $$M=-\frac{Pj}{2}\operatorname{sech}\frac{l}{2j}\operatorname{sh}\frac{x}{j};$$ при $x>\frac{l}{2}$ $$M=\frac{Pj}{2}\operatorname{ch}\frac{l}{j}\operatorname{sech}\frac{l}{2j}\operatorname{sh}\frac{x}{j}-Pj\operatorname{sh}\frac{l}{2j}\operatorname{ch}\frac{x}{j}$$
 Две равные симметрично расположенные нагрузки в пролете	при $x<a$ $$M=-Pj\frac{\operatorname{ch}\frac{b}{2j}}{\operatorname{ch}\frac{l}{2j}}\operatorname{sh}\frac{x}{j};$$ при $a<x<l-a$ $$M=Pj\operatorname{sh}\frac{a}{j}\operatorname{th}\frac{l}{2j}\operatorname{sh}\frac{x}{j}-Pj\operatorname{sh}\frac{a}{j}\operatorname{ch}\frac{x}{j};$$ при $l-a<x<l$ $$M=Pj\frac{\operatorname{ch}\frac{l}{j}\operatorname{ch}\frac{b}{2j}}{\operatorname{ch}\frac{l}{2j}}\operatorname{sh}\frac{x}{j}-Pj\frac{\operatorname{sh}\frac{l}{j}\operatorname{ch}\frac{b}{2j}}{\operatorname{ch}\frac{l}{2j}}\times$$ $$\times\operatorname{ch}\frac{x}{j}=-Pj\frac{\operatorname{ch}\frac{b}{2j}}{\operatorname{ch}\frac{l}{2j}}\operatorname{sh}\frac{l-x}{j}$$

Продолж. табл. III. 15

Схема	$M_{изг}$
 Нагрузка, равномерно распределенная по всему пролету	$M=qj^2\dfrac{1-\operatorname{ch}\dfrac{l}{j}}{\operatorname{sh}\dfrac{l}{j}}\operatorname{sh}\dfrac{x}{j}+qj^2\operatorname{ch}\dfrac{x}{j}-qj^2$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику, возрастающая слева направо	$M=qj^2\dfrac{\operatorname{sh}\dfrac{x}{j}}{\operatorname{sh}\dfrac{l}{j}}-qj^2\dfrac{x}{l}$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику, возрастающая справа налево	$M=-qj^2\dfrac{\operatorname{sh}\dfrac{x}{j}}{\operatorname{th}\dfrac{l}{j}}+qj^2\operatorname{ch}\dfrac{x}{j}-qj^2\left(1-\dfrac{x}{l}\right)=$ $=qj^2\dfrac{\operatorname{sh}\dfrac{l-x}{j}}{\operatorname{sh}\dfrac{l}{j}}-qj^2\left(1-\dfrac{x}{l}\right)$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику с вершиной в середине пролета	при $x<\dfrac{l}{2}$ $M=\dfrac{2qj^3}{l}\dfrac{\operatorname{sh}\dfrac{x}{j}}{\operatorname{ch}\dfrac{l}{2j}}-2qj^2\dfrac{x}{l}$; при $x>\dfrac{l}{2}$ $M=-\dfrac{2qj^3}{l}\dfrac{\operatorname{ch}\dfrac{l}{j}}{\operatorname{ch}\dfrac{l}{2j}}\operatorname{sh}\dfrac{x}{j}+\dfrac{4qj^3}{l}\operatorname{sh}\dfrac{l}{2j}\operatorname{ch}\dfrac{x}{j}-$ $-2qj^2\left(1-\dfrac{x}{l}\right)$

Продолж. табл. III. 15

Схема	$M_{изг}$
 $b=a+d$ Нагрузка, равномерно распределенная на части пролета	при $x<a$ $M=-2qj^2\dfrac{\operatorname{sh}\frac{d}{2j}\operatorname{sh}\frac{f}{j}}{\operatorname{sh}\frac{l}{j}}\operatorname{sh}\frac{x}{j}$; при $a<x<b$ $M=\left(2qj^2\dfrac{\operatorname{sh}\frac{d}{2j}\operatorname{sh}\frac{e}{j}}{\operatorname{th}\frac{l}{j}}-qj^2\operatorname{sh}\frac{b}{j}\right)\operatorname{sh}\frac{x}{j}+$ $+qj^2\operatorname{ch}\frac{a}{j}\operatorname{ch}\frac{x}{j}-qj^2$; при $b<x<l$ $M=2qj^2\dfrac{\operatorname{sh}\frac{d}{2j}\operatorname{sh}\frac{e}{j}}{\operatorname{th}\frac{l}{j}}\operatorname{sh}\frac{x}{j}-$ $-2qj^2\operatorname{sh}\frac{d}{2j}\operatorname{sh}\frac{e}{j}\operatorname{ch}\frac{x}{j}$
 Нагрузка, равномерно распределенная на участке, симметричном относительно середины пролета	при $x<a$ $M=-qj^2\dfrac{\operatorname{sh}\frac{d}{2j}}{\operatorname{ch}\frac{l}{2j}}\operatorname{sh}\frac{x}{j}$; при $a<x<l-a$ $M=-qj^2\operatorname{ch}\frac{a}{j}\operatorname{th}\frac{l}{2j}\operatorname{sh}\frac{x}{j}+qj^2\operatorname{ch}\frac{a}{j}\operatorname{ch}\frac{x}{j}-qj^2$; при $l-a<x<l$ $M=qj^2\dfrac{\operatorname{sh}\frac{d}{2j}\operatorname{ch}\frac{l}{j}}{\operatorname{ch}\frac{l}{2j}}\operatorname{sh}\frac{x}{j}-2qj^2\operatorname{sh}\frac{d}{2j}\operatorname{sh}\frac{l}{2j}\operatorname{ch}\frac{x}{j}$

§ 5. Графический расчет сжато-изогнутых балок

1. Круги Ченцова

Случай равномерно распределенной нагрузки и моментов любого знака на опорах (фиг. III. 25).

1. Определяют величины:

$$j=\sqrt{\frac{EJ}{S}}\ (см);$$

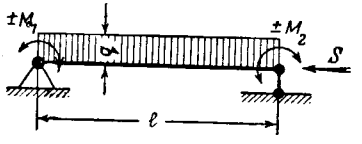
$$R=qj^2\ (кгсм);$$

$$u=57{,}3^\circ\ \frac{l}{j}\ (\text{градусы}).$$

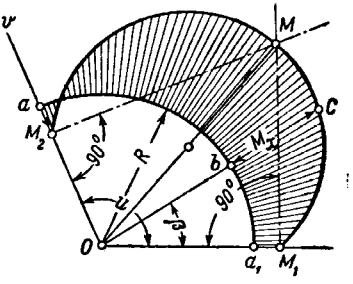
2. Строят угол u и радиусом R в избранном масштабе проводят в нем дугу.

3. Из точек пересечения a и a_1 (фиг. III. 26) в том же масштабе откладывают величины опорных моментов M_1 и M_2 в направлении от центра, если момент догружает пролет (т. е. действует в сторону нагрузки), и, напротив,— к центру, если момент разгружает балку.

4. Из концов отрезков M_1 и M_2 восстанавливают перпендикуляры и продолжают их до пересечения в точке M. Точку M соединяют с центром O и на отрезке OM, как на диаметре, строят окружность. Чтобы не затемнять чертежа, окружность проводят лишь до концов векторов M_1 и M_2, что одновременно служит проверкой правильности построения.



Фиг. III. 25. Балка с равномерно распределенной нагрузкой.



Фиг. III. 26. Круги Ченцова для балки, показанной на фиг. 25.

5. Площадь, заключенная между двумя окружностями (на фиг. III. 26 заштрихована) и векторами M_1 и M_2, будет площадью искомой эпюры суммарного изгибающего момента с учетом действия продольной силы S. Любой отрезок (bc), который отсекает на эпюре линия, проведенная из центра O, дает величину изгибающего момента M_x в сечении, лежащем на расстоянии $x=\frac{\beta}{u}l$ от опоры, на которой действует момент M_1 (или, напротив, на расстоянии

$$l-x=\left(\frac{u-\beta}{u}\right)l$$

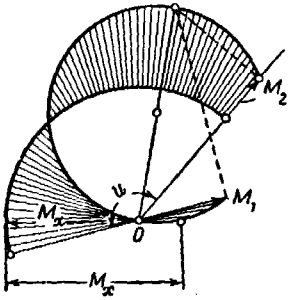
от противоположной опоры).

6. Можно придать эпюре обычный вид, выпрямив дугу aa_1 и зная, что длина этой дуги в определенном масштабе соответствует длине пролета l балки. На практике угол u колеблется в пределах 90—150°. Небольшое значение угла u показывает, что сила S далека от критической. Напротив, если угол u приближается к 180°, то осевая сила S близка к критической и при $u=180°$ сила $S=P_{кр}$, т. е. имеем неустойчивую балку.

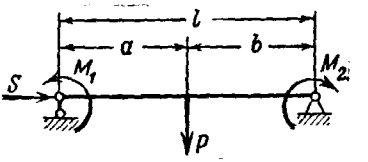
Такой порядок построения сохраняется в любом частном случае; например, когда M_1 или M_2 равны нулю, перпендикуляр к вектору будет касательной к дуге основной окружности.

Может случиться, что M_1 или M_2 будет больше радиуса и, будучи отложен к центру, пройдет через него (фиг. III. 27). Однако построение не изменится, и надо лишь сохранить требуемую точность на участке OM_1, где малому изменению угла соответствует большое изменение M_x. Величины ординат M_x, как и ранее, заключаются между дугами окружностей, а направление ординат M_x должно проходить через O — центр основной окружности. Суммарное напряжение определяется по известной формуле

$$\sigma_{\text{сумм}} = \frac{M_x}{W} + \frac{S}{F}.$$



Фиг. III. 27. Круги Ченцова для случая, когда M_1 (или M_2) больше радиуса.



Фиг. III. 28. Балка с сосредоточенной нагрузкой.

Случай сосредоточенной силы и моментов любого знака на опорах (фиг. III. 28).

1. Определяют величины:

$$j = \sqrt{\frac{EJ}{S}} \ (см);$$

$$c = Pj \ (кгсм);$$

$$u = 57{,}3\,\frac{l}{j} \ (\text{градусы});$$

$$u_a = 57{,}3\,\frac{a}{j} \ (\text{градусы});$$

$$u_b = 57{,}3\,\frac{b}{j} \ (\text{градусы}).$$

2. Строят треугольник по стороне c (1—2) и двум углам u_a и u_b (фиг. III. 29).

3. Из точки пересечения O восстанавливают перпендикуляры к сторонам O—1 и O—2 треугольника O—1—2 и откладывают на них величины опорных моментов M_1 и M_2. Угол между векторами M_1 и M_2 равен u. Следовательно, $u + \alpha = 180°$ (при построении надо следить, чтобы угол u был меньше 180°)[1].

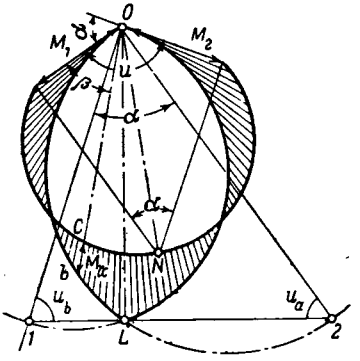
4. Из концов отрезков M_1 и M_2 восстанавливают перпендикуляры и продолжают их до пересечения в точке N. Точку N соединяют с точкой O и на отрезке ON, как на диаметре, строят окружность. Во избежание затемнения

[1] Если по ошибке вектор M_1 заменить вектором M_2, то угол u окажется больше 180°.

чертежа окружность проводят лишь до концов векторов M_1 и M_2, что служит также проверкой правильности построения.

5. На сторонах *1—O* и *2—O* треугольника *O—1—2*, как на диаметрах, строят две полуокружности.

6. Площадь, заключенная между основной окружностью, двумя этими полуокружностями и векторами M_1 и M_2 (на фиг. 29 заштрихована), будет площадью искомой эпюры суммарного изгибающего момента с учетом осевой силы S. Любой отрезок *bc*, который отсекает на эпюре линия, проведенная из точки *O*, дает величину изгибающего момента M_x в сечении на расстоянии $x=\frac{\beta}{u}l$ от опоры, нагруженной моментом M_1 (или, напротив, на расстоянии $l-x=\left(\frac{u-\beta}{u}\right)l$ от противоположной опоры).



Фиг. III. 29. График для балки по фиг. 28.

7. Точка пересечения *L* обеих дуг, построенных на сторонах *O—1* и *O—2*, соответствует точке приложения силы *P*. Линия *OL* всегда перпендикулярна линии *1—2*.

О всех остальных действиях и замечаниях см. «Случай равномерно распределенной нагрузки» (фиг. III. 25).

Замечание. Расчет балки при помощи кругов Ченцова можно производить и для других видов поперечной нагрузки, но при этом решение обычно получается громоздким и на практике в таких случаях пользуются аналитическим способом.

2. Балки переменного сечения

Порядок расчета

Для расчета необходимо знать сечения; если они неизвестны, то задаются ими приблизительно.

1. Пролет делят на произвольное число n (рекомендуется 8—10) равных частей. Для каждого сечения определяют

$$H=\frac{En}{S\lambda l}J,$$

где H — полюсное расстояние в *см*;
E — модуль упругости в *кг/см²*;
S — усилие сжатия в *кг*;
$\frac{1}{\lambda}$ — масштаб длин;
l — длина пролета;
J — момент инерции в *см⁴*.

Если полюсные расстояния получаются очень большими, значит, прогибы оси невелики, влияние осевого усилия на величину изгиба незначительно, и им можно пренебречь, т. е. обойтись без построения.

При различных значениях сжимающего усилия S на разных участках берут среднее:

$$S_{ср}=\frac{\sum_1^n S_i l_i}{\sum_1^n l_i}=\frac{\sum_1^n S_i l_i}{l}.$$

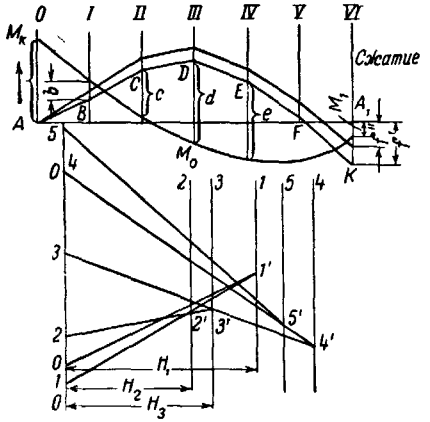
Сечения нумеруют.

2. Строят эпюру изгибающих моментов M_0 без учета сжимающих усилий, но с учетом моментов от эксцентриситета сжимающего усилия (фиг. III. 30 и 31).

Масштаб длин $\frac{1}{\lambda}$.

3. Проводят основную вертикаль $O—O$; на расстояниях H_1, H_2, H_3 и т. д. от нее проводят вспомогательные вертикали, обозначаемые соответственно сечениям (фиг. III. 30).

Из произвольной точки O на основной вертикали под произвольным наклоном проводят прямую $O—1'$ до пересечения с вертикалью 1. Из точки A проводят параллельно ей прямую до пересечения с линией сечения I балки (B). Измеряют отрезок b между точкой пересечения и M_0. Этот отрезок с сохранением направления от M_0 наносят на вертикаль $O—O$ до точки 1. Из полученной точки 1 через точку $1'$ проводят прямую $1—1'$ и из B — прямую параллельно линии $1—1'$ до пересечения с линией сечения II балки в точке C. Отмечают точку $2'$ на линии 2, соответствующей сечению II. Опять измеряют отрезок c и по тому же направлению откладывают на основной вертикали от точки 1 — получают точку 2. Соединяют точку 2 с точкой $2'$ и продолжают линию $2—2'$ до пересечения с линией 3 сечения III в точке $3'$. Из точки C проводят линию $CD \| 2—2'$ и т. д. до последнего сечения.



Фиг. III. 30.

Если последняя прямая пройдет через точку A_1, то, значит, наклон выбран удачно. Полученную ломаную обводят плавной кривой. Момент в каждом сечении будет равен отрезку между M_0 и полученной кривой, измеренному в масштабе моментов. Если последняя прямая через точку A_1 не прошла, построение повторяют; если и на этот раз совпадения не получилось, то истинные ординаты вычисляют по формуле

$$y = \frac{y''f' - y'f''}{f' - f''},$$

где f' и f'' — конечные ошибки первого и второго построений;

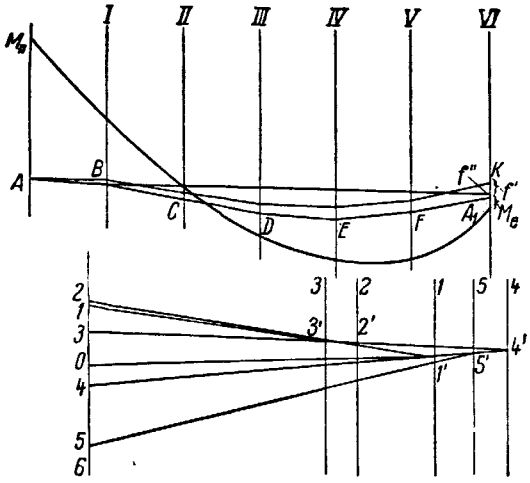
y' и y'' — ординаты ломаной на одной абсциссе для первого и второго построений.

Полученные точки соединяют плавной кривой.

Ординаты y представляют собой прогибы оси балки в любой точке в масштабе $\frac{M_0}{S}$, т. е., измерив в масштабе моментов отрезок между прямой $A—A_1$ и окончательной кривой в каком-либо сечении и разделив его на осевое усилие, получим прогиб в этом сечении в *см*.

По окончательной эпюре моментов проверяют сечения по формуле $\sigma_{изг} = \frac{M}{W} \pm \frac{S}{F}$ и в случае надобности усиливают или облегчают их. Если полученные сечения сильно отличаются от принятых для построения, то необходимо контрольное построение.

Для случая растяжения построение такое же, но отрезки между M_0 и точками пересечения ломаной с линиями сечений балки откладываются на основной вертикали в обратном направлении (см. фиг. III. 31).



Фиг. III. 31.

Для построения можно брать и неравные участки. Полюсные расстояния тогда следует подсчитывать по формуле

$$H_i = \frac{EJ_i}{S\lambda\Delta x_i},$$

где Δx_i — длина рассматриваемого участка.

§ 6. Многопролетные балки

1. Теорема о трех моментах

Уравнение трех моментов при нагрузке, равномерно распределенной на каждом пролете, в общем случае имеет вид

$$\frac{M_1 l_1}{J_1} + 2M_2\left(\frac{l_1}{J_1} + \frac{l_2}{J_2}\right) + \frac{M_3 l_2}{J_2} = -\frac{q_1 l_1^3}{4J_1} - \frac{q_2 l_2^3}{4J_2} - \frac{6E(y_1 - y_2)}{l_1} - \frac{6E(y_3 - y_2)}{l_2}.$$

Примечания. 1. Знаки в уравнении действительны для направлений q и y, показанных на фиг. III. 32 (т. е. положительных). При изменении знака q в каком-либо пролете или изменении направления координаты y знаки перед соответствующими членами обратные.

2. y — координата данной опоры с учетом деформации ее под действием нагрузки.

Если число пролетов неразрезной балки более двух, то для каждой пары пролетов, имеющих общую опору, составляют уравнение. Полученные $n-1$ уравнения решают совместно. Предполагается, что величина и знак концевых моментов M_1 и M_{n+1} известны.

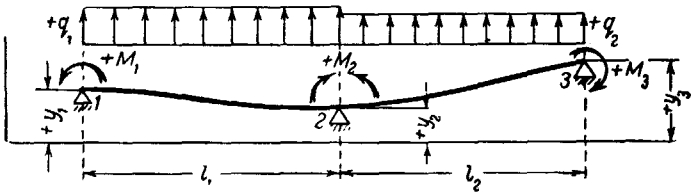
Если один или оба концевых момента неизвестны, то соответственно вводят одно или два дополнительных уравнения, характеризующие условия закрепления концов (см. ниже). В случае совершенной заделки одного из кон-

цов угол поворота должен быть приравнен нулю.

Реакции опор. а) Трехопорная балка

$$A_2 = A_2' + A_2'' - \frac{M_2 - M_1}{l_1} + \frac{M_3 - M_2}{l_2},$$

где A_2' и A_2'' — реакции опоры A_2 от нагрузок на первом и втором пролетах, определенные в предположении, что балка разрезана на опоре и каждый пролет ее работает независимо от другого.



Фиг. III. 32.

б) Балка с n пролетами.

Реакция промежуточной m-й опоры

$$A_m = A_m^{m-1} + A_m^m - \frac{M_m - M_{m-1}}{l_{m-1}} + \frac{M_{m+1} - M_m}{l_m}.$$

Реакции крайних опор

$$A_1 = A_1' + \frac{M_2 - M_1}{l_1};$$

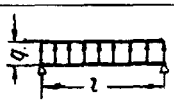
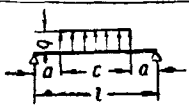
$$A_{n+1} = A_{n+1}^n - \frac{M_{n+1} - M_n}{l_n}.$$

Уравнение трех моментов для различных видов нагрузки в пролете. Если нагрузка какого-либо из пролетов многоопорной балки не равномерно распределенная, а иного вида, то левая часть уравнения остается без изменения, в правой же части меняется лишь член, характеризующий нагрузку данного пролета. Значения этих членов для разного типа нагрузки указаны в табл. III. 16.

Значения моментов и реакций опор для многопролетной балки с равномерно распределенной нагрузкой указаны в табл. III. 17.

Таблица III. 16

2. Члены правой части уравнения трех моментов

Схема	Левый пролет	Правый пролет
 Равномерно распределенная нагрузка	$-\frac{q_1 l_1^3}{4J_1}$	$-\frac{q_2 l_2^3}{4J_2}$
 Равномерно распределенная нагрузка	$-\frac{q_1 c_1 (3l_1^2 - c_1^2)}{8J_1}$	$-\frac{q_2 c_2 (3l_2^2 - c_2^2)}{8J_2}$

Продолж. табл. III. 16

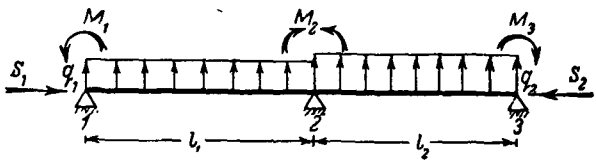
Схема	Левый пролет	Правый пролет
Равномерно распределенная нагрузка	$-\dfrac{q_1\left[b_1^2\left(2l_1^2-b_1^2\right)-a_1^2\left(2l_1^2-a_1^2\right)\right]}{4J_1l_1}$	$-\dfrac{q_2\left[b_2^2(2l_2-b_2)^2-a_2^2(2l_2-a_2)^2\right]}{4J_2l_2}$
Равномерно распределенная нагрузка	$-\dfrac{q_1\left[\left(l_1^2-a_1^2\right)^2-c_1^2\left(2l_1-c_1\right)^2\right]}{4J_1l_1}$	$-\dfrac{q_2\left[\left(l_2^2-c_2^2\right)^2-a_2^2(2l_2-a_2)^2\right]}{4J_2l_2}$
Нагрузка распределена по треугольнику	$-\dfrac{2q_1l_1^3}{15J_1}$	$-\dfrac{7q_2l_2^3}{60J_2}$
Нагрузка распределена по треугольнику	$-\dfrac{7q_1l_1^3}{60J_1}$	$-\dfrac{2q_2l_2^3}{15J_2}$
Нагрузка распределена по треугольнику с вершиной по середине	$-\dfrac{5q_1l_1^3}{32J_1}$	$-\dfrac{5q_2l_2^3}{32J_2}$
Сосредоточенная нагрузка	$-\dfrac{P_1a_1\left(l_1^2-a_1^2\right)}{J_1l_1}$; при $a=b=\dfrac{l}{2}$ $-\dfrac{3}{8}\dfrac{Pl_1^3}{J_1}$	$-\dfrac{P_2b_2\left(l_2^2-b_2^2\right)}{J_2l_2}$; при $a=b=\dfrac{l}{2}$ $-\dfrac{3}{8}\dfrac{Pl_2^3}{J_2}$
Момент в пролете	$-\dfrac{m_1}{J_1}\left(\dfrac{3a_1^2}{l_1}-l_1\right)$	$-\dfrac{m_2}{J_2}\left(l_2-\dfrac{3b_2^2}{l_2}\right)$

Таблица III. 17

Опорные реакции и максимальные моменты для многопролетной балки.
Опоры равной высоты на равных расстояниях.
Нагрузка, равномерно распределенная по всей балке.

Реакции опор, моменты и расстояния до опор	Число опор				Обозначения
	3	4	5	6	
A_1	0,3750	0,4000	0,3929	0,3947	A_1, A_2, A_3—реакции опор
A_2	1,250	1,1000	1,1428	1,1317	
A_3	—	—	0,9286	0,9736	
M_2	0,1250	0,1000	0,1071	0,1053	M_2 и M_3—отрицательные моменты над опорами
M_3	—	—	0,0714	0,0789	
$M_{1\,max}$	0,0703	0,0800	0,0772	0,0779	$M_{1\,max}$ и $M_{2\,max}$—наибольшие моменты в пролетах
$M_{2\,max}$	—	0,0250	0,0364	0,0332	
$M_{3\,max}$	—	—	—	0,0461	
x_1	0,3750	0,4000	0,3930	0,3947	x_1, x_2—расстояния моментов M_{max} до ближайших левых опор
x_2	—	0,5000	0,5357	0,5264	
x_3	—	—	—	0,5000	
ξ_1	0,750	0,8000	0,7860	0,7894	ξ_1, ξ_2—расстояния точек перегиба упругой линии до тех же левых опор
ξ_2	—	0,2760	0,2659	0,2680	
	—	0,7240	0,8055	0,7830	
ξ_3	—	—	—	0,1964	
	—	—	—	0,8036	

3. Теорема о трех моментах при поперечной нагрузке с осевой силой (фиг. III. 33)



Фиг. III. 33.

Уравнение трех моментов со сжатием при равномерно распределенной нагрузке имеет вид

$$\frac{M_1 l_1 \alpha_1}{J_1} + 2M_2\left(\frac{l_1}{J_1}\beta_1 + \frac{l_2}{J_2}\beta_2\right) + \frac{M_3 l_2 \alpha_2}{J_2} = -\frac{q_1 l_1^3}{4J_1}\gamma_1 - \frac{q_2 l_2^3}{4J_2}\gamma_2,$$

где

$$\alpha = 6\left(\frac{l}{j}\operatorname{cosec}\frac{l}{j} - 1\right)\left(\frac{j}{l}\right)^2,$$

$$\beta = 3\left(1 - \frac{l}{j}\operatorname{ctg}\frac{l}{j}\right)\left(\frac{j}{l}\right)^2,$$

$$\gamma = 12\left(\operatorname{tg}\frac{l}{2j} - \frac{l}{2j}\right)\left(\frac{j}{l}\right)^2.$$

Величины функций α, β и γ даны в табл. III. 18.

Таблица III. 18

Таблица специальных функций α, β, γ уравнения трех моментов при изгибе с осевым сжатием:

$$\alpha = 6\,\frac{\frac{l}{j}\operatorname{cosec}\frac{l}{j} - 1}{\left(\frac{l}{j}\right)^2}\,;\quad \beta = 3\,\frac{1 - \frac{l}{j}\operatorname{ctg}\frac{l}{j}}{\left(\frac{l}{j}\right)^2}\,;\quad \gamma = 3\,\frac{\operatorname{tg}\frac{l}{2j} - \frac{l}{2j}}{\left(\frac{l}{2j}\right)^3}$$

$$\frac{l}{j} = \pi\sqrt{\frac{S}{P_э}}\,;\ S \text{ — осевое сжатие;}$$

$$P_э = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$$

$\frac{l}{j}$	α	Δα	β	Δβ	γ	Δγ	$\frac{l}{j}$
0	1,0000		1,0000		1,0000		0
0,5	1,0300		1,0171		1,0256		0,5
1,00	1,1304		1,0737		1,1113		**1,00**
1,05	1,1455	0,0151	1,0822	0,0085	1,1241	0,0128	1,05
1,10	1,1617	0,0162	1,0912	0,0090	1,1379	0,0138	1,10
1,15	1,1792	0,0175	1,1009	0,0097	1,1527	0,0148	1,15
1,20	1,1979	0,0187	1,1114	0,0105	1,1686	0,0159	1,20
1,25	1,2180	0,0201	1,1225	0,0111	1,1856	0,0170	1,25
1,30	1,2396	0,0216	1,1345	0,0120	1,2039	0,0183	1,30
1,35	1,2628	0,0232	1,1473	0,0128	1,2235	0,0196	1,35
1,40	1,2878	0,0250	1,1610	0,0137	1,2445	0,0210	1,40
1,45	1,3146	0,0268	1,1757	0,0147	1,2671	0,0226	1,45
1,50	1,3434	0,0288	1,1915	0,0158	1,2914	0,0243	**1,50**
1,55	1,3744	0,0310	1,2084	0,0169	1,3174	0,0260	1,55
1,60	1,4078	0,0334	1,2266	0,0182	1,3455	0,0281	1,60
1,65	1,4439	0,0361	1,2462	0,0196	1,3758	0,0303	1,65
1,70	1,4830	0,0391	1,2673	0,0211	1,4085	0,0327	1,70
1,75	1,5252	0,0422	1,2901	0,0228	1,4438	0,0353	1,75
1,80	1,5710	0,0458	1,3147	0,0246	1,4821	0,0383	1,80
1,85	1,6208	0,0498	1,3414	0,0267	1,5237	0,0416	1,85
1,90	1,6750	0,0542	1,3704	0,0290	1,5689	0,0452	1,90
1,95	1,7343	0,0593	1,4020	0,0316	1,6182	0,0493	1,95
2,00	1,7993	0,0650	1,4365	0,0345	1,6722	0,0540	**2,00**
2,05	1,8706	0,0713	1,4742	0,0377	1,7315	0,0593	2,05
2,10	1,9494	0,0788	1,5457	0,0415	1,7967	0,0652	2,10
2,15	2,0366	0,0872	1,5616	0,0459	1,8689	0,0722	2,15
2,20	2,1336	0,0970	1,6124	0,0508	1,9492	0,0803	2,20
2,25	2,2421	0,1085	1,6690	0,0566	2,0387	0,0895	2,25
2,30	2,3641	0,1220	1,7325	0,0635	2,1392	0,1005	2,30
2,35	2,5021	0,1380	1,8041	0,0716	2,2529	0,1137	2,35
2,40	2,6595	0,1574	1,8854	0,0813	2,3822	0,1293	2,40
2,425	2,7467	0,0872	1,9304	0,0450	2,4538	0,0716	2,425
2,45	2,8404	0,0937	1,9786	0,0482	2,5307	0,0769	2,45
2,475	2,9413	0,1009	2,0304	0,0518	2,6134	0,0827	2,475

Продолж. табл. III. 18

$\frac{l}{j}$	α	Δα	β	Δβ	γ	Δγ	$\frac{l}{j}$
2,50	3,0502	0,1089	2,0864	0,0550	2,7027	0,0893	**2,50**
2,525	3,1682	0,1180	2,1468	0,0604	2,7993	0,0966	2,525
2,55	3,2964	0,1282	2,2124	0,0656	2,9043	0,1050	2,55
2,575	3,4361	0,1397	2,2838	0,0714	3,0186	0,1143	2,575
2,60	3,5890	0,1529	2,3617	0,0779	3,1435	0,1249	2,60
2,625	3,7570	0,1680	2,4473	0,0856	3,2807	0,1372	2,625
2,65	3,9422	0,1852	2,5415	0,0942	3,4320	0,1513	2,65
2,675	4,1476	0,2054	2,6458	0,1043	3,5996	0,1676	2,675
2,70	4,3766	0,2290	2,7619	0,1161	3,7863	0,1867	2,70
2,725	4,6334	0,2568	2,8917	0,1298	3,9956	0,2093	2,725
2,75	4,9233	0,2899	3,0386	0,1469	4,2317	0,2361	2,75
2,775	5,2530	0,3297	3,2052	0,1666	4,5002	0,2685	2,775
2,80	5,6315	0,3785	3,3964	0,1912	4,8082	0,3080	2,80
2,825	5,0702	0,4387	3,6174	0,2210	5,1650	0,3568	2,825
2,85	6,5865	0,5163	3,8774	0,2600	5,5852	0,4202	2,85
2,875	7,1959	0,6094	4,1839	0,3065	6,0800	0,4948	2,875
2,90	7,9343	0,7384	4,5550	0,3711	6,6798	0,5998	2,90
2,925	8,8439	0,9096	5,0117	0,4567	7,4184	0,7386	2,925
2,95	9,9915	1,1476	5,5875	0,5758	8,3503	0,9319	2,95
2,975	11,4845	1,4930	6,3359	0,7484	9,5616	1,2113	2,975
3,00	+13,5057	2,0212	+7,3486	1,0127	+11,2013	1,6402	**3,00**
3,01	+14,5295	1,0238	+7,8613	0,5127	+12,0317	0,8304	3,01
3,02	+15,7219	1,1924	+8,4584	0,5970	+12,9988	0,9671	3,02
3,03	+17,1282	1,4063	+9,1623	0,7040	+14,1393	1,1405	3,03
3,04	+18,8117	1,6834	+10,0049	0,8425	+15,5044	1,3651	3,04
3,05	+20,8629	2,0513	+11,0314	1,0265	+17,1677	1,6633	3,05
3,06	+23,4176	2,5547	+12,3096	1,2782	+19,2388	2,0711	3,06
3,07	+26,6860	3,2684	+13,9446	1,6350	+21,8886	2,6498	3,07
3,08	+31,0160	4,3301	+16,1105	2,1659	+25,3989	3,5103	3,08
3,09	+37,0244	6,0084	+19,1156	3,0051	+30,2701	4,8712	3,09
3,10	+ 45,9234	8,8989	+23,5659	4,4503	+37,4839	7,2137	**3,10**
3,11	+60,4566	14,5332	+30,8334	7,2675	+49,2647	11,7808	3,11
3,12	+88,4522	27,9956	+44,8321	13,9987	+71,9577	22,6930	3,12
3,13	+164,7478	76,2965	+82,9812	38,1491	+133,8017	61,8440	3,13
3,14	+199,1629	1034,4142	+600,1900	517,2088	+972,2562	838,4545	3,14
3,15	−227,1668	∞	−112,9747	∞	−183,8716	∞	3,15
3,16	−103,7576	123,4092	−51,2692	61,7065	−83,8391	100,0325	3,16
3,17	−67,2348	36,5229	−33,0068	18,2614	−54,2342	29,6049	3,17
3,18	−49,7313	17,5035	−24,2542	8,7527	−40,0458	14,1885	3,18
3,19	−39,4600	10,2712	−19,1176	5,1365	−31,7195	8,3263	3,19
3,20	− 32,7063	6,7537	−15,7399	3,3778	−26,2445	5,4750	**3,20**

Окончание табл. III. 18

$\frac{l}{j}$	α	$\Delta\alpha$	β	$\Delta\beta$	γ	$\Delta\gamma$	$\frac{l}{j}$
3,21	−27,9276	4,7788	−13,3495	2,3903	−22,3703	3,8742	3,21
3,22	−24,3683	3,5593	−11,5688	1,7807	−19,4845	2,8858	3,22
3,23	−21,6142	2,7541	−10,1909	1,3779	−17,2515	2,2330	3,23
3,24	−19,4202	2,1940	−9,0929	1,0980	−15,4725	1,7790	3,24
3,25	−17,6312	1,7890	−8,1975	0,8955	−14,0218	1,4508	3,25
3,26	−16,1447	1,4866	−7,4532	0,7443	−12,8161	1,2057	3,26
3,27	−14,8899	1,2548	−6,8248	0,6284	−11,7983	1,0178	3,27
3,28	−13,8166	1,0733	−6,2872	0,5376	−10,9276	0,8707	3,28
3,29	−12,8881	0,9285	−5,8219	0,4652	−10,1743	0,7533	3,29
3,30	−12,0770	0,8111	−5,4154	0,4066	−9,5162	0,6581	**3,30**
3,40	−7,4248	4,6521	−3,0787	2,3366	−5,7378	3,7784	3,40
3,50	−5,3769	2,0479	−2,0433	1,0354	−4,0697	1,6681	3,50
3,60	−4,2292	1,1477	−1,4572	0,5861	−3,1308	0,9389	3,60
3,70	−3,4990	0,7302	−1,0787	0,3785	−2,5292	0,6016	3,70
3,80	−2,9961	0,5029	−0,8128	0,2659	−2,1113	0,4179	3,80
3,90	−2,6314	0,3647	−0,6147	0,1981	−1,8043	0,3070	3,90
4,00	−2,3570	0,2744	−0,4603	0,1544	−1,5694	0,2349	**4,00**
4,10	−2,1454	0,2116	−0,3355	0,1248	−1,3840	0,1854	4,10
4,20	−1,9792	0,1662	−0,2317	0,1038	−1,2342	0,1498	4,20
4,30	−1,8475	0,1317	−0,1430	0,0887	−1,1105	0,1237	4,30
4,40	−1,7429	0,1046	−0,0652	0,0778	−1,0069	0,1036	4,40
4,50	−1,6603	0,0826	+0,0044	0,0696	−0,9188	0,0881	4,50
4,60	−1,5962	0,0641	+0,0682	0,0638	−0,8431	0,0757	4,60
4,80	−1,5152	0,0810	+0,1851	0,1169	−0,7196	0,1235	4,80
5,00	−1,4914	0,0238	+0,2975	0,1124	−0,6234	0,0962	**5,00**
5,25	−1,5842	0,0568	+0,4495	0,1520	−0,5296	0,0938	5,25
5,5	−1,7446	0,1964	+0,6470	0,1975	−0,4563	0,0733	5,5
5,75	−2,2344	0,4898	+0,9747	0,3277	−0,3974	0,0589	5,75
6,0	−3,7455	1,5111	+1,8015	0,8268	−0,3492	0,0482	6,0
6,25	−29,0867	25,3412	+14,5346	12,7331	−0,3088	0,0404	6,25
2π	$\mp\infty$	∞	$\mp\infty$	∞	−0,3040	0,0048	2π
6,5	−4,1490	∞	−2,0242	∞	−0,2745	0,0295	6,5

Для случая изгиба с осевым растяжением выражения остаются теми же, но круговые функции заменяются гиперболическими. Указанные выше множители имеют индекс h, т. е.

$$\alpha_h,\ \beta_h,\ \gamma_h;$$

значения их даны в табл. III. 19.

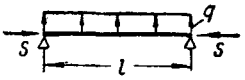
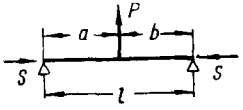
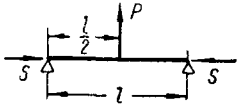
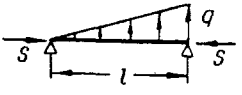
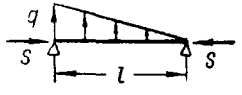
Таблица III. 19

Таблица специальных функций α_h, β_h, γ_h уравнения трех моментов при изгибе для случая осевой растягивающей силы

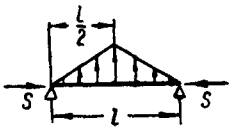
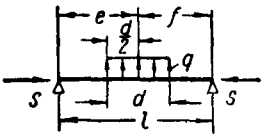
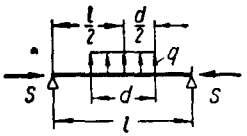
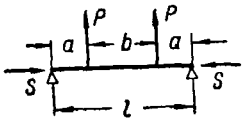
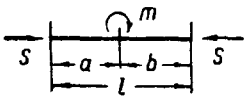
$\frac{l}{j}$	α_h	$\Delta\alpha_h$	β_h	$\Delta\beta_h$	γ_h	$\Delta\gamma_h$	$\frac{l}{j}$
0,00	1,0000	0,0284	1,0000	0,0163	1,0000	0,0244	0,00
0,50	0,9716		0,9837		0,9756		0,50
1,00	0,8945	0,0771	0,9391	0,0446	0,9092	0,0664	**1,00**
		0,0097		0,0057		0,0083	
1,05	0,8848	0,0100	0,9334	0,0058	0,9009	0,0087	1,05
1,10	0,8748	0,0100	0,9276	0,0060	0,8922	0,0089	1,10
1,15	0,8647	0,0105	0,9216	0,0061	0,8833	0,0090	1,15
1,20	0,8542	0,0106	0,9155	0,0062	0,8743	0,0092	1,20
1,25	0,8436	0,0108	0,9093	0,0065	0,8651	0,0094	1,25
1,30	0,8328	0,0110	0,9028	0,0065	0,8557	0,0096	1,30
1,35	0,8218	0,0111	0,8963	0,0066	0,8461	0,0097	1,35
1,40	0,8107	0,0113	0,8897	0,0067	0,8364	0,0098	1,40
1,45	0,7994		0,8830		0,8266		1,45
1,50	0,7881	0,0113	0,8762	0,0068	0,8167	0,0099	**1,50**
		0,0114		0,0068		0,0100	
1,55	0,7767	0,0115	0,8694	0,0069	0,8067	0,0100	1,55
1,60	0,7652	0,0115	0,8625	0,0070	0,7967	0,0100	1,60
1,65	0,7537	0,0116	0,8555	0,0070	0,7867	0,0101	1,65
1,70	0,7421	0,0116	0,8485	0,0070	0,7766	0,0102	1,70
1,75	0,7305	0,0116	0,8415	0,0071	0,7664	0,0104	1,75
1,80	0,7189	0,0116	0,8344	0,0071	0,7560	0,0103	1,80
1,85	0,7073	0,0115	0,8273	0,0071	0,7457	0,0102	1,85
1,90	0,6958	0,0115	0,8202	0,0071	0,7353	0,0102	1,90
1,95	0,6843		0,8131		0,7253		1,95
2,00	0,6728	0,0115	0,8060	0,0071	0,7152	0,0101	**2,00**
		0,0114		0,0071		0,0101	
2,05	0,6614	0,0113	0,7989	0,0071	0,7051	0,0100	2,05
2,10	0,6501	0,0112	0,7918	0,0071	0,6950	0,0100	2,10
2,15	0,6389	0,0111	0,7847	0,0070	0,6850	0,0100	2,15
2,20	0,6278	0,0111	0,7777	0,0070	0,6750	0,0098	2,20
2,25	0,6167	0,0109	0,7707	0,0070	0,6652	0,0098	2,25
2,30	0,6058	0,0108	0,7637	0,0069	0,6554	0,0097	2,30
2,35	0,5950	0,0107	0,7568	0,0069	0,6457	0,0097	2,35
2,40	0,5843	0,0106	0,7499	0,0069	0,6360	0,0095	2,40
2,45	0,5737		0,7430		0,6265		2,45
2,50	0,5633	0,0104	0,7362	0,0068	0,6170	0,0095	**2,50**
		0,0103		0,0067		0,0093	
2,55	0,5530	0,0101	0,7295	0,0067	0,6077	0,0092	2,55
2,60	0,5429	0,0100	0,7228	0,0066	0,5985	0,0092	2,60
2,65	0,5329	0,0099	0,7162	0,0065	0,5883	0,0090	2,65
2,70	0,5230	0,0097	0,7097	0,0065	0,5803	0,0088	2,70
2,75	0,5133	0,0096	0,7032	0,0065	0,5715	0,0088	2,75
2,80	0,5037	0,0094	0,6967	0,0064	0,5627	0,0085	2,80
2,85	0,4943	0,0092	0,6903	0,0063	0,5542	0,0085	2,85
2,90	0,4851	0,0091	0,6840	0,0062	0,5457	0,0085	2,90
2,95	0,4760		0,6778		0,5372		2,95
3,00	0,4670	0,0090	0,6716	0,0062	0,5288	0,0084	**3,00**
		0,0087		0,0061		0,0083	
3,05	0,4583	0,0087	0,6655	0,0060	0,5205	0,0080	3,05
3,10	0,4496	0,0085	0,6595	0,0059	0,5125	0,0080	3,10
3,15	0,4411	0,0083	0,6536	0,0060	0,5045	0,0077	3,15
3,20	0,4328		0,6470		0,4968		3,20

Таблица III. 20

Члены правой части уравнения трех моментов при осевом сжатии

Схема	От левого пролета	От правого пролета
 Нагрузка, равномерно распределенная по всему пролету	$-\frac{q_1 l_1^3 \gamma_1}{4J_1}$	$-\frac{q_2 l_2^3 \gamma_2}{4J_2}$
 Нагрузка, сосредоточенная в пролете	$-\frac{6P_1 j_1^2}{J_1}\left(\frac{\sin\frac{a_1}{j_1}}{\sin\frac{l_1}{j_1}}-\frac{a_1}{l_1}\right)$	$-\frac{6P_2 j_2^2}{J_2}\left(\frac{\sin\frac{b_2}{j_2}}{\sin\frac{l_2}{j_2}}-\frac{b_2}{l_2}\right)$
 Нагрузка, сосредоточенная в середине пролета	$-\frac{3P_1 j_1^2}{J_1}\left(\sec\frac{l_1}{2j_1}-1\right)$	$-\frac{3P_2 j_2^2}{J_2}\left(\sec\frac{l_2}{2j_2}-1\right)$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику, возрастающая слева направо	$-\frac{2q_1 l_1 j_1^2}{J_1}(\beta_1-1)$	$-\frac{q_2 l_2 j_2^2}{J_2}(\alpha_2-1)$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику, возрастающая справа налево	$-\frac{q_1 l_1 j_1^2}{J_1}(\alpha_1-1)$	$-\frac{2q_3 l_2 j_2^2}{J_2}(\beta_2-1)$

Продолж. табл. III. 20

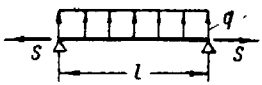
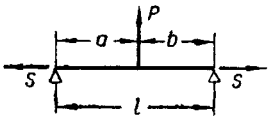
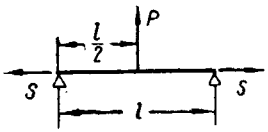
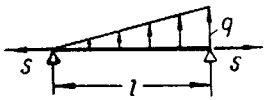
Схема	От левого пролета	От правого пролета
 Нагрузка, распределенная по треугольнику, с вершиной в середине пролета	$-\frac{12q_1j_1^2}{J_1}\left[\frac{j_1^2}{l_1}\left(\sec\frac{l_1}{2j_1}-1\right)-\frac{l_1}{8}\right]$	$-\frac{12q_2j_2^2}{J_2}\left[\frac{j_2^2}{l_2}\left(\sec\frac{l_2}{2j_2}-1\right)-\frac{l_2}{8}\right]$
 Нагрузка, равномерно распределенная на части пролета	$-\frac{12q_1j_1^2}{J_1}\times\left[\frac{j_1\sin\frac{e_1}{j_1}\sin\frac{d_1}{2j_1}}{\sin\frac{l}{j_1}}-\frac{d_1e_1}{2l_1}\right]$	$-\frac{12q_2j_2^2}{J_2}\times\left[\frac{j_2\sin\frac{f_2}{j_2}\sin\frac{d_2}{2j_2}}{\sin\frac{l_2}{j_2}}-\frac{d_2f_2}{2l_2}\right]$
 Нагрузка, равномерно распределенная на участке симметрично относительно середины	$-\frac{3q_1j_1^2}{J_1}\times\left[\frac{2j_1\sin\frac{d_1}{2j_1}}{\cos\frac{l_1}{2j_1}}-d_1\right]$	$-\frac{3q_2j_2^2}{J_2}\times\left[\frac{2j_2\sin\frac{d_2}{2j_2}}{\cos\frac{l_2}{2j_2}}-d_2\right]$
 Два сосредоточенных симметрично расположенных груза	$-\frac{6P_1j_1^2}{J_1}\left[\frac{\cos\frac{b_1}{2j_1}}{\cos\frac{l_1}{2j_1}}-1\right]$	$-\frac{6P_2j_2^2}{J_1}\left[\frac{\cos\frac{b_2}{2j_2}}{\cos\frac{l_2}{2j_2}}-1\right]$
 Сосредоточенный момент в пролете	$-\frac{6m_1j_1}{J_1}\times\left[\frac{j_1}{l_1}-\frac{\cos\frac{a_1}{j_1}}{\sin\frac{l_1}{j_1}}\right]$	$-\frac{6m_2j_2}{J_2}\times\left[\frac{\cos\frac{b_2}{j_2}}{\sin\frac{l_2}{j_2}}-\frac{j_2}{l_2}\right]$

Формулы для секущих усилий, моментов, углов поворота сечений (девиа-и) и прогибов — см. соответствующие случаи сжато-изогнутых (сжато-растя-тых) балок с моментами на опорах (см. выше § 4).

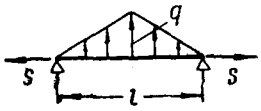
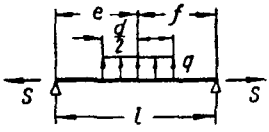
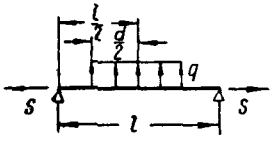
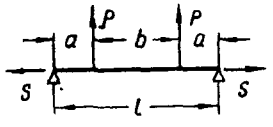
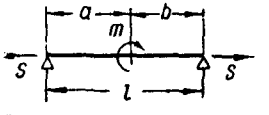
При изгибе с растяжением члены правой части уравнения трех моментов жно подсчитать по табл. III. 21.

Таблица III. 21

ıены правой части уравнения трех моментов при осевом растяжении

Схема	От левого пролета	От правого пролета
 Нагрузка, равномерно распределенная по всему пролету	$-\frac{q_1 l_1^3 \gamma_{h1}}{4J_1}$	$-\frac{q_2 l_2^3 \gamma_{h2}}{4J_2}$
 Нагрузка, сосредоточенная в пролете	$-\frac{6P_1 j_1^2}{J_1}\times\left[\frac{a_1}{l_1}-\frac{\operatorname{sh}\frac{a_1}{j_1}}{\operatorname{sh}\frac{l_1}{j_1}}\right]$	$-\frac{6P_2 j_2^2}{J_2}\times\left[\frac{b_2}{l_2}-\frac{\operatorname{sh}\frac{b_2}{j_2}}{\operatorname{sh}\frac{l_2}{j_2}}\right]$
 Нагрузка, сосредоточенная в середине пролета	$-\frac{3P_1 j_1^2}{J_1}\left[1-\operatorname{sech}\frac{l_1}{2j_1}\right]$	$-\frac{3P_2 j_2^2}{J_2}\left[1-\operatorname{sech}\frac{l_2}{2j_2}\right]$
 Нагрузка, распределенная по треугольнику, возрастающая слева направо	$-\frac{2q_1 l_1 j_1^2}{J_1}(1-\beta_{h1})$	$-\frac{q_2 l_2 j_2^2}{J_2}(1-\alpha_{h2})$
Нагрузка, распределенная по треугольнику, возрастающая справа налево	$-\frac{q_1 l_1 j_1^2}{J_1}(1-\alpha_{h1})$	$-\frac{2q_2 l_2 j_2^2}{J_2}(1-\beta_{h2})$

Продолж. табл. III. 21

Схема	От левого пролета	От правого пролета
 Нагрузка, распределенная по треугольнику с вершиной в середине	$-\frac{12q_1j_1^2}{J_1}\left[\frac{j_1^2}{l_1}\left(\operatorname{sech}\frac{l_1}{2j_1}-1\right)+\frac{l_1}{8}\right]$	$-\frac{12q_2j_2^2}{J_2}\left[\frac{j_2^2}{l_2}\left(\operatorname{sech}\frac{l_2}{2j_2}-1\right)+\frac{l_2}{8}\right]$
 Нагрузка, равномерно распределенная на участке в пролете	$-\frac{12q_1j_1^2}{J_1}\left[\frac{d_1e_1}{2l_1}-\frac{j_1\operatorname{sh}\frac{d_1}{2j_1}\operatorname{sh}\frac{e_1}{j_1}}{\operatorname{sh}\frac{l_1}{j_1}}\right]$	$-\frac{12q_2j_2^2}{J_2}\left[\frac{d_2f_2}{2l_2}-\frac{j_2\operatorname{sh}\frac{d_2}{2j_2}\operatorname{sh}\frac{f_2}{j_2}}{\operatorname{sh}\frac{l_2}{j_2}}\right]$
 Нагрузка, равномерно распределенная на участке в пролете симметрично относительно середины	$-\frac{3q_1j_1^2}{J_1}\left[d_1-\frac{2j_1\operatorname{sh}\frac{d_1}{2j_1}}{\operatorname{ch}\frac{l_1}{2j_1}}\right]$	$-\frac{3q_2j_2^2}{J_2}\left[d_2-\frac{2j_2\operatorname{sh}\frac{d_2}{2j_2}}{\operatorname{ch}\frac{l_2}{2j_2}}\right]$
 Две симметрично расположенные нагрузки в пролете	$-\frac{6P_1j_1^2}{J_1}\left[1-\frac{\operatorname{ch}\frac{b_1}{2j_1}}{\operatorname{ch}\frac{l_1}{2j_1}}\right]$	$-\frac{6P_2j_2^2}{J_2}\left[1-\frac{\operatorname{ch}\frac{b_2}{2j_2}}{\operatorname{ch}\frac{l_2}{2j_2}}\right]$
 Сосредоточенный момент в пролете	$-\frac{6m_1j_1}{J_1}\left[\frac{\operatorname{ch}\frac{a_1}{j_1}}{\operatorname{sh}\frac{l_1}{j_1}}-\frac{j_1}{l_1}\right]$	$-\frac{6m_2j_2}{J_2}\left[\frac{j_2}{l_2}-\frac{\operatorname{ch}\frac{b_2}{j_2}}{\operatorname{sh}\frac{l_2}{j_2}}\right]$

§ 7. Проверка прочности труб при сложных напряжениях

Если труба подвергается изгибу и сжатию или изгибу и кручению, то при расчете прочности нужно пользоваться следующими формулами.

Изгиб и кручение труб[1]

Определяют $\sigma_и = \frac{M}{W}$ и $\tau = \frac{M_{кр}}{W_{кр}}$.

Если $\left(\frac{\sigma_и}{\sigma_{bи}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_b}\right)^2 < 1$, то сечение прочно.

τ_b определяют по формулам:

при $\frac{D}{\delta} \geqslant 25$ $\qquad \tau_b = \frac{\sigma_b}{2}\left(1{,}416 - 0{,}0167\frac{D}{\delta}\right)$;

при $\frac{D}{\delta} < 25$ $\qquad \tau_b = \frac{\sigma_b}{2}$;

$\sigma_{bи}$ определяют по формулам:

для дуралюминовых труб

$$\sigma_{bи} = 1{,}2\sigma_b\left[1 - 0{,}1\left(\frac{D}{\delta} - 30\right)\right];$$

для закаленных стальных труб

при $\frac{D}{\delta} \geqslant 30$ $\qquad \sigma_{bи} = 1{,}2\sigma_b\left[1 - 0{,}01\left(\frac{D}{\delta} - 30\right)\right]$,

при $\frac{D}{\delta} < 30$ $\qquad \sigma_{bи} = 1{,}2\sigma_b$;

для нормализованных стальных труб

при $\frac{D}{\delta} \geqslant 30$ $\qquad \sigma_{bи} = 1{,}1\sigma_b\left[1 - 0{,}01\left(\frac{D}{\delta} - 30\right)\right]$,

при $\frac{D}{\delta} < 30$ $\qquad \sigma_{bи} = 1{,}1\sigma_b$.

Приведенные формулы дают повышенный запас, особенно для толстостенных труб при изгибе и для коротких труб при кручении.

Изгиб и продольное сжатие труб[1]

Проверяют трубы, пользуясь графиком фиг. III. 34.

Находят предварительно

$\sigma_{сж} = \frac{S}{F}$ и $\sigma_и = \frac{M}{W}$ — посредине, а в случае наличия опорного момента — и по опоре.

---

[1] См. также гл. III, ч. IV.

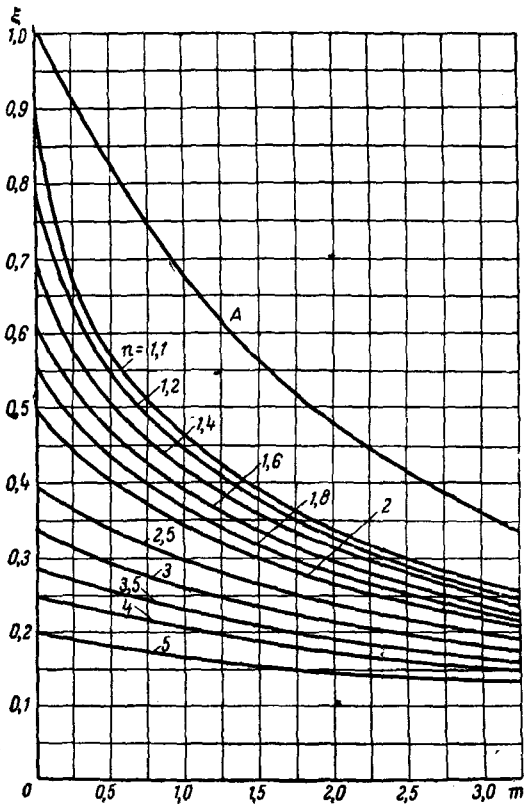
При этом должно быть $\sigma_и < \sigma_{bи}$ (см. выше — „Изгиб и кручение труб“). Определяют

$$\xi = \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_b}; \quad m = \frac{\sigma_и}{\sigma_{сж}} \quad и$$

$$n = \frac{\sigma_b}{\sigma_{кр}},$$

где $\sigma_{кр}$ — критическое напряжение при продольном изгибе трубы.

По вычисленным значениям n и m на графике фиг. III. 34 (для m — с опорным моментом — по кривой A) находят ξ и сравнивают его минимальное



Фиг. III. 34. График для расчета труб на изгиб со сжатием.

значение с вычисленным. Если полученное по графику значение равно или больше вычисленного, — сечение прочно.

При подборе сечения его размерами необходимо предварительно задаться.

§ 8. Косой изгиб

При косом изгибе плоскость изгиба не совпадает с плоскостью действия сил и нейтральная линия не перпендикулярна этой плоскости.

Для прямоугольного сечения полное нормальное напряжение в любой точке

$$\sigma = M\left(\frac{\cos\varphi}{J_z}\,y - \frac{\sin\varphi}{J_y}\,z\right).$$

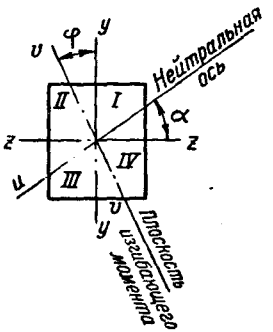
Нейтральная ось (фиг. III. 35) проходит через ц. т. и наклонена к оси z под углом α

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{J_z}{J_y}\operatorname{tg}\varphi.$$

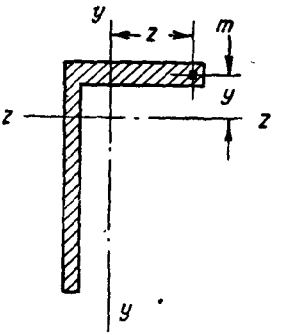
Максимальные напряжения (для прямоугольного сечения в угловых точках)

$$\sigma_{max} = \pm M\left(\frac{\cos\varphi}{W_z} + \frac{\sin\varphi}{W_y}\right).$$

Если сечение имеет произвольную форму (фиг. III. 36) и заданы положение центра тяжести, какие-либо центральные оси y и z и моменты инерции



Фиг. III. 35.



Фиг. III. 36.

J_y, J_z и J_{yz}, а также изгибающие моменты M_y и M_z, то нормальные напряжения в любой точке m с координатами y и z равны

$$\sigma_x = \frac{(yJ_y - zJ_{yz})M_z + (zJ_z - yJ_{yz})M_y}{J_y J_z - J_{yz}^2};$$

погонные касательные силы

$$q = \tau\delta = \frac{(J_y S_z - J_{yz} S_y)\,Q_y + (J_z S_y - J_{yz} S_z)\,Q_z}{J_y J_z - J_{yz}^2}$$

и напряжения $\tau = \frac{q}{\delta}$ (для тонкостенных сечений при редукционных коэффициентах сечений в целом $\varphi = 1$, т. е. при отсутствии местной потери устойчивости).

Здесь Q_y и Q_z — составляющие перерезывающей силы по осям, S_y и S_z — статические моменты соответствующей части сечения относительно данных осей, δ — толщина сечения.

При расчете на разрушающие напряжения в случаях косого изгиба можно в первом приближении пользоваться поправками на работу в пластической зоне аналогично прямому изгибу, но, например, для случая прямоугольного бруса с учетом коэффициента пластичности для обеих составляющих изгиба. Для других сечений надо учитывать характер изменения суммарной эпюры напряжений по сечению.

Глава VI

СДВИГ ПРИ ИЗГИБЕ И ЦЕНТР ЖЕСТКОСТИ

§ 1. Основные понятия

Вертикальная составляющая касательного напряжения в какой-либо точке сечения определяется по формуле

$$\tau_{xy}=\frac{Q_y S_z}{J_z b},$$

первый индекс при τ указывает ось, перпендикулярно которой берется сечение, а второй — ось, параллельно которой действует рассматриваемая составляющая напряжения (фиг. III. 37).

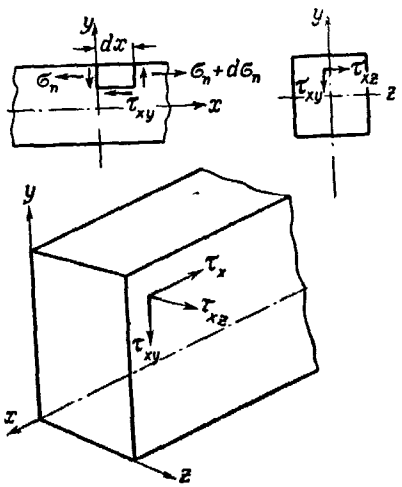
Q_y — поперечная сила в сечении, действующая вдоль оси y;

$S_z=\int y\,dF$ — статический момент относительно нейтральной оси площади, расположенной выше рассматриваемого слоя;

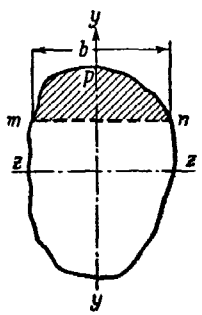
J_z — экваториальный момент инерции данного сечения относительно нейтральной оси;

b — ширина сечения в рассматриваемом слое (фиг. III. 38).

Горизонтальной составляющей в случае прямоугольного сечения пренебрегают. В случае таких сечений, как треугольник, ромб, круг, предполагают, что касательные напряжения на периметре параллельны контуру или касательной к контуру (для криволинейного контура), и все напряжения на одном уровне направлены в одну точку на оси симметрии.



Фиг. III. 37.



Фиг. III. 38.

Для тонкостенных конструкций можно пренебречь касательными напряжениями, перпендикулярными к контуру, и рассматривать только напряжения вдоль контура.

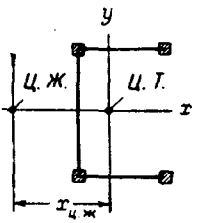
Ниже приводится таблица с указанием величины и распределения усилий для некоторых сечений (табл. III. 25).

§ 2. Центр жесткости

Точка поперечного сечения призматической балки[1] называется центром жесткости этого сечения, если приложенная к ней или проходящая через нее поперечная сила вызывает изгиб без кручения[2].

§ 3. Определение центра жесткости тонкостенных сечений

Центр жесткости лежит всегда на оси симметрии сечения, если она имеется (фиг. III. 39). Если сечение симметрично относительно двух и более осей, центр жесткости совпадает с центром тяжести (являющимся и центром симметрии). Для несимметричных конструкций иногда определяют центр жесткости сечения как «центр тяжести» моментов инерции элементов сечения, работающих на нормальные напряжения.



Фиг. III. 39.

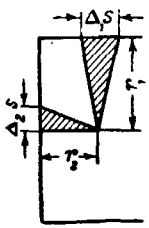
Более правильно определять ц. ж. с учетом распределения касательных усилий по контуру следующим образом: 1) определяют касательные усилия в сечении — для этого статически неопределимые системы приводят сначала к статически определимому виду, а затем накладывают условия связи; 2) определяют момент внутренних касательных усилий относительно какой-либо точки; 3) находят расстояние ц. ж. от выбранной точки из равенства момента внутренних сил и момента внешней силы, приложенной в ц. ж. относительно той же точки.

§ 4. Центр жесткости открытых сечений

Симметричные сечения (например, относительно оси x)

1. Определяют поток касательных усилий в каждой точке сечения от силы Q_y (практически берется средний по участку) по формуле

$$q=\frac{Q_y S_x}{J_x}.$$



Фиг. III. 40.

2. Находят момент касательных усилий (фиг. III. 40) относительно какой-либо точки (полюса), например, ц. т. сечения. Этот момент выражается равенством

$$M=\sum \Delta M=\sum 2q\,dF=\sum qr\Delta s$$

и представляет собой сумму произведений погонных усилий на элементарные длины соответствующих участков и на перпендикуляры, опущенные из полюса на направления этих участков.

Суммирование распространяется на весь контур.

---

[1] Имеется в виду балка, вполне однородная во всех своих точках; в противном случае надо редуцировать сечение и приводить его к одному значению модуля $G_{ред}$.

[2] См. также § 6 гл. I ч. V.

3. Полагая, что момент силы, проходящей через ц. ж., относительно выбранной точки уравновешивает момент касательных (внутренних) усилий, т. е. что

$$M+Q_y x_{\text{ц. ж.}}=0,$$

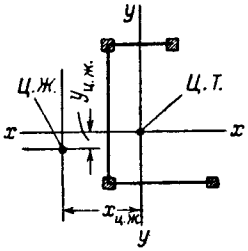
находят расстояние ц. ж. от выбранной точки

$$x_{\text{ц. ж.}}=-\frac{M}{Q_y}.$$

Необходимо руководствоваться общим правилом знаков: момент по часовой стрелке считать положительным; направление касательных усилий следует выбирать так, чтобы их равнодействующая была направлена противоположно действующей силе, т. е. должно быть соблюдено условие

$$\sum X=0,\quad \sum Y=0.$$

Несимметричное сечение (фиг. III. 41)



Фиг. III. 41.

Для несимметричного сечения

1) определяют положение ц. т. и находят J_x, J_y и J_{xy};

2) находят статические моменты участков сечений S_x и S_y;

3) подсчитывают касательные усилия по формулам

$$q_y=\frac{Q_y}{J_x J_y-J_{xy}^2}(J_y S_x-J_{xy} S_y);$$

$$q_x=\frac{Q_x}{J_x J_y-J_{xy}^2}(J_x S_y-J_{xy} S_x),$$

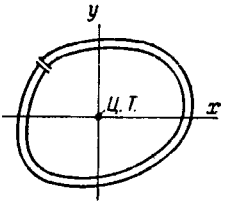
где Q_y и Q_x — проекции действующей силы на соответствующие оси;

4) далее определяют моменты отдельно от q_y и q_x, т. е. $M_x=\sum_1^n q_y x$ и $M_y=\sum_1^n q_x y$, а также $Q_x=\sum_1^n q_x$ и $Q_y=\sum_1^n q_y$. Тогда координаты ц. ж. в выбранных осях будут

$$x_{\text{ц. ж.}}=-\frac{M_x}{Q_y};\quad y_{\text{ц. ж.}}=-\frac{M_y}{Q_x}.$$

§ 5. Закрытые сечения

Для закрытого сечения, т. е. контура с одной замкнутой полостью (фиг. III. 42), порядок определения центра жесткости следующий.



Фиг. III. 42.

1) Разрезают контур в какой-либо точке и определяют по участкам, как и ранее, потоки касательных усилий q_{x0} и q_{y0} от сил Q_x и Q_y, определив предварительно J_x, J_y, J_{xy} относительно произвольно выбранных центральных осей.

2) Накладывают условие—относительный угол закручивания всего сечения $\theta=0$, если внешняя сила проходит через ц. ж. Полагаем, что

$$q = q_0 + q_1,$$

де q—полный поток касательных усилий, q_0—касательные усилия при изгибе азрезанного контура, q_1—постоянный поток касательных усилий, равный отоку в точке разреза;

$$q_0 = \frac{QS}{J} \quad \text{или} \quad q_0 = \frac{S}{J} \quad \text{при } Q = 1.$$

S — статический момент рассматриваемой части сечения относительно центральной оси;

J — момент инерции всего сечения относительно той же оси.

Тогда q_1 определяют из уравнений

$$\oint q \frac{ds}{\delta} = 2GF\theta = 0,$$

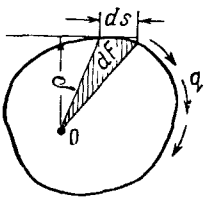
ли

$$\oint q_0 \frac{ds}{\delta} + q_1 \oint \frac{ds}{\delta} = 0,$$

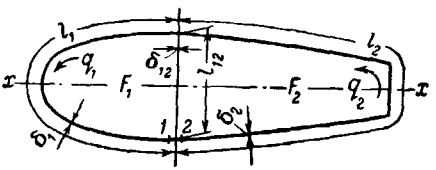
ткуда

$$q_1 = -\frac{\oint q_0 \frac{ds}{\delta}}{\oint \frac{ds}{\delta}}.$$

3) Зная q, находят ц. ж., взяв момент усилий в контуре относительно лю-ой точки и приравняв его моменту силы $Q(=1)$ в ц. ж. относительно той же ючки.



Фиг. III. 43.



Фиг. III. 44.

Если точка находится внутри контура (фиг. III. 43), то

$$M = 2\oint_F q dF = \oint q\rho ds;$$

$$Qx_{\text{ц.ж.}} = M;$$

$$x_{\text{ц.ж.}} = \frac{M}{Q}.$$

Для контура с несколькими замкнутыми полостями ход решения не ме-ется. Число разрезов берется равным числу замкнутых полостей. Так как авенство нулю угла поворота соблюдается для каждой полости, то получаем ответствующее число уравнений для определения потоков касательных усилий каждом контуре.

Из условия равенства моментов единичной силы в ц. ж. относительно любой точки и момента всех касательных усилий по всем элементам контура относительно той же точки получаем расстояние ц. ж. от этой точки.

Для примера определим ц. ж. двухполостного контура (фиг. III. 44).

1) Находим ц. т. сечения и определяем момент инерции сечения относительно центральной оси $x—x$ (которую для почти симметричных современных крыльевых профилей можно принять и за главную).

2) Разбиваем сечение на участки и находим последовательно для границ участков статические моменты пройденных участков (лучше всего суммированием ΔS_x, т. е. приращений статических моментов относительно оси x).

3) Считая, что полное касательное усилие, например, в первом контуре равно $q_1=q_{01}+q_{11}$, где $q_{01}=\frac{QS_x}{J_x}$, а q_{11} — замыкающее усилие, можем написать (предполагается, что G, а также δ_1, δ_2 и δ_{12} по участкам постоянны):

$$(q_{01}+q_{11})\left(\frac{l_1}{\delta_1}+\frac{l_{12}}{\delta_{12}}\right)-(q_{02}+q_{22})\frac{l_{12}}{\delta_{12}}=2GF_1\,\theta=0,$$

$$(q_{02}+q_{22})\left(\frac{l_2}{\delta_2}+\frac{l_{12}}{\delta_{12}}\right)-(q_{01}+q_{11})\frac{l_{12}}{\delta_{12}}=2GF_2\,\theta=0$$

или

$$q_{11}\left(\frac{l_1}{\delta_1}+\frac{l_{12}}{\delta_{12}}\right)-q_{22}\frac{l_{12}}{\delta_{12}}+\oint_1 q_0\frac{ds}{\delta}=0,$$

$$q_{22}\left(\frac{l_1}{\delta_1}+\frac{l_{12}}{\delta_{12}}\right)-q_{11}\frac{l_{12}}{\delta_{11}}+\oint_2 q_0\frac{ds}{\delta}=0.$$

На участке стенки l_{12}

$$q_0=q_{01}-q_{02}.$$

Так как интегралы $\oint q_0\frac{ds}{\delta}$ можно получить суммированием по участкам, то остается определить q_{11} и q_{22}, а затем и q_1 и q_2. Далее находим момент касательных усилий и ц. ж.

Вычисления удобно вести по форме табл. III. 22.

При решении нужно соблюдать правило знаков, например, движение и направление по часовой стрелке считать положительным, обратное — отрицательным.

На фиг. III. 45, 46, 47, 48, 49 и 50 показано изменение положения ц. ж. простых контуров в зависимости от соотношения размеров сечений. В табл. III. 23 даны положения ц. ж. для различных сечений. В табл. III. 24 приведены данные о работе простых открытых и закрытых сечений. В табл. III. 25 приведены данные о распределении касательных напряжений при сдвиге для некоторых сечений.

Таблица III. 22

Участок	$\Delta l \delta$	$y_{ц.т.}$	$\Delta S_x = \Delta l \delta y_{ц.т.}$	$\Sigma \Delta S_x^*$ последовательно	q_{0i}	$\frac{\Delta l^*}{\delta}$	$q_{0i} \frac{\Delta l^*}{\delta}$	$q = q_{0i} + q_{1i}$
1-й контур: 1—2				ΔS_x	$\frac{\sum_1^n \Delta S_x}{J_x}$			
1-й контур: 2—3				$\sum_1^2 \Delta S_x$				
1-й контур: . .				$\sum_1^3 \Delta S_x$				
	$\Sigma \Delta l \delta$		$\Sigma \Delta S_x$			$\sum \frac{\Delta l}{\delta}$	$\sum q_0 \frac{\Delta l}{\delta}$	
Для 2-го контура то же, что и для 1-го								

* Суммирование ведется по первому и второму контурам отдельно.

Для первого контура $i=1$, для второго $i=2$.

Обозначив $a_{11} = \sum \frac{\Delta l}{\delta}$ для всего первого контура со стенкой;

$a_{22} = \sum \frac{\Delta l}{\delta}$ для всего второго контура со стенкой;

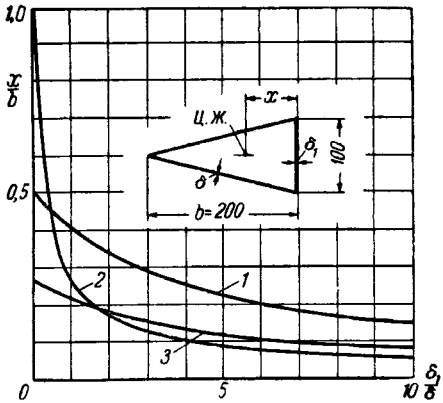
$a_{12} = \sum \frac{\Delta l}{\delta}$ для стенки, а

$$\oint_1 q_0 \frac{ds}{\delta} = \sum_1 q_{01} \frac{\Delta l}{\delta} = C_1,$$

$$\oint_2 q_0 \frac{ds}{\delta} = \sum_2 q_{02} \frac{\Delta l}{\delta} = C_2,$$

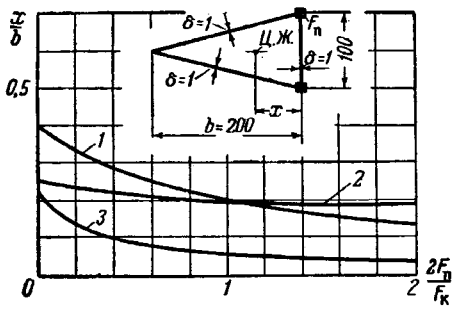
получим

$$q_{11} = \frac{C_1 a_{32} + C_2 a_{12}}{a^2_{12} - a_{11} a_{22}} \quad \text{и} \quad q_{22} = \frac{C_1 a_{12} + C_2 a_{11}}{a^2_{12} - a_{11} a_{12}}.$$



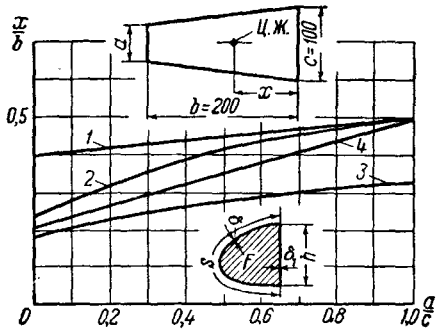
Фиг. III. 45. Положение центра тяжести и центра жесткости в зависимости от $\frac{\delta_1}{\delta}$.

1—положение центра тяжести; *2*—положение центра жесткости; *3*—положение центра тяжести моментов инерции.



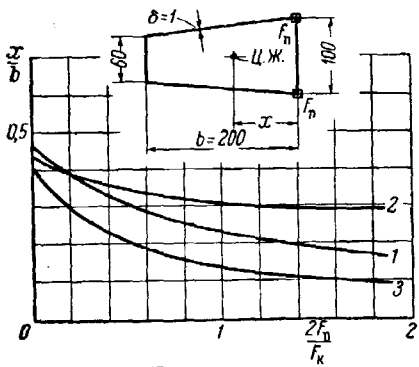
Фиг. III. 46. Положение центра тяжести и центра жесткости в зависимости от $\frac{2F_n}{F_k}$; в данном случае $F_k = 0{,}1\,(10+2\cdot 20{,}6) = 5{,}12$ *см*²; F_k—площадь сечения одних стенок. F_n—площадь полки.

1—положение центра тяжести; *2*—положение центра жесткости; *3*—положение центра тяжести моментов инерции.



Фиг. III. 47. Положение центра тяжести и центра жесткости в зависимости от отношения $\frac{a}{c}$ при $\delta = \text{const} = 1$ *мм*.

1—положение центра тяжести; *2*—положение центра жесткости; *3*—положение центра жесткости по формуле $x_{\text{ц. ж.}} = \frac{2F\delta}{h\left(\delta + \delta_1 \frac{S}{h}\right)}$; *4* — положение центра тяжести моментов инерции.

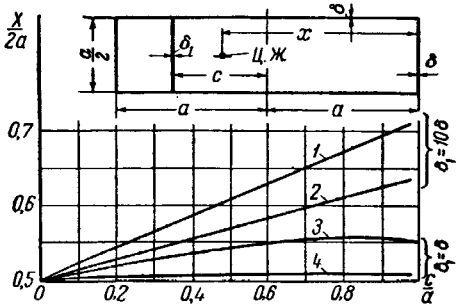


Фиг. III. 48. Положение центра тяжести и центра жесткости в зависимости от отношения $\frac{2F_п}{F_k}$;

$F_k = 0{,}1 \times (6 + 10 + 2 \cdot 20{,}1) = 5{,}62$ *см*²;

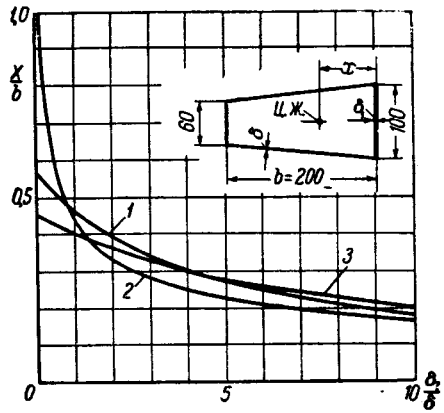
$F_п$ = площадь полки.

1—положение центра тяжести; *2*—положение центра жесткости; *3*—положение центра тяжести моментов инерции.



Фиг. III. 49. Положение центра жесткости в прямоугольном контуре $\delta = const$ в зависимости от положения промежуточной стенки.

1 и *3*—положение центра жесткости; *2* и *4*—положение центра тяжести моментов инерции.

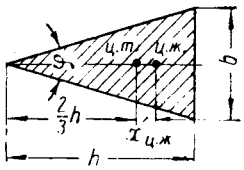
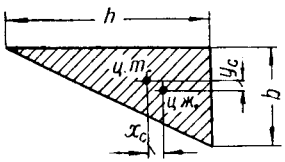
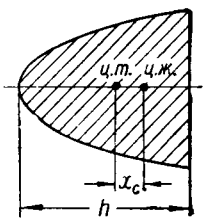
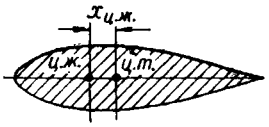


Фиг. III. 50. Положение центра тяжести и центра жесткости в зависимости от отношения $\frac{\delta_1}{\delta}$.

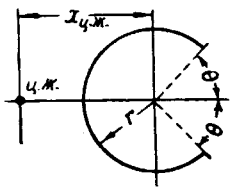
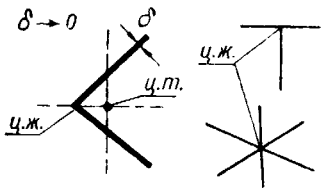
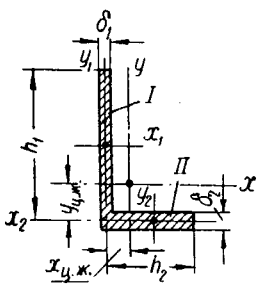
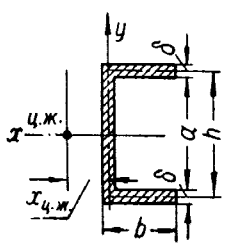
1—положение центра тяжести; *2*—положение центра жесткости; *3*—положение центра тяжести моментов инерции.

§ 6. Положение центра жесткости различных сечений

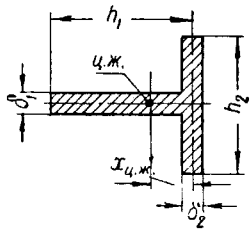
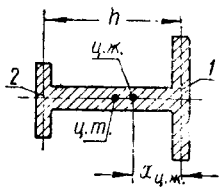
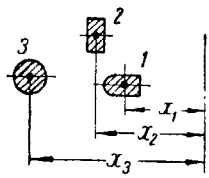
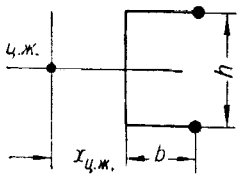
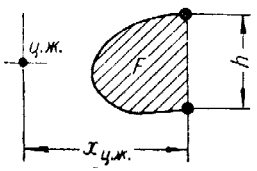
Таблица III. 23

Сечение	Положение ц. ж.
 Равнобедренный треугольник	$x_{ц.\,ж.}=\frac{2}{135}h\frac{9-11\mu}{1+\mu}$; при малом φ $\frac{2}{15}h<x_{ц.\,ж.}<\frac{2}{15}h\frac{1+3\mu}{1+\mu}$
 Прямоугольный треугольник	$x_{ц.\,ж.}=\frac{2}{15}h\frac{1+3\mu}{1+\mu}$ $y_{ц.\,ж.}=\frac{2}{15}b\frac{1+3\mu}{1+\mu}$
 Сегмент квадратной параболы	Удлиненный $\frac{4}{35}h<x_{ц.\,ж.}<\frac{4}{35}h\frac{1+3\mu}{1+\mu}$ Укороченный $\frac{4}{35}h\frac{1+4\mu}{1+\mu}>x_{ц.\,ж.}>\frac{4}{35}h\frac{1+3\mu}{1+\mu}$
 Удлиненный симметричный профиль	$\bar{x}<x_{ц.\,ж.}<\bar{x}\frac{1+3\mu}{1+\mu}$, где $\bar{x}=\frac{\int_{x_1}^{x_2}xy^3dx}{\int_{x_1}^{x_2}y^3dx}$; $y=f(x)$ $\bar{x}_{ц.\,ж.}$ ц. т. моментов инерции.

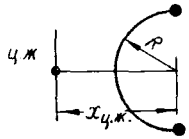
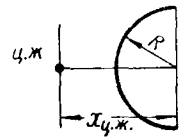
Продолж. табл. III. 23

Сечение	Положение ц. ж.
 Сектор тонкого круглого кольца	$x_{ц.\ ж.}=\frac{2r}{(\pi-\theta)+\sin\theta\cos\theta}[(\pi-\theta)\cos\theta+\sin\theta]$. Для полного разрезанного кольца $x_{ц.\ ж.}=2r=D$
 Уголок (если можно пренебречь собственным моментом инерции полок относительно их средней линии), а также пучок пластинок	Ц. ж. в точке пересечения средних линий полок или пластинок
 Неравнобокий уголок	$x_{ц.\ ж.}=\frac{h_2}{2}\frac{J_{1x}}{J_{1x}+J_{2x}}$; $y_{ц.\ ж.}=\frac{h_1}{2}\frac{J_{2y}}{J_{1y}+J_{2y}}$ J_{1x} и J_{1y}—моменты инерции относительно осей x и y прямоугольника I с размерами $h_1\delta_1$. J_{2x} и J_{2y}—то же для прямоугольника II с размерами $h_2\delta_2$.
 Швеллер	$x_{ц.\ ж.}=\frac{hJ_{xy}}{J_x}$; J_{xy}—центробежный момент инерции половины сечения; J_x—полный момент инерции сечения относительно оси x при $\delta=\text{const}$ $x_{ц.\ ж.}=\frac{b^2h^2\delta}{4J_x}$

Продолж. табл. III. 23

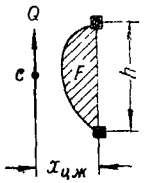
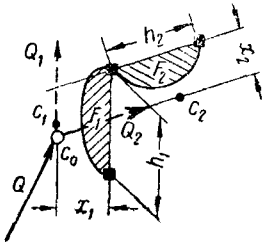
Сечение	Положение ц. ж.
 Тавр	$x_{ц.\ ж.}=\frac{h_1+\delta_2}{2}\left[\frac{1}{1+\frac{h_2^3\delta_2}{\delta_1^3 h_1}}\right]$
 Двутавр	$x_{ц.\ ж.}=h\frac{J_2}{J_1+J_2}$ (в предположении, что δ стенки мало) J_1 и J_3—моменты инерции относительно оси x полок *1* и *2*
 Составное сечение	$x_{ц.\ ж.}=\frac{E_1J_1x_1+E_2J_2x_2+E_3J_3x_3}{E_1J_1+E_2J_2+E_3J_3}$, т. е. в центре тяжести моментов инерции
 Швеллер с не работающими на изгиб стенкой и полкой, с двумя поясами	$x_{ц.\ ж.}=b$
 Открытый контур с поясами и не работающей на изгиб стенкой	$x_{ц.\ ж.}=\frac{2F}{h}$ при $h\to 0$ $x_{ц.\ ж.}\to\infty$

Продолж. табл. III. 23

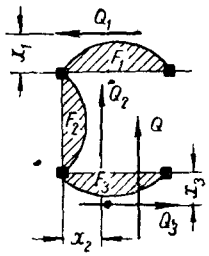
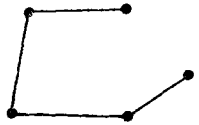
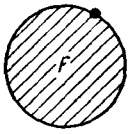
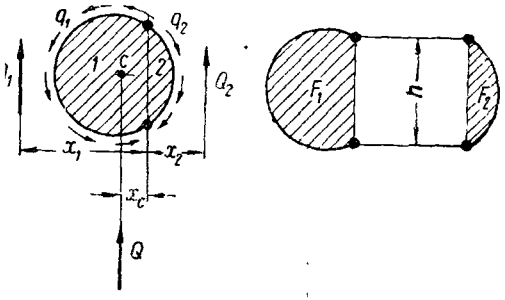
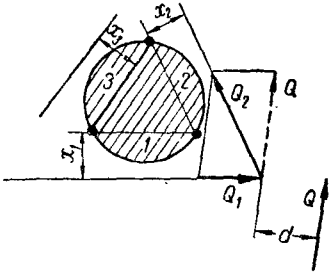
Сечение	Положение ц. ж.
 Полукольцо с двумя поясами и не работающей на изгиб стенкой	$x_{ц.\ ж.}=\frac{\pi R}{2}$
 Полукольцо (жесткая стенка работает на изгиб)	$x_{ц.\ ж.}=\frac{4R}{\pi}$

§ 7. Работа на изгиб сечений с поясами и не работающими стенками

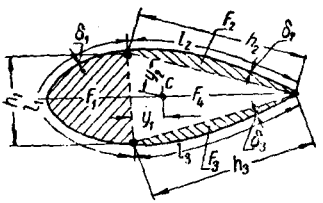
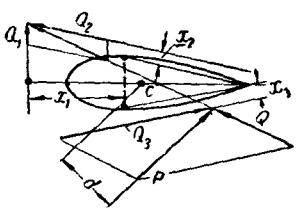
Таблица III. 24

а) Открытые сечения	
	Сечение с одной стенкой может воспринимать лишь силу, проходящую через ц. ж. параллельно линии, соединяющей ц. т. поясов $x_{ц.\ ж.}=\frac{2F}{h}$
	Сечение с двумя стенками может воспринимать силу, проходящую через определенную точку ц. ж, но любого направления (раскладывается на два направления): $x_1=\frac{2F_1}{h_1}$; $x_2=\frac{2F_2}{h_2}$ $\overline{Q}=\overline{Q_1}+\overline{Q_2}$

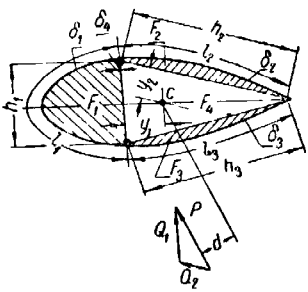
Продолж. табл. III. 24

	Сечение с тремя стенками может воспринимать силу, произвольно расположенную: $\overline{Q}=\overline{Q}_1+\overline{Q}_2+\overline{Q}_3$
	Сечение с четырьмя стенками однажды статически неопределимо
б) Закрытые сечения	
	Сечение без пояса или с одним поясом воспринимает лишь крутящий момент
	Сечение с двумя поясами может воспринимать силу, параллельную линии, соединяющей пояса: $x_1=\frac{2F_1}{h}$; $x_2=\frac{2F_2}{h}$; $Q=Q_1+Q_2$; $Q_1=Q\frac{x_c+x_2}{x_1+x_2}$; $Q_2=Q\left(\frac{x_1-x_c}{x_1+x_2}\right)$; $q_1=\tau_1\delta_1=\frac{Q_1}{h}=\frac{Q}{h}\frac{x_c+x_2}{x_1+x_2}$; $q_2=\tau_2\delta=\frac{Q}{h}\frac{x_1-x_c}{x_1+x_2}$
	Сечение с тремя поясами может воспринимать силу любого направления: $M=Qd$; $q_3=\frac{M}{2F}$; $q_1=q_3+(\tau\delta)_{Q_1}$; $q_2=q_3+(\tau\delta)_{Q_2}$; $(\tau\delta)_{Q_1}=\frac{Q_1}{h_1}$; $(\tau\delta)_{Q_2}=\frac{Q_2}{h_2}$

Продолж. табл. III. 24

в) Работа профиля с тремя поясами при изгибе	
Профиль без стенки	Координаты ц. ж.
	$y_1=2\dfrac{a_1(F-F_1)-(a_2+a_3)F_1}{h_1 a}$ $y_2=2\dfrac{a_2(F-F_2)-(a_1+a_3)F_2}{h_2 a}$ $F=F_1+F_2+F_3+F_4$ $a_1=\dfrac{l_1}{\delta_1 G_1}$; $a_2=\dfrac{l_2}{\delta_2 G_2}$; $a_3=\dfrac{l_3}{\delta_3 G_3}$ $a_1+a_2+a_3=a$
	Потоки касательных напряжений в обшивке $\left(x_i=\dfrac{2F_i}{h_i}\right)$; $q_1=+\dfrac{Q_1}{h_1}\dfrac{a_2+a_3}{a}-$ $-\dfrac{Q_2}{h_2}\dfrac{a_1}{a}-\dfrac{Pd}{2F}$; $q_2=+\dfrac{Q_1}{h_1}\dfrac{a_1}{a}-$ $-\dfrac{Q_2}{h_2}\dfrac{a_1+a_3}{a}+\dfrac{Pd}{2F}$; $q_3=+\dfrac{Q_1}{h_1}\dfrac{a_1}{a}+$ $+\dfrac{Q_2}{h_2}\dfrac{a_2}{a}+\dfrac{Pd}{2F}$
$Q_1 \parallel h_1$; $Q_2 \parallel h_2$; $Q_3 \parallel h_3$ $\overline{Q}=\overline{Q}_1+\overline{Q}_2$; $\overline{P}=\overline{Q}+\overline{Q}_3$	

Продолж. табл. III. 24

Профиль со стенкой	Координаты ц. ж.
 $Q_1 \parallel h_1$; $Q_2 \parallel h_2$	$y_1=\frac{2}{h_1N}[a_1F-F_1a]$ $y_2=\frac{2}{h_2N}\left\{a_2F-F_2a+\frac{a_1}{a_{14}}\times\right.$ $\left.\times[(F_3+F_4)a_2-F_2a_3]\right\}$, где $N=a+\frac{a_1}{a_{14}}(a_2+a_3)$ $a_1=\frac{l_1}{\delta_1G_1}$; $a_2=\frac{l_2}{\delta_2G_2}$; $a_3=\frac{l_3}{\delta_3G}$; $a=a_1+a_2+a_3$; $a_{14}=\frac{h_1}{\delta_4G_4}$ Потоки касательных напряжений $q_1=\frac{Q}{h_1N}(a_2+a_3)-$ $-\frac{Q_2}{h_2N}a_2+q_{\text{круч}}$ $q_3=\frac{Q_1}{h_1N}a_1-\frac{Q_2}{h_2N}\times$ $\times\left(a_1+a_2+\frac{a_1a_3}{a_{14}}\right)+q_{\text{круч}}$ $q_3=\frac{Q_1}{h_1N}a_1+\frac{Q_2}{h_2N}a_2\times$ $\times\left(1+\frac{a_1}{a_{14}}\right)+q_{\text{круч}}$ $q_4=\frac{Q_1}{h_1N}\frac{a_1}{a_{14}}(a_2+a_3)-$ $-\frac{Q_2}{h_2N}\frac{a_1a_2}{a_{14}}+q_{\text{круч}}$ $q_{\text{круч}}$ — из расчета на кручение профиля с одной стенкой от $M=Pd$ (см. гл. IV „Кручение")

§ 8. Распределение касательных напряжений

$$\tau=\frac{QS_z}{J\delta}=(\tau_{max})f(y);\ \tau_{max}=\beta\tau_{ср};$$

Общие обозначения τ_α—полное напряжение; τ_y—вертикальная

Сечение и эпюра напряжений	J	S_z	$F_{ср}$
Прямоугольник	$\frac{BH^3}{12}$	$\frac{1}{2}B\left(\frac{H^2}{4}-y^2\right)$	BH
Треугольник	$\frac{BH^3}{36}$	$\frac{B}{81H}(2H-3y)^2(H+3y)$	$\frac{1}{2}BH$
Круг	$\frac{\pi D^4}{64}$	$\frac{1}{12}(D^2-4y^2)^{\frac{3}{2}}$	$\frac{\pi D^2}{4}$
Эллипс	$\frac{\pi a^3 b}{4}$	$\frac{S_z}{\delta}=\frac{1}{12}(D^2-4y^2)$	πab

при сдвиге для некоторых сечений

$$\tau_{ср}=\frac{Q}{F_{ср}}\ ;\quad q=\tau\delta=Q\frac{S_Z}{J}.$$

составляющая τ_z—горизонтальная составляющая

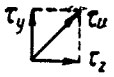
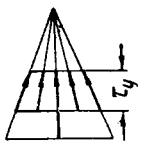
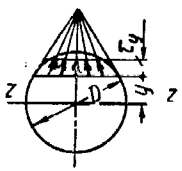


Таблица III. 25

β	$f(y)=\frac{S_z}{S_{max}}$	Примечание
1,5	$1-\left(\frac{2y}{H}\right)^2$	
1,5	$1-\left(\frac{2y_1}{H}\right)^2$	 По указанным в таблице формулам для τ, τ_{max} и $\tau_{ср}$ определяется только составляющая τ_y.
$1\frac{1}{3}$	$1-\left(\frac{2y}{D}\right)^2$	 По формулам для τ, τ_{max} и $\tau_{ср}$ определяется только составляющая τ_y.
$1\frac{1}{3}$	$1-\left(\frac{2y}{D}\right)^2$	δ – ширина сечения при данном y.

Сечение и эпюра напряжений	J	S_z	$F_{ср}$
Симметричное коробчатое, двутавровое и швеллер	$\frac{BH^3-bh^3}{12}$	$\frac{1}{2}\delta(A_1-y^2)$—стенка B_1z – полка	$H\delta$
Ромб	$\frac{bh_3}{6}$	$\frac{b}{6h}(h^2-3hy^2+2y^3)$	bh
	$\frac{bh^3}{2}$	$\frac{b}{2}(h^2-y^2)-\frac{b}{6h}\times$ $\times(h^3-3hy^2+2y^3)$	bh
Тавр	$\left[\frac{1}{3}[Bh_1^3-b(h_1-\delta_1)^3+\delta_2h_2^3]\right]$	$\frac{\delta_2}{2}(h_2^2-y^2)$	$H\delta_2$

Продолж. табл. III. 25

β	$f(y)$	Примечание
$1 < 1{,}5\,\dfrac{1-b_1h_1^2}{1-b_1h_1^3} < 1{,}5$	$1-\dfrac{y^2}{A_1}$	1) Ступенчатое падение напряжения при переходе на полку основано на допущении, что в полке оно равномерно распределено по всей ее ширине (B). Так как τ_y концентрируется на продолжении стенок, то более вероятным является пунктирное продолжение эпюры: 2) $A_1=\dfrac{1}{4}\left[\dfrac{B}{\delta}H^2-\left(\dfrac{B}{\delta}-1\right)h^2\right]$ $B_1=\dfrac{1}{2}(h+t)\,t$ 3) $b_1=\dfrac{b}{B}$ и $h_1=\dfrac{h}{H}$
1	$\left(1-3\dfrac{y^2}{h^2}+2\dfrac{y^3}{h^3}\right)$	
∞ при $\delta\to 0$	$\dfrac{3}{4}\left(1-\dfrac{y^2}{b^2}\right)-\left(1-3\dfrac{y^2}{h^2}+2\dfrac{y^3}{h^3}\right)$	$\tau_{max}\approx\dfrac{4}{3}\dfrac{Q}{h\delta}$, где δ—наименьшая толщина перемычки
$>1{,}5$*)	$\left(1-\dfrac{y^2}{h_2^2}\right)$	*) β меняется в зависимости от величины полки. при $h_1=\delta_1=h_3\sqrt{\dfrac{\delta_2}{b}}$ $\beta_{max}=3$, $\left(\text{так как } \tau_{max}=\dfrac{3Q}{h_2\delta_2\left(1+\sqrt{\dfrac{\delta_2}{b}}\right)}\right)$

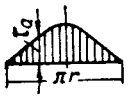
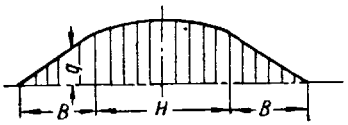
Сечение и эпюра напряжений	J	S_z	$F_{ср}$
Несимметричное коробчатое, двутавровое и швеллерное сечение	$\frac{1}{3}\left[B\left(h_1^3+h_2^3\right)-b\left(h_3^3+h_4^3\right)\right]$	$A_1B+\frac{1}{2}\delta\left(h_4^2-y^2\right)$—стенка A_1z—полка	$H\delta$
Кольцевое	$\frac{\pi\left(D^4-d^4\right)}{64}$	—	$\frac{\pi\left(D^2-d^2\right)}{4}$
Часть кольца	$\delta r^3\left(\alpha_1-\frac{1}{2}\sin 2\alpha_1\right)$	$\delta r^2\left[\cos\left(\alpha_1-\alpha\right)-\cos\alpha_1\right]$	$2r\delta\alpha_1$

Продолж. табл. III. 25

β	$f(y)$	Примечание
$1{,}5\,\dfrac{l_2^2-b_1 l_1^2}{(l_1^3+l_2^3)-b_1(l_3^3+l_4^3)}$	$1-\dfrac{y^2}{B_1}$	1) $A_1=\left(h_4+\dfrac{1}{2}T\right)T$ 2) $l_1=\dfrac{2h_1}{H}=1+\Delta;\quad \Delta=\left(\dfrac{\beta-1}{\beta+1}\right)\dfrac{1-h}{\dfrac{1}{h_1 h_0}-1}$ $l_2=\dfrac{2H_2}{H}=2-l_1;\quad \beta=\dfrac{T}{t};\quad h_1=\dfrac{h}{B}$ $l_3=\dfrac{2h_3}{H};\quad h_0=\dfrac{h}{H}$ $l_4=\dfrac{2h_4}{H}$ 3) $B_1=\dfrac{2}{\delta}A_1 B+h_4^2$
$1\dfrac{1}{3}\leqslant 1\dfrac{1}{3}\left(1+\dfrac{1}{\dfrac{d}{D}+\dfrac{D}{d}}\right)\leqslant 2$		По этим формулам определяется τ_y Определение полного напряжения τ_α см. ниже
$0<2\,\dfrac{1-\cos\alpha_1}{1-\dfrac{\sin 2\alpha_1}{2\alpha_1}}\leqslant 2$		По этим формулам определяется полное напряжение τ_α Составляющие: $\tau_y=\tau_\alpha\cdot\cos(\alpha_1-\alpha)$ $\tau_z=\tau_\alpha\cdot\sin(\alpha_1-\alpha)$

Сечение и эпюра напряжений	J	S_z	$F_{ср}$
Полукольцо	$\frac{\pi}{2}\delta r^3$	$\delta r^2 \sin\alpha$	$\pi r\delta$
Швеллер	$\frac{1}{2}H^2\left(F_п+\frac{1}{6}F_{ст}\right)$	$\frac{1}{2}H(a_1-b_1y^2)$ — стенка $\frac{1}{2}H\delta_п z$ — полка	$H\delta$
Кольцо	$\pi\delta r^3$	$\delta r^2 \sin\alpha$	$2\pi r\delta$
Коробчатое сечение	$\frac{1}{2}H^2\left(F_п+\frac{1}{6}F_{ст}\right)$	$\frac{1}{2}H(a_1-b_1y^2)$ — стенка $\frac{1}{2}H\delta_п z$ — полка	$H\delta$

Продолж. табл. III. 25

β	$f(y)$	Примечание
2		 Эпюра полных касательных напряжений
$1 < \frac{2+\Delta}{3} < 1{,}5$		 Эпюра погонных срезывающих сил $q=\tau\cdot\delta$ $F_п=B\delta_п;\ F_{ст}=H\delta_{ст}$ $a_1=F_п+\frac{1}{4}F_{ст}$ и $b_1=\frac{\delta_{ст}}{H}$ $\Delta=\frac{1}{1+6\frac{F_п}{F_{ст}}}$
2		Напряжения в каждой из половин кольца (*abc* и *adc*) те же, что и полукольца, но направление напряжений в левой половине — против часовой стрелки, в правой — по часовой стрелке
$1 < \frac{2+\Delta}{3} < 1{,}5$		Симметричное относительно оси y—y коробчатое сечение в каждой из своих половин (*abcd* и *afed*) имеет те же напряжения, что и швеллер. Погонная срезывающая сила $q_x=-\frac{\int_s \frac{q^0}{G\delta}ds}{\int_s \frac{ds}{G\delta}}$ и $q=q^0+q_x$

Глава VII

ПРОДОЛЬНЫЙ ИЗГИБ

§ 1. Общие замечания

Величина критического напряжения изолированного стержня, сжатого продольной силой, определяется следующими параметрами:

1) Относительной гибкостью $\left(\frac{l}{i}\right)$.

2) Характеристиками сечения: а) числом его осей симметрии; б) соотношением $\frac{i_{max}}{i_{min}}$; в) расположением ц. ж. относительно главных центральных осей инерции сечения; г) относительными величинами $\frac{b}{\delta}$ и $\frac{R}{\delta}$ отдельных элементов сечения (b — ширина плоского элемента, R — радиус кривизны криволинейного элемента сечения).

3) Способом закрепления концов (шаровые или осевые шарниры, заторцовка, возможность боковых смещений, величина плеча продольной силы относительно ц. ж.).

4) Типом диаграммы $\sigma-\varepsilon$.

5) Анизотропностью материала.

6) Производственными отклонениями (криволинейность, закрученность, неравномерность толщины стенок и т. д.).

Взаимодействие перечисленных параметров определяет следующие формы потери устойчивости:

1) Общая потеря устойчивости.

2) Местная потеря устойчивости.

3) Скручивание.

4) Изгибно-крутильная форма (общая и местная потери устойчивости).

§ 2. Расчет на продольный изгиб стоек постоянного сечения

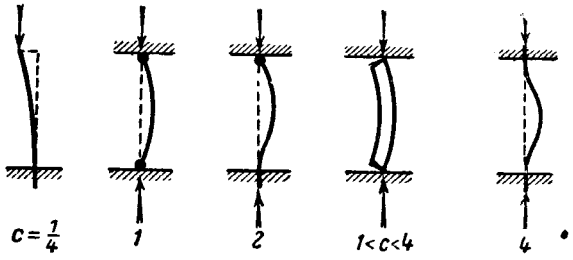
Величина критической силы, при которой происходит выпучивание стержня постоянного сечения, определяется формулой Эйлера

$$P_{кр}=c\frac{\pi^2 EJ_{min}}{l^2}.$$

Это значение $P_{кр}$ дает критическое напряжение $\left(\text{так как } J_{min}=i^2_{min}F \text{ и } \sigma_{кр}=\frac{P_{кр}}{F}\right)$

$$\sigma_{кр}=c\frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i_{min}}\right)^2},$$

где J_{min} и $i_{min}=\sqrt{\frac{J_{min}}{F}}$ — наименьшие момент и радиус инерции сечения, l—полная длина стержня, E — модуль упругости материала стержня и c — коэффициент заделки (см. фиг. III. 51).



Фиг. III. 51.

Для стойки сплошного прямоугольного сечения с размерами $\delta \times b$ (причем $\delta < b$) и с $i_{min}=\frac{\delta}{\sqrt{12}}=0{,}289\delta$ имеем

$$\sigma_{кр}=c\frac{0{,}82E}{\left(\frac{l}{\delta}\right)^2}.$$

Для круглого сечения $i=\frac{D}{4}=0{,}25D$,

т. е.

$$\sigma_{кр}\approx c\frac{0{,}62E}{\left(\frac{l}{D}\right)^2}.$$

Для круглой тонкостенной трубы $i_{min}\approx\frac{D}{\sqrt{8}}\approx 0{,}35D$,

т. е.

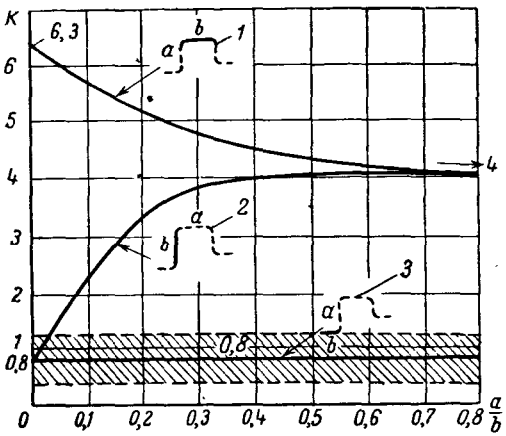
$$\sigma_{кр}=c\frac{1{,}2E}{\left(\frac{l}{D}\right)^2}.$$

Так как коэффициент заделки меняется в широких пределах (от 1/4 до 4), о условия на опорах имеют большое значение и должны каждый раз всесторонне оцениваться. Наличие моментов на опорах требует специального расчета см. ч. III гл. 5 § 4 «Поперечный изгиб с осевой нагрузкой»). Несовершенство зготовления стержней, приводящее к появлению начальной кривизны, эксцентриситетов и т. д., уменьшает величину $\sigma_{кр}$, подсчитанную по указанным

формулам. Поэтому практически иногда применяют формулы, учитывающие начальную кривизну, причем величина эксцентриситета e осевой линии определяется в зависимости от длины и поперечного размера стойки. Например, для круглых труб считают

$$e=\frac{l}{600}+\frac{d}{40}.$$

Однако введение подобных условных параметров в расчет часто не обеспечивает надлежащей надежности, и потому в последнее время предпочитают пользоваться формулами для $P_{кр}$ и $\sigma_{кр}$ без общей поправки на эксцентриситет, вводя его (если это требуется) отдельно.



Фиг. III. 52. Значение коэффициента k в зависимости от $\frac{a}{b}$. Заштрихованная область $0,4<k$ 1,2 определяет практический разброс значений k.

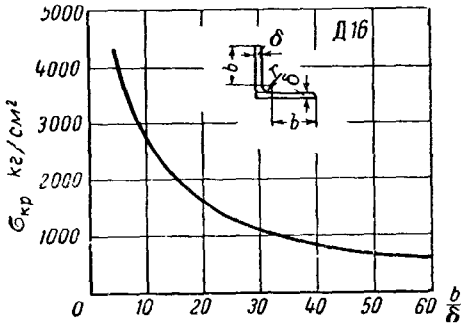
Стержень надо проверять не только на общую, но и на местную потерю устойчивости, так как нередко $\sigma_{кр}$ отдельного элемента стержня оказывается меньше $\sigma_{кр}$ стержня в целом. В этом случае расчет ведут по формуле (2), приведенной ниже (см. часть IV).

$$\sigma_{кр}=\frac{kE}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2},$$

причем коэффициент k берется в зависимости от отношения ширины b рассчитываемого элемента к ширине a соседнего элемента и относительного расположения элемента (см. фиг. III. 52). Жесткость пластинки в упругой зоне, как известно, в $\frac{1}{1-\mu^2}=\frac{1}{1-0,3^2}\approx 1,1$ раза больше жесткости прямоугольного бруска; поэтому в формуле $\sigma_{кр}=\frac{kE}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}$ для случая плоского элемента коэффициент заделки заранее увеличен в этом отношении.

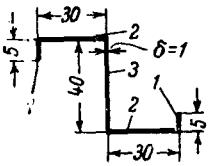
Хотя нижняя линия фиг. III. 52 ($k=0,8$) может быть использована при расчете уголков, но опыты показывают, что опорные условия в этом случае имеют решающее значение, особенно когда длина уголка одного порядка с его шириной. Величина k в этом случае переменна и заметно растет с увеличением отношения $\frac{b}{\delta}$. Поэтому для уголков, которые имеют обычно изгибно-крутильную форму потери устойчивости, желательно пользоваться самостоятельными графиками, например, для прессованных уголков из дуралюмина Д16 — графиком $\sigma_{кр}$ в функции $\frac{b}{\delta}$ (фиг. III. 53). Ширина b полки профиля берется за

вычетом утолщения (т. е. минус сумма $r+\delta$). Для иллюстрации приводим числовой пример для z-ового профиля из дуралюмина Д16 с размерами[1] по фиг. III. 54.



Фиг. III. 53. Значение коэффициента k для уголка.

Необходимо подчеркнуть, что в отличие от расчета профиля, склепанного с обшивкой, местная потеря устойчивости изолированного профиля определяется не средним, а наименьшим критическим напряжением одного из его элементов, т. е. правило смешения $\sigma_{кр}=\frac{\sum \sigma_{кр\,i} F_i}{\sum F_1}$ здесь обычно неприменимо[2].



Фиг. III. 54.

Поэтому в запас надежности можно считать $\sigma_{кр}=\sigma_{кр\,min}$ и $P_{кр}=\sigma_{кр\,min}F$.

Выберем $\sigma_{кр\,min}$ из $\sigma_{кр}$ каждого из трех различных элементов профиля *1*, *2*, *3*. По формуле $\sigma_{кр}=\frac{kE}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}$ и фиг. III. 52 имеем

$$\sigma_{кр1}=\frac{0{,}8\cdot 0{,}72\cdot 10^6}{\left(\frac{5}{1}\right)^2}=23\,000\ кг/см^2>\sigma_{тек};$$

принимаем

$$\sigma_{кр1}=\sigma_{тек}=3000\ кг/см^2.$$

Для элемента *2* при $\frac{a}{b}=\frac{5}{30}=0{,}17$ по фиг. III. 52 получаем $k\approx 3$ и

$$\sigma_{кр2}=\frac{3\cdot 0{,}72\cdot 10^6}{\left(\frac{30}{1}\right)^2}=2160\ кг/см^2.$$

Для элемента *3* при $\frac{a}{b}=\frac{30}{40}=0{,}75$ коэффициент $k=4$;

$$\sigma_{кр3}=\frac{4\cdot 0{,}72\cdot 10^6}{\left(\frac{40}{1}\right)^2}\approx 1800\ кг/см^2.$$

[1] Размеры даны по средней линии.

[2] Конечно, если критическая сила, воспринимаемая наиболее слабым элементом, составляет заметную часть (порядка 10% и более) общей критической силы профиля.

Так как $\sigma_{кр3}=\sigma_{кр\,min}$, то критическая сила местной потери устойчивости профиля

$$P_{кр}=\sigma_{кр\,min}F=1800\,[2\,(0{,}5+3)\,0{,}1+4\cdot 0{,}1]\approx 2100\ кг.$$

Формула Эйлера и формула $\sigma_{кр}=\dfrac{kE}{\left(\dfrac{b}{\delta}\right)^2}$ дают надежные результаты для стержней, у которых центр жесткости совпадает с линией ц. т. сечений и сила направлена по этой линии. Лишь в этом случае получается простое выпучивание стержня.

Если же ц. т. сечения стержня не совпадает с его ц. ж, наблюдается выпучивание совместно с закручиванием.

Крутильная форма потери устойчивости определяется величиной силы

$$P_{\omega}=\frac{\pi^2 EJ_{\omega}}{(lr)^2}+\frac{GJ_d}{r^2},$$

где $J_{\omega}=\int\limits_F \omega^2 dF$ — секториальный момент инерции сечения стержня;

$r^2=\rho^2+a_x^2+a_y^2$, $\rho=\sqrt{\dfrac{J_x+J_y}{F}}$ — полярный радиус инерции сечения;

a_x и a_y — координаты ц. ж. относительно главных осей, проходящих через ц. т. сечения;

$J_d=\alpha\sum\dfrac{b\delta^3}{3}$ — момент инерции кручения сечения (см. главу IV „Кручение“);

$\alpha=1\div 1{,}5$ — коэффициент, учитывающий повышение жесткости за счет приливов в углах прессованных профилей.

В авиации открытые изолированные стержни употребляются очень редко и поэтому обычно $P_{\omega}>P_{кр}$, т. е. расчет можно вести по формуле

$$P_{кр}=c\,\frac{\pi^2 EJ_{min}}{l^2}.$$

Однако открытый профиль в практически редком случае шаровых шарниров по концам имеет критическую силу, значительно меньшую эйлеровой, если ц. т. его сечения не совпадает с ц. ж. и продольная сила не проходит через ц. ж. В. З. Власов доказал[1], что в таком случае величина $P_{кр}$, определяемая формулой Эйлера, будет наибольшей[2]. Например, если перемещать силу по оси симметрии швеллера, то получится диаграмма критических сил, подобная показанной на фиг. III. 55.

При размерах элементов швеллера a и b одного порядка снижение величины $P_{кр}$ при ее перемещении из ц. ж. в ц. т. сечения достигает 50%.

При произвольном перемещении силы по сечению можно, вообще говоря, получить криволинейные траектории или, точнее, поверхности, определяющие величину $P_{кр}$ в любой точке сечения. Линии пересечения таких поверхностей плоскостями, параллельными координатной, называются изостабами или линиями равных критических сил (Власов).

Практический подсчет величины $P_{кр}$ довольно громоздок[3] и ненадежен, так

---

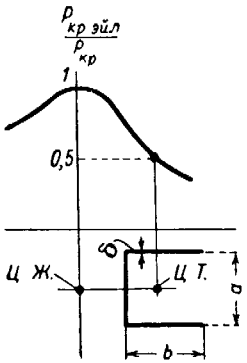
[1] В. З. Власов, Тонкостенные упругие стержни, Госстройиздат, 1940.

[2] Для коротких стоек, опертых концами на шарики, опыты дают обратную картину, т. е. максимум $P_{кр}$ при силе, проходящей через ц. т.

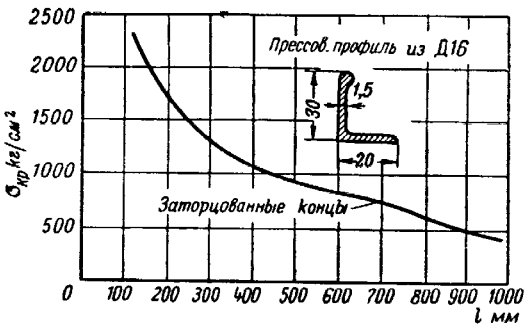
[3] См., например, Энциклопедический справочник «Машиностроение», т. 1, кн. 2-я, стр. 317, Машгиз, 1948.

к в открытых тонкостенных стержнях почти невозможно избавиться от на-льной закрученности, а также получить условия на опорах, отвечающие ›ретическим. Поэтому на практике предпочитают пользоваться эмпирическими ıфиками типа, показанного на фиг. III. 56, причем испытания ведутся, как авило, при заторцованных концах стержня.

Так как с уменьшением гибкости $\frac{l}{i}$ стержня критические напряжения стут по гиперболическому закону, стремясь к ∞, то при некотором значе-и $\frac{l}{i}$ расчеты по формулам для $P_{кр}$ и $\sigma_{кр}$ становятся неверными. Предел именимости формулы Эйлера определяется условием $\sigma_{кр} \not> \sigma_p$ (σ_p — предел



Фиг. III. 55.



Фиг. III. 56.

опорциональности материала стержня). При этом условии получается наи-ньшая гибкость, ниже которой формула Эйлера неприменима:

$$\left(\frac{l}{i}\right)_{min} = \pi\sqrt{\frac{Ec}{\sigma_p}}.$$

Для мягкой стали при $\sigma_b = 4000$ *кг/см²*, $\sigma_p = 2000$ *кг/см²* и $c = 1$ получаем $\left.\frac{l}{i}\right)_{min} = 100.$

Если на диаграмме $\sigma - \varepsilon$ материал имеет ясно выраженную площадку кучести, то иногда в формуле для $\left(\frac{l}{i}\right)_{min}$ приближенно считают $\sigma_p = \sigma_{тек}$.

Для сталей, у которых обычно на диаграмме $\sigma - \varepsilon$ имеется довольно авная кривая перехода упругих деформаций в пластические, наиболее под-дящей формой эмпирической кривой является квадратная парабола, т. е. ›рмула для критического напряжения имеет вид

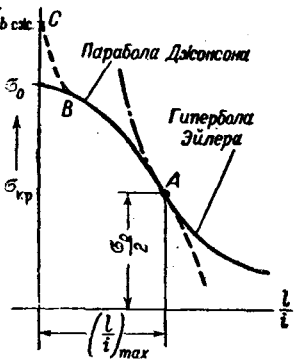
$$\sigma_{кр} = \sigma_0\left(1 - \frac{\sigma_0\left(\frac{l}{i}\right)^2}{4\pi^2 cE}\right),$$

причем точка A (фиг. III. 57) сопряжения кривых определяется формулой

$$\left(\frac{l}{i}\right)=\pi\sqrt{\frac{Ec}{\sigma_0}}.$$

При этом величина $\sigma_{кр}=\frac{\sigma_0}{2}$.

Величина σ_0 критического напряжения при $\frac{l}{i}=0$ должна быть подобрана так, чтобы отвечать условиям испытаний. Если местная потеря устойчивости стержня исключена до самых малых значений $\frac{l}{i}$, то опытные точки ложатся выше вершины параболы, доходя до величины предела прочности на сжатие $\sigma_{b\,сж}$ (кривая BC на фиг. III. 57).



Фиг. III. 57.

Это местное повышение $\sigma_{кр}$ в запас надежности не учитывается, т. е. при построении параболы принимают $\sigma_0=\sigma_{тек}\approx\sigma_{02}$ и $\sigma_A=\frac{\sigma_0}{2}$. Если же требуется уточнение части BC кривой при малых $\frac{l}{i}\left(0<\frac{l}{i}<10\right)$, то пользуются кривой приведенных модулей

$$E_{прив}=\frac{d\sigma}{de}=\frac{4EE_\sigma}{\left(\sqrt{E}+\sqrt{E_\sigma}\right)^2},$$

где E_σ — касательный модуль упругости, определяемый по диаграмме $\sigma-\varepsilon$ для сжатия[1].

Для полых сечений, собственные моменты инерции элементов которых по сравнению с моментом инерции всего сечения малы, можно принять

$$E_{прив}=\frac{2EE_\sigma}{E+E_\sigma}.$$

Наконец, при больших пластических деформациях обычно подобную зависимость можно упростить еще более, полагая $E_{прив}=E_S$ (секущему модулю — см. часть IV «Расчет пластинок»).

Разумеется, формулы для $E_{прив}$ и $\left(\frac{l}{i}\right)$ верны не только для стали, но и для других материалов.

Для алюминиевых сплавов, у которых по диаграмме $\sigma-\varepsilon$ переход упругих деформаций в пластические весьма плавен, наиболее подходящей формой эмпирической кривой в области коротких стоек является прямая.

---

[1] При отсутствии диаграммы для изотропных материалов приближенно определяют E_σ по диаграмме растяжения. См. также часть IV «Расчет пластинок».

На фиг. III. 58, 59, 60 приведены расчетные кривые для стержней из Д16, из высокопрочных алюминиевых сплавов[1] и из магниевого сплава[2] МА5 со следующими механическими свойствами:

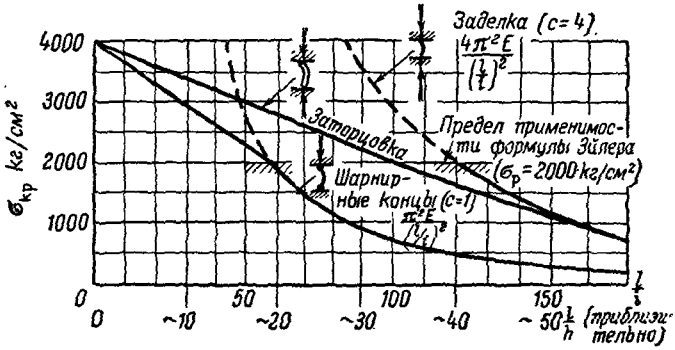
$$\text{Д16}\begin{cases}\sigma_0 = 4000 \text{ кг/см}^2\\ \sigma_{02} = 2800 \quad ,,\\ \sigma_p = 2000 \quad ,,\end{cases}$$

$$\text{Высокопрочные алюминиевые сплавы}\begin{cases}\sigma_0 = 5500 \text{ кг/см}^2\\ \sigma_{02} = 5000 \quad ,,\\ \sigma_p = 4000 \quad ,,\end{cases}$$

$$\text{МА5}\begin{cases}\sigma_0 = 3000 \text{ кг/см}^2\\ \sigma_{02} = 2000 \quad ,,\\ \sigma_p = 1000 \quad ,,\end{cases}$$

(данные близки к минимальным).

По этим кривым можно рассчитывать стержни с сечениями, принятыми в авиации, т. е. не очень далекими от тавра, круга и т. д. Пользование графи-



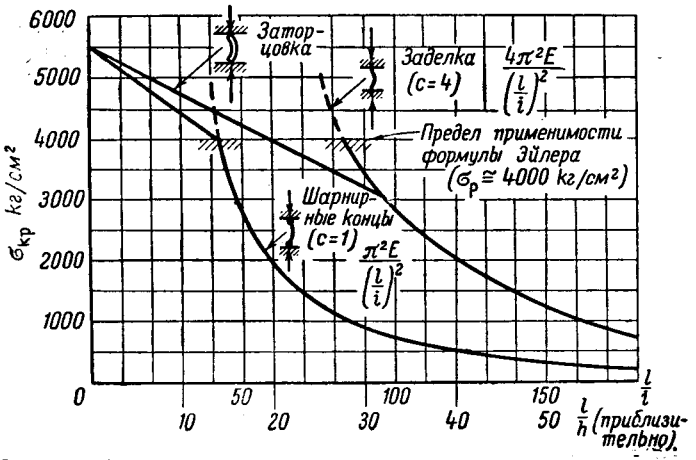
Фиг. III. 58. Расчетные кривые для стержней из Д16.

ками, разумеется, не исключает проверки на местную потерю устойчивости и закручивание по приведенным выше формулам (см. фиг. III. 52).

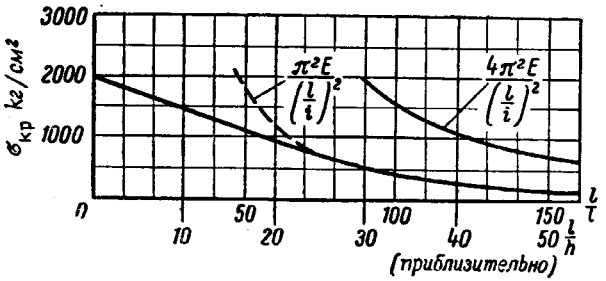
Для ориентировки при подборе сечений по оси абсцисс отложены также величины $\frac{l}{h}$ (из расчета, что $h \approx 3i$ для полых сечений в среднем).

Хотя точность этих графиков невелика (примерно 10%), но все же при расчете стержней из высокопрочных алюминиевых сплавов на сжатие поперек проката можно учесть повышение $\sigma_{кр}$ в функции $\frac{l}{i}$ приближенно коэффициентом, равным 1,1 при $\frac{l}{i} = 40$ и изменяющимся по линейному закону до 1 при $\frac{l}{i} = 0$.

[1] К. А. Минаев, Труды ЦАГИ № 467, 1940.
[2] Энциклопедический справочник «Машиностроение», т. 4, Машгиз, 1948.



Фиг. III. 59. Расчетные кривые для стержней из высокопрочных алюминиевых сплавов.



Фиг. III. 60. Расчетные кривые[1] для стержней из АМ5.

На фиг. III. 61 дана опытная кривая для расчета хромансилевых толстостенных профилей (таврики, уголки, швеллеры), термически обработанных[2] до $\sigma_b = 170 \pm 10$ *кг/мм²* $\left(\frac{b}{\delta} \not> 10\right)$.

§ 3. Расчет труб на продольный изгиб

Для расчета труб на продольный изгиб следует пользоваться графиками фиг. III. 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68 и 69.

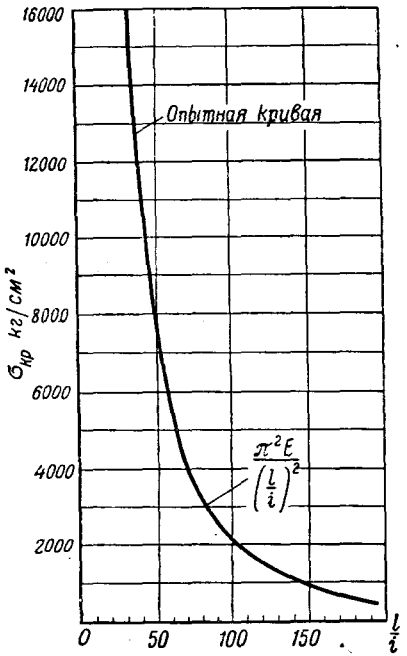
На этих графиках c — коэффициент заделки концов трубы (см. фиг. III. 51). В случае шарнирных закреплений обоих концов $c=1$. Для стержней в сварных трубчатых фермах следует брать $c=2$. Для дуралюминовых труб можно брать $c=2$ лишь в тех случаях, когда трубы склепаны с достаточно жесткими кницами или вклепаны в жестко заделанные стаканы

При расчете труб как элементов сварных ферм можно вводить поправку на поддержку сжатых стержней растянутыми, рассчитывая стержень по свободной длине $l_0 = \mu l$; коэффициент μ берут по табл. III. 26, в которой

---

[1] Независимо от способа закрепления концов рекомендуется пользоваться нижней кривой.

[2] К. А. Минаев, Труды ЦАГИ № 521, 1940.



Фиг. III. 61. Опытная кривая для толстостенных профилей из хромансиля.

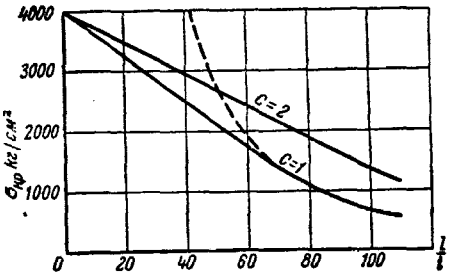
$k=\frac{\overline{J}_{сж}}{\sum \overline{J}_p}$; $\overline{J}_{сж}=\frac{J}{l}$ — погонный момент инерции сжатого стержня;

$\sum \overline{J}_p$ — сумма погонных моментов инерции растянутых стержней, примыкающих к рассматриваемому сжатому. Предполагается, что материал стержней одинаковый.

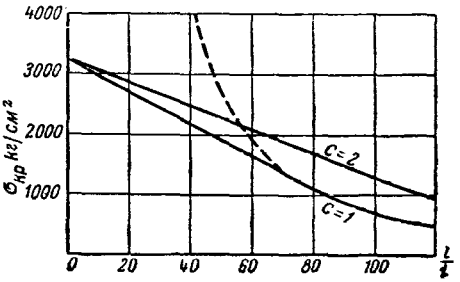
В сжатом поясе фермы следует считать $l_0=l$, так как растянутые раскосы, поддерживающие пояс, обычно сравнительно слабы и лучше их в расчет не вводить.

Таблица III. 26

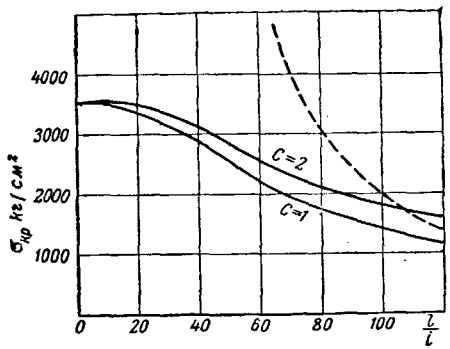
k	0	0,5	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,30
μ	0,5	0,77	0,815	0,83	0,845	0,85	0,86	0,87	0,88



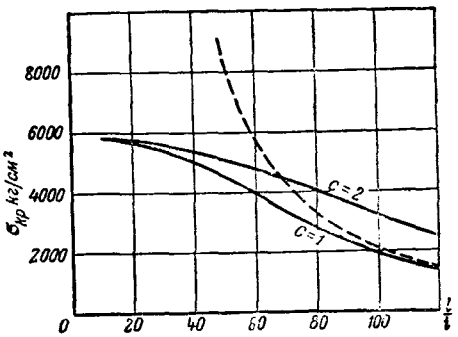
Фиг. III. 62. Критические напряжения для труб из Д6 и Д16. $\sigma_b=44$ *кг/мм²*; $\sigma_p=25$ *кг/мм²*. Пунктир – кривая Эйлера $c=1$, $E=7\cdot10^4$ *кг/мм²*.



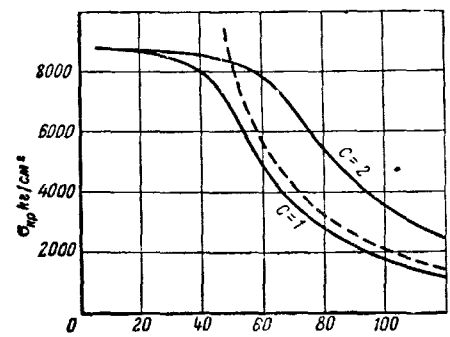
Фиг. III. 63. Критические напряжения для труб из Д1. $\sigma_b=36$ *кг/мм²*. Пунктир – кривая Эйлера $c=1$, $E=7\cdot10^4$ *кг/мм²*.



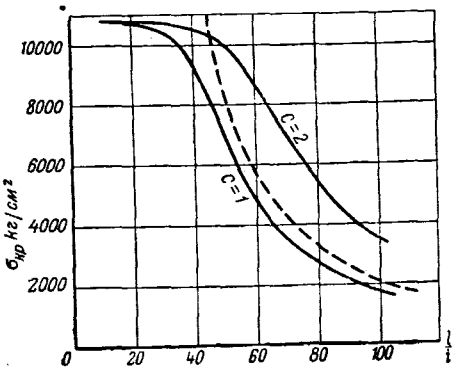
Фиг. III. 64. Критические напряжения для труб из стали 20. $\sigma_b=40$ *кг/мм²*. Пунктир – кривая Эйлера, $E=2\cdot10^4$ *кг/мм²*.



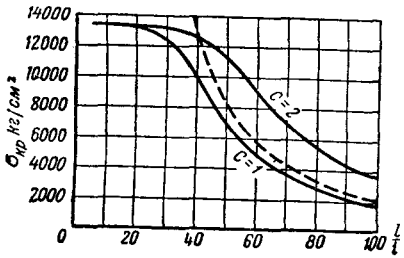
Фиг. III. 65. Критические напряжения для труб из 30ХГСА. $\sigma_b=70$ *кг/мм²*. Пунктир – кривая Эйлера, $E=2{,}1\cdot10^4$ *кг/мм²*.



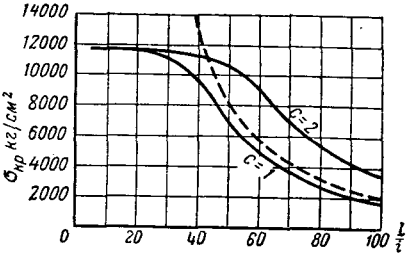
Фиг. III. 66. Критические напряжения для труб из 30ХГСА. $\sigma_b=100$ *кг/мм²*; $\sigma_p=80$ *кг/мм²*. Пунктир – кривая Эйлера, $E=2{,}1\cdot10^4$ *кг/мм²*.



Фиг. III. 67. Критические напряжения для труб из 30ХГСА. $\sigma_b=120$ *кг/мм²*; $\sigma_p=100$ *кг/мм²*. Пунктир—кривая Эйлера, $E=2{,}1\cdot10^4$ *кг/мм²*.



Фиг. III. 68. Критические напряжения для труб из 30ХГСА. $\sigma_b=160$ *кг/мм²*; $\sigma_p=125$ *кг/мм²*. Пунктир—кривая Эйлера, $E=2{,}1\cdot10^4$ *кг/мм²*.



Фиг. III. 69. Критические напряжения для труб из 30ХГСА. $\sigma_b=140$ *кг/мм²*; $\sigma_p=110$ *кг/мм²*. Пунктир кривая Эйлера, $E=2{,}1\cdot10^4$ *кг/мм²*.

Сжатые раскосы поддерживаются с одной стороны растянутым раскосом, а с другой — растянутым раскосом и растянутым поясом.

Для приближенных расчетов можно брать $l_0=0{,}8l$.

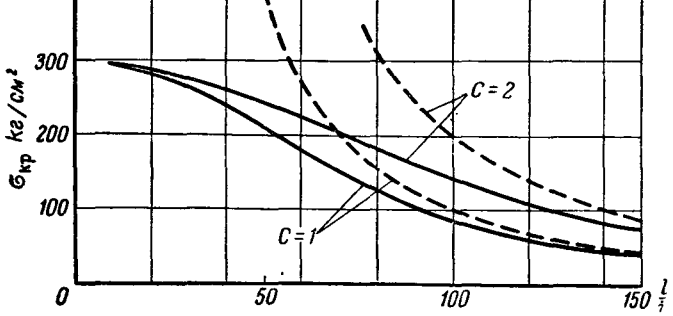
§ 4. Расчет на продольный изгиб стержней из древесины

Графики фиг. III. 70 и 71 предназначены для расчета на продольный изгиб стержней из сосны и дельта-древесины. График фиг. III. 70 дает бо́льший запас в области малых значений $\frac{l}{i}$ и меньший запас в области больших значений $\frac{l}{i}$.

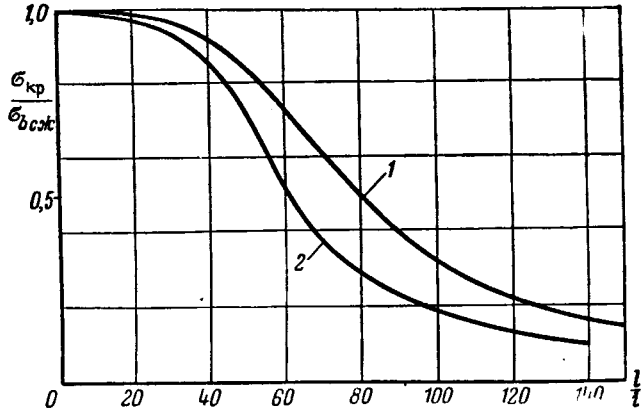
Фиг. III. 70 — только для сосновых стержней — построена аналогично таким же графикам для металлических стержней, однако запас в области малых $\frac{l}{i}$ относительно больше.

Фиг. III. 71 дает отношение критического напряжения при продольном изгибе к пределу прочности при сжатии $\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{b\,сж}}$ и с этой точки зрения более удобна для использования в случае древесины неоднородного качества.

Расхождение между данными того и другого графика для одного и того же материала объясняется значительным различием результатов эксперимента из-за большой неоднородности механических свойств древесины.



Фиг. III. 70. Критические напряжения для сосновых стержней (брусков). $\sigma_b=350$ *кг/см²*. Пунктир — кривые Эйлера, $E=1\cdot10^5$ *кг/см²*.

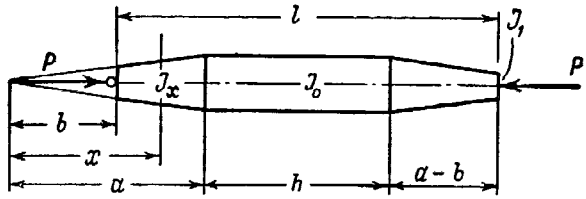


Фиг. III. 71. Критические напряжения для стержней из сосны (*1*) и дельта-древесины (*2*) в долях $\sigma_{b\,сж}$.

§ 5. Продольный изгиб шарнирно опертых стержней переменного сечения

а) Стойка с плавным уменьшением сечения к концам

На фиг. III. 72 показана стойка, у которой на участке h сечение постоянно (момент инерции сечения J_0). Симметрично по концам стойка переходит к сечению с моментом инерции J_1.



Фиг. III. 72. Стойка с сечением, плавно уменьшающимся к концам.

На участке (a—b) момент инерции сечения меняется по закону:

$$J_x = J_0\left(\frac{x}{a}\right)^m;$$

таким образом,

$$J_1 = J_0\left(\frac{b}{a}\right)^m.$$

Критическую силу для такой стойки находим по формуле

$$P_{кр} = \xi P_э,$$

где $P_э = \frac{\pi^2 E J_0}{l^2}$, а $\xi = f\left(\frac{h}{l}, \frac{J_1}{J_0}\right)$ (см. табл III. 27).

Значение показателя степени $m=1$ соответствует случаю, когда один размер сечения стойки постоянный и меняется только другой; $m=4$ — случаю, когда концы стержня представляют собой усеченные конусы.

Таблица III. 27

Значения $\xi=f\left(\frac{h}{l}, \frac{J_1}{J_0}\right)$

m	$\frac{J_1}{J_0}$ \ $\frac{h}{l}$	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0	m	$\frac{J_1}{J_0}$ \ $\frac{h}{l}$	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0
1	0,8	1	0,999	996	982	967	940	3	0,8	1	999	994	982	963	935
	0,6	1	998	987	968	924	872		0,6	1	998	987	960	914	861
	0,4	1	997	983	932	872	797		0,4	1	997	976	922	850	762
	0,2	1	995	976	903	810	710		0,2	1	994	952	860	741	622
	0,1	1	995	959	880	768	657		0,1	1	991	926	795	641	508
2	0,8	1	999	995	982	963	936	4	0,8	1	999	994	982	961	935
	0,6	1	998	986	961	915	862		0,6	1	998	987	958	913	859
	0,4	1	997	976	927	853	771		0,4	1	997	974	922	845	758
	0,2	1	994	956	872	759	646		0,2	1	993	951	853	730	610
	0,1	1	992	937	819	676	547		0,1	1	990	920	778	620	487

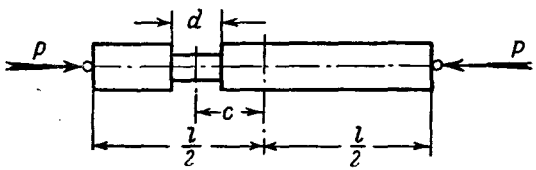
б) Шарнирно опертый стержень с коротким ослабленным участком

На фиг. III. 73 представлена стойка постоянного сечения (J_0) с ослаблением (J_1) на коротком участке d, находящемся на расстоянии c от середины. Критическая сила для такой стойки определяется по формуле

$$S_{кр}=\frac{\pi^2 E J_0}{(\mu l)^2},$$

где

$$\mu=1+d_1\left(\frac{J_0}{J_1}-1\right)\cos \pi c_1; \quad d_1=\frac{d}{l} \quad \text{и} \quad c_1=\frac{c}{l}.$$



Фиг. III. 73. Стойка постоянного сечения с ослаблением.

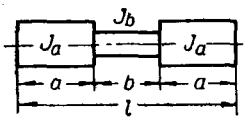
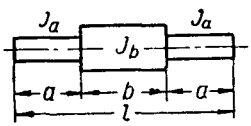
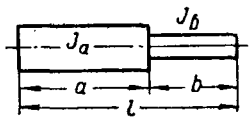
в) Стержни со ступенчатыми сечениями

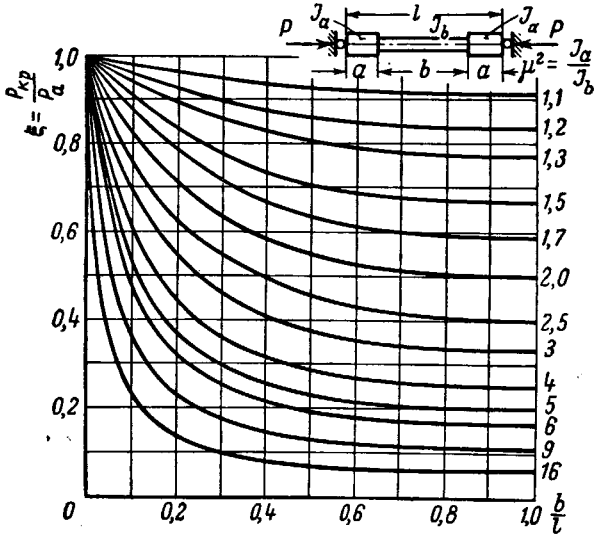
В табл. III. 28 приведены формулы для расчета стержней с ослаблением посредине, с симметричным ослаблением по концам и с одним ослабленным концом.

Общие замечания. 1. При нахождении углов в градусах величину π следует брать тоже в градусах, т. е. равной 180°.

2. Критическую силу можно определить по формуле $S_{кр}=\xi P_э$, где $P_э=\frac{\pi^2 EJ}{l^2}$ берется по наибольшему сечению. $P_э$ можно находить не только по формуле Эйлера, но и по эмпирическим графикам (фиг. III. 62÷III. 69); с помощью этих графиков условно можно определять $S_{кр}$ и для коротких стержней.

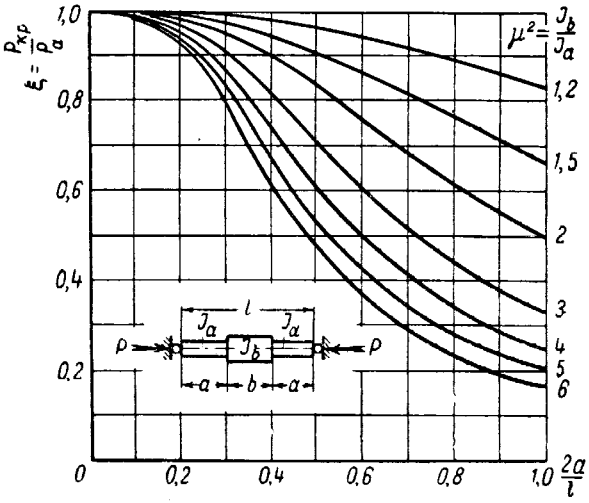
Таблица III. 28

Схема	Формулы для расчета
 Стойка, ослабленная посредине $b=2d$	$\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\psi=\frac{1}{\mu}$ $\alpha=\pi a_1\sqrt{\xi}$; $\psi=\pi\mu d_1\sqrt{\xi}$ $\mu=\sqrt{\frac{J_a}{J_b}}$ $\xi=\frac{S}{P_a}$ $a_1=\frac{a}{l}$; $d_1=\frac{d}{l}$
 Стойка, усиленная посредине $b=2d$	$\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\psi=\mu$ $\alpha=\pi\mu a_1\sqrt{\xi}$; $\psi=\pi d_1\sqrt{\xi}$ $\mu=\sqrt{\frac{J_b}{J_a}}$ $\xi=\frac{S}{P_b}$; $P_b=\frac{\pi^2 EJ_b}{l^2}$ $a_1=\frac{a}{l}$; $d_1=\frac{d}{l}$
 Стойка с двумя участками $J_a>J_b$	$\frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\psi_2}=\mu$ $\beta=\pi\mu b_1\sqrt{\xi}$; $\psi_2=\pi(1-a_1\sqrt{\xi})$ $\mu=\sqrt{\frac{J_a}{J_b}}$ $b_1=\frac{b}{l}$; $\xi=\frac{S}{P_a}$



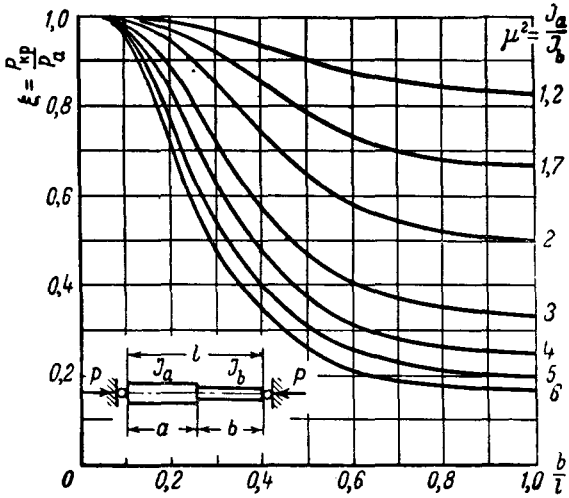
Фиг. III. 74. Поправка величины $P_{кр}$ для стержня с ослаблением посредине.

Пользоваться формулами табл. III. 28 неудобно, потому что нужно предварительно задаться ξ и подходить к истинному значению постепенным при-



Фиг. III. 75. Поправка величины $P_{кр}$ для стержня, ослабленного по концам.

ближением, что при отсутствии навыка может потребовать некоторой затраты времени. Для облегчения определения ξ рекомендуется пользоваться графиками фиг. III. 74, 75 и 76. По отношению длины ослабленного участка ко всей длине



Фиг. III. 76. Поправка для величины $P_{кр}$ стержня, ослабленного на одном конце.

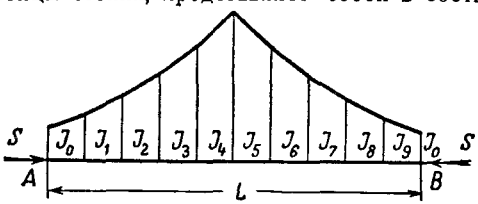
и параметру μ^2, представляющему собой отношение момента инерции неослабленного участка к моменту инерции ослабленного, можно, интерполируя, найти ξ, которое затем следует проверить по формуле

$$P_{крит} = \xi P_a,$$

где P_a — критическая сила стержня той же длины с неослабленным сечением.

§ 6. Графический метод расчета стоек переменного сечения

Веревочный многоугольник с полюсным расстоянием $H = \frac{EJ}{P_{кр}\Delta x}$, построенный через концы стойки, представляет собой в соответствующем мас-



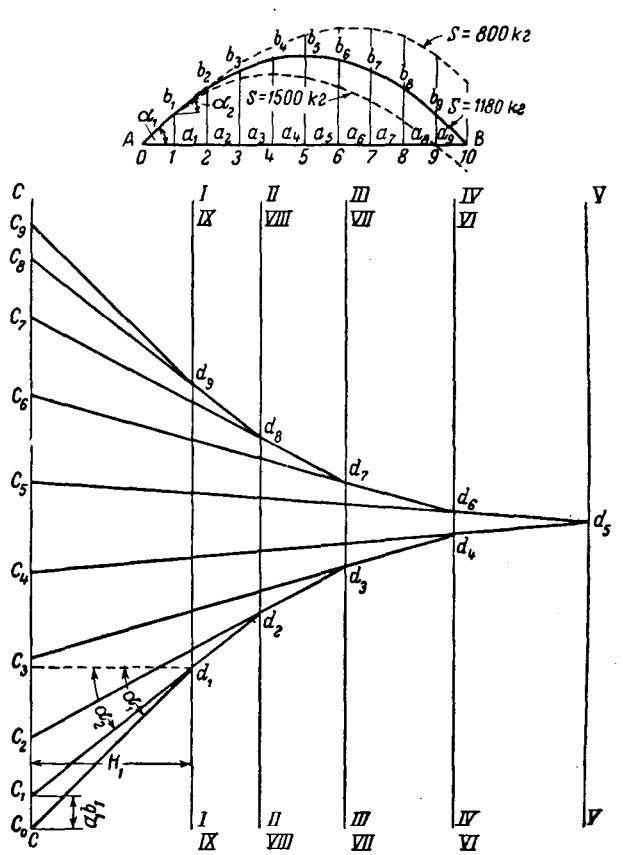
Фиг. III. 77. Построение веревочного многоугольника.

штабе упругую линию стержня, изогнутого под действием силы $P_{кр}$. Так как при $P_{кр}$ прогиб имеет неопределенное значение, то начальный угол α_1 (см. фиг. III. 78) может быть принят любым, меньшим $\frac{\pi}{2}$.

Построение веревочного многоугольника упругой линии для стержня, сжатого силой P

Рассмотрим деревянную стойку длиной $L = 1$ *м* с сечением, симметрично убывающим от середины к концам. Гибкость стойки по максимальному сечению $\frac{L}{i} = 89$, т. е. формула Эйлера применима. Сжимающая сила $P = 1180$ *кг*.

а) Откладываем длину стойки (фиг. III.78) в масштабе $\lambda=10$ так, чтобы отрезок AB был равен $\frac{L}{10}$, и делим длину стойки на $n=10$ частей, причем $\Delta x=\frac{L}{n}$. Сечения нумеруем от 1 до 10. Через точки деления проводим верти-



Фиг. III.78. Веревочный многоугольник для деревянной стойки длиной 1 *м* с сечением, симметрично убывающим к концам.

кальные линии. Для каждого сечения стойки подсчитываем момент инерции и в том же масштабе λ определяем полюсное расстояние:

$$H_1=\frac{H}{\lambda}=\frac{EJ}{\lambda P\Delta x}=\frac{10^5 J}{10\cdot 1180\cdot 10}\approx 0{,}85J \text{ см}.$$

Результаты сводим в таблицу.

№ сечений	0 и 10	1 и 9	2 и 8	3 и 7	4 и 6	5
J *см*⁴	4,0	5,8	8,2	11,3	15,2	20
H_1	3,4	4,93	6,97	9,6	12,9	17

Так как стойка симметрично переменного сечения, то расчет можно вести для половины стойки.

б) Проводим вертикаль c (фиг. III. 78) и на расстояниях, равных полюсным расстояниям, проводим линию $I—I$, соответствующую сечению № 1, $II—II$ — сечению № 2 и т. д.

в) Из точки A отрезка AB проводим под произвольным углом α_1 луч до пересечения в точке b_1 с вертикалью сечения № 1.

г) На вертикали c из произвольной точки c_0 под тем же углом α_1 проводим луч до пересечения с вертикалью $I—I$ в точке d_1.

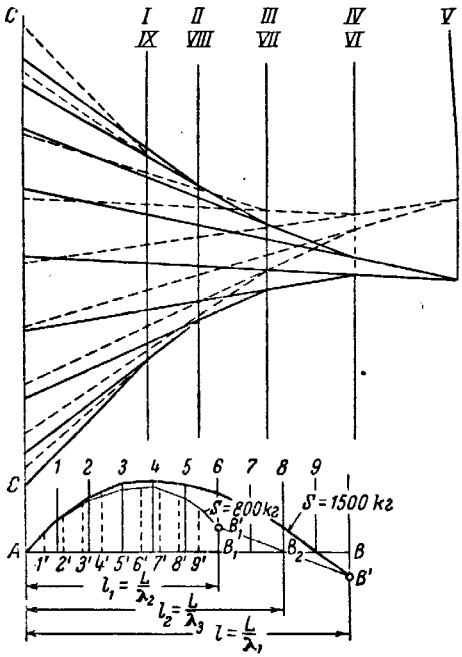
д) Из точки c_0 по вертикали c откладываем вверх отрезок $\overline{c_0c_1}=\overline{a_1b_1}$ и точку c_1 соединяем с d_1; получаем угол α_2; пересечение продолжения прямой c_1d_1 с вертикалью $II—II$ обозначим через d_2.

е) Из точки b_1 до пересечения с вертикалью сечения № 2 проводим прямую b_1b_2 под углом α_3 (параллельно лучу $\overline{c_1d_1}$).

ж) От точки c_1 откладываем отрезок $\overline{c_1c_2}=\overline{a_2b_2}$ и точку c_2 соединяем с точкой d_2 (на вертикали $II—II$). получим угол α_3 и в пересечении луча c_2d_2 с вертикалью $III—III$ — точку d_3.

Продолжив построение, получим веревочный многоугольник.

Если бы сжимающая сила была меньше критической, то веревочный многоугольник на опоре B не замкнулся бы и Y_B не равнялся бы нулю.



Фиг. III. 79. Веревочный многоугольник для определения критической силы.

Если сжимающая сила больше критической, то веревочный многоугольник также не замкнется, но, кроме того, еще пересечет линию AB (см. фиг. III.78).

Нахождение критической силы

Для нахождения критической сжимающей силы удобнее всего поступать следующим образом:

а) Определяем критическую силу по среднему моменту инерции:

$$P_э=\frac{\pi^2 EJ_{ср}}{L^2}, \text{ где } J_{ср}=\frac{J_0+J_1}{2}.$$

б) Допустим, что найденная таким образом $P_1=1500$ *кг*. Находим для нее полюсные расстояния в принятом масштабе длин ($\lambda_1=10$), проводим вертикали (фиг. III. 79) и строим веревочный многоугольник. Если многоугольник не замкнется и пересечет линию AB (см. фиг. III.79), то это значит, что

$$P_1 > P_{кр}.$$

в) Возьмем меньшую силу $P_2=800$ *кг*. Для построения нового веревочного многоугольника следовало бы определить новые полюсные расстояния, провести новые вертикали и заново проделать все построение. Но удобнее сохранить на чертеже старые полюсные расстояния, соответствующие при масштабе $\lambda_1=10$ сжимающей силе $P_1=1500$ *кг*, а изменить масштаб длин и таким образом изменить на чертеже только длину отрезка AB, исходя из того

соображения, что если изменить масштаб длин во столько раз, во сколько раз меняется сжимающая сила, то на чертеже полюсные расстояния останутся прежними. Получим

$$H_1=\frac{H}{\lambda}=\left(\frac{EJ}{\Delta x}\right)\frac{1}{P_1\lambda_1}.$$

Полюсное расстояние (H_1) не изменится, если будет обеспечено равенство $P_2\lambda_2=P_1\lambda_1$, для чего необходимо, чтобы $\lambda_2=\frac{P_1}{P_2}\lambda$; в нашем случае $\lambda_2=$ $=\frac{1500}{800}10=18{,}75$.

Если величину L отложить в новом масштабе λ_2 (отрезок AB_1 на фиг. III. 79) и построить веревочный многоугольник, пользуясь старыми полюсными расстояниями, то построение будет относиться к сжимающей силе $P_2=800$ *кг*.

Веревочный многоугольник также оказывается незамкнутым, но уже не пересекает линию AB_1. Значит,

$$P_2<P_{кр}.$$

г) Путем приближенной интерполяции, соединяя точки B_1' и B' прямой получим отрезок $l_2=\frac{L}{\lambda_3}$, на котором (при старых H_1) веревочный многоугольник замкнется в точке B_2 и сжимающая сила (соответствующая масштабу λ_2) будет критической.

д) Из условия $\lambda_1P_1=\lambda_2P_2=P_{кр}\lambda_3$ находим $P_{кр}$; критическую силу, выраженную через P_1, обозначим $P_{кр}'$, а через P_2 обозначим $P_{кр}''$

$$\frac{P_{кр}'}{P_1}=\frac{\lambda_1}{\lambda_3} \quad \text{или} \quad \frac{P_{кр}''}{P_2}=\frac{\lambda_2}{\lambda_3}.$$

Имеем $L=\lambda_1 l=\lambda_2 l_1=\lambda_3 l_2$. Таким образом,

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_3}=\frac{l_2}{l}; \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_3}=\frac{l_2}{l_1}; \quad \frac{P_{кр}}{P_1}=\frac{l_2}{l}; \quad \frac{P_{кр}}{P_2}=\frac{l_2}{l_1}.$$

Измерив отрезки AB, AB_1 и AB_2 по фиг. III. 79, получим

$$P_{кр}'=P_1\frac{l_2}{l}=P_1\frac{AB_3}{AB}=\frac{8}{10}1500=1200 \text{ кг}$$

или

$$P_{кр}''=P_2\frac{l_2}{l_1}=P_2\frac{AB_2}{AB_1}=\frac{8}{6}800\approx 1070 \text{ кг}$$

и

$$P_{кр}=\frac{P_{кр}'+P_{кр}''}{2}=1135 \text{ кг}.$$

Ошибка при интерполяции $\frac{\Delta P}{P}100=\frac{1180-1135}{1180}100=3{,}8\%$.

§ 7. Расчет коротких стоек переменного сечения

Изложенный в § 6 метод расчета верен только при $\sigma_{кр}=\frac{P_{кр}}{F}$, не превосходящем предела пропорциональности, поэтому с помощью его можно рассчитывать только длинные стойки. Так как метода расчета коротких стоек переменного сечения не существует, то метод, пригодный для длинных стоек, можно условно применить и для коротких стоек, но в следующей форме.

Найдя $P_{кр}$ по методу длинных стоек, определить для стойки той же длины, но с постоянным J, равным наибольшему значению его для данной

стойки, как эйлерову силу, так и критическую силу по готовому графику или эмпирической формуле.

Окончательно критическую силу для стойки определим по формуле

$$P^{\circ}_{кр}=\xi P_{кр},$$

где $\xi=\dfrac{P'_{кр}}{P_э}$;

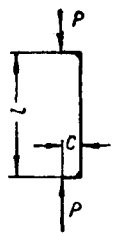
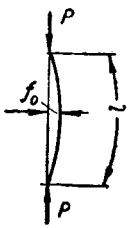
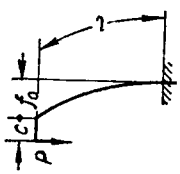
$P'_{кр}$ — критическая сила короткого стержня с тем же J, определенная по формулам или графикам § 2, 3 или 4 настоящей главы.

§ 8. Продольный изгиб стержней с эксцентриситетом осевой силы

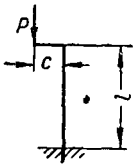
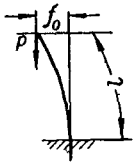
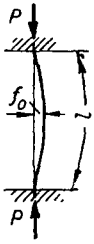
Для расчета на продольный изгиб стержней постоянного сечения с начальным эксцентриситетом осевой силы следует пользоваться формулами табл. III. 29. Окончательная проверка прочности производится в соответствии с указаниями § 7 гл. V.

Таблица III. 29

Формулы для подсчета максимального изгибающего момента M_{max} при продольном изгибе эксцентрично нагруженных стержней

Схема	M_{max}	Предел применимости
	$M_{max}=\dfrac{Pc}{\cos\dfrac{l}{2j}}$	$\dfrac{l}{j}\leqslant\pi$
	$M_{max}=\dfrac{8Pf_0}{\left(\dfrac{l}{j}\right)^2}\left(\dfrac{1}{\cos\dfrac{l}{2j}}-1\right)$	$\dfrac{l}{j}\leqslant\pi$
	$M_{max}=\dfrac{P}{\cos\dfrac{l}{j}}\left[c+\dfrac{2f_0}{\left(\dfrac{l}{j}\right)^2}\left(1-\cos\dfrac{l}{j}\right)\right]$	$\dfrac{l}{j}\leqslant\dfrac{\pi}{2}$

Продолж. табл. III 29.

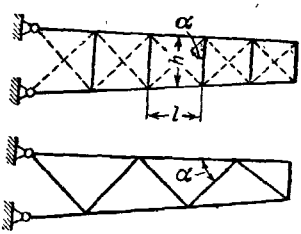
Схема	M_{max}	Предел применимости
	$M_{max}=\dfrac{Pc}{\cos\dfrac{l}{j}}$	$\dfrac{l}{j}\leqslant\dfrac{\pi}{2}$
	$M_{max}=\dfrac{2Pf_0}{\left(\dfrac{l}{j}\right)^2}\left(\dfrac{1}{\cos\dfrac{l}{j}}-1\right)$	$\dfrac{l}{j}\leqslant\dfrac{\pi}{2}$
	$M_{max}=\dfrac{8Pf_0}{\left(\dfrac{l}{j}\right)^2}\left(\dfrac{\dfrac{l}{j}}{2\sin\dfrac{l}{2j}}-1\right)$ на опорах $M_0=\dfrac{8Pf_0}{\left(\dfrac{l}{j}\right)^2}\left(\dfrac{\dfrac{l}{j}}{2\operatorname{tg}\dfrac{l}{2j}}-1\right)$	$\dfrac{l}{j}\leqslant 2\pi$

Глава VIII

ФЕРМЫ

§ 1. Общие положения

Различают плоские и пространственные фермы. Для плоских ферм рекомендуется выбирать расстояние l между стойками (фиг. III. 80) примерно равным высоте фермы h в данном пролете. Угол α между подкосами (или расчалками) и поясом фермы должен быть близким к 45° и по возможности не меньше 30°.

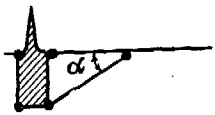


Фиг. III. 80.

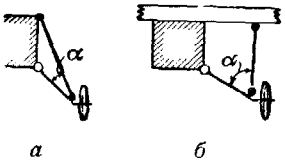
В некоторых случаях этот угол приходится снижать по конструктивным соображениям. Например, величина угла α между подкосами оперения и осью лонжерона стабилизатора (фиг. III. 81) определяется высотой фюзеляжа.

В пространственных фермах одной из наиболее целесообразных форм является параллелепипед, близкий к кубу, снабженный по граням раскосами или расчалками. Для таких ферм также желательно выбирать углы между стержнями, близкие к 45°. Пирамидальное шасси, показанное на фиг. III. 82.*а*, менее выгодно, чем шасси, пока-

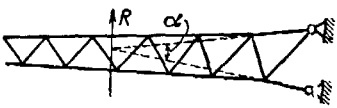
занное на фиг. III. 82,*б*, так как небольшой угол α вызывает большие усилия в элементах шасси.



Фиг. III. 81.



Фиг. III. 82.



Фиг. III. 83.

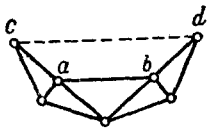
Лонжероны крыльев с большим удлинением невыгодны с точки зрения строительной механики, так как угол α у них очень невелик (фиг. III. 83).

§ 2. Образование ферм

Основные положения теории ферм:

1) деформации системы настолько малы, что не вызывают изменения конфигурации фермы и величины внешних нагрузок;

2) в каждом узле стержни должны быть соединены между собой шаровыми шарнирами без трения, т. е. предполагается, что каждый стержень представляет собой двухопорную балку, свободно положенную на опоры (моменты защемления равны нулю).



Фиг. III. 84.

Всякие особые случаи (например, работа кривых стержней, эффект жестких узлов, работа фермы за пределом текучести) должны рассматриваться и учитываться отдельно.

Фермы могут быть простыми и сложными. Простые фермы получаются путем последовательного присоединения новых узлов к основной системе, которая, как в плоских, так и в пространственных фермах представляет собой треугольник. Присоединяя последовательно каждыми двумя (тремя) стержнями новый узел, можно получить ферму любой конфигурации.

Сложную ферму можно получить из простой путем замены стержней. Например, деталь корзинки подмоторной фермы (фиг. III. 84) обратится из простой фермы в сложную, если стержень ab выбросить, заменив его стержнем cd.

Для простой фермы условием геометрической неизменяемости и одновременно статической определимости (с. о.) служат равенства:

$$m = \begin{cases} 2n - 3 \text{ (плоская ферма)} \\ 3n - 6 \text{ (пространственная ферма)}, \end{cases}$$

где m — число жестких стержней[1] в ферме, а n — число ее узлов.

При подсчете по этим формулам опорные стержни в общее число стержней не включаются. Если же добавить последние, то, очевидно,

$$m = \begin{cases} 2n \text{ (плоская ферма)} \\ 3n \text{ (пространственная ферма)}. \end{cases}$$

При подсчете числа стержней удобно заменять отдельные части фермы одним стержнем (конечно при условии, что эта часть статически определима).

---

[1] Т. е. стержней, работающих на растяжение и на сжатие, в противоположность расчалкам, работающим только на растяжение. При наличии в системе расчалок в число стержней при подсчете надо включать лишь растянутые расчалки. Таким образом, в расчалочных фермах можно говорить об их с. о. или с. н. только после того, как задана нагрузка.

Например, элемент ab (фиг. III. 85) можно заменить одним стержнем[1]. Тогда ферма будет иметь три стержня, а с опорными — шесть. В обоих случаях указанные выше равенства удовлетворяются. Если

$$m > \begin{cases} 2n-3 \text{ (плоская ферма)}, \\ 3n-6 \text{ (пространственная ферма)}, \end{cases}$$

то ферма

$$m - \begin{cases} 2n-3 \\ 3n-6 \end{cases} \text{ раз статически неопределима.}$$

Если

$$m < \begin{cases} 2n-3 \text{ (плоская ферма)}, \\ 3n-6 \text{ (пространственная ферма)}, \end{cases}$$

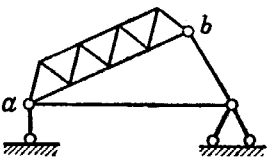
то ферма оказывается:

$$\left.\begin{matrix} 2n-3 \\ 3n-6 \end{matrix}\right\} - m \text{ раз механизмом.}$$

Необходимое и достаточное число опорных стержней с. о. простой фермы равно трем для плоской и шести для пространственной фермы.

Если же ферма является механизмом, то очевидно, что для статически определимой фермы потребуется большее число опорных стержней. На фиг. III. 86,*а* дана простейшая статически определимая ферма. Если выбросить нижний стержень, то, чтобы система не обратилась в механизм, потребуется один добавочный опорный стержень (фиг. III. 86,*б*).

На фиг. III. 87 дана ферма с шестью опорными стержнями, которая тем не менее статически определима. Пунктиром показаны недостающие стержни. Ферма является трижды механизмом, который компенсируется тройной неопределимостью опор, так что в итоге получается определимая система.



Фиг. III. 85.

Не меняя ни числа стержней, ни числа узлов фермы, можно простую статически определимую ферму превратить не только в сложную, но и в комбинацию механизма со статически неопределимой фермой. Например, если в подмоторной ферме фиг. III. 88 стержень ab переставить в положение ac, то в отсеке $bdaf$ получится механизм, а в отсеке $adce$ — однажды статически неопределимая система. Но ферма в целом удовлетворяет условию $m=2A-3$, хотя и не является простейшей.

Исключительные случаи, превращающие систему в механизм, могут встретиться как в процессе конструирования, так и при решении сложной фермы путем замены стержней.

Для плоских ферм этих случаев два:

1) три стержня одного отсека (т. е. перерезанных при решении) пересекаются в одной точке; система в таком случае будет механизмом с мгновенным центром вращения в точке пересечения этих стержней;

2) три стержня одного отсека параллельны друг другу; (мгновенный центр в бесконечности).

Для пространственных ферм исключительных случаев пять:

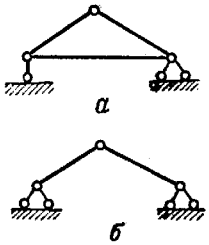
1) все шесть стержней, соединяющих одну часть фермы с другой (или с опорами), пересекаются на одной прямой; равновесие системы возможно только в том случае, если равнодействующая внешних сил проходит также через эту прямую;

---

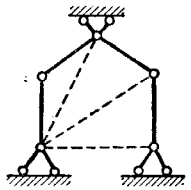
[1] Здесь и далее для плоской фермы один опорный стержень означает каток (подвижный шарнир), два — неподвижный шарнир. Для пространственной фермы один стержень означает шаровой каток, два стержня — цилиндрический каток и лишь три — неподвижную опору.

2) все шесть стержней параллельны между собой (прямая, на которой пересекаются все стержни, ушла в бесконечность);

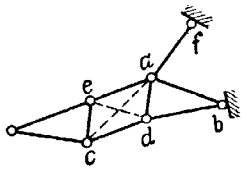
3) стержни по три лежат в двух параллельных между собой плоскостях;



Фиг. III. 86 Простейшая статически определимая ферма.



Фиг. III. 87. Статически определимая ферма с шестью опорными стержнями.



Фиг. III. 88.

4) пять из шести стержней лежат в двух плоскостях, пересекающихся по линии, параллельной шестому стержню;

5) более трех стержней лежат в одной плоскости.

§ 3. Расчет статически определимых ферм

Плоские фермы

Три условия равновесия системы:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma X&=0\\ \Sigma Y&=0\\ \Sigma M_z&=0.\end{aligned}\right\}$$

ΣX и ΣY — суммы проекций всех сил на оси X и Y;

ΣM_z — сумма моментов этих сил относительно любой точки[1] на плоскости XY.

По первому, самому общему способу решения надо разрезать ферму в рассматриваемом месте так, чтобы перерезано было не более трех стержней (так как определяющих уравнений только три) и составить уравнения равновесия, взяв за неизвестные усилия в этих стержнях. Свободными членами в уравнениях будут внешние нагрузки (или их моменты). Так как совместное решение трех уравнений громоздко, то практически пользуются чаще способом вырезания узлов, при котором третье уравнение $\Sigma M_z=0$ выпадает, или способом Риттера, где исключаются уравнения $\Sigma X=0$ и $\Sigma Y=0$ и остается только уравнение $\Sigma M_z=0$.

Способ вырезания узлов состоит в том, что в рассматриваемой части фермы вырезают узел (фиг. III. 89) и, предполагая неизвестные стержни растянутыми, составляют уравнения $\Sigma X=0$ и $\Sigma Y=0$. Решение возможно, если в узле сходится не более двух неизвестных стержней. Этот способ допускает графическое решение, сводящееся к нахождению равнодействующей сил, действующих на рассматриваемый узел, и к разложению этой равнодействующей на два направления (стержня).

При решении фермы по способу Риттера выбрасывают стержень, в котором надо определить усилие. Система обращается тогда в механизм и под дейст-

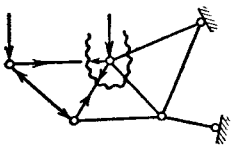
[1] Которая является следом, образуемым пересечением оси Z с плоскостью фермы.

вием внешних сил начинает вращаться. Находят мгновенный центр вращения, определяемый пересечением осей двух стержней механизма, и составляют ΣM_z всех сил относительно этого центра.

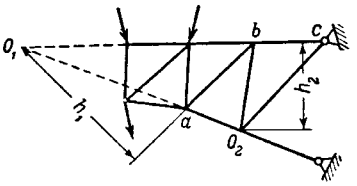
Так как выброшенный стержень был единственной связью системы, предотвращавшей ее перемещение, то, следовательно, момент (Sh) этого стержня относительно мгновенного центра должен быть равен моменту всех внешних сил, перемещающих этот механизм ($\Sigma M_{внеш}$)[1].

$$SP=\frac{\Sigma M_{внеш}}{h}.$$

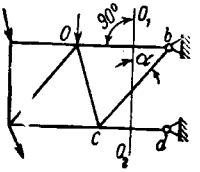
Стержень сжат, если узлы, к которым крепился выброшенный стержень, при движении механизма сближаются, и растянут, если узлы расходятся. Например, усилие в стержне *ab* (фиг. III. 90) равно $\Sigma M_{внеш}$ относительно центра O_1, деленному на плечо h_1; усилие в стержне *bc* равно $\Sigma M_{внеш}$ относительно центра O_2, деленной на h_2, и т. д.



Фиг. III. 89.



Фиг. III. 90.



Фиг. III. 91.

Если два оставшихся стержня параллельны, то мгновенный центр уходит в бесконечность. Задача становится неопределенной, и в таком случае прибегают к способу проекций, беря вместо ΣM_z уравнение ΣP проекций сил на ось, перпендикулярную обоим оставшимся стержням.

Например, для определения усилия в стержне *cb* (фиг. III. 91) надо составить уравнение проекций сил на ось O_1O_2. Тогда проекции усилий в стержнях *ab* и *cd* обратятся в нули, и уравнение будет содержать только одно неизвестное S_{cb} — усилие в стержне *cb*:

$$S_{cb}\cos\alpha+\Sigma P=0.$$

Графический способ Кульмана решения ферм сводится к разложению силы на три заданных направления. Предположим, что дана равнодействующая *R* (фиг. III. 92), которую надо разложить на направления *1, 2* и *3*. Для этого находят точку пересечения двух любых направлений (например, точка O_1 для *1* и *2*) и точку пересечения O_2 силы *R* с третьим направлением. Далее соединяют O_1 с O_2 и, перенеся *R* в точку O_2, раскладывают *R* на направления O_2—O_1 и O_2—*3*. Полученную первую слагающую переносят в точку O_1 и раскладывают на направления *1* и *2*. В результате получают все три силы по направлениям *1, 2* и *3*.

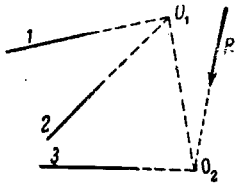
Способ Кульмана часто применяют для определения опорных реакций. При определении реакций в узлах *b* и *c* фермы, показанной на фиг. III. 93, рассуждают следующим образом. Так как стержень *ac* имеет по концам шарниры, то реакция должна быть направлена по оси этого стержня. Система находится в равновесии, следовательно сила *R* и обе реакции должны пересекаться в одной точке. Эту точку *O* находят пересечением направления *ac* силой *R*. В эту же точку придет и вторая реакция (пунктир *Ob*). Теперь остается разложить *R* на направления *Ob* и *Oc* и получить величины реакций.

Способ Кремоны является обобщением способа вырезания узлов (фиг. III. 94). Если некоторые из сил приложены внутри фермы, то для удоб-

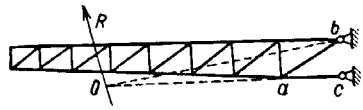
[1] Т. е. действующих на подвижную часть фермы.

ства построения диаграммы Кремоны их выносят за габарит фермы при помощи введения фиктивного стержня (как показано на фиг. III. 94 пунктиром). Тогда, написав в областях между силами и стержнями буквы или цифры, получим удобное обозначение сил и стержней.

Например, сила ab — внешняя сила, приложенная в узле *2*, bn — усилие, действующее в стержне *2—3*, bc и cd — силы, приложенные к узлу *3*, сила bd — их равнодействующая и т. д. Таким образом сила ag должна быть равнодействующей всей внешней нагрузки.



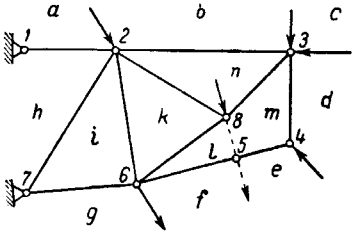
Фиг. III. 92.



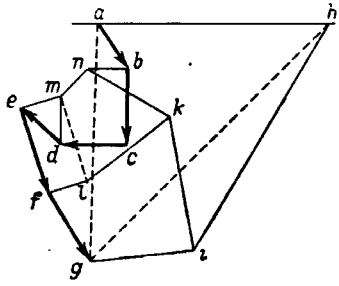
Фиг. III. 93.

Диаграмму Кремоны начинают построением многоугольника внешних сил. Выбрав подходящий к размерам чертежа и требуемой точности масштаб, откладывают в последовательном порядке (от произвольной точки) узловые нагрузки обязательно с сохранением их направления (фиг. III. 95). Так получают незамкнутый многоугольник сил $abcdefg$.

Если точки a и g соединить прямой, то замыкающая сторона ag и будет равнодействующей всей внешней нагрузки. Однако многоугольник сил, давая величину и направление этой равнодействующей, не определяет ее положения относительно фермы (фиг. III. 95 можно



Фиг. III. 94.



Фиг. III. 95.

перемещать параллельно самой себе относительно фиг. III. 94 в любых направлениях).

Положение линии действия равнодействующей относительно фермы для построения диаграммы Кремоны определять необязательно. Это необходимо лишь для проверки правильности решения и производится путем нахождения опорных реакций (по способу Кульмана или Риттера).

Так как к узлу *1* (на фиг. III. 94) подходит только один стержень, то очевидно, что реакция в узле *1* будет равна и противоположна усилию в этом стержне. Найдя реакцию ah в узле *1*, откладываем ее от точки a силового многоугольника (с сохранением ее величины и направления).

Отрезок gh, замыкающий треугольник agh, является реакцией узла *7*. Этим построением определится положение равнодействующей относительно фермы.

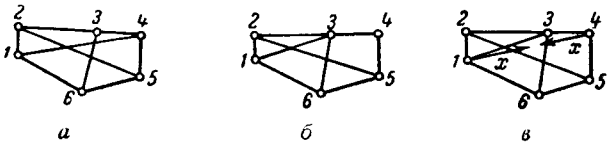
Если провести из опорных узлов *1* и *7* линии, параллельные силам ag и gh, а через точку их пересечения — параллель силе ag, то эта параллель и будет линией действия равнодействующей ag.

Замкнув многоугольник внешних сил, приступают к построению многоугольника внутренних сил, условившись о порядке обхода стержней в каждом узле. Обычно обходят стержни узла по часовой стрелке.

Построение многоугольника внутренних сил можно начинать с любого узла, имеющего не более двух неизвестных стержней. Возьмем, например, узел *4* (фиг. III. 94). Здесь сходятся стержни *md* и *me* и приложена сила *ed*. Идя по часовой стрелке от области *d*, мы должны получить на многоугольнике сил замкнутый контур *demd*. Для этого проведем из точек *d* и *e* многоугольника сил линии, параллельные направлениям стержней *dm* и *em*; получим новую точку *m*. Отрезки *dm* и *em* представляют собой в масштабе многоугольника сил усилия, действующие в стержнях *4—3* и *4—5*.

Переходим к узлу *3*, в котором сходятся три стержня, но усилие в одном из них (*3—4*) уже известно. Идя опять по часовой стрелке, мы должны получить замкнутый контур *bcdmn*. На многоугольнике сил уже имеются три его стороны — *bcdm*. Остается из крайних точек *b* и *m* провести линии, параллельные стержням *bn* и *mn*, чтобы получить точку *n*, определяющую усилия в этих стержнях.

Чтобы не сбиться при определении знака усилия в стержне, рекомендуется, замкнув многоугольник для какого-нибудь узла, обойти его по часовой стрелке.



Фиг. III. 96. Способ замены стержней.

Если усилие направлено «к узлу», то это значит, то стержень сжат (знак —), а направление усилия «от узла» показывает, что стержень растянут (знак +). Поэтому при обходе многоугольника для следующего узла направление силы меняют на обратное. Например, для узла *4* усилие *md* направлено сверху вниз, т. е. к узлу, а для узла *3* этот же отрезок *md*, выражая силу, направленную тоже к узлу (т. е. уже снизу вверх), при обходе узлов попрежнему по часовой стрелке будет иметь обратное направление. Переходя от узла к узлу, получим полную диаграмму Кремоны. Последняя параллель должна пройти через уже имеющуюся точку пересечения соответствующих (данному узлу) сторон многоугольника внешних сил. Это служит проверкой правильности построения диаграммы.

Полученные усилия сводят в таблицу.

Если схема фермы решается только на один случай нагрузки, то удобнее усилия с их знаками писать непосредственно на этой схеме у каждого стержня фермы.

Способ замены стержней применяется, когда нельзя решить ферму ни одним из изложенных методов.

Например, ферма, изображенная на фиг. III. 96,*а*, не имеет ни одного узла, где сходились бы только два стержня, хотя и является статически определимой (девять стержней и шесть узлов). Чтобы иметь возможность решить подобную ферму, надо преобразовать ее в простейшую путем замены одного или нескольких стержней.

Замену следует производить так, чтобы в результате не получился механизм.

Ферма, приведенная на фиг. III. 96,*а*, преобразуется в простейшую путем замены лишь одного стержня. Можно для этого стержень *1—4* заменить стержнем *1—3* (фиг. 96,*б*) или *3—5*.

Однако нельзя в узле *3* заменять стержень *3—6* стержнем *2—6*, так как тогда в узле *6* образуется механизм (оставшиеся два стержня лежат на одной прямой).

После замены стержня решаем простейшую ферму (фиг. III. 96,*б*) на внешнюю нагрузку любым из описанных выше методов. Обозначим полученные усилия через S_0, а в заменяющем стержне — через S_{0c}. Чтобы учесть влияние произведенной замены стержней, к узлам крепления выброшенного стержня приложим две равные и противоположные единичные силы x (фиг. III. 96,*в*).

Величина сил x может быть произвольной, но для удобства дальнейших вычислений (уменьшается количество нулей) согласуется с порядком внешних действующих сил. Если, например, нагрузка фермы выражается в тоннах, то удобнее принять $x=1000$ *кг*. При этом знак сил x тоже может быть произвольным (но одинаковым у обеих: или обе к узлу — сжатие, или обе от узла — растяжение). Преобразованная простейшая ферма решается вторично, но только на одни силы x.

Обозначим полученные усилия через S_{1i}. В действительности же в выброшенном стержне *1—4* действует усилие не x, а какое-то другое. Обозначим его через x_1. Это фактическое усилие найдется из условия, что в действительной (не преобразованной) ферме заменяющего стержня нет, а следовательно, и усилие в нем равно нулю. Но для любого другого стержня окончательное усилие, очевидно, равно

$$S_i=S_{0i}+S_{1i}x_1,$$

а для заменяющего стержня это окончательное усилие равно нулю:

$$S_c=S_{0c}+S_{1c}x_1=0,$$

откуда

$$x=-\frac{S_{0c}}{S_{1c}}.$$

Зная x, можно найти окончательные усилия во всех стержнях по формуле

$$S_i=S_{0i}+S_{1i}x_1.$$

Подобным же образом решается двойная, тройная и т. д. замена, при которой неизвестные силы x_1, x_2, $x_3 \ldots x_n$ находятся из совместного решения двух, трех и т. д. уравнений, каждое из которых для любого стержня имеет вид:

$$S_i=S_{0i}+S_{1i}x_1+S_{2i}x_2+\ldots+S_{ni}x_n,$$

а при определении x_1, $x_2 \ldots x_n$ левая часть уравнения для искомого стержня принимается равной нулю.

Пространственные фермы

Для пространственных систем существует шесть условий равновесия системы:

$$\left.\begin{aligned}\Sigma X&=0\\ \Sigma Y&=0\\ \Sigma Z&=0\\ \Sigma M_x&=0\\ \Sigma M_y&=0\\ \Sigma M_z&=0\end{aligned}\right\}$$

ΣX, ΣY и ΣZ — суммы проекций всех сил на оси x, y и z и ΣM_x, ΣM_y и ΣM_z — суммы моментов этих сил относительно тех же осей.

Система шести уравнений дает возможность найти усилия в шести стержнях, если удастся расчленить ферму на две части так, чтобы было перерезано не более шести стержней. Но так как совместное решение шести уравнений громоздко, то на практике пользуются, как и в плоских простейших фермах, способом последовательного решения (вырезания) узлов, при котором три уравнения моментов выпадают и остаются лишь три уравнения проекций сил.

Решение начинают с того узла, где сходится не более трех стержней.

Решать узлы можно аналитически и графически. В первом случае, установив систему координатных осей x, y, z, составляют таблицу геометрических соотношений (ТГС) элементов фермы, пользуясь для этого чертежами ее общего вида. Направления стержней относительно избранной системы координат вполне определяются их косинусами с координатными осями. Поэтому ТГС должна иметь следующую форму:

Таблица III. 30

№ по пор.	Название стержня	Обозначение стержня по схеме	Проекции стержня l на оси			Квадраты проекций			$l^2=x^2+y^2+z^2$	Длина стержня l	Косинусы l с осями		
			x	y	z	x^2	y^2	z^2			x	y	z

Проверкой правильности вычислений служит известное равенство

$$\cos^2(l, x)+\cos^2(l, y)+\cos^2(l, z)=1\pm0{,}001\ ^1.$$

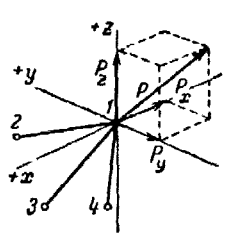
Направление стержня принимается согласно порядку написания обозначающих его цифр; например, если косинус стержня *3—5* имеет положительный знак, то косинус стержня *5—3* будет уже отрицательным и т. д. При определении знака косинуса стержня последний считается растянутым (усилие направлено от узла).

Для аналитического решения узла надо найти также проекции на координатные оси всех действующих на него внешних сил. Эти проекции находят алгебраическим суммированием проекций каждой силы.

Для удобства расчета лучше схему загружения фермы составить в проекциях сил. Например, надо решить узел *1* (фиг. III. 97), нагруженный равнодействующей P, проекции которой на оси координат $-P_x$, $-P_y$ и $+P_z$; косинусы стержней *1—2*, *1—3* и *1—4* даны в табл. III. 31.

Таблица III. 31

Обозначения стержней	Косинусы с осями		
	x	y	z
1—2	$+A$	$+B$	$-C$
1—3	$+D$	$+E$	$-F$
1—4	$+G$	$-H$	$-I$



Фиг. III. 97.

[1] Ошибка $\pm0{,}001$ при работе на 25-*см* счетной линейке вполне допустима и не отражается обычно на дальнейших подсчетах.

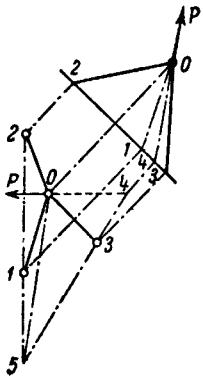
Так как все косинусы соответствуют стержням, выходящим из узла *1*, знаки их остаются без изменения, и уравнения равновесия напишутся так:

$$+AS_{12}+DS_{13}+GS_{14}-P_x=0; \qquad (x)$$

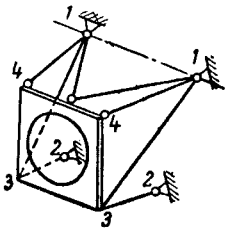
$$+BS_{12}+ES_{13}-HS_{14}-P_y=0; \qquad (y)$$

$$-CS_{12}-FS_{13}-JS_{14}+P_z=0. \qquad (z)$$

Решая эту систему способом уравнивания коэффициентов, подстановки или детерминантами, получим значения усилий S_{12}, S_{13} и S_{14} непосредственно с их знаками (+растяжение, —сжатие).



Фиг. III. 98.



Фиг. III. 99.

Переходя к следующему узлу, надо, конечно, переменить знак найденного усилия, так как с любой осью координат косинус S_{12} равен минус косинусу S_{21} и т. д.

При графическом расчете отсекают узел, подлежащий решению, плоскостью таким образом, чтобы точки пересечения всех трех стержней и равнодействующей нагрузок в узле лежали в пределах чертежа. Пусть это будут точки *1, 2, 3* и *4* (фиг. III.98). Далее находят линию пересечения двух плоскостей, проведенных через два любых стержня, через третий стержень и силу *P*, например, через *0—1, 0—2, 0—3* и *P* (сила *P* представлена также прямой *0—4*). Линия *0—5* пересечения этих плоскостей определяется точкой *5*, которая в свою очередь является пересечением прямых *1—2* и *3—4*.

Силу *P* раскладывают на направления *0—3* и *0—5*, получая истинное усилие в стержне *0—3*. Слагающую силы *P*, действующую по направлению *0—5*, раскладывают на направления стержней *0—1* и *0—2*, получая в последних также истинные усилия. Разложение удобнее производить, совместив плоскость разложения сил с плоскостью чертежа.

Если надо решить какое-нибудь сечение фермы, то, перерезав шесть стержней, возвращаемся к системе уравнений стр. 314, которая эквивалентна разложению некоторой равнодействующей силы на шесть направлений.

Чтобы не решать совместно шесть уравнений равновесия, стараются составить сумму моментов относительно такой оси, которая проходит через несколько стержней. Так, для подмоторной фермы (фиг. III. 99), прикрепленной к фюзеляжу восемью стержнями, усилия в стержнях *2—3* в случае *A* (симметричная нагрузка) легко определяются из единственного уравнения моментов относительно оси *1—1*.

Способ разложения на плоские фермы заключается в том, что пространственную ферму расчленяют на ряд плоских, которые и решают на нагрузки, лежащие в их плоскостях. Усилия в стержнях, образующих грани фермы (пояса), т. е. принадлежащих одновременно двум плоским фермам, необходимо алгебраически сложить.

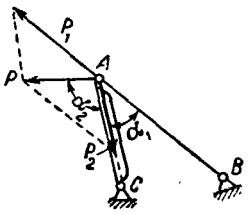
Способ замены стержней для пространственных ферм принципиально не отличается от уже описанного для плоских ферм.

§ 4. Расчет статически неопределимых ферм

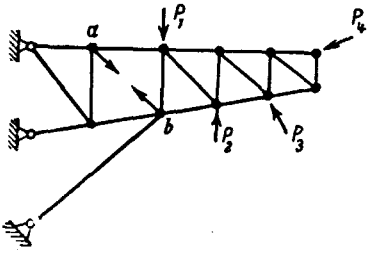
Распределение усилий в статически определимой ферме зависит только от ее геометрических очертаний. В статически неопределимой системе усилия распределяются не только по закону геометрического разложения силы на искомые направления, но и органически связаны с физическими свойствами стержней, распределяясь между последними пропорционально их жесткостям (на растя-

жение или сжатие[1]). Это значит, что более жесткий стержень в статически неопределимой системе воспримет и большее усилие. Так, например, на расчалку AB кабана (фиг. III. 100) при узловой нагрузке P будет действовать вполне определенная слагающая P_1, зависящая только от углов α_1 и $\alpha_1+\alpha_2$, составляемых силой P с направлениями AB и AC. Иное будет, если на те же ушки A и B поставить еще одну расчалку. Если эта расчалка имеет небольшое сечение по сравнению с первой, то и усилие в первой расчалке уменьшится на небольшую величину. Если обе расчалки имеют одинаковое сечение и сделаны из одного материала, то, очевидно, в каждой расчалке усилие будет равно $\frac{P_1}{2}$. В этом случае говорят, что разгрузка основной расчалки равна 50%. Наконец, если новая расчалка жестче первой, то разгрузка будет больше 50%.

Расчет статически неопределимых ферм основан на допущении:



Фиг. III. 100.



Фиг. III. 101.

1. Линейной зависимости сил от соответствующих им перемещений.

Следствие. *Силы к системе прилагаются статически, постепенно, так что работа силы все время равна половине произведения силы на путь (т. е. на перемещение по направлению силы).*

2. Принципа возможных перемещений: в системе, находящейся под действием сил в равновесии, работа этих сил на любом бесконечно малом перемещении равна нулю.

Отсюда вытекает следующий способ решения статически неопределимых систем.

Для расчета статически неопределимой фермы (фиг. III. 101) выбрасывают лишний стержень (т. е. любой стержень, без которого ферма не обращается в механизм), например ab, и решают оставшуюся статически определимую ферму на внешние нагрузки P_1, P_2, P_3 и т. д. любым из изложенных выше методов.

Полученные усилия обозначают через S_0.

Затем снимают все внешние нагрузки и вторично решают систему на единичные силы x (например, 1, 100, 1000 *кг*), приложенные в узлах, к которым крепился лишний стержень (узлы a и b на фиг. III. 101). Полученные усилия обозначают через S_1.

Далее составляют таблицу для определения усилия в лишнем стержне. Когда это усилие будет известно, то усилия во всех остальных стержнях определяют по формуле[2]

$$S=S_0+S_1x_1.$$

Для составления таблицы необходимо знать сечения и материал стержней с. н. части фермы. Это основное неудобство расчета с. н. систем, так как именно по расчету должны назначаться сечения. Приходится итти путем последовательных приближений, задаваясь сначала сечениями ориентировочно. Большую помощь при этом оказывает конструкторский опыт. Надо установить те стержни, сечения которых можно не менять, ограничиваясь варьированием сечений тех стержней, для которых данный случай оказывается расчетным.

Для определения усилия в лишнем стержне пользуются табл. III. 32.

---

[1] В балках, кроме того, на изгиб, сдвиг и кручение.

[2] Сравни способ замены стержней.

Таблица III. 32

№ по пор.	Название групп элементов	Название отдельного элемента	Обозначение элемента	Размеры сечения	Площадь сечения F	Длина элемента l	$\frac{l}{EF}$	Усилия				$\frac{S_1^2 l}{EF}$	$\frac{S_0 S_1 l}{EF}$
								S_0	S_1	S_1^2	$S_0 S_1$		

В таблицу надо, конечно, включить и лишний стержень. Тогда, просуммировав две последние графы, найдем перемещение системы под действием единичных сил x

$$\delta_{11}=\sum \frac{S_1^2 l}{EF}$$

и под действием всех внешних сил

$$\delta_{10}=\sum \frac{S_1 S_0 l}{EF}.$$

Но под действием силы x_1, фактически действующей в лишнем стержне, перемещение δ_{11} будет в x_1 раз больше, и согласно принципу возможных перемещений можно написать

$$\delta_{11}x_1+\delta_{10}=0,$$

откуда

$$x_1=-\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}.$$ [1]

При суммировании последней графы необходимо учитывать знаки. Если сумма получилась отрицательной, а единичные силы x_1 были направлены навстречу друг другу (от узлов), т. е. если предполагалось, что лишний стержень растянут, то

$$x_1=-\frac{-\delta_{10}}{\delta_{11}}=+\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}.$$

В этом уравнении δ_{10} имеет лишь арифметическое значение (знаки уже выявлены). Величина δ_{11}, очевидно, всегда положительна (так как усилие S_1 входит в него в квадрате). Наконец, если единичные силы x были направлены к узлам (стержень сжат), то уравнение перемещений примет вид

$$-\delta_{11}x_1+\delta_{10}=0,$$

откуда

$$x_1=+\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}}.$$

Каким бы мы ни задались усилием в лишнем стержне, окончательные усилия в любом элементе системы, определяемые уравнением $S=S_0+S_1x_1$, не изменятся, так как при перемене знака x_1 изменится знак S_1, и знак произведения S_1x_1 останется тем же.

---

[1] Величина x_1 — отвлеченное число, так как перемещения имеют одинаковую размерность.

Усилия S_0 или S_1 могут для тросов и расчалок (если они имеются в ферме) получиться сжимающими, но усилие S должно для этих элементов иметь, конечно, положительный знак. Сравнительно слабо нагруженные элементы фермы, к тому же большого сечения (т. е. мало деформирующиеся), для упрощения расчета иногда не учитываются (например, элементы N-образной стойки бипланной коробки). Так как упрощения, положенные в основу расчета, могут заметно изменить полученные усилия, то на практике эти усилия принято определять не по формуле

$$S=S_0+S_1x_1,$$

а по формуле

$$S_p=S_0+kS_1x_1,$$

где коэффициент «страховки» k берется равным 0,75 или 1,25, но так, чтобы S_p получилось наиболее опасным для стержня (т. е. учитывается не только абсолютное значение, но и знак силы S_p).

При решении дважды, трижды и вообще n раз статически неопределимой системы принцип решения не изменяется. Устанавливают число лишних стержней и отбрасывают их. Оставшуюся статически определимую систему решают на внешние нагрузки обычными методами. Затем снимают все нагрузки и решают систему последовательно на единичные силы от лишних стержней (столько раз, сколько в системе лишних стержней). Получают усилия S_1, S_2, $S_3 \ldots S_n$.

Таблица для определения усилий в n лишних стержнях соответственно увеличится за счет прибавления граф:

$$S_2^2,\ S_3^2,\ S_4^2 \ldots S_n^2;\ S_1S_2,\ S_1S_3 \ldots S_1S_n;\ S_2S_3,\ S_2S_4 \ldots S_2S_n;$$

$$S_3S_4,\ S_3S_5 \ldots S_3S_n;\ S_0S_2,\ S_0S_3 \ldots S_0S_n$$

и граф перемещений:

$$\delta_{12},\ \delta_{13} \ldots \delta_{1n};\ \delta_{22},\ \delta_{23} \ldots \delta_{2n};\ \delta_{33},\ \delta_{34} \ldots \delta_{3n};\ \delta_{20},\ \delta_{30} \ldots \delta_{n0} \text{ и т. д.}$$

Каждое из этих перемещений равно

$$\delta_{12}=\sum \frac{S_1S_2l}{EF},\qquad \delta_{22}=\sum \frac{S_2^2l}{EF},\qquad \delta_{20}=\sum \frac{S_0S_2l}{EF} \text{ и т. д.}$$

$\frac{l}{EF}$ — удельная жесткость стержня.

Вследствие взаимности перемещений[1] $\delta_{12}=\delta_{21}$, $\delta_{23}=\delta_{32}$ и т. д. δ_{34} означает перемещение узла *4* по направлению силы x_3 (т. е., строго говоря, — проекцию полного перемещения на направление силы x_3), δ_{40} — перемещение по направлению силы x_4 от всех внешних сил, действующих на ферму, и т. д.

Система n уравнений для определения n неизвестных усилий в лишних стержнях имеет вид

$$\delta_{11}x_1+\delta_{12}x_2+\delta_{13}x_3+\ldots+\delta_{1n}x_n+\delta_{10}=0;$$

$$\delta_{21}x_1+\delta_{22}x_2+\delta_{23}x_3+\ldots+\delta_{2n}x_n+\delta_{20}=0;$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\delta_{n1}x_1+\delta_{n2}x_2+\delta_{n3}x_3+\ldots\delta_{nn}x_n+\delta_{n0}=0.$$

[1] Перемещение по направлению одной силы, но вызванное другой силой, равной первой, равно перемещению по направлению второй силы, вызванному первой силой.

Решив эту систему относительно x_1, $x_2 \ldots x_{12}$, найдем усилия и в остальных стержнях по формуле

$$S = S_0 + S_1 x_1 + S_2 x_2 + \ldots + S_n x_n.$$

Указанный выше коэффициент «страховки», применимый еще к дважды неопределимой системе, при многократной неопределимости не вводится, так как установление наиболее опасного усилия в стержне становится очень громоздким. В таком случае проще найти расчетное усилие по формуле

$$S_p = kS,$$

где k — коэффициент, больший единицы, который устанавливается по статистическим данным.

Рассмотренный способ расчета применим также к задаче о нахождении прогибов системы под действием внешних сил. В этом случае:

1) решают систему[1] на нагрузки от внешних сил любым из изложенных выше методов;

2) снимают все внешние силы и решают систему на единичную силу x_1, приложенную в той точке, где требуется найти прогиб, и направленную по направлению определяемого прогиба.

Если усилия, полученные при расчете фермы на внешние нагрузки, обозначить через S_0, а усилия от силы x_1 — через S_1, то прогиб f получается по формуле

$$f = \delta_{10} = \sum \frac{S_1 S_0 l}{EF}.$$

Глава IX

РАМЫ

§ 1. Способы расчета рам

Рамы обычно являются многократно статически неопределимыми системами и расчет их вследствие этого чрезвычайно громоздок. В самолетных расчетах большей частью приходится иметь дело с простыми рамами.

Из способов расчета простых рам наиболее распространен метод сил, при котором за лишние неизвестные принимаются усилия. Отброшенные связи заменяют силами X_1, X_2, $X_3 \ldots$ и по направлению связей определяют перемещения δ_1, δ_2 и т. д. Составляют и решают канонические уравнения деформации:

$$\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \delta_{13} X_3 + \ldots + \delta_{10} = 0;$$

$$\delta_{12} X_1 + \delta_{22} X_2 + \delta_{23} X_3 + \ldots + \delta_{20} = 0;$$

$$\delta_{13} X_1 + \delta_{23} X_2 + \delta_{33} X_3 + \ldots + \delta_{30} = 0.$$

---

[1] Которая может быть как статически определимой, так и статически неопределимой.

После решения этой системы уравнений изгибающий момент M, нормальную силу N и перерезывающую силу Q в каждом сечении можно выразить с помощью уравнений

$$M=M_0+X_1M_1+X_2M_2+X_3M_3+\ldots$$

$$N=N_0+X_1N_1+X_2N_2+X_3N_3+\ldots$$

$$Q=Q_0+X_1Q_1+X_2Q_2+X_3Q_3+\ldots,$$

где M_1, M_2, M_3 — изгибающие моменты, N_1, N_2, N_3 — нормальные силы и Q_1, Q_3, Q_3 — перерезывающие силы } в рассматриваемом сечении от соответствующих единичных сил, а M_0, N_0, Q_0 — изгибающий момент, нормальная сила и перерезывающая сила в этом сечении от внешней нагрузки в основной статически определимой системе

В общем виде перемещение выражается формулой

$$\delta=\sum\int_{s_1}^{s_2}\left(\frac{M_0M_1}{EJ}+\frac{N_0N_1}{EF}+k\frac{Q_0Q_1}{GF}\right)ds.$$

Индекс «0» относится к внешним нагрузкам, индекс «1» — к единичному усилию в направлении перемещения. В большинстве случаев членами с N и Q можно пренебречь и остается лишь

$$\delta=\int_{x_1}^{x_2}\frac{M_0M_1}{EJ}\,dx;$$

x заменяет здесь s в предположении, что брусья прямые. При постоянных E и J получим

$$\delta=\frac{1}{EJ}\int_{x_1}^{x_2}M_0M_1\,dx.$$

В тех случаях когда одна из подинтегральных функций на рассматриваемом участке балки или бруса изменяется по прямолинейному закону, последний интеграл равняется произведению площади произвольной эпюры на ординату прямолинейной эпюры под центром тяжести произвольной эпюры; произведение делится на жесткость балки EJ (правило Верещагина).

Для облегчения интегрирования выражения

$$\int M_0M_1dx$$

приводится табл. III. 33, в которой индексы «0» и «1» заменены индексами i и k.

Порядок расчета: 1) в выбранных точках схемы (правильный выбор этих точек облегчает решение) отбрасывают связи (делают воображаемый разрез); 2) строят основную эпюру M_0 от заданных нагрузок; 3) взамен отброшенных связей прикладывают единичные усилия и строят соответствующие эпюры M_1; 4) далее пользуются таблицей интегралов, подсчитывают перемещения, составляют и решают уравнения.

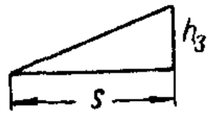
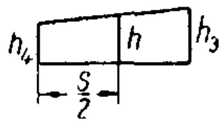
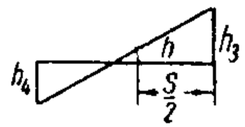
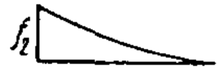
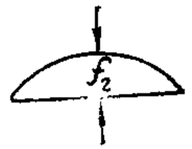
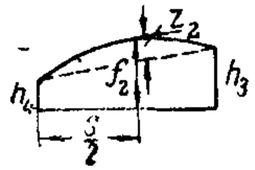
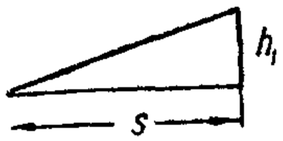
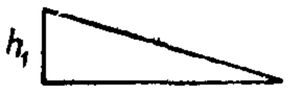
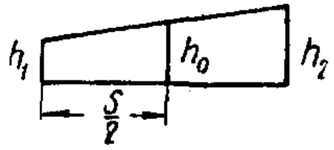
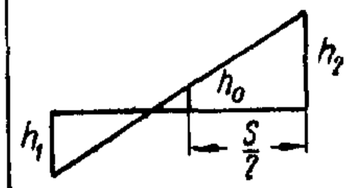
§ 2. Формулы для решения простых рам

Направления вертикальных и горизонтальных реакций и опорных моментов показаны на эскизах соответственно данному направлению нагрузки. В противном случае стоит знак минус. Эпюры изгибающих моментов отложены в сторону растянутого волокна.

Таблица III. 33

Таблица значений $\int_0^s M_i M_k ds$

(основание всех площадей s)

Эпюра M_i / Эпюра M_k						
	$s\frac{h_1h_3}{3}$	$\frac{s}{6}[2h_1h_3+h_1h_4]$	$\frac{sh_1}{6}[2h_3-h_4]$	$s\frac{f_2h_1}{12}$	$s\frac{f_2h_1}{3}$	$\frac{sh_1}{6}[2f_2+h_3]$
	$s\frac{h_1h_3}{6}$	$\frac{sh_1}{6}[2h_4+h_3]$	$\frac{sh_1}{6}[-2h_4+h_3]$	$\frac{sf_2h_1}{4}$	$\frac{sf_2h_1}{3}$	$\frac{sh_1}{6}[h_4+2f_2]$
	$\frac{sh_3}{6}[2h_2+h_1]$	$\frac{s}{6}[2(h_1h_4+h_2h_3)+$ $+h_1h_3+h_2h_4]$	$\frac{s}{6}[2(-h_1h_4+$ $+h_2h_3)+h_1h_3-$ $-h_2h_4]$	$\frac{sf_2}{12}(3h_1+h_2)$	$\frac{sf_2}{3}(h_1+h_2)$	$\frac{s}{6}[h_1h_4+4h_0f_2+$ $+h_2h_3]$
	$\frac{sh_3}{6}[2h_2-h_1]$	$\frac{s}{6}[2(-h_1h_4+$ $+h_2h_3)-h_1h_3+$ $+h_2h_4]$	$\frac{s}{6}[2(h_1h_4+h_2h_3)-$ $-h_2h_4-h_1h_3]$	$\frac{sf_2}{12}(-3h_1+h_2)$	$\frac{sf_2}{3}(-h_1+h_2)$	$\frac{s}{6}[-h_1h_4+$ $+4h_0f_2+h_2h_3]$

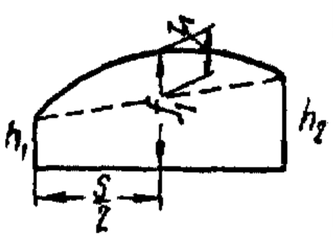
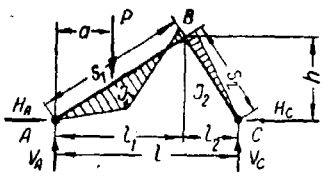
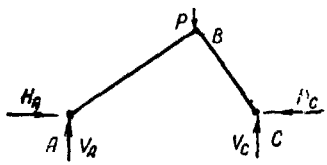
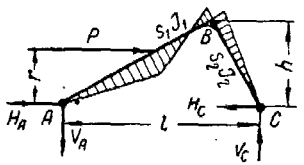
	$\frac{sf_1h_3}{12}$	$\frac{sf_1}{12}(3h_4+h_3)$	$\frac{sf_1}{12}(-3h_4+h_3)$	$\frac{sf_1f_2}{5}$	$\frac{sf_1f_2}{5}$	$\frac{sf_1}{60}[5(3h_4+h_3)+$ $+12z_2]$
	$\frac{sf_1h_3}{4}$	$\frac{sf_1}{12}(3h_3+h_4)$	$\frac{sf_1}{12}(3h_3-h_4)$	$\frac{f_1f_2s}{30}$	$\frac{sf_1f_2}{5}$	$\frac{sf_1}{60}[5(h_4+3h_3)+$ $+12z_2]$
	$\frac{sf_1h_3}{3}$	$\frac{sf_1}{3}(h_3+h_4)$	$\frac{sf_1}{3}(-h_4+h_3)$	$\frac{sf_1f_2}{5}$	$\frac{8}{15}sf_1f_2$	$\frac{sf_1}{15}[5(h_3+h_4)+$ $+z_2]$
	$\frac{sh_3}{6}[2f_1+h_2]$	$\frac{s}{6}[h_1h_4+4hf_1+$ $+h_2h_3]$	$\frac{s}{6}[-h_4h_1+4hf_1+$ $+h_3h_2]$	$\frac{sf_2}{60}[5(3h_1+$ $+h_2)+12z_1]$	$\frac{sf_2}{15}[5(h_1+$ $+h_2)+z_1]$	$\frac{s}{6}[2h_1h_4+2h_2h_3+$ $+h_1h_3+h_2h_4+$ $+2z_1(h_4+h_3)+$ $+2z_2(h_1+h_2)+$ $+\frac{16}{5}z_1z_2]$

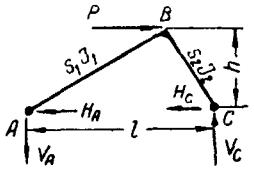
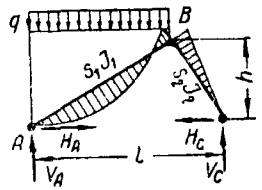
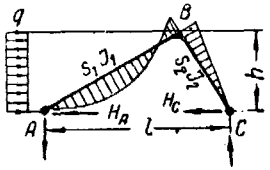
Таблица III.34

Однопролетная несимметричная двухстержневая рама с шарнирными опорами

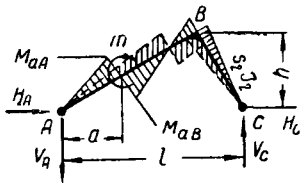
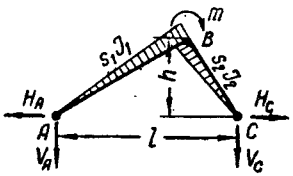
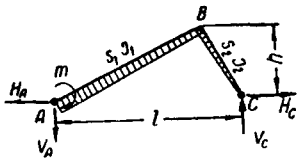
$$k=\frac{J_2 s_1}{J_1 s_2}; \quad \delta=\frac{a}{l_1}$$

	$H_A=-H_C=\frac{Pa}{2hl}\frac{2l_2+(3l-l\delta^2-2l_1)k}{k+1}$; $V_A=P\frac{l-a}{l}$; $V_C=P\frac{a}{l}$; $M_p=+V_A a-H\frac{ha}{l_1}$; $M_B=+V_C l_2-Hh$; $S_{Ap}=-V_A\frac{h}{s_1}-H\frac{l_1}{s_1}$; $S_{pB}=+V_C\frac{h}{s_1}-H\frac{l_1}{s_1}$; $S_{BC}=-V_C\frac{h}{s_2}-H\frac{l_2}{s_2}$
	$H_A=-H_C=\frac{Pl_1 l_2}{hl}$; $V_A=P\frac{l_2}{l}$; $V_C=P\frac{l_1}{l}$; $M_B=V_A l_1-H\frac{hl_1}{l_1}=0$
	$\delta=\frac{r}{h}$; $H_C=\frac{P\delta}{2l}\frac{2l_2+(l+2l_2-l\delta^2)k}{k+1}$; $H_A=P-H_C$; $V_A=-V_C=-P\frac{r}{l}$; $M_p=+H_A r-V_A l_1\delta$; $M_B=+V_C l_2-H_C h$; $S_{Ap}=+V_A\frac{h}{s_1}+H_A\frac{l_1}{s_1}$; $S_{pB}=+V_C\frac{h}{s_1}-H_C\frac{l_1}{s_1}$; $S_{BC}=-V_C\frac{h}{s_2}-H_C\frac{l_2}{s_2}$

Продолж. табл. III. 34

	$\delta=1;$ $H_C=\frac{Pl_2}{l};\quad H_A=\frac{Pl_1}{l};$ $V_A=-V_C=-P\frac{h}{l};$ $S_{AB}=\frac{P}{l}\left(\frac{h^2}{s_1}+l_1\right);\quad S_{BC}=-\frac{P}{l}\left(\frac{h^2}{s_2}+l_2\right)$
	$H_A=-H_C=\frac{ql_1^2}{8hl}\frac{4l_2+(l+4l_2)k}{k+1};$ $V_A=\frac{ql_1}{2l}(l+l_2);\quad V_C=\frac{ql_1^2}{2l};$ $M_x=+V_Ax-H\frac{hx}{l_1}-\frac{qx^2}{2};$ $M=M_{\max}$ при $x=\frac{l_1}{8}\frac{3k+4}{k+1};$ при $k=\infty$ $x=\frac{3}{8}l_1;$ при $k=0$ $x=\frac{l_1}{2}$ $S_{AB}=-(V_A-qx)\frac{h}{s_1}-H\frac{l_1}{s_1};$ $S_{BC}=-V_C\frac{h}{s_2}-H\frac{l_2}{s_2}$
	$V_A=-V_C=-\frac{qh^2}{2l};$ $H_C=\frac{qh}{8l}\frac{4l_2(l+4l_2)k}{k+1};\quad H_A=qh-H_C;$ $M_x=H_A\frac{h}{l_1}x-V_Ax-\frac{qh^2}{2l_1^2}x^2;$ $M_{\max}$ — см. предыдущий случай. $S_{AB}=+V\frac{h}{s_1}+H_A\frac{l_1}{s_1}-\frac{qh}{s_1}x;$ $S_{BC}=-V\frac{h}{s_2}-H_C\frac{l_2}{s_2}$

Продолж. табл. III.34

	$V_A=-V_C=-\frac{m}{l}$; $H_A=-H_C=\frac{m}{2lh}\frac{2l_2-2l_1k+3lk(1-\delta^2)}{1+k}$; $M_B=\frac{mk}{2}\frac{1-3\delta^2}{1-k}$; $M_{aA}=\frac{m\delta}{2}\frac{2+3k(1-\delta^2)}{1+k}$; $M_{aB}=-\frac{m}{2}\frac{2k+(2-3k\delta-3k\delta^2)(1-\delta)}{k+1}$ при $\delta=\sqrt{\frac{1}{3}}$ или $a=0{,}578l_1$ знак M_B меняется, проходя через 0, для $a<0{,}578l_1$ эпюра $M_{изг}$ показана сплошной линией для $a>0{,}578\,l_1$ — пунктирной линией
	$V_A=-V_C=-\frac{m}{l}$; $H_A=-H_C=\frac{m}{2h}\frac{l_2-l_1k}{1+k}$ $M_{AB}=\frac{m}{1+k}$; $M_{BC}=-\frac{mk}{1+k}$
	$V_A=-V_C=-\frac{m}{l}$; $H_A=-H_C=\frac{2l_2-2l_1k+3lk}{1+k}\frac{m}{2lh}$ или $H_A=\frac{m}{2lh}\frac{2l_2(1+k)+lk}{1+k}$ $M_B=\frac{mk}{2(1+k)}$

Продолж. табл. III.34

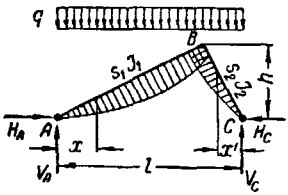
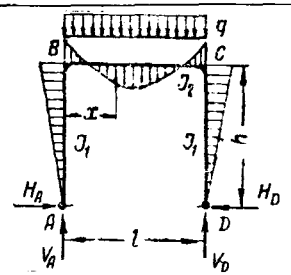
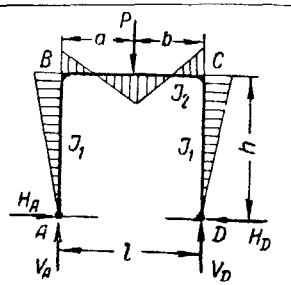
	$V_A = V_C = \frac{ql}{2}$; $H_A = -H_C = \frac{q}{8h} \frac{l_2(4l_1+l_2)+(l_1+4l_2)l_1k}{k+1}$; $M_B = +\frac{ql_1l_2}{2} - Hh$; для AB $M_x = \frac{qx(l-x)}{2} - H\frac{hx}{l}$; $S_{AB} = (V_A - qx)\frac{h}{s_1} + H\frac{l_1}{s_1}$; для BC $M_x' = +\frac{qx'(l-x')}{2} - H\frac{hx'}{l_2}$; $S_{BC} = (V_C - qx')\frac{h}{s_2} + H\frac{l_2}{s_2}$

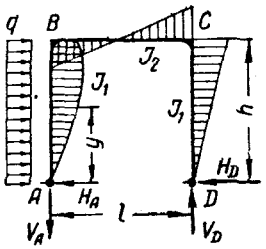
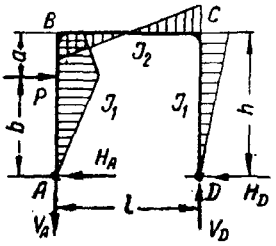
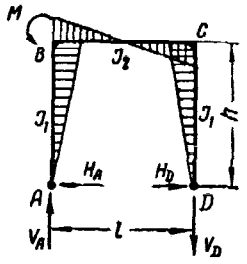
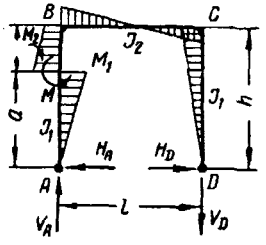
Таблица III.35

Прямоугольная рама со стойками равного сечения с шарнирно закрепленными основаниями

$$k = \frac{J_2}{J_1}\frac{h}{l}$$

	$V_A = \frac{ql}{2} = V_D$; $H_A = -H_D = \frac{ql^2}{4h(2k+3)}$; $M_B = M_C = -Hh$; при $x = \frac{l}{2}$ $M_{max} = \frac{ql^2}{8}\frac{2k+1}{2k+3}$
	$V_A = \frac{Pb}{l}$; $V_D = \frac{Pa}{l}$; $H_A = -H_D = \frac{3Pab}{2hl(2k+3)}$ $M_B = M_C = -Hh$; $M_p = +\frac{Pab}{2l}\frac{4k+3}{2k+3}$

Продолж. табл. III. 35

	$V_A=-V_D=-\frac{qh^2}{2l}$; $H_A=\frac{qh}{8}\,\frac{11k+18}{2k+3}$; $H_D=qh-H_A$; $M_B=+\frac{3}{8}\,qh^2\,\frac{k+2}{2k+3}$; $M_C=-\frac{qh^2}{8}\,\frac{5k+6}{2k+3}$; при $y=\frac{h}{8}\,\frac{11k+18}{2k+3}$ $M_{\max}=+\frac{qh^2}{128}\left(\frac{11k+18}{2k+3}\right)^2$
	$V_A=-V_D=-\frac{Pb}{l}$; $H_A=\frac{P}{2}\,\frac{k(4h^3+b^3-3bh^2)+6h^3-3bh^2}{h^3(2k+3)}$; $H_D=P-H_A=\frac{P}{2}\,\frac{b}{h^3}\,\frac{3h^2(k+1)-b^2k}{2k+3}$; $M_B=+H_Ah-Pa=Pb\,\frac{k(h^2+b^2)+3h^2}{2h^2(2k+3)}$; $M_C=-H_Dh=Pb\,\frac{k(b^2-3h^2)-3h^2}{2h^2(2k+3)}$; при $a=b=\frac{h}{2}$ $V_A=-\frac{Ph}{2l}$; $H_A=\frac{3}{16}\,P\,\frac{7k+12}{2k+3}$
	$V_A=-V_D=\frac{M}{l}$; $H_A=-H_D=\frac{3M}{2h(2k+3)}$; $M_C=+Hh$ $M_{B_1}=+\frac{3M}{2(2k+3)}$; $M_{B_2}=-\frac{M(3+4k)}{2(2k+3)}$
	$\delta=\frac{a}{h}$; $V_A=-V_D=\frac{M}{l}$; $H_A=-H_D=-\frac{3}{2}\,\frac{M}{h}\,\frac{k(1-\delta^2)+1}{2k+3}$; $M_B=\frac{M}{2}\,\frac{k(1+3\delta^2)}{2k+3}$; $M_C=-\frac{3}{2}\,M\,\frac{k(1-\delta^2)+1}{2k+3}$; $M_1=-\frac{M\delta}{2}\,\frac{k(1-\delta^2)+1}{2k+3}$; $M_2=M\left[1-\frac{3\delta}{2}\,\frac{k(1-\delta^2)+1}{2k+3}\right]$

Продолж. табл. III. 35

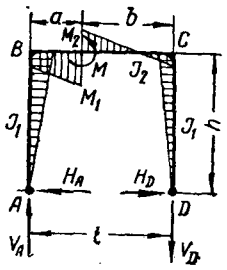
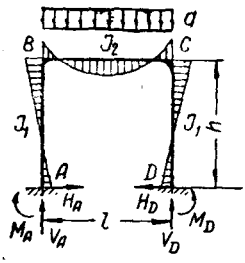
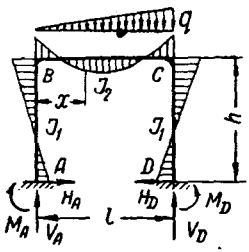
	$\delta=\frac{a}{l}$; $V_A=-V_D=\frac{M}{l}$; $H=\frac{3}{2}\frac{M}{h}\frac{1-2\delta}{2k+3}$; $M_B=\frac{3}{2}M\frac{1-2\delta}{2k+3}$; $M_C=\frac{3}{2}M\frac{1-2\delta}{2k+3}$ $M_1=\frac{M}{2}\frac{3+4k\delta}{2k+3}$; $M_2=-\frac{M}{2(2k+3)}[3+4k(1-\delta)]$

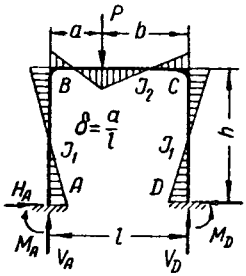
Таблица III. 36

Прямоугольная рама со стойками равного сечения с защемленными основаниями

$$k=\frac{J_2}{J_1}\frac{h}{l}$$

 Вертикальная равномерно распределенная нагрузка на ригель	$V_A=V_D=\frac{ql}{2}$; $H_A=H_D=\frac{ql^2}{4h(k+2)}$; $M_B=M_C=-\frac{2}{3}Hh=-\frac{ql^2}{6(k+2)}$; $M_{\max\text{ ригеля}}=\frac{ql^2}{24}\frac{2+3k}{k+2}$ $M_A=M_D=\frac{ql^2}{12(k+2)}=\frac{Hh}{3}$
 Вертикальная нагрузка на ригель, распределенная по закону треугольника	$V_A=\frac{ql}{20}\frac{20k+3}{6k+1}$; $V_D=\frac{ql}{20}\frac{40k+7}{6k+1}$; $H_A=H_D=\frac{ql^2}{8h(k+2)}$; $M_B=M_A-Hh$; $M_C=M_D-Hh$; $M_A=\frac{ql^2}{120}\frac{31k+7}{(k+2)(6k+1)}$; $M_D=\frac{ql^2}{120}\frac{29k+3}{(k+2)(6k+1)}$; $M=M_{\max}$ при $x=l\sqrt{\frac{2k+0,3}{6k+1}}$

Продолж. табл. III.36



Вертикальная сосредоточенная нагрузка на ригель

$$V_A=\frac{Pb}{l}\,\frac{6k+1+\delta-2\delta^2}{6k+1};$$

$$V_D=\frac{Pa}{l}\,\frac{6k+3\delta-2\delta^2}{6k+1};$$

$$H=\frac{3Pab}{2hl\,(k+2)}$$

$$M_A=\frac{Pab}{2l}\,\frac{5k-1+2\delta\,(k+2)}{(k+2)(6k+1)};$$

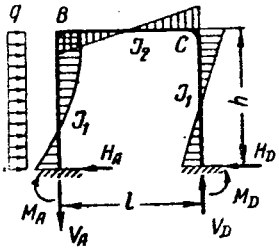
$$M_D=\frac{Pab}{2l}\,\frac{3+7k-2\delta\,(k+2)}{(k+2)(6k+1)};$$

$$M_B=M_A-Hh;\quad M_C=M_D-Hh;$$

$$M_p=M_A-Hh+V_Aa;$$

при $a=b$

$$V_A=V_D=\frac{P}{2};\quad H=\frac{3Pl}{8h\,(k+2)};$$



Горизонтальная равномерно распределенная нагрузка на левую стойку

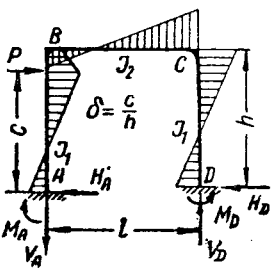
$$V_A=-V_D=\frac{qh^2k}{l\,(6k+1)};\quad H_A=\frac{qh}{8}\,\frac{6k+13}{k+2};$$

$$H_D=\frac{qh}{8}\,\frac{2k+3}{k+2};$$

$$M_A=-\frac{qh^2}{24}\left(12-\frac{5k+9}{k+2}-\frac{12k}{6k+1}\right);$$

$$M_B=M_A-H_Dh+\frac{qh^2}{2};$$

$$M_D=+\frac{qh^2}{24}\left(\frac{5k+9}{k+2}-\frac{12k}{6k+1}\right);\quad M_C=M_D-H_Dh.$$



Горизонтальная сосредоточенная нагрузка в пролете левой стойки

$$V_A=-V_D=\frac{3Pc\delta k}{l\,(6k+1)};$$

$$H_D=\frac{P\delta^2}{2\,(k+2)}\,[3\,(k+1)-\delta\,(2k+1)];$$

$$H_A=P-H_D$$

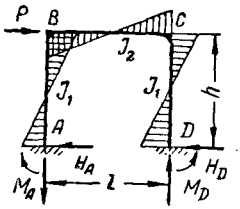
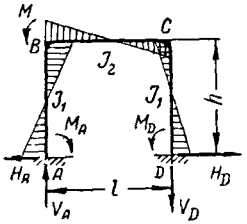
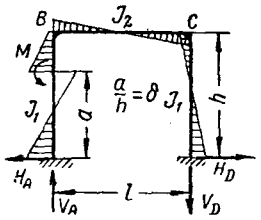
$$M_A=-\frac{Pc\delta}{2}\left[\frac{2}{\delta}-\frac{3+2k-\delta\,(k+1)}{k+2}-\frac{3k}{6k+1}\right];$$

$$M_B=M_A-H_Ah+Pc;$$

$$M_D=+\frac{Pc\delta}{2}\left(\frac{3+2k-\delta\,(k+1)}{k+2}-\frac{3}{6k+1}\right);$$

$$M_C=M_D-H_Dh;\quad M_p=M_A-H_Ac.$$

Продолж. табл. III. 36

 Горизонтальная сосредоточенная нагрузка в левом верхнем углу рамы	$V_A=-V_D=\frac{3Phk}{l(6k+1)}$; $H_D=H_A=\frac{P}{2}$; $M_A=-\frac{Ph}{2}\frac{3k+1}{6k+1}$; $M_D=\frac{Ph}{2}\frac{3k+1}{6k+1}$; $M_B=+\frac{Ph}{2}\frac{3k}{6k+1}=+V\frac{l}{2}$; $M_C=-\frac{Ph}{2}\frac{3k}{6k+1}=-V\frac{l}{2}$
 Сосредоточенный момент в левом верхнем углу рамы	$V_A=-V_D=\frac{6Mk}{l(6k+1)}$; $H_A=-H_D=\frac{M}{2h}\frac{3}{k+2}$; $M_A=-\frac{M}{2}\frac{5k-1}{(6k+1)(k+2)}$; $M_D=-\frac{M}{2}\frac{7k+3}{(6k+1)(k+2)}$ $M_{BA}=\frac{M}{2}\frac{13k+4}{(6k+1)(k+2)}$; $M_{BC}=-\frac{M}{2}\frac{k(12k+13)}{(6k+1)(k+2)}$; $M_C=+\frac{M}{2}\frac{11k}{(6k+1)(k+2)}$
 Сосредоточенный момент в пролете левой стойки	$V_A=-V_D=\frac{M\delta}{h}\frac{6k}{6k+1}$; $H_A=-H_D=\frac{3}{2}\frac{M\delta}{h}\frac{(2k+1)(1-\delta)+1}{k+2}$; $M_A=-\frac{M}{2}\left[\frac{3\delta(2-\delta)-k(1-4\delta+3\delta^2)-2}{k+2}-\right.$ $\left.-\frac{1+6k(1-\delta)}{6k+1}\right]$; $M_B=-\frac{Mk\delta}{2}\left[\frac{6}{1+6k}-\frac{2-3\delta}{k+2}\right]$; $M_C=+\frac{Mk\delta}{2}\left[\frac{6}{1+6k}+\frac{2-3\delta}{k+2}\right]$;

Продолж. табл. III. 36

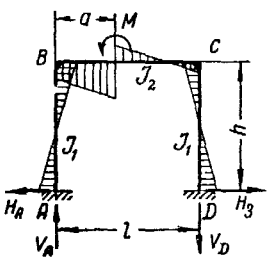
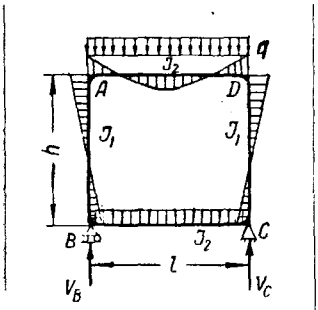
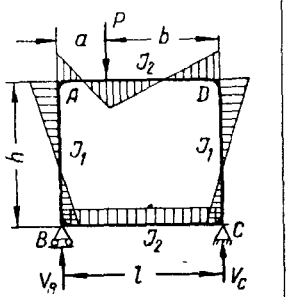
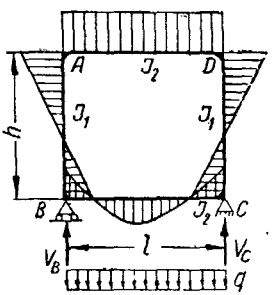
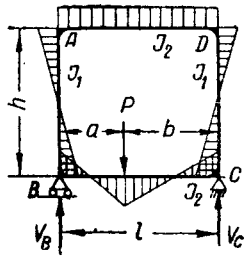
	$M_D=-\frac{M}{2}\left[\frac{3\delta(2-\delta)-k(1-4\delta+3\delta^2)-2}{k+2}+\right.$ $\left.+\frac{1+6k(1-\delta)}{6k+1}\right]$; $M_{aA}=-\frac{M}{2}\times$ $\times\left[\frac{2+k(1+2\delta-3\delta^2)-3\delta(1+k)(1-\delta)(2-\delta)}{k+2}+\right.$ $\left.+\frac{1+6k(1-\delta)}{6k+1}\right]$ $M_{aB}=M-M_{aA}$
$\delta=\frac{a}{l}$  Сосредоточенный момент в пролете ригеля	$V_A=-V_D=\frac{6M}{l}\frac{k+\delta(1-\delta)}{6k+1}$; $H_A=-H_D=\frac{3M}{2h}\frac{1-2\delta}{k+2}$; $M_A=-\frac{M}{2}\frac{(6k+1)(1-2\delta)-(k+2)(1-6\delta+6\delta^2)}{(k+2)(6k+1)}$; $M_B=+\frac{M}{2}\frac{2(6k+1)(1-2\delta)+(k+2)(1-6\delta+6\delta^2)}{(k+2)(6k+1)}$; $M_C=+\frac{M}{2}\frac{2(6k+1)(1-2\delta)-(k+2)(1-6\delta+6\delta^2)}{(k+2)(6k+1)}$; $M_D=-\frac{M}{2}\frac{(6k+1)(1-2\delta)+(k+2)(1-6\delta+6\delta^2)}{(k+2)(6k+1)}$; $M_{aC}=M-M_{aB}$ $M_{aB}=\frac{M}{2}\times$ $\times\frac{2(6k+1)(1-2\delta)+6\delta(k+2)(2k+3\delta-2\delta^2-1)+k+2}{(k+2)(6k+1)}$

Таблица III. 37

Прямоугольная замкнутая рама на двух опорах

	$k=\frac{J^2}{J_1}\frac{h}{l}$; $V_B=V_C=\frac{ql}{2}$; $M_A=-\frac{ql^2}{12}\frac{(2k+3)}{(k^2+4k+3)}=M_D$; $M_B=+\frac{ql^2}{12}\frac{k}{(k^2+4k+3)}=M_C$; на AD $M_{max}=+\frac{ql^2}{8}+M_A$; $S_{AB}=S_{CD}=-V$ $S_{AD}=-\frac{ql^2}{4h(k+3)}$; $S_{BC}=+\frac{ql^2}{4h(k+3)}$;
	$k=\frac{J_2}{J_1}\frac{h}{l}$; $V_B=\frac{Pb}{l}$; $V_C=\frac{Pa}{l}$; $M_A=-\frac{Pab}{l}\left[\frac{2k+3}{2(k+3)(k+1)}+\frac{b-a}{4l(3k+1)}\right]$; $M_B=\frac{Pab}{l}\left[\frac{k}{2(k+3)(k+1)}-\frac{b-a}{4l(3k+1)}\right]$; $M_C=\frac{Pab}{l}\left[\frac{k}{2(k+3)(k+1)}+\frac{b-a}{4l(3k+1)}\right]$; $M_D=-\frac{Pab}{l}\left[\frac{2k+3}{2(k+3)(k+1)}-\frac{b-a}{4l(3k+1)}\right]$; $S_{AD}=-\frac{3}{2h}\frac{Pab}{l(k+3)}$; $S_{AB}=-P+S_{CD}=-\frac{Pb}{2l^2}\frac{l^2+bl+2:b+6l^2k}{3k+1}$; $S_{CD}=-\frac{Pa}{2l^3}\frac{l^2+al+2ab+6l^2k}{3k+1}$; $S_{BC}=-\frac{3Pab}{2hl(k+3)}$
	$k=\frac{J_2}{J_1}\frac{h}{l}$; $V_B=V_C=\frac{ql}{2}$; $M_A=M_D=-\frac{ql^2}{12}\frac{k}{(k+3)(k+1)}$; $M_B=M_C=+\frac{ql^2}{12}\frac{2k+3}{(k+3)(k+1)}$; на основании BC момент $M_{max}=-\frac{ql^2}{8}+M_B$; $S_{AB}=S_{CD}=0$; $S_{AD}=-S_{BC}=-\frac{ql^2}{4h(k+3)}$

Продолж. табл. III. 37



$$k=\frac{J_2}{J_1}\frac{h}{l};\quad V_B=\frac{Pb}{l};\quad V_C=\frac{Pa}{l};$$

$$M_A=-\frac{Pab}{2l}\left[\frac{k}{(k+1)(k+3)}-\frac{b-a}{2l(3k+1)}\right];$$

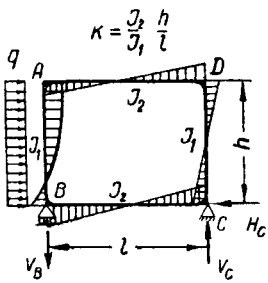
$$M_B=+\frac{Pab}{l}\left[\frac{2k+3}{(k+1)(k+3)}+\frac{b-a}{2l(3k+1)}\right];$$

$$M_C=+\frac{Pab}{2l}\left[\frac{2k+3}{(k+1)(k+3)}-\frac{b-a}{2l(3k+1)}\right];$$

$$M_D=-\frac{Pab}{l}\left[\frac{k}{(k+1)(k+3)}+\frac{b-a}{2l(3k+1)}\right];$$

$$S_{AB}=\frac{Pab}{l^2}\frac{a-b}{3k+1};\quad S_{CD}=\frac{Pab}{l^2}\frac{b-a}{3k+1};$$

$$S_{AD}=-\frac{3Pab}{2hl(k+3)};\quad S_{BC}=+\frac{3Pab}{2hl(k+3)}$$



$$V_B=V_C=\frac{qh^2}{2l};\quad H_C=qh;$$

$$M_A=+\frac{qh^2}{24}\frac{3k^2+8k+3}{(3k+1)(k+1)};$$

$$M_B=-\frac{qh^2}{24}\frac{15k^2+16k+3}{(3k+1)(k+1)};$$

$$M_C=+\frac{qh^2}{24}\frac{9k^2+14k+3}{(3k+1)(k+1)};$$

$$M_D=-\frac{qh^2}{24}\frac{9k^2+10k+3}{(3k+1)(k+1)};$$

$$S_{AB}=+\frac{qh^2}{4l}\frac{2k+1}{3k+1};\quad S_{CD}=-\frac{qh^2}{4l}\frac{2k+1}{3k+1};$$

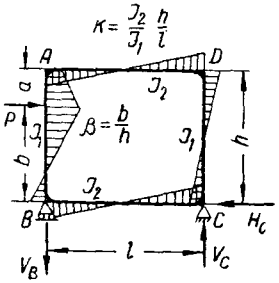
$$S_{AD}=-\frac{qh}{4};\quad S_{BC}=-\frac{3}{4}qh$$

при $J_1=J_2$; $h=l=S$ (квадрат);

$$M_A=+\frac{7}{96}qS^2;\quad M_B=-\frac{17}{96}qS^2;$$

$$M_C=+\frac{13}{96}qS^2;\quad M_D=-\frac{11}{96}qS^2$$

Продолж. табл. III. 37



$$V_B=-V_C=\frac{Pb}{l};\quad H=P;$$

$$M_A=+Pb\left[\frac{3\beta k+1}{4(3k+1)}-\right.$$

$$\left.-\frac{(1-\beta)k}{2(k+3)(k+1)}\left\{\beta(k+1)+1\right\}\right];$$

$$M_B=-Pb\left[\frac{1+3k(2-\beta)}{4(3k+1)}+\right.$$

$$\left.+\frac{(1-\beta)k}{2(k+3)(k+1)}\left\{(k+2)-\beta(k+1)\right\}\right];$$

$$M_C=+Pb\left[\frac{1+3k(2-\beta)}{4(3k+1)}-\right.$$

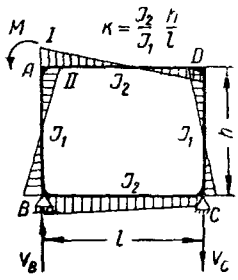
$$\left.-\frac{(1-\beta)k}{2(k+3)(k+1)}\left\{(k+2)-\beta(k+1)\right\}\right];$$

$$M_D=-Pb\left[\frac{3\beta k+1}{4(3k+1)}+\right.$$

$$\left.+\frac{(1-\beta)k}{2(k+3)(k+1)}\left\{\beta(k+1)+1\right\}\right];$$

$$S_{AB}=+\frac{Pb}{2l}\frac{3\beta k+1}{3k+1};\quad S_{CD}=-\frac{Pb}{2l}\frac{3\beta k+1}{3k+1};$$

$$S_{AD}=-\frac{P\beta}{2}\frac{\beta k(3-2\beta)+3}{k+3};\quad S_{BC}=-P+S_{AD}$$



$$V=\frac{M}{l};\quad M_{AI}=-\frac{M}{4}\left(\frac{2k+1}{k+1}-\frac{3}{k+3}+\frac{6k+1}{3k+1}\right);$$

$$M_{AII}=M_{AI}+M;$$

$$M_B=-\frac{M}{4}\left(\frac{2k+1}{k+1}+\frac{3}{k+3}+\frac{6k+1}{3k+1}-4\right);$$

$$M_C=-\frac{M}{4}\left(\frac{2k+1}{k+1}+\frac{3}{k+3}-\frac{6k+1}{3k+1}\right);$$

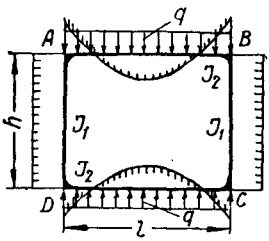
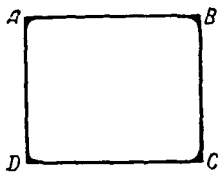
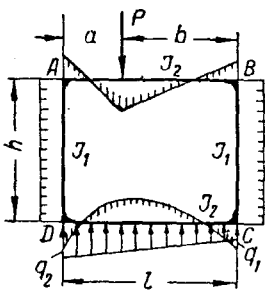
$$M_D=-\frac{M}{4}\left(\frac{2k+1}{k+1}-\frac{3}{k+3}-\frac{6k+1}{3k+1}\right);$$

$$S_{AB}=-\frac{M}{2l}\frac{6k+1}{3k+1};\quad S_{CD}=+\frac{M}{2l}\frac{6k+1}{3k+1};$$

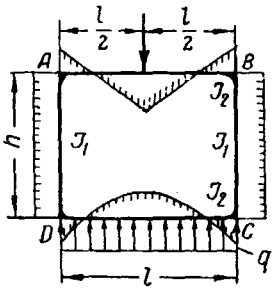
$$S_{AD}=+\frac{M}{2h}\frac{3}{k+3};\quad S_{BC}=-\frac{M}{2h}\frac{3}{k+3}$$

Таблица III.38

Прямоугольная замкнутая рама на упругом основании; $k=\frac{J_2}{J_1}\frac{h}{l}$

	$M_A=M_B=M_C=M_D=-\frac{ql^2}{12}\frac{1}{k+1}$; $S_{AD}=S_{BC}=-\frac{ql}{2}$; $S_{AB}=S_{CD}=0$.
	Для следующих случаев этой таблицы $M_A=-\frac{A\alpha+B\beta-C\gamma-D\delta}{m}$; $M_B=\frac{B\alpha+A\beta-D\gamma-C\delta}{m}$; $M_C=-\frac{C\alpha+D\beta-A\gamma-B\delta}{m}$; $M_D=-\frac{D\alpha+C\beta-B\gamma-A\delta}{m}$; $M_A+M_C=M_B+M_D$; $\alpha=15k^2+34k+15$; $\beta=9k^2+10k-3$; $\gamma=9k^2+14k+9$; $\delta=3k^2-10k-9$; $m=12(3k+1)(k+3)(k+1)$; $k=\frac{J_2}{J_1}\frac{h}{l}$
	$A=\frac{Pb}{l^2}(l^2-b^2)$; $B=\frac{Pa}{l^2}(l^2-a^2)$ $C=\frac{P}{10}(2l+a)$; $D=\frac{P}{10}(2l+b)$; $q_2=\frac{P}{l}\left[1+\frac{3(l-2a)}{l}\right]$; $q_1=\frac{P}{l}\left[1-\frac{3(l-2a)}{l}\right]$; при $a<\frac{l}{3}$ $q_1<0$ $S_{AD}=-\frac{Pb}{l}-\frac{M_A-M_B}{l}$; $S_{BC}=-\frac{Pa}{l}+\frac{M_A-M_B}{l}=-P-S_{AD}$; $S_{AB}=-\frac{M_C-M_B}{l}$; $S_{CD}=+\frac{M_C-M_B}{l}$

Продолж. табл. III. 38



При $a=b=\frac{l}{2}$

$$M_A=M_B=-\frac{Pl}{24}\frac{4k+9}{(k+1)(k+3)};$$

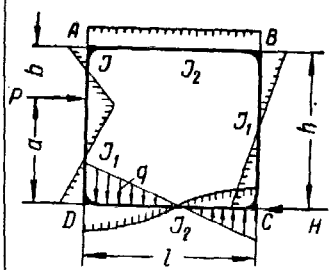
$$M_C=M_D=-\frac{Pl}{24}\frac{k+6}{(k+1)(k+3)};$$

$$S_{AD}=S_{BC}=-\frac{P}{2};\quad S_{AB}=-S_{CD}=-\frac{Pl}{8h(k+3)}$$

При $h=l$ и $k=1$

$$M_A=M_B=-\frac{13Pl}{192};\quad M_C=M_D=-\frac{7Pl}{192};$$

$$S_{AD}=S_{BC}=-\frac{P}{2};\quad S_{AB}=-S_{CD}=-\frac{P}{32}$$



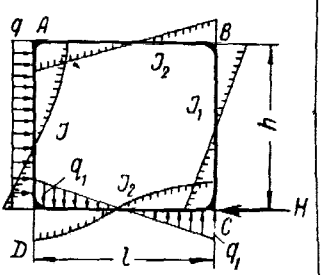
$$A=-\frac{Pa^3k}{h^2};\quad B=0;\quad C=-\frac{9}{10}Pa;$$

$$D=-\frac{Pa}{10h^2}[10ak(3h-a)+21h^2];\quad H=P$$

$$M_P=M_A+S_{AB}b;\quad q=\frac{6Pa}{l^2};$$

$$S_{AD}=+\frac{M_A-M_B}{l};\quad S_{BC}=-\frac{M_A-M_B}{l};$$

$$S_{AB}=-\frac{M_C-M_B}{h};\quad S_{CD}=-(P-S_{AB}).$$



$$H=qh;$$

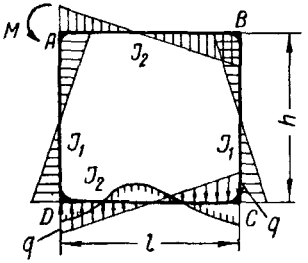
$$A=-\frac{qh^2k}{4};\quad B=0;\quad C=-\frac{9qh^2}{20};$$

$$D=-\frac{3qh^2}{20}(5k+7);\quad q_1=\frac{3qh^2}{l^2};$$

$$S_{AD}=+\frac{M_A-M_B}{l};\quad S_{BC}=-\frac{M_A-M_B}{l};$$

$$S_{AB}=-\frac{M_C-M_B}{h};\quad S_{CD}=-(qh-S_{AB}).$$

Продолж. табл. III. 38



$$A=+3Mk;\quad B=0;\quad C=+\frac{9M}{10};$$

$$D=\frac{3M\,(10k+7)}{10};$$

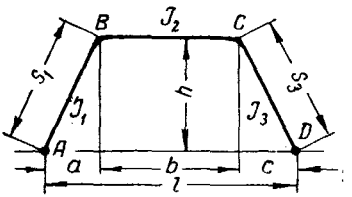
$$q=\frac{6M}{l^2};$$

$$S_{AD}=-\frac{M_B-M_A}{l}=-S_{BC};$$

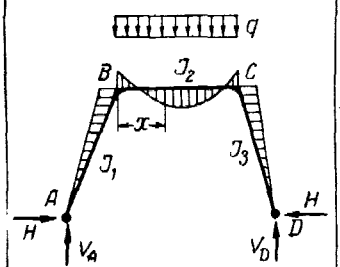
$$S_{AB}=-S_{CD}=+\frac{M_B-M_C}{h}$$

Таблица III. 39

Трапецевидная неравнобокая рама со стойками разного сечения с шарнирно закрепленными основаниями



$$k_1=\frac{J_2}{J_1}\frac{s_1}{b};\qquad k_2=\frac{J_2}{J_3}\frac{s_3}{b}$$



$$V_A=\frac{qb}{2l}\,(b+2c);\quad V_D=\frac{qb}{2l}\,(b+2a);$$

$$M_B=+V_Aa-Hh;\quad M_C=+V_Dc-Hh;$$

$$M_x=V_A\,(a+x)-Hh-\frac{qx^2}{2};$$

$$H=\frac{qb}{4hl}\,\frac{12ac+4bl-3b^2+2ak_1\,(b+2c)+2ck_2\,(b+2a)}{k_1+k_2+3};$$

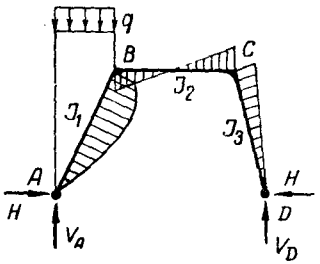
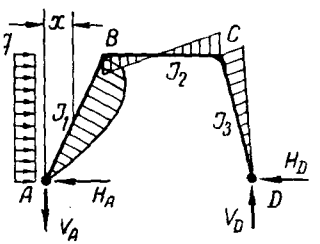
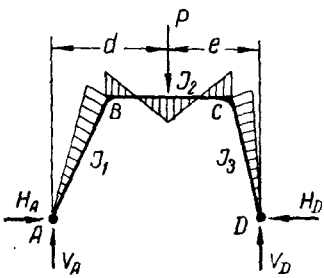
$$S_{AB}=-V_A\frac{h}{s_1}-H\frac{a}{s_1};\quad S_{BC}=-H;$$

$$S_{CD}=-V_D\frac{h}{s_3}-H\frac{c}{s_3};$$

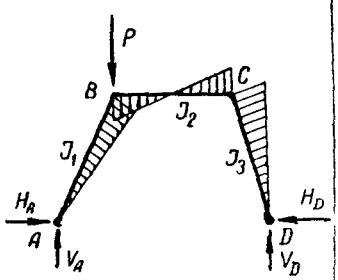
при $a=c$ и $k_1=k_2$

$$V_A=V_D=\frac{qb}{2};\quad H=\frac{qb}{4h}\,\frac{b+2a\,(2k+3)}{2k+3}$$

Продолж. табл. III.39

	$V_A=\frac{qa}{2l}(2l-a)$; $V_D=\frac{qa^2}{2l}$; $M_B=+V_D(l-a)-Hh$; $M_C=+V_Dc-Hh$; $H=\frac{qa^2}{8hl}\frac{6(b+2c)+k_1(5l-4a)+4ck_2}{k_1+k_2+3}$ $S_{AB}=S_x=+(V_A-qx)\frac{h}{s_1}+H\frac{a}{s_1}$; $S_{BC}=+H$; $S_{CD}=+V_D\frac{h}{s_3}+H\frac{c}{s_3}$; при $a=c$ и $k_1=k_2$ $H=\frac{qa^2}{8h}\frac{5k+6}{2k+3}$
	$V_D=-V_A=\frac{qh^2}{2l}$; $H_A=qh-H_D$, $H_D=\frac{qh}{8l}\frac{6(b+2c)+k_1(5l-4a)+4k_2c}{k_1+k_2+3}$ $M_B=+V_D(l-a)-H_Dh$; $M_C=+V_Dc-H_Dh$; $M_x=+(qh-H_D)\frac{hx}{a}-V_Ax-\frac{qh^2x^2}{2a^2}$; $S_{AB}=+V_A\frac{h}{s_1}+\left(H_A-\frac{qhx}{a}\right)\frac{a}{s_1}$; $S_{BC}=-H$; $S_{CD}=-V_D\frac{h}{s_3}-H\frac{c}{s_3}$; при $a=c$ и $k_1=k_2$ $H_D=\frac{qh}{8}\frac{5k+6}{2k+3}$
	$V_A=P\frac{e}{l}$; $V_D=P\frac{d}{l}$; $H_A=-H_D=\frac{P}{2hl}\times$ $\times\frac{\frac{3}{b}[e(dl-a^2)-dc^2]+2aek_1+2cdk_2}{k_1+k_2+3}$ $M_B=+V_Aa-Hh$; $M_C=+V_Dc-Hh$; $M_P=+V_Ad-Hh$; $S_{AB}=-V_A\frac{h}{s_1}-H\frac{a}{s_1}$; $S_{BC}=-H$; $S_{CD}=-V_D\frac{h}{s_3}-H\frac{c}{s_3}$; при $a=c$; $k_1=k_2=k$ $H=\frac{P}{2bh}\frac{3(de-a^2)+2abk}{2k+3}$

Продолж. табл. III. 39



$$V_A = P\frac{l-a}{l};$$

$$V_D = P\frac{a}{l}; \quad H_A = -H_D = \frac{Pa}{2hl}\times$$

$$\times\frac{3(b+2c)+2k_1(l-a)+2ck_2}{k_1+k_2+3};$$

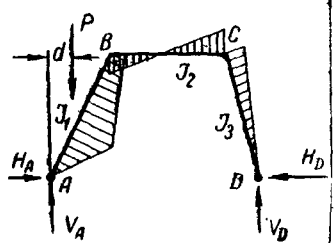
$$M_B = +V_A a - H_A h; \quad M_C = +V_D c - H_A h;$$

$$S_{AB} = -V_A\frac{h}{s_1} - H_A\frac{a}{s_1};$$

$$S_{BC} = -H_A; \quad S_{CD} = -V_D\frac{h}{s_3} - H_A\frac{c}{s_3};$$

при $a=c$ и $k_1=k_2=k$

$$H_A = -H_D = \frac{Pa}{2h}$$



$$\delta = \frac{d}{a};$$

$$V_A = P\frac{l-d}{l}; \quad V_D = P\frac{d}{l};$$

$$H_A = -H_D = \frac{Pd}{2hl}\,\frac{3(b+2c)+k_1(3l-l\delta^2-2a)+2ck_2}{k_1+k_2+3};$$

$$M_B = +V_D(b+c) - Hh;$$

$$M_C = V_D c - Hh; \quad M_P = +V_A d - H_A\frac{hd}{a};$$

$$S_{AP} = -V_A\frac{h}{s_1} - H_A\frac{a}{s_1};$$

$$S_{PB} = -H\frac{a}{s_1} + V_D\frac{h}{s_1};$$

$$S_{BC} = -H_D; \quad S_{CD} = -V_D\frac{h}{s_3} - H\frac{c}{s_3};$$

при $a=c$ и $k_1=k_2=k$

$$H_A = H_D = \frac{Pd}{2h}\,\frac{3+k(3-\delta^2)}{2k+3}$$

Продолж. табл. III. 39

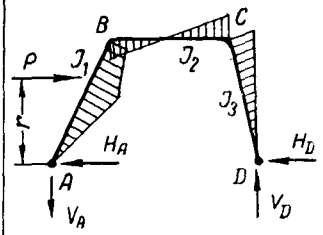
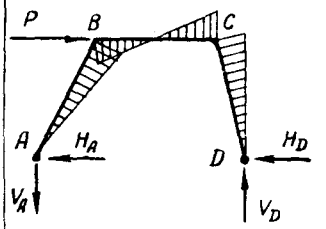
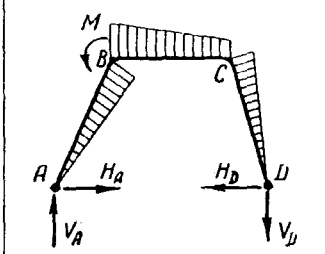
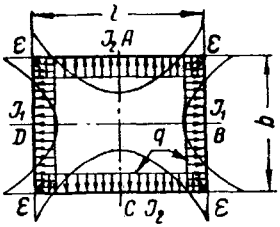
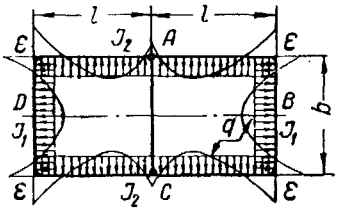
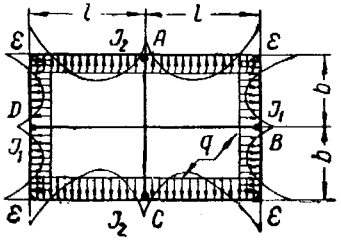
	$\delta=\frac{r}{h}$; $V_A=-V_D=-P\frac{r}{l}$; $H_D=\frac{P\delta}{2h}\frac{3(b+2c)+k_1(3l-2a-l\delta^2)+2ck_2}{k_1+k_2+3}$ $H_A=P-H_D$; $M_B=+V_D(l-a)-H_Dh$; $M_C=+V_Dc-H_Dh$; $S_{AP}=+V_A\frac{h}{s_1}+H_A\frac{a}{s_1}$; $S_{PB}=+V_A\frac{h}{s_1}-H_D\frac{a}{s_1}$; $S_{BC}=-H_D$; $S_{CD}=-V_D\frac{h}{s_3}-H_D\frac{c}{s_3}$; при $a=c$ и $k_1=k_2=k$ $H=\frac{P\delta}{2}\frac{3+k(3-\delta^2)}{2k+3}$
	$V_A=-V_D=-P\frac{h}{l}$; $H_D=\frac{P}{2l}\frac{3(b+2c)+2k_1(l-a)+2ck_2}{k_1+k_2+3}$; $H_A=P-H_D$; $M_B=+V_D(l-a)-H_Dh$; $M_C=+V_Dc-H_Dh$; $S_{AB}=+V_A\frac{h}{s_1}+(P-H)\frac{a}{s_1}$; $S_{BC}=-H$; $S_{CD}=-V_D\frac{h}{s_3}-H_D\frac{c}{s_3}$; при $a=c$, $k_1=k_2$ $H_D=\frac{P}{2}$
	$V_A=-V_D=\frac{M}{l}$; $H=\frac{M}{2hl}\frac{3(b+2c)-2ak_1+2ck_2}{k_1+k_2+3}$; $M_{BA}=V_Aa-Hh$; $M_{BC}=V_Aa-Hh-M$; $M_C=V_Dc-Hh$; $S_{AB}=-V_A\frac{h}{s_1}-H\frac{a}{s_1}$; $S_{BC}=-H$; $S_{CD}=+V_D\frac{h}{s_3}-H\frac{c}{s_3}$; при $a=c$ и $k_1=k_2=k$ $H=\frac{3M}{2h(2k+3)}$

Таблица III. 40

Прямоугольная замкнутая рама со стяжками и без них с равномерно распределенной нагрузкой изнутри

	$k=\frac{J_2}{J_1}\frac{b}{l}$; $S_A=S_C=\frac{qb}{2}$; $S_D=S_B=\frac{ql}{2}$; $M_A=M_C=+\frac{ql^2}{8}-M_E$; $M_B=M_D=+\frac{qb^2}{8}-M_E$; $M_E=-\frac{q}{12}\frac{l^2+b^2k}{k+1}$
	$k=\frac{J_2}{J_1}\frac{b}{l}$; $S_A=S_C=\frac{qb}{2}$; $S_B=S_D=ql-\frac{S_{AC}}{2}$; $S_{AC}=\frac{q}{2l}\frac{2l^2+(5l^2-b^2)k}{2k+1}$; $M_A=M_C=-\frac{q}{12}\frac{l^2+(3l^2-b^2)k}{2k+1}$; $M_B=M_D=+\frac{qb^2}{8}-M_E$; $M_E=-\frac{q}{12}\frac{l^2+2b^2k}{2k+1}$
	$k=\frac{J_2}{J_1}\frac{b}{l}$; $S_A=S_C=qb-\frac{S_{BD}}{2}$; $S_B=S_D=ql-\frac{S_{AC}}{2}$; $S_{AC}=\frac{q}{4l}\frac{l^2(5k+4)-b^2k}{k+1}$; $S_{BD}=\frac{q}{4b}\frac{b^2(4k+5)-l^2}{k+1}$; $M_A=M_C=-\frac{q}{24}\frac{l^2(3k+2)-b^2k}{k+1}$; $M_B=M_D=-\frac{q}{24}\frac{b^2(2k+3)-l^2}{k+1}$; $M_E=-\frac{q}{12}\frac{l^2+b^2k}{k+1}$

Глава X

КРИВЫЕ БРУСЬЯ

§ 1. Напряжения и деформации

Кривые брусья с отношением $\frac{R_1}{h} > 5$ (фиг. III. 102) можно считать на изгиб по формулам для прямых балок.

При $\frac{R_1}{h} < 5$ и гиперболическом законе распределения напряжений изгиба по сечению имеем для нормальных напряжений следующее выражение:

$$\sigma = \pm \frac{My}{Fy_0(\rho - y)},$$

где F — площадь сечения;
ρ — радиус нейтральной линии;
y_0 — смещение нейтральной линии;
y — ордината, отсчитываемая от нейтральной линии.

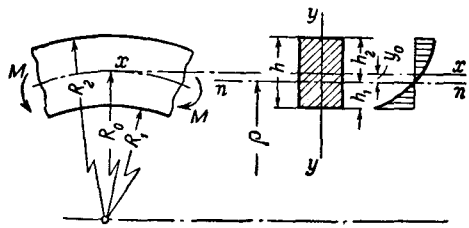
В наиболее удаленных от нейтральной линии точках получим:
для внутренних волокон

$$\sigma_{вн} = -\frac{Mh_1}{Fy_0R_1},$$

для наружных волокон

$$\sigma_н = +\frac{Mh_2}{Fy_0R_2}.$$

Перерезывающая сила учитывается, как при расчете прямого бруса.
Растяжение и особенно сжатие на кривые брусья влияет значительно.



Фиг. III. 102. Изгиб кривого бруса.
$x-x$ — ось центров тяжести; $n-n$ — нейтральная линия.

Для стержней большой кривизны при действии сил сжатия и растяжения необходимо учитывать влияние деформации на величину изгибающего момента.
Общее выражение для прогиба в каком-либо направлении «1»

$$\Delta_1 = \Delta_M + \Delta_N + \Delta_{MN} + \Delta_Q,$$

где

$$\Delta_M=\frac{1}{EFy_0R_0}\int_s M_1M_p ds; \qquad \Delta_N=\frac{1}{EF}\int_s N_1N_p ds;$$

$$\Delta_{MN}=\frac{1}{EFR_0}\left(\int_s M_1N_p\,ds+\int_s N_1M_p ds\right);$$

$$\Delta_Q=\frac{\beta}{GF}\int_s Q_1Q_p\,ds;$$

N_1, Q_1, M_1 — нормальная сила, перерезывающая сила и изгибающий момент в каждом сечении от единичной силы в направлении „1";
N_p, Q_p и M_p — то же от действующих нагрузок;
β — коэффициент, зависящий от формы сечения (см. β в таблице III. 25).

§ 2. Графо-аналитический метод определения радиуса кривизны нейтральной линии

Расстояние от центра кривизны до нейтральной линии

$$\rho=\frac{R_1}{1-\psi},$$

где

$$\psi=\frac{F_0}{F};$$

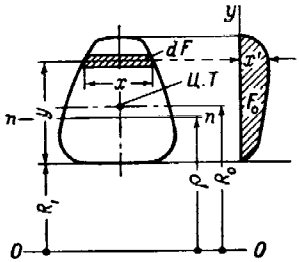
F_0 — площадь преобразованного сечения;
F — площадь сечения (см. фиг. III. 103).

$$F_0=\int_F \frac{ydF}{R_1+y}.$$

Для подсчета площади преобразованного сечения F_0 сечение разбивают на ряд полосок; по средней линии каждой полоски определяют преобразованную длину полоски:

$$x'=x\frac{y}{R_1+y};$$

по значениям x' строят кривую, огибающую площадь преобразованного сечения.



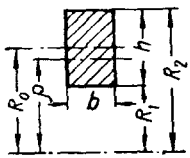
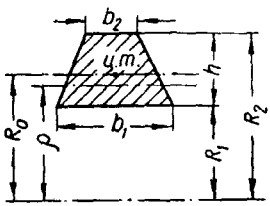
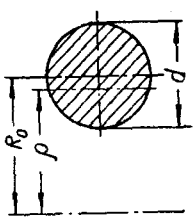
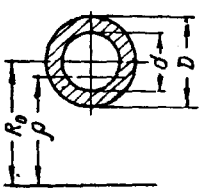
Фиг. III. 103.
$n-n$ — нейтральная линия,
$O-O$ — ось кривизны.

Формулы для определения радиуса нейтральной линии для некоторых сечений см. табл. III. 41.

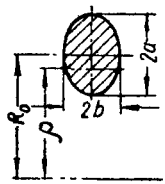
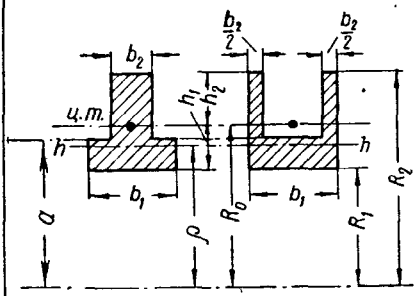
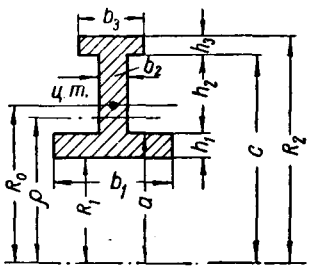
§ 3. Формулы для расчета кривых брусьев

$y_0 = R_0 - \rho$ — смещение нейтральной линии относительно ц. т. сечения;
R_0 — радиус кривизны оси (ц. т.) бруса;
ρ — радиус кривизны нейтральной линии;
F — площадь поперечного сечения.

Таблица III. 41

Сечение	Радиус кривизны нейтрального слоя ρ
	$\rho = \dfrac{h}{\ln \dfrac{R_2}{R_1}}$
	$\rho = \dfrac{F}{\dfrac{b_1R_2 - b_2R_1}{h} \ln \dfrac{R_2}{R_1} - (b_1 - b_2)}$
	$\rho = \dfrac{F}{2\pi\left(R_0 - \sqrt{R_0^2 - \dfrac{d^2}{4}}\right)}$
	$\rho = \dfrac{F}{2\pi\left(\sqrt{R_0^2 - \dfrac{d^2}{4}} - \sqrt{R_0^2 - \dfrac{D^2}{4}}\right)}$

Продолж. табл. III. 41

Сечение	Радиус кривизны нейтрального слоя ρ
	$\rho=\dfrac{a^2}{2\left(R_0-\sqrt{R_0^2-a^2}\right)}$
	$\rho=\dfrac{b_1h_1+b_2h_2}{b_1\ln\dfrac{R_0}{R_1}+b_2\ln\dfrac{R_2}{R_0}}$
	$\rho=\dfrac{b_1h_1+b_2h_2+b_3h_3}{b_1\ln\dfrac{a}{R_1}+b_2\ln\dfrac{c}{a}+b_3\ln\dfrac{R_2}{c}}$

§ 4. Изгиб кривых труб

При изгибе кривых брусьев напряжения во внешних волокнах дают радиальные составляющие.

Если кривизна бруса от изгиба увеличивается, то радиальное погонное усилие будет сжимающим; если кривизна уменьшается, то получим усилие растяжения. Усилие p равно

$$p\approx\frac{M}{h\rho},$$

где M — изгибающий момент;
h — высота сечения;
ρ — радиус кривизны средней линии.

Можно заменить для сечений с более или менее сосредоточенными массами (поясами или полками) $\frac{M}{h}$ усилием N в полке, если взять h между ц. т. полок

$$p=\frac{N}{R};$$

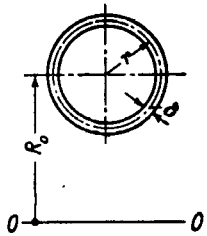
где R — радиус кривизны по центру тяжести полки.

Для сплошных сечений, не очень вытянутых в направлении радиуса кривизны, радиальные усилия не играют большой роли, но для тонкостенных или полых сечений они могут оказаться решающими, так как вызывают сплющивание.

Для круглых труб (фиг. III. 104) коэффициент уменьшения жесткости от сплющивания

$$k=1-\frac{9}{10+12\left(\frac{\delta R_0}{r^2}\right)^2},$$

где δ — толщина стенки;
R_0 — радиус кривизны по оси трубы;
r — средний радиус поперечного сечения.



Фиг. III. 104.

Для определения напряжений, если R по сравнению с r велико, можно брать

$$\sigma=\frac{M_y}{kJ}\left(1-\beta\frac{y^2}{r^2}\right),$$

где

$$\beta=\frac{6}{5+6\left(\frac{\delta R_0}{r}\right)^2}.$$

Напряжение в кривой трубе

$$\sigma_{max}=k_1\frac{Md}{2J},$$

где d — внешний диаметр трубы;

$$k_1=\frac{2}{3k\sqrt{3\beta}}.$$

Для квадратной трубы

$$\sigma_{max}=\frac{Mb}{2kJ};$$

J — экваториальный момент инерции;

$$k=\frac{1+0{,}027\frac{b^4}{R_0^2\delta^2}}{1+0{,}0656\frac{b^4}{R_0^2\delta^2}},$$

где b — сторона квадрата;
R_0 — радиус осевой линии трубы;
δ — толщина стенки.

Глава XI

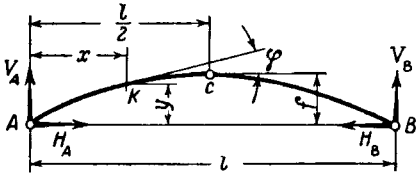
АРКИ

Формулы этой главы получены для арок с параболической осью и небольшой кривизной, но могут применяться и для арок с другими очертаниями оси.

Во всех случаях предполагаются незначительные деформации, так как на величины изгибающих моментов очертание оси влияет сильно (см. ниже табл. III. 47 до III. 50 для некоторых случаев нагрузок арок с параболической, эллиптической и круговой осью).

§ 1. Трехшарнирные арки (статически определимые)

Вертикальные составляющие опорных реакций трехшарнирных статически определимых арок, опоры которых расположены на одном уровне, равны реакциям простой балки того же пролета с такой же нагрузкой. Горизонтальные составляющие опорных реакций от вертикальной нагрузки равны между собой по величине, но обратны по знаку.



Фиг. III. 105. Трехшарнирная арка.

В любой точке K (см. фиг. III. 105)

$$M_k = M_0 - Hy,$$

$$N_k = Q_0 \sin\varphi + H\cos\varphi,$$

$$Q_k = Q_0 \cos\varphi - H\sin\varphi;$$

индекс «0» показывает, что соответствующая величина относится к простой балке с пролетом l; φ — угол между касательной к оси в рассматриваемой точке и горизонтом.

Распор определяется по формуле

$$H = \frac{M_{oc}}{f},$$

где M_{oc} — момент в точке C для простой балки с пролетом l;

f — стрела подъема арки;

C — точка ключевого шарнира.

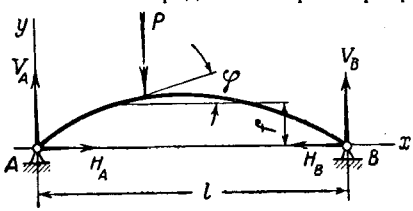
Значения опорных реакций V_A и V_B, распора H_A и H_B и усилий V_c и H_c в ключевом шарнире даны в табл. III. 42.

§ 2. Двухшарнирные арки (фиг. III. 106)

Этот тип арок является однажды статически неопределимым. Основные формулы для M, N и Q те же, что и для статически определимой трехшарнирной арки. Двухшарнирные арки могут быть с затяжкой и без затяжки.

При определении усилий в затяжке двухшарнирной арки пользуются величиной

$$K = \frac{1}{1 + 1{,}876\dfrac{J}{f^2}\left(\dfrac{E}{E_1F_1} + \dfrac{n}{F}\right)},$$



Фиг. III. 106. Двухшарнирная арка.

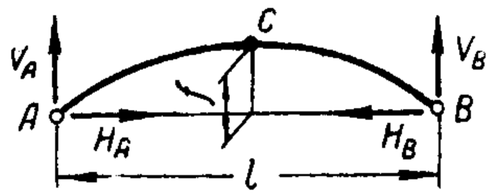
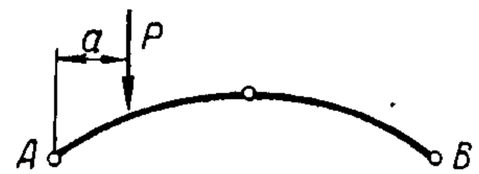
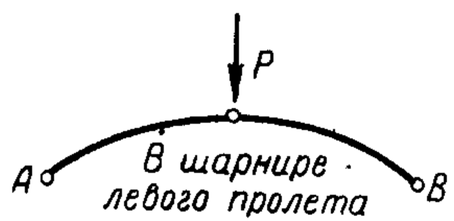
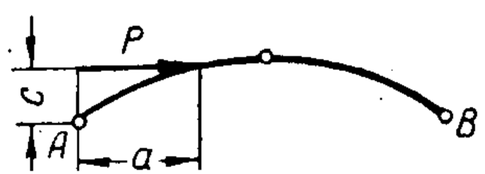
где E, J, F — модуль упругости, момент инерции и площадь сечения арки (сечение арки предполагается постоянным);

E_1 и F_1 — модуль упругости и площадь сечения затяжки, работающей на растяжение;

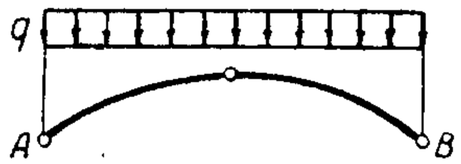
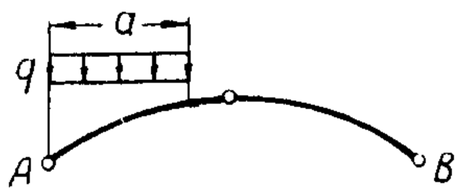
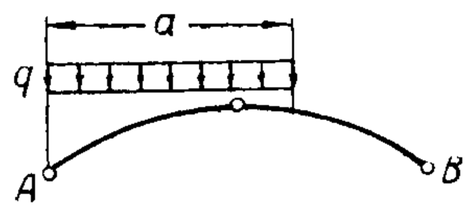
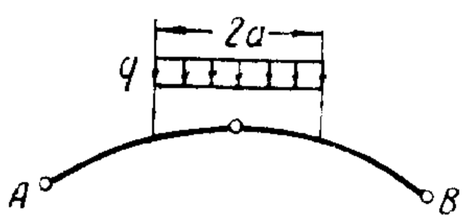
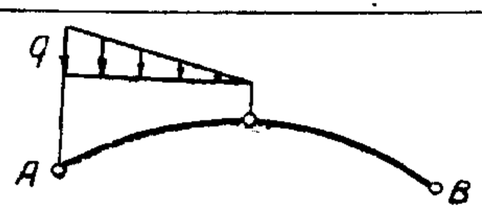
n зависит от отношения f/l и берется по табл. III. 43.

Таблица III. 42

Опорные реакции, распор, силы в ключевом шарнире

	V_A	V_B	H_A	H_B	V_C	H_C
	$\frac{P(l-a)}{l}$	$\frac{Pa}{l}$	$\frac{P}{2}\frac{a}{f}$	$\frac{P}{2}\frac{a}{f}$	$\frac{Pa}{l}$	$\frac{Pa}{2f}$
	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{4}\frac{l}{f}$	$\frac{P}{4}\frac{l}{f}$	$\frac{P}{2}$	$\frac{Pl}{4f}$
	$-\frac{Pc}{l}$	$\frac{Pc}{l}$	$-P\frac{2f-c}{2f}$	$+P\frac{c}{2f}$	$\frac{Pc}{l}$	$\frac{Pc}{2f}$
	$-\frac{Pf}{l}$	$+\frac{Pf}{l}$	$-\frac{P}{2}$	$+\frac{P}{2}$	$\frac{Pf}{l}$	$\frac{P}{2}$

Продолж. табл. III. 42

	V_A	V_B	H_A	H_B	V_C	H_C
	$\frac{ql^2}{2}$	$\frac{ql^2}{2}$	$\frac{ql^2}{8f}$	$\frac{ql^2}{8f}$	0	$\frac{ql^2}{8f}$
	$\frac{qa\left(l-\frac{a}{2}\right)}{l}$	$\frac{qa^2}{2l}$	$\frac{qa^2}{4f}$ $\left(\text{для } a \leqslant \frac{l}{2}\right)$	$\frac{qa^2}{4f}$ $\left(\text{для } a \leqslant \frac{l}{2}\right)$	$\frac{qa^2}{2l}$ $\left(\text{для } a \leqslant \frac{l}{2}\right)$	$\frac{qa^2}{4f}$ $\left(\text{для } a \leqslant \frac{l}{2}\right)$
	$q\frac{a\left(l-\frac{a}{2}\right)}{l}$	$\frac{qa^2}{2l}$	$\frac{q}{2f}\left(al-\frac{a^2}{2}-\frac{l^2}{4}\right)$ $\left(\text{для } a \geqslant \frac{l}{2}\right)$		$q\left(\frac{l}{2}-a+\frac{a^2}{2l}\right)$ $\left(\text{для } a \geqslant \frac{l}{2}\right)$	$\frac{q}{2f}\left(al-\frac{a^2}{l}-\frac{l^2}{4}\right)$ $\left(\text{для } a \geqslant \frac{l}{2}\right)$
	qa	qa	$\frac{qa^2}{2f}$	$\frac{qa^2}{2f}$	0	$\frac{qa^2}{2f}$
	$\frac{5}{24}ql$	$\frac{ql}{24}$	$\frac{ql^2}{48f}$	$\frac{ql^2}{48f}$	$\frac{ql}{24}$	$\frac{ql^2}{48f}$

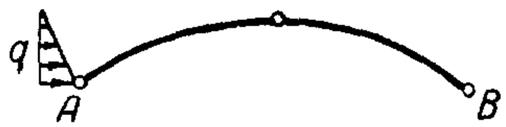
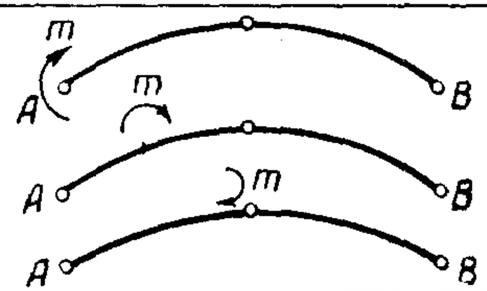
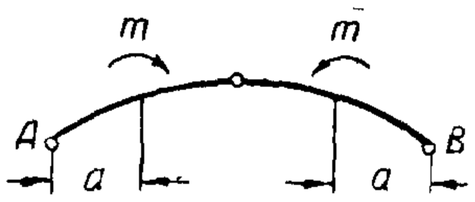
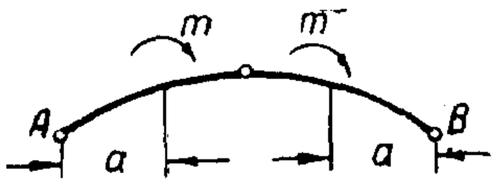
	$\frac{ql}{6}$	$\frac{ql}{6}$	$\frac{ql^2}{18f}$	$\frac{ql^2}{18f}$	0	$\frac{ql^2}{18f}$
	$-\frac{qf^2}{2l}$	$\frac{qf^2}{2l}$	$\frac{3}{4}qf$	$\frac{qf}{4}$	$\frac{qf^2}{2l}$	$\frac{qf}{4}$
	$-\frac{qf^2}{6l}$	$\frac{qf^2}{6l}$	$\frac{5}{12}qf$	$\frac{qf}{12}$	$\frac{qf^2}{6l}$	$\frac{qf}{12}$
	$-\frac{m}{l}$	$+\frac{m}{l}$	$\frac{m}{f}$	$\frac{m}{f}$	$\frac{m}{l}$	$\frac{m}{f}$
	0	0	$\frac{2m}{f}$	$\frac{2m}{f}$	0	$\frac{2m}{f}$
	$-\frac{2m}{l}$	$\frac{2m}{l}$	0	0	$\frac{2m}{l}$	0

Таблица III. 43

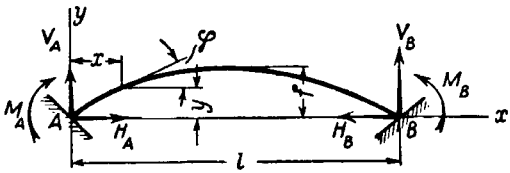
Значения величины n

$\frac{f}{l}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{20}$
n	0,7852	0,8434	0,8812	0,9110	0,9306	0,9424	0,9521	0,9706	0,9888

Значение опорных реакций (вертикальных, как у простой балки), усилия в затяжке или распор для двухшарнирных арок с затяжкой и без затяжки даны в табл. III. 44. Для двухшарнирных арок без затяжки величина K принимает вид

$$K_1=\frac{1}{1+1,876\frac{Jn}{Ff^2}}$$

и в большинстве случаев мало отличается от единицы.



Фиг. III. 107. Бесшарнирная арка.

В табл. III. 45 приведены опорные реакции и усилия в затяжке для двухшарнирных арок малой кривизны при $n=1$.

В этой таблице

$$k=\frac{EJ}{E_1F_1}.$$

Для перехода к двухшарнирным аркам без затяжки надо положить $k=0$.

Горизонтальные реакции двухшарнирных арок без затяжки выражаются формулой

$$H_{\delta з}=Z_{\delta з}+H,$$

где $Z_{\delta з}$ — усилие в затяжке по табл. III. 44 с соответствующей величиной K или по табл. III. 45 при $k=0$;

H — величина опорной реакции арки с затяжкой по этим же таблицам.

§ 3. Арки с заделанными пятами (бесшарнирные, фиг. III. 107)

M, N и Q определяются по формулам

$$M=M_0-M_A\frac{l-x}{l}-M_B\frac{x}{l}-Hy;$$

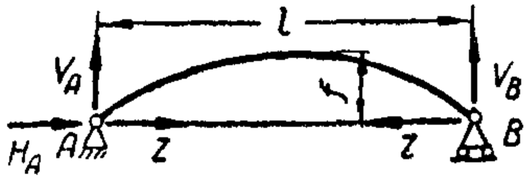
$$N=\left(Q_0+\frac{M_A-M_B}{l}\right)\sin\varphi+H\cos\varphi;$$

$$Q=\left(Q_0+\frac{M_A-M_B}{l}\right)\cos\varphi-H\sin\varphi.$$

Индекс «0» показывает, что соответствующая величина относится к простой балке с пролетом l.

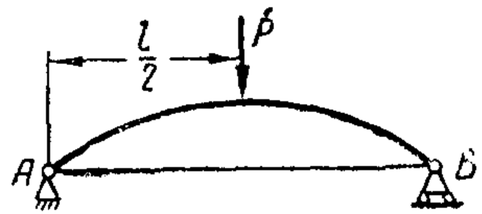
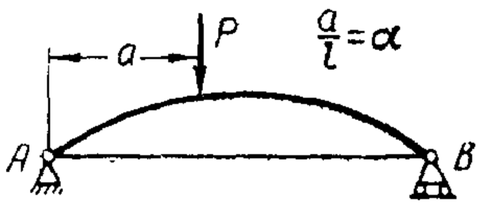
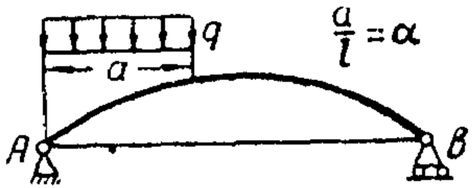
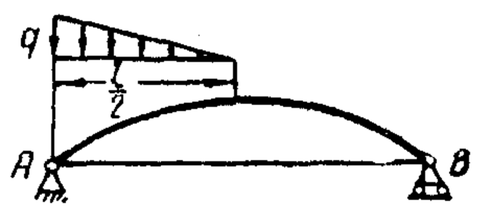
Опорные реакции, распор, опорные и ключевые моменты см. в табл. III. 46.

Таблица III. 44

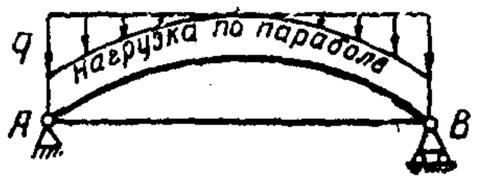
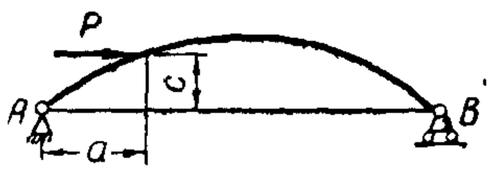
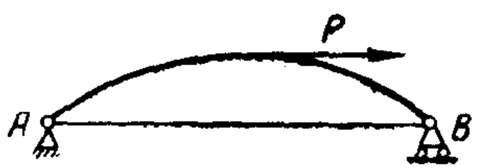


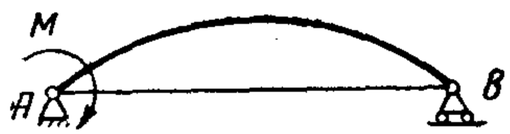
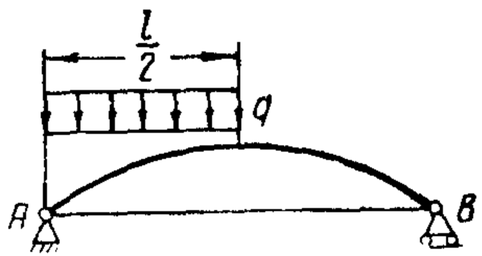
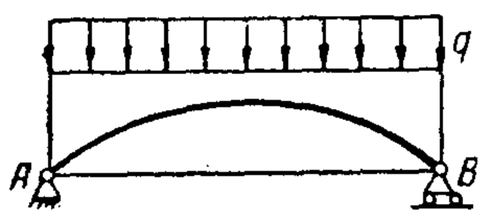
Двухшарнирные арки. Опорные реакции, усилие в затяжке (распор)

Для определения распора арок без затяжки в случаях вертикальных нагрузок нужно взять выражение для Z, но подставить вместо K величину K_1 (см. в конце таблицы)

Схема арки	Опорные реакции		Усилие в затяжке	Распор	
	V_A	V_B	Z	H_A	H_B
	$\frac{P}{2}$	$\frac{P}{2}$	$0,1953P\frac{l}{f}K$		
	$P(1-\alpha)$	$P\alpha$	$0,625\frac{Pl}{f}(\alpha-2\alpha^3+\alpha^4)K$		
	$qa\left(1-\frac{\alpha}{2}\right)$	$qa\frac{\alpha}{2}$	$0,0625\frac{ql^2}{f}(5\alpha^2-5\alpha^4+2\alpha^5)K$		
	$\frac{5}{24}ql$	$\frac{1}{24}ql$	$0,0228\frac{ql^2}{f}K$		

Продолж. табл. III. 44

Схема арки	Опорные реакции		Усилие в затяжке Z	Распор	
	V_A	V_B		H_A	H_B
	$\frac{ql}{6}$	$\frac{ql}{6}$	$0{,}0106\frac{ql^2}{f}K$		
	$-\frac{Pc}{l}$	$+\frac{Pc}{l}$	$0{,}625PK\left(\frac{4}{5}-\alpha^3+\frac{\alpha^5}{5}\right)$ $\alpha=\sqrt{1-\frac{c}{f}}$		
	$-\frac{Pf}{l}$	$+\frac{Pf}{l}$	$\frac{PK}{2}$		
	$-\frac{qf^2}{2l}$	$\frac{qf^2}{2l}$		$-0{,}714qf$	$0{,}286qf$

	$-\frac{qf}{6l}$	$\frac{qf}{6l}$		$-0,401qf$	$0,099qf$
	$-\frac{M}{l}$	$+\frac{M}{l}$	$0,625\frac{M}{f}K$		
	$\frac{3}{8}ql$	$\frac{ql}{8}$	$0,0625\frac{ql^2}{f}K$		
	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql}{2}$	$0,125\frac{ql^2}{f}K$		

Примечание. Для арок с затяжкой

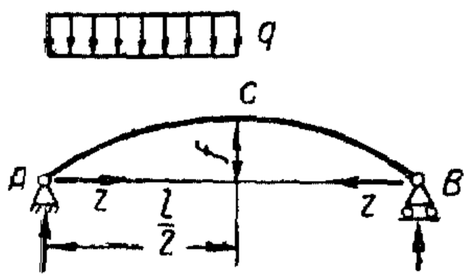
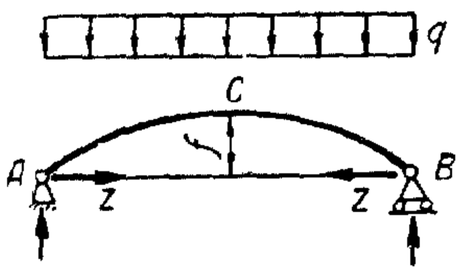
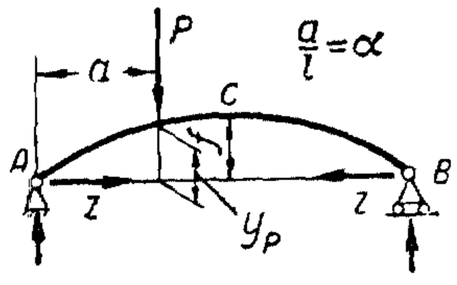
$$K=\frac{1}{1+1,876\frac{J}{f^2}\left(\frac{E}{E_1F_1}+\frac{n}{F}\right)};$$

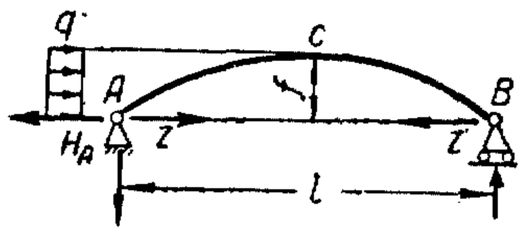
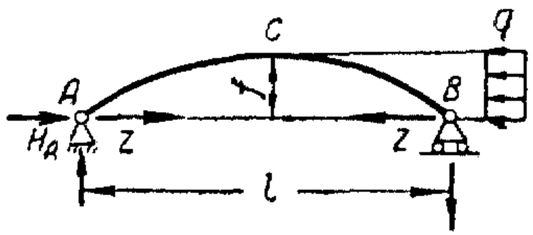
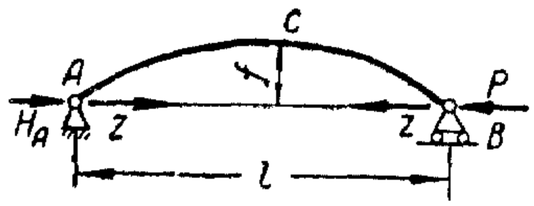
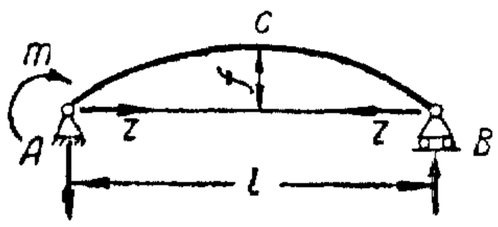
для арок без затяжки

$$K_1=\frac{1}{1+1,876\frac{Jn}{Ff^2}}$$

Таблица III.45

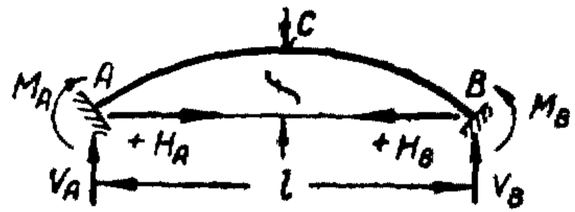
Двухшарнирная пологая арка с затяжкой. Опорные реакции, усилие в затяжке Z, распор H и момент в ключе

Схема арки	V_A	V_B	Z и H	M
	$\frac{3}{8}ql$	$\frac{1}{8}ql$	$Z=\frac{ql^2f}{2(8f^2+15k)}$ $H_A=0$	$M_C=\frac{ql^2}{16}-Zf$
	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql}{2}$	$Z=\frac{ql^2f}{8f^2+15k}$ $H_A=0$	$M_C=\frac{ql^2}{8}-Zf$
	$P(1-\alpha)$	$P\alpha$	$Z=\frac{5Plf\alpha(1-2\alpha^2+\alpha^3)}{8f^2+15k}$ $H_A=0$	$M_C=\frac{Pl\alpha}{2}-Zf$ $M_P=Pl\alpha(1-\alpha)-Zy_P$

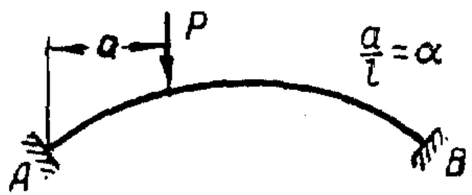
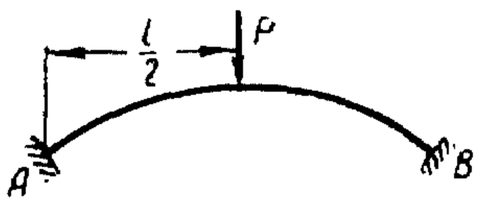
	$\frac{qf^2}{2l}$	$\frac{qf^2}{2l}$	$Z=\frac{16qf^3}{7(8f^2+15k)}$ $H_A=qf$	$M_C=\frac{qf^2}{4}-Zf$
	$\frac{qf^2}{2l}$	$\frac{qf^2}{2l}$	$Z=-\frac{40qf^3}{7(8f^2+15k)}$ $H_A=qf$	$M_C=-\frac{3}{4}qf^2-Zf$
	0	0	$Z=-\frac{8Pf^2}{8f^2+15k}$ $H=P$	$M_C=-(P+Z)f$
	$\frac{m}{l}$	$\frac{m}{l}$	$Z=\frac{5mf}{8f^2+15k}$	$M_C=\frac{m}{2}-Zf$

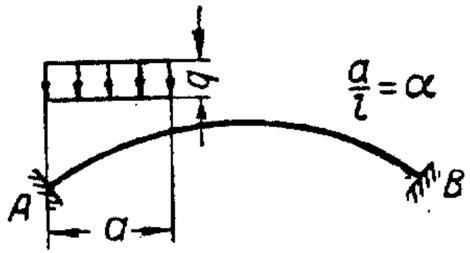
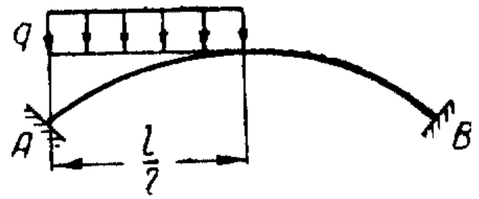
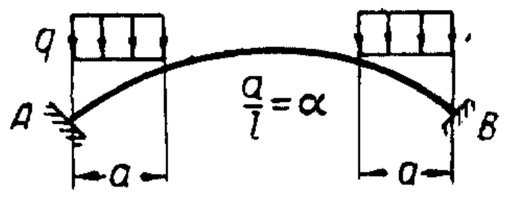
Примечание. В арке без затяжки $k=0$. В арке с затяжкой $k=\frac{EJ_{\text{арки}}}{E_1F_{1\ \text{затяжки}}}$,

Таблица III. 46

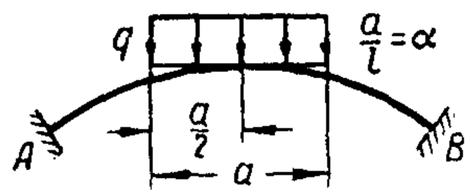
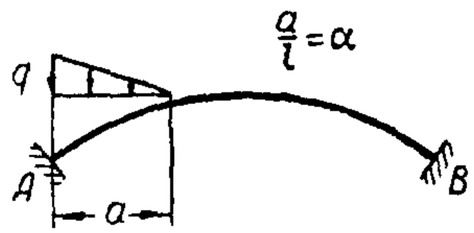
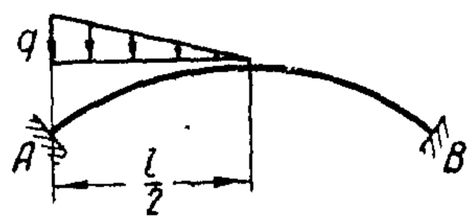


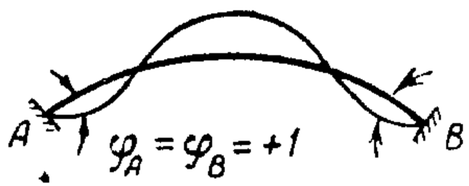
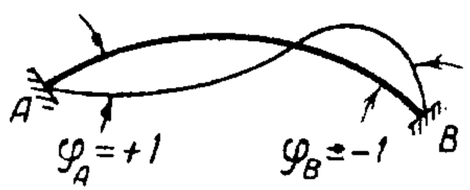
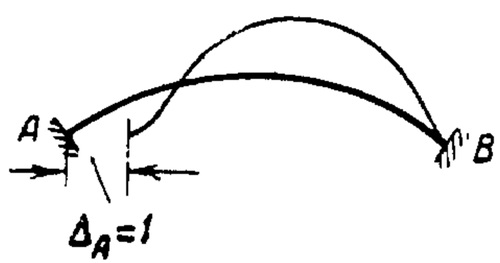
Арки с заделанными пятами. Опорные реакции, распор, опорные и ключевой моменты

Схема арки	V_A	V_B	H	M_A	M_B	M_G
	$+P(1-\alpha)^2\times(1+2\alpha)$	$+P\alpha^2(3-2\alpha)$	$+\frac{15}{4}\frac{Pl}{f}\alpha^2(1-\alpha)^2$	$-\frac{Pl}{2}\alpha(1-\alpha)^2\times(2-5\alpha)$	$+\frac{Pl}{2}\alpha^2(1-\alpha)(3-5\alpha)$	при $\alpha\leqslant 0{,}5$ $-\frac{Pl}{4}\alpha^2(3-10\alpha+5\alpha^2)$
	$+\frac{P}{2}$	$+\frac{P}{2}$	$+\frac{15}{64}\frac{Pl}{f}$	$+\frac{Pl}{32}$	$+\frac{Pl}{32}$	$+\frac{3}{64}Pl$
	$-12\frac{Pf}{l}\times\alpha^2(1-\alpha)^2$	$+12\frac{Pf}{l}\times\alpha^2(1-\alpha)^2$	$H_B=+P\alpha^2(15-50\alpha+60\alpha^2-24\alpha^3)$ $H_A=-P(1-15\alpha^2+50\alpha^3-60\alpha^4+24\alpha^5)$	$-2Pf\alpha(1-\alpha)^2(2-7\alpha+8\alpha^2)$	$+2Pf\alpha^2(1-\alpha)(3-9\alpha+8\alpha^3)$	$-Pf\alpha^2(3-14\alpha+20\alpha^2-8\alpha^3)$

	$-\frac{3}{4}\frac{Pf}{l}$	$+\frac{3}{4}\frac{Pf}{l}$	$H_B=+\frac{P}{2}$ $H_A=-\frac{P}{2}$	$-\frac{Pf}{8}$	$+\frac{Pf}{8}$	0
	$+\frac{ql}{2}\alpha(2-$ $-2\alpha^2+\alpha^3)$	$+\frac{ql}{2}\times$ $\times\alpha^3(2-\alpha)$	$+\frac{ql^2}{8f}\alpha^3(10-$ $-15\alpha+6\alpha^2)$	$-\frac{ql^2}{2}\alpha^2(1-$ $-3\alpha+3\alpha^2-\alpha^3)$	$+\frac{ql^2}{2}\alpha^2(\alpha-$ $-2\alpha^2+\alpha^3)$	при $\alpha\leqslant 0$ $-\frac{ql^2}{8}\alpha^2(2\alpha-$ $-5\alpha^2+2\alpha^3)$
	$+\frac{13ql}{32}$	$+\frac{3ql}{32}$	$+\frac{ql^2}{16f}$	$-\frac{ql^2}{64}$	$+\frac{ql^2}{64}$	0
	$+\frac{ql}{2}$	$+\frac{ql}{2}$	$+\frac{ql^2}{8f}$	0	0	0
	$+ql\alpha$	$+ql\alpha$	$+\frac{ql^2}{4f}\alpha^3(10-$ $-15\alpha+6\alpha^2)$	$-\frac{ql^2}{2}\alpha^2(1-$ $-4\alpha+5\alpha^2-2\alpha^3)$	$-\frac{ql^2}{2}\alpha^2(1-$ $-4\alpha+5\alpha^2-2\alpha^3)$	$-\frac{ql^2}{4}\alpha^2(2\alpha-$ $-5\alpha^2+2\alpha^3)$

Продолж. табл. III. 46

Схема арки	V_A	V_B	H	M_A	M_B	M_C
	$+\frac{ql}{2}\alpha$	$+\frac{ql}{2}\alpha$	$+\frac{ql^2}{64f}\alpha(15-10\alpha^2+3\alpha^4)$	$+\frac{ql^2}{32}\alpha(1-2\alpha^2+\alpha^4)$	$+\frac{ql^2}{32}\alpha(1-2\alpha^2+\alpha^4)$	$+\frac{ql^2}{64}(3\alpha-8\alpha^2+6\alpha^3-\alpha^5)$
	$+\frac{ql}{20}\alpha(10-5\alpha^2+2\alpha^3)$	$+\frac{ql}{20}\alpha^2\times(5\alpha-2\alpha^2)$	$+\frac{ql^2}{16f}\alpha^3(5-6\alpha+2\alpha^2)$	$-\frac{ql^2}{120}\alpha^2(20-15\alpha+36\alpha^2-10\alpha^3)$	$+\frac{ql^2}{120}\alpha^2(15\alpha-24\alpha^2+10\alpha^3)$	$-\frac{ql^2}{48}\alpha^2(3\alpha-6\alpha^2+2\alpha^3)$
	$+\frac{9ql}{40}$	$+\frac{ql}{40}$	$+\frac{5}{256}\frac{ql^2}{f}$	$-\frac{7ql^2}{640}$	$+\frac{11ql^2}{1920}$	$-\frac{ql^2}{768}$
	$+\frac{5}{32}ql$	$+\frac{ql}{96}$	$+\frac{ql^2}{112f}$	$-\frac{17ql^2}{2240}$	$+\frac{19ql^2}{6720}$	$-\frac{ql^2}{1120}$

	$-\frac{qf^2}{4l}$	$+\frac{qf^2}{4l}$	$H_B=+\frac{3}{14}qf$ $H_A=-\frac{11}{14}qf$	$-\frac{51}{280}qf^2$	$+\frac{19}{280}qf^2$	$-\frac{3}{140}qf^2$
$\varphi_A=+1$	$-\frac{6EJ}{l^2}$	$+\frac{6EJ}{l^2}$	$+\frac{15}{2}\frac{EJ}{fl}$	$+\frac{9EJ}{l}$	$+\frac{3EJ}{l}$	$-\frac{3}{2}\frac{EJ}{l}$
	0	0	$+\frac{15EJ}{fl}$	$+\frac{12EJ}{l}$	$+\frac{12EJ}{l}$	$-\frac{3EJ}{l}$
	$-\frac{12EJ}{l^2}$	$+\frac{12EJ}{l^2}$	0	$+\frac{6EJ}{l}$	$-\frac{6EJ}{l}$	0
	0	0	$\frac{45}{4}\frac{EJ}{f^2l}$	$+\frac{15}{2}\frac{EJ}{fl}$	$+\frac{15}{2}\frac{EJ}{fl}$	$-\frac{15}{4}\frac{EJ}{fl}$

§ 4. Арки с большой стрелой f

Для расчета арок с большой стрелой приведены таблицы III. 47, 48, 49 и 50 для четырех простых случаев нагрузки. По этим же таблицам можно сравнить влияние формы оси.

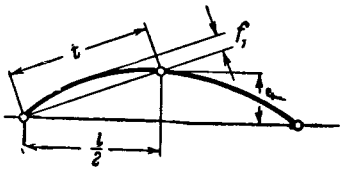
§ 5. Устойчивость арок

(в плоскости арки)

Для ориентировочных расчетов можно пользоваться следующими формулами:

1. Трехшарнирная арка

Критическое усилие $N_{кр}$ сжатия в пределах упругости в плоскости арки определяется по формуле



Фиг. III. 108.

$$N_{кр}=\frac{6EJ}{t^2}\left[1-14\left(\frac{f_1}{t}\right)^2\right],$$

где t — длина хорды половины арки;
f_1 — стрелка полуарки (фиг. III. 108);

$$t=\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2+f^2}.$$

Приведенная длина прямого стержня для расчета трехшарнирной арки на продольный изгиб в ее плоскости может быть подсчитана по формуле

$$l_{прив}=\frac{\pi}{\sqrt{6}}\frac{t}{\sqrt{1-14\left(\frac{f_1}{t}\right)^2}}\approx 1{,}28\left[1+7\left(\frac{f_1}{t}\right)^2\right]t.$$

2. Двухшарнирная арка

Допуская, что продольная сила N постоянна, можно для пологих арок пользоваться формулой

$$N_{кр}=\frac{\pi^2EJ}{\left(\frac{s}{2}\right)^2}=\frac{4\pi^2EJ}{s^2},$$

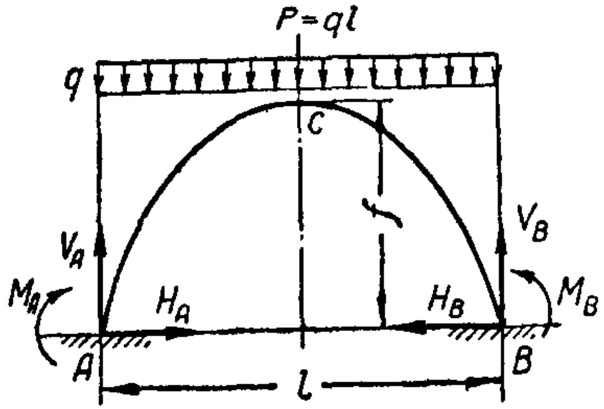
где s — длина дуги арки, а

$$N=\sqrt{V_A^2+H_{max}^2}.$$

При выпучивании перегиб получается в ключе.

Таблица III. 47

Арки с большой стрелой и заделанными пятами.



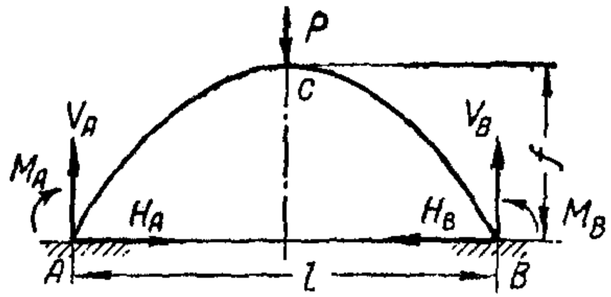
Равномерная вертикальная нагрузка

$$M_B = M_A;\ H_B = H_A;\ V_B = V_A$$

		f/l	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
Очертание оси арки	Параболическое	V_A/P	—	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	—	—
		H_A/P	—	0,625	0,4167	0,3125	0,25	0,2083	0,1786	0,1563	0,1389	0,125	—	—
		$M_A/P.l$	—	0	0	0	0	0	0	0	0	0	—	—
	Эллиптическое	V_A/P	—	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	—
		H_A/P	—	0,7282	0,4734	0,3492	0,2758	0,2274	0,1932	0,1677	0,1480	0,1324	0,1197	0,1091
		$M_A/P.l$	—	0,02978	0,02720	0,02568	0,02467	0,02392	0,02337	0,02290	0,02252	0,02218	0,02189	0,02164
		$M_C/P.l$	—	0,00914	0,01016	0,01102	0,01174	0,01249	0,01316	0,01378	0,01431	0,01481	0,01524	0,01571
	Круговое	V_A/P	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	—	—	—	—	—	—	—
		H_A/P	1,2609	0,6378	0,4342	0,3356	0,2758	—	—	—	—	—	—	—
		$M_A/P.l$	0,00131	0,00414	0,00925	0,01649	0,02467	—	—	—	—	—	—	—
		$M_C/P.l$	0,00022	0,00158	0,00399	0,00726	0,01175	—	—	—	—	—	—	—

Таблица III. 48

Арки с большой стрелой и заделанными пятами.

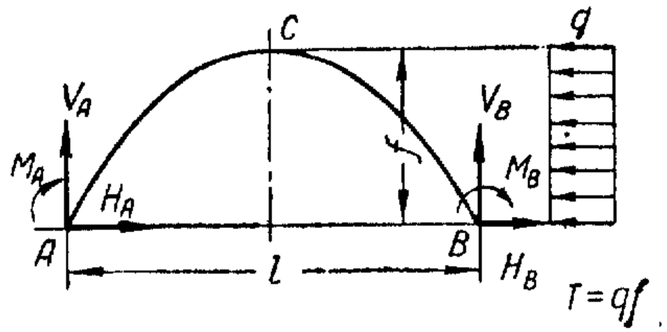


Сосредоточенная вертикальная нагрузка в ключе

$$M_B = M_A;\ H_B = H_A;\ V_B = V_A$$

Очертание оси арки		f/l	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
	Параболическое	V_A/P	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	—	—
		H_A/P	—	1,1563	0,7622	0,5654	0,4471	0,3691	0,3135	0,2726	0,2406	0,2151	—	—
		M_A/Pl	—	0,02826	0,02751	0,02625	0,02503	0,02413	0,02332	0,02280	0,02222	0,02126	—	—
		M_C/Pl	—	0,04770	0,04886	0,05010	0,05146	0,05269	0,05386	0,05468	0,05566	0,05656	—	—
	Эллиптическое	V_A/P	—	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
		H_A/P	—	1,2527	0,7999	0,5820	0,4551	0,3716	0,3130	0,2696	0,2365	0,2101	0,1889	0,1712
		M_A/Pl	—	0,06899	0,06103	0,05637	0,05326	0,05089	0,04911	0,04761	0,04640	0,04533	0,04439	0,04353
		M_C/Pl	—	0,06845	0,07107	0,07356	0,07570	0,07795	0,07999	0,08194	0,08358	0,08522	0,08660	0,08808
	Круговое	V_A/P	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	—	—	—	—	—	—	—
		H_A/P	2,3461	1,1677	0,7740	0,5769	0,4551	—	—	—	—	—	—	—
		M_A/Pl	0,03249	0,03526	0,04014	0,04663	0,05326	—	—	—	—	—	—	—
		M_C/Pl	0,04789	0,05171	0,05793	0,06587	0,07570	—	—	—	—	—	—	—

Арки с большой стрелой и заделанными пятами.

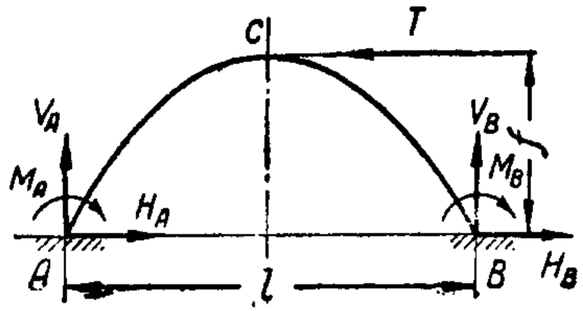


Равномерная горизонтальная нагрузка правой половины

$$V_C = V_A = -V_B;\ H_C = -H_A$$

		f/l	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
Очертание оси арки	Параболическое	V_A/T	—	0,0520	0,0796	0,1081	0,1368	0,1660	0,1950	0,2240	0,2529	0,2820	—	—
		H_A/T	—	0,1970	0,1999	0,2026	0,2050	0,2069	0,2084	0,2097	0,2108	0,2120	—	—
		H_B/T	—	0,8030	0,8001	0,7974	0,7950	0,7931	0,7916	0,7903	0,7892	0,7880	—	—
		M_A/Tl	—	0,0103	0,0153	0,0201	0,0250	0,0297	0,0345	0,0394	0,0444	0,0494	—	—
		M_B/Tl	—	0,0377	0,0551	0,0718	0,0881	0,1043	0,1204	0,1366	0,1527	0,1686	—	—
		M_C/Tl	—	−0,0031	−0,0049	−0,0069	−0,0090	−0,0114	−0,0138	−0,0163	−0,0189	−0,0216	—	—
	Эллиптическое	V_A/T	—	0,0355	0,0582	0,0821	0,1053	0,1310	0,1555	0,1799	0,2044	0,2286	0,2531	0,2772
		H_A/T	—	0,2049	0,2154	0,2201	0,2235	0,2260	0,2279	0,2294	0,2304	0,2311	0,2314	0,2315
		H_B/T	—	0,7951	0,7846	0,7799	0,7765	0,7740	0,7721	0,7706	0,7696	0,7689	0,7686	0,7685
		M_A/Tl	—	0,0195	0,0292	0,0378	0,0463	0,0545	0,0628	0,0712	0,0793	0,0875	0,0953	0,1032
		M_B/Tl	—	0,0450	0,0627	0,0802	0,0976	0,1144	0,1316	0,1489	0,1663	0,1840	0,2016	0,2196
		M_C/Tl	—	−0,0037	−0,0064	−0,0092	−0,0122	−0,0155	−0,0189	−0,0224	−0,0259	−0,0294	−0,0327	−0,0360
	Круговое	V_A/T	0,0249	0,0485	0,0706	0,0899	0,1053	—	—	—	—	—	—	—
		H_A/T	0,2141	0,2145	0,2156	0,2182	0,2235	—	—	—	—	—	—	—
		H_B/T	0,7859	0,7855	0,7844	0,7818	0,7765	—	—	—	—	—	—	—
		M_A/Tl	0,0068	0,0145	0,0228	0,0332	0,0463	—	—	—	—	—	—	—
		M_B/Tl	0,0183	0,0369	0,0566	0,0769	0,0984	—	—	—	—	—	—	—
		M_C/Tl	−0,0022	−0,0041	−0,0066	−0,0091	−0,0128	—	—	—	—	—	—	—

Таблица III. 50



Арки с большой стрелой и заделанными пятами.

Сосредоточенная горизонтальная нагрузка в ключе свода

$$M_B = M_A;\ V_C = V_A = -V_B;\ M_C = 0;$$

$$H_A = H_C = H_B = \frac{1}{2}T$$

		f/l	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
Очертание оси арки	Параболическое	V_A/T	—	0,1528	0,2315	0,3113	0,3919	0,4723	0,5530	0,6335	0,7141	0,7949	—	—
		M_A/Tl	—	0,0236	0,0343	0,0444	0,0541	0,0639	0,0735	0,0832	0,0929	0,1026	—	—
	Эллиптическое	V_A/T	—	0,1157	0,1823	0,2505	0,3197	0,3890	0,4585	0,5277	0,5970	0,6660	0,7354	0,8041
		M_A/Tl	—	0,0421	0,0588	0,0747	0,0901	0,1055	0,1207	0,1361	0,1515	0,1670	0,1823	0,1979
	Круговое	V_A/T	0,0744	0,1457	0,2110	0,2692	0,3197	—	—	—	—	—	—	—
		M_A/Tl	0,01280	0,0271	0,0445	0,0654	0,0901	—	—	—	—	—	—	—

3. Бесшарнирная арка

Каждая половина арки соответствует односторонне заделанному стержню с шарнирной опорой в ключе. Критическое усилие равно

$$N_{кр}=\frac{2\pi^2EJ}{\left(\frac{s}{2}\right)^2}=\frac{8\pi^2EJ}{s^2},$$

N, s — то же, что и для двухшарнирных арок.

Глава XII

РАСЧЕТ ПРУЖИН

Для расчета пружин, работающих на изгиб, можно пользоваться данными табл. III. 51.

В формулах для расчета пружин, работающих на кручение (см. табл. III. 52), предполагается, что шаг и прогиб невелики. Кроме того, не учитываются напряжения среза. Если принять во внимание напряжение среза, то для круглого сечения можно написать

$$\tau_{среза}=\frac{4}{3}\frac{P}{F}=\frac{16P}{3\pi d^2}.$$

Для внутренних точек пружины имеем

$$\tau_{max}=\tau_{кр}+\tau_{ср}=\frac{16Pr}{\pi d^2}\left(1+\frac{d}{3r}\right).$$

Для прямоугольного сечения дополнительное напряжение среза равно

$$\tau_{ср}=\frac{3}{2}\frac{P}{F}=\frac{3}{2}\frac{P}{bh}.$$

При расчете пружин, имеющих форму усеченного конуса, в формулы табл. III. 52 нужно в выражение прогиба f вместо r^2 подставить $r^2+r_0^2$, а вместо l или πnr брать $\pi n(r+r_0)$, где r_0 — радиус меньшего витка.

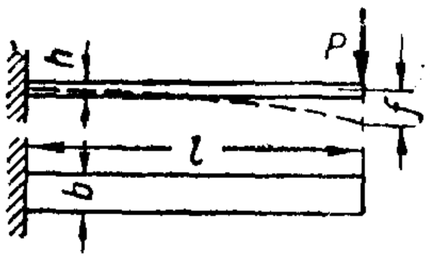
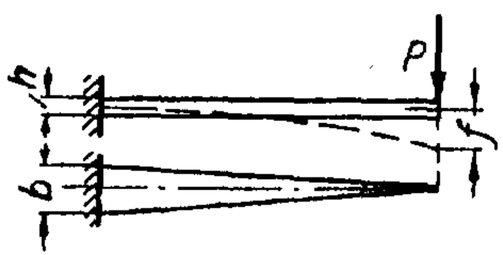
При расчете всех винтовых пружин, работающих на кручение, необходимо, кроме указанного выше увеличения напряжений от среза, учитывать увеличение напряжений в зависимости от отношения $\frac{2r}{d}$. Если учитывать только эти дополнительные напряжения, то надлежит пользоваться табл. III. 53. Если желательно учесть дополнительные напряжения, как зависящие от $\frac{2r}{d}$, так и зависящие от подъема винтовой линии, то пользоваться следует данными табл. III. 54. В этой таблице значения $\frac{1}{\mu_2}$ даны для разных углов подъема при $\frac{2r}{d}=4$ и,

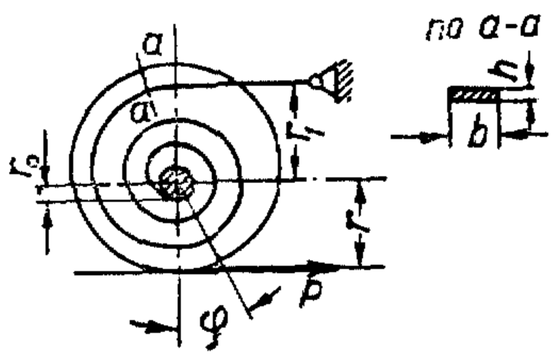
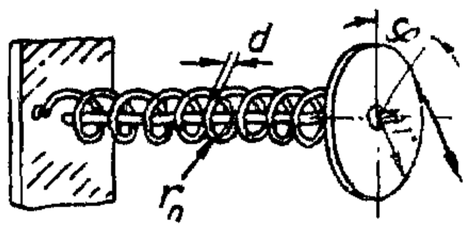
Пружины

(во всех формулах этих таблиц напряжения σ и τ означают σ_{max} и τ_{max})

Таблица III. 51

Пружины, работающие на изгиб

Тип пружины и нагрузка	Усилие	Прогиб	Напряжение и работа
 Прямоугольная пластинчатая пружина	$P=\frac{bh^2}{6}\frac{\sigma}{l}$	$f=\frac{Pl^3}{3EJ}=\frac{2}{3}\frac{l^2}{h}\frac{\sigma}{E}$	$\sigma=\frac{6Pl}{bh^2}$ $A=\frac{Pf}{2}=\frac{\sigma^2}{18E}bhl$
	См. ч. II. табл. II. 37		
 Треугольная пластинчатая пружина	$P=\frac{bh^2}{6}\frac{\sigma}{l}$	$f=\frac{Pl^3}{2EJ}=\frac{l^2}{h}\frac{\sigma}{E}$	$\sigma=\frac{6Pl}{bh^2}$ $A=\frac{Pf}{2}=\frac{\sigma^2}{6E}\frac{bhl}{2}$

 Спиральная пружина круглого сечения $l \approx \pi n(r_0+r_1)$ n — число витков спирали	$P=\frac{bh^2}{6}\frac{\sigma}{r}$	$f=r\varphi=\frac{Plr^2}{EJ}=2\frac{rl}{h}\frac{\sigma}{E}$	$\sigma=\frac{6Pr}{bh^2}$ $A\approx\frac{Pf}{2}=\frac{\sigma^2}{6E}V,$ где $V=bhl$
 Винтовая пружина круглого сечения $l=2\pi r_0 n\sqrt{1+\left(\frac{t}{2\pi r_0}\right)^2}$ n — число витков; t — шаг винтовой линии; r_0 — радиус по оси винтовой линии пружины	$P=\frac{\pi d^3}{32}\frac{\sigma}{r}$	$f=r\varphi=\frac{Plr^2}{EJ}=2\frac{rl}{d}\frac{\sigma}{E}$	$\sigma=\frac{32Pr}{\pi d^3}$ $A=\frac{Pf}{2}=\frac{\sigma^2}{8E}V,$ где $V=\frac{\pi d^2}{4}l$

Продолж. табл. III.51

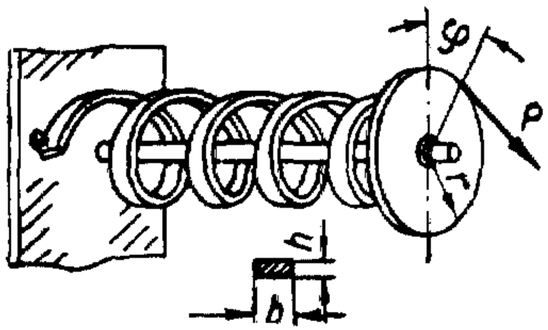
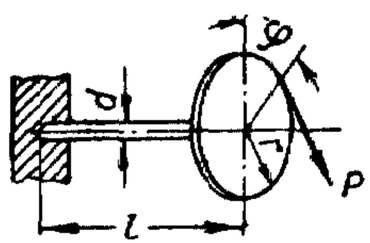
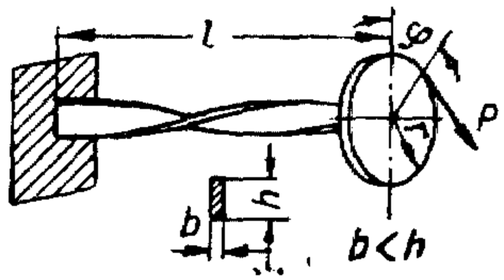
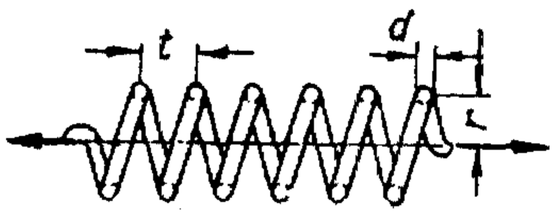
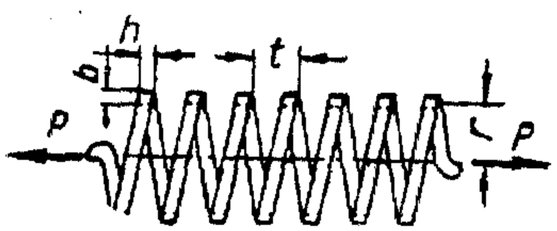
Тип пружины и нагрузка	Усилие	Прогиб	Напряжение и работа
 Винтовая пружина прямоугольного сечения $l=2\pi r_0 n\sqrt{1+\left(\frac{t}{2\pi r_0}\right)^2}$ n — число витков; t — шаг винтовой линии; r_0 — радиус по оси винтовой линии	$P=\frac{bh^2}{6}\frac{\sigma}{r}$	$f=r\varphi=\frac{Pl}{EJ}r^2=2\frac{rl}{h}\frac{\sigma}{E}$	$\sigma=\frac{6Pr}{bh^2}$ $A=\frac{Pf}{2}=\frac{\sigma^2}{6E}V,$ где $V=bhl$

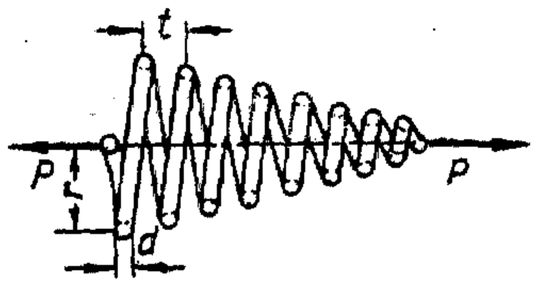
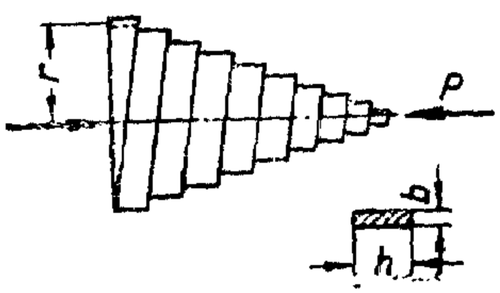
Таблица III.52

Пружины, работающие на кручение

 Стержень круглого сечения	$P=\frac{\pi}{16}\frac{d}{r}\tau=0,1963\frac{d^3}{r}\tau$	$f=r\varphi$ $\varphi=\frac{32}{\pi}\frac{rl}{d^4}\frac{P}{G}=\frac{2rl}{d}\frac{\tau}{G}$	$\tau=\frac{16Pr}{\pi d^3}$ $A=\frac{Pf}{2}=\frac{\tau^2}{4G}V,$ где $V=\frac{\pi d^2}{4}l$

 Стержень прямоугольного сечения	$P=k_2\frac{b^2h}{r}\tau$	$f=r\varphi$ $\varphi=\frac{Prl}{k_1b^3hG}=\frac{k_2}{k_1}\frac{\tau}{G}\frac{l}{b}$	$\tau=\frac{Pr}{k_2b^2h}$ $A=\frac{Pr}{2}\varphi=\eta\frac{\tau^2}{G}V,$ где $V=bhl;$ $\eta=\frac{k_2^2}{2k_1}$
	Коэффициенты k см. гл. IV табл. III.3		
 Цилиндрическая винтовая пружина круглого сечения $l=n\sqrt{(2\pi r)^2+t^2}$ n—число витков	$P=\frac{\pi}{16}\frac{d^3}{r}\tau=0{,}1963\frac{d^3}{r}\tau$	$f=\frac{64nr^3}{d^4}\frac{P}{G}=\frac{4\pi nr^2}{d}\frac{\tau}{G}$	$\tau=\frac{16Pr}{\pi d^3}$ $A=\frac{Pf}{2}=\frac{\tau^2}{4G}V,$ где $V=\frac{\pi d^2}{4}l$
	См. табл. II.38		
$b<h$  Цилиндрическая винтовая пружина прямоугольного сечения $l=n\sqrt{(2\pi r)^2+t^2}$ n—число витков	$P=k_2\frac{b^2h}{r}\tau$	$f=\frac{2\pi nr^3}{k_1hb^3}\frac{P}{G}=\frac{1}{k_1}\frac{r^2l}{hb^3}\frac{P}{G}=$ $=\frac{k_2}{k_1}\frac{rl}{b}\frac{\tau}{G}$	$\tau=\frac{Pr}{k_2b^2h}$ $A=\eta\frac{\tau^2}{G}V,$ где $V=bhl;$ $\eta=\frac{k_2^2}{2k_1}$
	Коэффициенты k см. гл. IV табл. III. 3		

Продолж. табл. III. 52

Тип пружины и нагрузка	Усилие	Прогиб	Напряжение и работа
 Коническая винтовая пружина круглого сечения $l \approx n\sqrt{(\pi r)^2+t^2}$ n – число витков	$P=\frac{\pi}{16}\frac{d^3}{r}\tau=0{,}1963\frac{d^3}{r}\tau$	$f=\frac{16r^2l}{\pi d^4}\frac{P}{G}=16n\frac{r^3}{d^4}\frac{P}{G}=$ $=\frac{rl}{d}\frac{\tau}{G}=\pi n\frac{r^2}{d}\frac{\tau}{G}$	$\tau=\frac{16Pr}{\pi d^3}$ $A=\frac{Pf}{2}=\frac{\tau^2}{8G}V,$ где $V=\frac{\pi d^2}{4}l$
 Коническая винтовая пружина прямоугольного сечения $l \approx n\sqrt{\pi r^2+t^2}$	$P=k_2hb^2\frac{\tau}{r}$	$f=\frac{\pi}{2k_1}\frac{nr^3}{hb^3}\frac{P}{G}=\frac{1}{2}\frac{1}{k_1}\frac{r^2l}{hb^3}\frac{P}{G}=$ $=\frac{1}{2}\frac{k_2}{k_1}\frac{rl}{b}\frac{\tau}{G}$	$\tau=\frac{Pr}{k_2b^2h}$ $A=\eta\frac{\tau^2}{G}V,$ где $V=bhl;$ $\eta=\frac{k_2^2}{2k_1}$

Коэффициенты k см. гл. IV табл. III. 3

роме того, даны коэффициенты увеличения напряжений $\frac{1}{\mu_3}$ в зависимости т отношения $\frac{2r}{d}$ при угле подъема винтовой пружины 10°.

Таблица III. 53

$\frac{2r}{d}$	4	6	8	10	12
$\frac{1}{\mu_1}$	1,396	1,242	1,174	1,136	1,111

Комбинируя данные табл. III. 54, можно получить поправки для разных ружин. Например, для пружины с углом подъема 20° и отношением $\frac{2r}{d} = 10$ эффициент увеличения напряжений будет

$$\frac{1}{\mu} \approx 1,584 \frac{1,235}{1,507} = 1,297.$$

Таблица III 54

При $\frac{2r}{d} = 4$.

Угол подъема винтовой пружины	0°	10°	20°	30°	40°	60°	75°	90°
$\frac{1}{\mu_2}$	1,396	1,507	1,584	1,632	1,647	1,650	1,640	1,639

При угле подъема 10°

$\frac{2r}{d}$	4	5	6	8	10	12	16	20	30	40	∞
$\frac{1}{\mu_3}$	1,507	1,408	1,346	1,274	1,235	1,191	1,178	1,162	1,139	1,126	1,093

Глава XIII

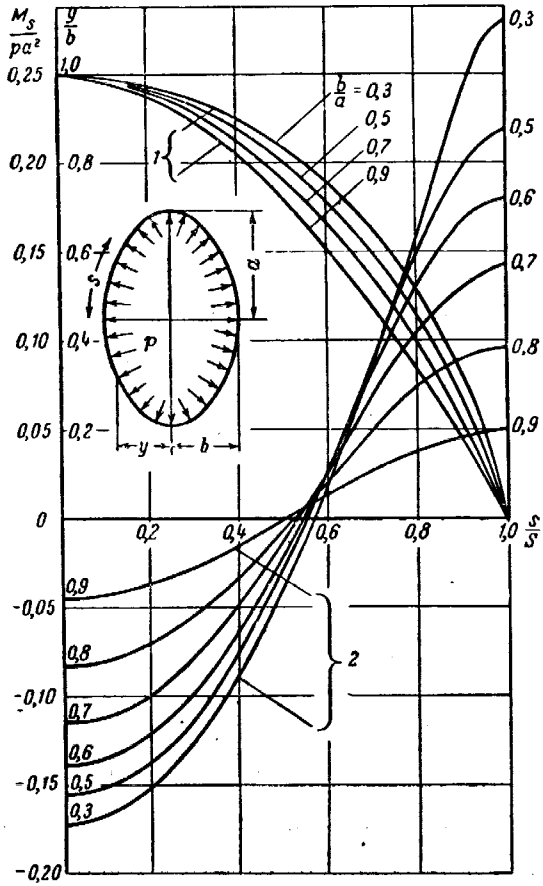
КОЛЬЦА И ШПАНГОУТЫ

Формулы для определения изгибающих моментов M, нормальных (осевых) сил N, перерезывающих (поперечных) сил Q и деформаций в балках постоянного сечения, изогнутых по дуге круга, даны в табл. III. 55. Предполагается, что отношение поперечного размера балки к радиусу кривизны мало и влиянием кривизны на деформации можно пренебречь.

Формулы для определения M, N и Q и деформаций в круглых кольцах постоянного сечения при некоторых комбинациях нагрузок даны в табл. III. 56.

Формулы для расчета овальных шпангоутов для некоторых видов нагрузки даны в табл. III. 57.

На фиг. III. 109 приведены графики для определения изгибающих моментов от внутреннего давления в эллиптическом кольце постоянного сечения.



Фиг. III. 109. Изгибающие моменты M_s от внутреннего давления в эллиптическом шпангоуте постоянного сечения.

Кривые 1) $\frac{y}{b}$ в зависимости от $\frac{s}{S}$, где S — четверть периметра; Кривые 2) $\frac{M_s}{pa^2}$ в зависимости от $\frac{s}{S}$, где p — внутреннее давление в *кг/см*^{2}.

Для кольца переменного сечения $M = M_s + \Delta M$, где ΔM — поправка к M_s кольца постоянного сечения:

$$\Delta M = -\frac{\int_0^s \frac{M_s}{J_s}\, ds}{\int_0^s \frac{ds}{J_s}}.$$

§ 1. Формулы для расчета балок постоянного сечения, изогнутых по дуге круга

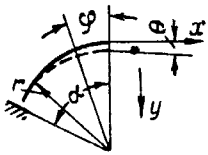
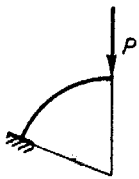
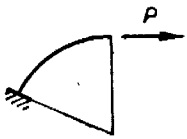
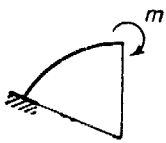
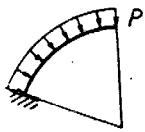
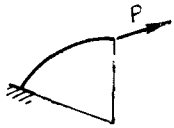
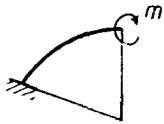
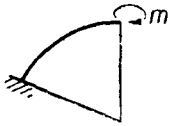
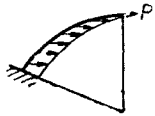


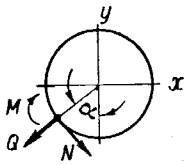
Таблица III.55

Схема нагрузки	Значения $M_{изг}$, N, Q, f и θ
Нагрузка в плоскости круга	
	$M_{изг}=-Pr\sin\varphi$; $N=-P\sin\varphi$; $Q=P\cos\varphi$; $f_y=\frac{Pr^3}{EJ}\left(\frac{\alpha}{2}-\frac{\sin 2\alpha}{4}\right)$ $f_x=\frac{Pr^3}{EJ}\frac{(1-\cos\alpha)^2}{2}$ $\theta=\frac{Pr^2}{EJ}(1-\cos\alpha)$
	$M_{изг}=-Pr(1-\cos\varphi)$; $N=P\cos\varphi$; $Q=P\sin\varphi$ $f_y=\frac{Pr^3}{EJ}\frac{(1-\cos\alpha)^2}{2}$; $f_x=\frac{Pr^3}{EJ}\left(\frac{3}{2}\alpha-2\sin\alpha+\frac{\sin 2a}{4}\right)$ $\theta=\frac{Pr^2}{EJ}(\alpha-\sin\alpha)$
	$M_{изг}=-m$; $N=0$; $Q=0$; $f_y=\frac{mr^2}{EJ}(1-\cos\alpha)$; $f_x=\frac{mr^2}{EJ}(\alpha-\sin\alpha)$ $\theta=\frac{mr}{EJ}\alpha$
	$M_{изг}=-pr^2(1-\cos\varphi)$; $N=-pr(1-\cos\varphi)$; $Q=pr\sin\varphi$; $f_y=\frac{pr^4}{EJ}\frac{(1-\cos\alpha)^2}{2}$ $f_x=\frac{pr^4}{EJ}\left(\frac{3\alpha}{2}-2\sin\alpha+\frac{\sin 2\alpha}{4}\right)$ $\theta=\frac{pr^3}{EJ}(\alpha-\sin\alpha)$

Продолж. табл. III.55

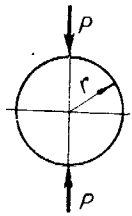
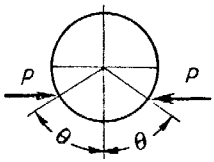
Схема нагрузки	Значения $M_{изг}$, N, Q, f и θ
	$M_{изг}=-qr(\varphi-\sin\varphi)$; $N=qr\sin\varphi$ $Q=qr(1-\cos\varphi)$ $f_y=\frac{qr^4}{EJ}\left[\sin\alpha+\frac{\sin 2\alpha}{4}-\frac{\alpha}{2}-\alpha\cos\alpha\right]$ $f_x=\frac{qr^4}{EJ}\left[\frac{\alpha^2}{2}-\alpha\sin\alpha+\frac{\sin^2\alpha}{2}\right]$ $\theta=\frac{qr^3}{EJ}\left[\frac{\alpha^2}{2}+\cos\alpha-1\right]$
Нагрузка перпендикулярна плоскости круга; $\lambda=\frac{EJ_{изг}}{GJ_{кр}}$	
	$M_{изг}=Pr\sin\varphi$; $M_{кр}=Pr(1-\cos\varphi)$ $f_z=\frac{Pr^3}{EJ}\left(\frac{1+3\lambda}{2}\alpha+\frac{\lambda-1}{4}\sin 2\alpha-2\lambda\sin\alpha\right)$
	$M_{изг}=m\sin\varphi$; $M_{кр}=-m\cos\varphi$ $\theta_x=\frac{m}{EJ}\left[\frac{1+\lambda}{2}\alpha+\frac{\lambda-1}{4}\sin 2\alpha\right]$
	$M_{изг}=m\cos\varphi$; $M_{кр}=m\sin\varphi$ $\theta_y=\frac{m}{EJ}\left[\frac{1+\lambda}{2}\alpha-\frac{\lambda-1}{4}\sin 2\alpha\right]$
	$M_{изг}=pr^2(1-\cos\varphi)$ $M_{кр}=pr^2(\varphi-\sin\varphi)$ $f_z=\frac{pr^4}{EJ}[(1-\cos\alpha)^2+\lambda(\alpha-\sin\alpha)^2]$

§ 2. Формулы для расчета круговых колец



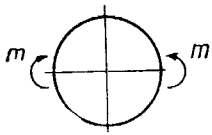
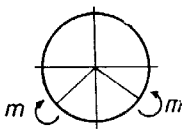
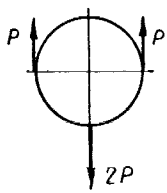
На эскизе показаны положительные направления

Таблица III. 56

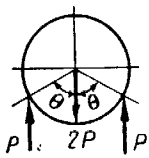
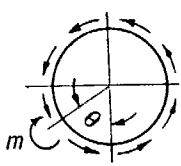
Схема нагрузки	M, Q, N и f (прогиб)[1]
	$M=Pr\left(0{,}3183-\frac{1}{2}\sin\alpha\right)$ $N=-\frac{1}{2}P\sin\alpha;\quad Q=\frac{1}{2}P\cos\alpha;$ $M_{\max}=+0{,}3183\,Pr$ при $\alpha=0$ и $\alpha=\pi;$ $M_{\min}=-0{,}1817\,Pr$ при $\alpha=\frac{\pi}{2};$ $f_x=+0{,}137\frac{Pr^3}{EJ};\quad f_y=-0{,}149\frac{Pr^3}{EJ}$
	При $0<\alpha<\theta$ $M=Pr\,[0{,}3183\,(\sin\theta-\theta\cos\theta+\theta\cos\alpha-$ $-\sin\theta\cos\theta\cos\alpha)-\cos\alpha+\cos\theta]$ $N=P\,[0{,}3183\cos\alpha\,(\theta-\sin\theta\cos\theta)-\cos\alpha]$ $Q=P\,[0{,}3183\sin\alpha\,(\sin\theta\cos\theta-\theta)+\sin\alpha];$ при $\theta<\alpha<\pi$ $M=Pr\,[0{,}3183\,(\sin\theta-\theta\cos\theta+\theta\cos\alpha-$ $-\sin\theta\cos\theta\cos\alpha)]$ $N=P\,[0{,}3183\cos\alpha\,(\theta-\sin\theta\cos\theta)]$ $Q=P\,[0{,}3183\sin\alpha\,(\sin\theta\cos\theta-\theta)]$ $f_x=\frac{Pr^3}{EJ}\left[0{,}6366\,(\sin\theta-\theta\cos\theta)+\frac{1}{2}(\sin\theta\cos\theta-\theta)\right]$ $f_y=\frac{Pr^3}{EJ}\left[0{,}6366\,(\sin\theta-\theta\cos\theta)+\cos\theta+\right.$ $\left.+\frac{1}{2}\sin^2\theta-1\right]$

[1] Имеется в виду изменение диаметра в соответствующем направлении.

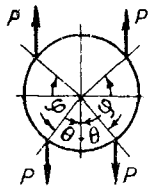
Продолж. табл. III. 56

Схема нагрузки	M, Q, N и f (прогибы)
	при $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ $M=m\left(0{,}6366\cos\alpha-\frac{1}{2}\right)$; при $0<\alpha<\pi$ $N=\frac{m}{r}\,0{,}6366\cos\alpha$; $Q=-\frac{m}{r}\,0{,}6366\sin\alpha$; при $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ $M=m\left(0{,}6366\cos\alpha+\frac{1}{2}\right)$; $M_{\max}=+\frac{m}{2}$; $M_{\min}=-\frac{m}{2}$
	при $0<\alpha<\theta$ $M=m\,[0{,}3183\,(2\sin\theta\cos\alpha+\theta)-1]$; $N=\frac{m}{r}\,0{,}6366\sin\theta\cos\alpha$; $Q=-\frac{m}{r}\,0{,}6366\sin\theta\sin\alpha$; при $\theta<\alpha<\pi$ $M=m\,[0{,}3183\,(2\sin\theta\cos\alpha+\theta)]$; $N=\frac{m}{r}\,0{,}6366\sin\theta\cos\alpha$; $Q=\frac{m}{r}\,0{,}6366\sin\theta\sin\alpha$; $f_x=\frac{mr^2}{EJ}\,(0{,}6366\,\theta-\sin\theta)$; $f_y=\frac{mr^2}{EJ}\,(0{,}6366\,\theta+\cos\theta-1)$
	при $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ $M=Pr\,(0{,}3183\cos\alpha+\sin\alpha-0{,}3183)$; $N=P(0{,}3183\cos\alpha+\sin\alpha)$; $Q=P\,(\cos\alpha-0{,}3183\sin\alpha)$ при $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ $M=Pr\,(0{,}1817+0{,}3183\cos\alpha)$; $N=0{,}3183\,P\cos\alpha$; $Q=-0{,}3183\,P\sin\alpha$; $f_x=-0{,}1366\frac{Pr^3}{EJ}$; $f_y=0{,}1488\frac{Pr^3}{EJ}$

Продолж. табл. III. 56

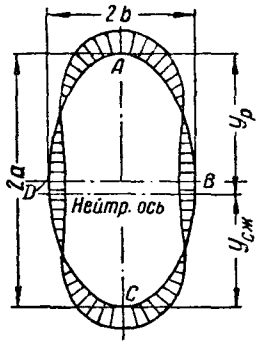
Схема нагрузки	M, Q, N и f (прогибы)
	при $0<\alpha<\theta$ $M=Pr\,[0{,}3183\,(\theta\sin\theta+\cos\theta+\sin^2\theta\cos\alpha-1)-$ $-\sin\theta+\sin\alpha]$; $N=P\,(0{,}3183\sin^2\theta\cos\alpha+\sin\alpha)$; $Q=P\,(\cos\alpha-0{,}3183\sin^2\theta\sin\alpha)$; при $\theta<\alpha<\pi$ $M=Pr\,[0{,}3183\,(\theta\sin\theta+\cos\theta+\sin^2\theta\cos\alpha-1)]$; $N=P\,0{,}3183\sin^2\theta\cos\alpha$; $Q=-P\,0{,}3183\sin^2\theta\sin\alpha$; $f_x=\frac{Pr^3}{EJ}\left[\frac{1}{2}(\sin^2\theta+2)+0{,}6366\,(\theta\sin\theta+\cos\theta-1)-\right.$ $\left.-2\sin\theta\right]$ $f_y=\frac{Pr^3}{EJ}\left[\frac{1}{2}(\sin\theta\cos\theta-\theta)+0{,}6366\,(\theta\sin\theta+\right.$ $\left.+\cos\theta-1)-\sin\theta\right]$
	при $0<\alpha<\theta$ $M=m\left[0{,}3183\left(\sin\theta\cos\alpha-\cos\theta\sin\alpha+\frac{\theta}{2}-\right.\right.$ $\left.\left.-\frac{\alpha}{2}\right)-\frac{1}{2}\right]$; $N=-\frac{m}{r}\,[0{,}3183\,(\cos\theta\sin\alpha-\sin\theta\cos\alpha)]$; $Q=-\frac{m}{r}\left[0{,}3183\left(\sin\theta\sin\alpha+\cos\theta\cos\alpha+\frac{1}{2}\right)\right]$; при $\theta<\alpha<2\pi$ $M=m\left[0{,}3183\left(\sin\theta\cos\alpha-\cos\theta\sin\alpha+\frac{\theta}{2}-\right.\right.$ $\left.\left.-\frac{\alpha}{2}\right)+\frac{1}{2}\right]$; $N=-\frac{m}{r}\,[0{,}3183\,(\cos\theta\sin\alpha-\sin\theta\cos\alpha)]$; $Q=-\frac{m}{r}\left[0{,}3183\left(\sin\theta\sin\alpha+\cos\theta\cos\alpha+\frac{1}{2}\right)\right]$

Продолж. табл. III. 56

Схема нагрузки	M, Q, N и f (прогибы)
	при $0<\alpha<\theta$ $M=Pr\,[\,0{,}3183\,(\varphi\sin\varphi+\cos\varphi-\theta\sin\theta-\cos\theta-$ $-\sin^2\theta\cos\alpha+\sin^2\varphi\cos\alpha)-\sin\varphi+\sin\theta]$; $N=P\,[0{,}3183\cos\alpha\,(\sin^2\varphi-\sin^2\theta]$; $Q=P\,[0{,}3183\sin\alpha\,(\sin^2\theta-\sin^2\varphi)]$; при $\theta<\alpha<\varphi$ $M=Pr\,[0{,}3183\,(\varphi\sin\varphi+\cos\varphi-\theta\sin\theta-\cos\theta-$ $-\sin^2\theta\cos\alpha+\sin^2\varphi\cos\alpha)-\sin\varphi+\sin\alpha]$; $N=P\,[0{,}3183\cos\alpha\,(\sin^2\varphi-\sin^2\theta)+\sin\alpha]$; $Q=P\,[0{,}3183\sin\alpha\,(\sin^2\theta-\sin^2\varphi)+\cos\alpha]$; при $\varphi<\alpha<\pi$ $M=Pr\,[0{,}3183\,(\varphi\sin\varphi+\cos\varphi-\theta\sin\theta+\cos\theta-$ $-\sin^2\theta\cos\alpha+\sin^2\varphi\cos\alpha)]$; $N=P\,[0{,}3183\cos\alpha\,(\sin^2\varphi-\sin^2\theta)]$; $Q=P\,[0{,}3183\sin\alpha\,(\sin^2\theta-\sin^2\varphi)]$; $f_x=\frac{Pr^3}{EJ}\left[\frac{1}{2}(\sin^2\theta+\sin^2\varphi)+0{,}6366\,(\varphi\sin\varphi+\cos\varphi-\right.$ $\left.-\theta\sin\theta-\cos\theta)+1-2\sin\varphi\right]$ $f_y=\frac{Pr^3}{EJ}\left[\frac{1}{2}(\sin\varphi\cos\varphi+\varphi-\sin\theta\cos\theta-\theta)+\right.$ $+0{,}6366\,(\varphi\sin\varphi+\cos\varphi-\theta\sin\theta-\cos\theta)+$ $\left.+\sin\theta-\sin\varphi\right]$

§ 3. Формулы для расчета овальных колец (шпангоутов) постоянного сечения

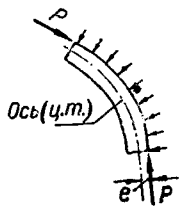
Таблица III. 57

Схема	$M_{изг}$ и вспомогательные величины
	От изгиба $M_A=\frac{\sigma_p^2\delta_{пр}ly_pf_1}{E}$; $M_C=\frac{\sigma_{сж}^2\delta_{пр}ly_{сж}f_1}{E}$ $M_{B,D}=\frac{\sigma_p^2\delta_{пр}ly_pf_2}{E}$. σ_p — напряжение растяжения в обшивке фюзеляжа; $\sigma_{сж}$ — напряжение сжатия в обшивке фюзеляжа. $\delta_{пр}$ — приведенная толщина обшивки $\delta_{пр}=\frac{F_{общ}+F_{стр}}{S}$; $F_{общ}$ — площадь обшивки; $F_{стр}$ — площадь стрингеров; S — длина контура.

Продолж. табл. III. 57

Схема	$M_{изг}$ и вспомогательные величины

$\frac{b}{a}$	0,5	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
f_1	0,1026	0,1553	0,2313	0,3229	0,4119	0,522	0,64	0,752
f_2	0,0405	0,135	0,2197	0,3263	0,4632	0,63	0,83	1,062



От перерезывающей силы

Максимальная осевая сила в точке $B(D)$

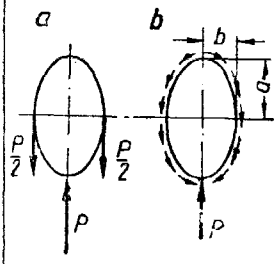
$$P_{max}=(\tau-\tau_{кр})\,\delta l\,\mathrm{tg}\,\alpha$$

Изгибающие моменты

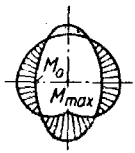
$$M_A=P_{max}\,l\,\frac{h}{s}=(\tau-\tau_{кр})\,\delta l e\,\frac{h}{s}\,\mathrm{tg}\,\alpha;$$

$$M_B=P_{max}\,e\left(1-\frac{h}{s}\right)=(\tau-\tau_{кр})\,\delta l e\left(1-\frac{h}{s}\right)\mathrm{tg}\,\alpha;$$

τ – напряжение сдвига в обшивке;
$\tau_{крит}$ – критическое напряжение сдвига обшивки;
e эксцентриситет усилий сдвига в обшивке относительно оси сечения шпангоута;
δ толщина обшивки;
h – расстояние по вертикали от нейтральной оси до стрингера, разграничивающего устойчивую зону обшивки от неустойчивой;
s — длина дуги овала (в неустойчивой зоне обшивки)

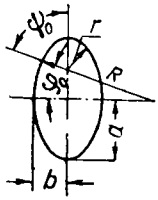
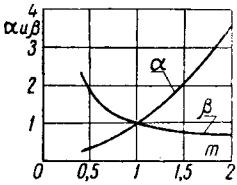
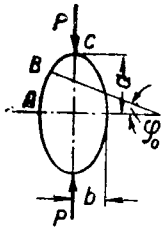
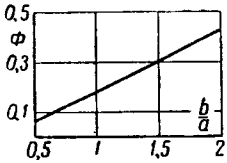


$$M_{max}=k_1Pa;\quad M_0=k_2Pa$$

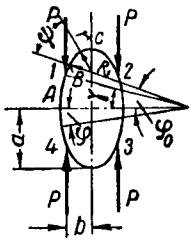
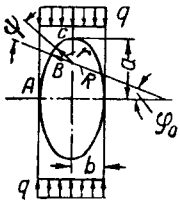
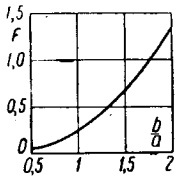


$\frac{b}{a}$	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2
k_1	0,1208	0,1615	0,2059	0,25	0,2927	0,3313	0,3755	0,4188	0,4506
k_2	0,02715	0,04995	0,0712	0,09105	0,1145	0,1392	0,1595	0,1812	0,212

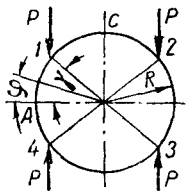
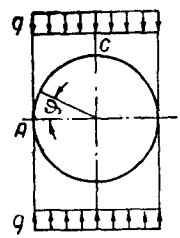
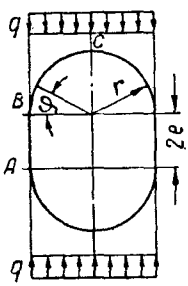
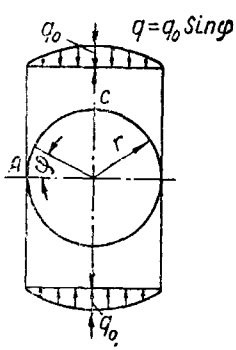
Продолж. табл. III. 57

Схема	$M_{изг}$ и вспомогательные величины
 	Для овальных шпангоутов принято $\frac{b}{a}=m;$ $r=\frac{a\left(\sqrt{1+m^2}-1+m\right)\sqrt{1+m^2}}{2}=\alpha a;$ $R=\frac{a\left(\sqrt{1+m^2}+1-m\right)\sqrt{1+m^2}}{2m}=\beta a;$ α и β в зависимости от m см. график. $\operatorname{tg}\varphi_0=\frac{a}{b}=\frac{1}{m};\quad \sin\psi_0=\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{1+m^2}};$ $\cos\psi_0=\sin\alpha=\frac{m}{\sqrt{1+m^2}}$
 	$M_A=Pa\Phi;$ $\Phi=\frac{\beta^2(\varphi_0-\sin\varphi_0)+\alpha m\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)}{2\varphi_0(\beta-\alpha)+\pi\alpha}-$ $-\frac{\alpha^2(1-\sin\varphi_0)}{2\varphi_0(\beta-\alpha)+\pi\alpha}$ Φ в зависимости от $\frac{b}{a}$ см. график. На участке AB $M=Pa\left[\Phi-\frac{\beta}{2}(1-\cos\varphi)\right].$ На участке BC $M=Pa\left[\Phi-\frac{m-\alpha\cos(\varphi_0+\psi)}{2}\right]$ $M_C=Pa\left[\Phi-\frac{m}{2}\right]$

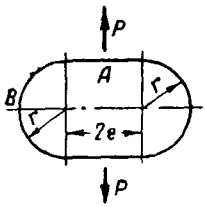
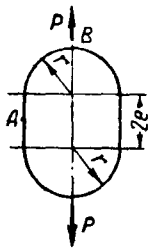
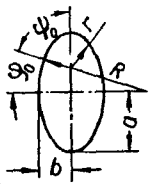
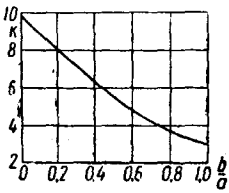
Продолж. табл. III. 57

Схема	$M_{изг}$ и вспомогательные величины
	$$M_A=\frac{\alpha\beta(1-\cos\gamma)\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)}{\beta\varphi_0+\alpha\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)}-$$ $$-\frac{\beta^2(\sin\gamma-\varphi_0)+(\varphi_0-\gamma)\cos\gamma}{\beta\varphi_0+\alpha\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)}$$ На участке *1—4* и *2—3* $$M=M_A-P\beta a(1-\cos\varphi)$$ На участке *1—2* и *3—4* $$M=\text{const}=M_A-P\beta a(1-\cos\gamma)$$
 	$$M_A=qa^2F$$ На участке *AB* $$M=qa^2\left\{F-\beta\left[m-\frac{\beta}{2}-(m-\beta)\cos\varphi-\right.\right.$$ $$\left.\left.-\frac{\beta\cos^2\varphi}{2}\right]\right\}$$ На участке *BC* $$M=qa^2\left[F-\frac{m^2-\alpha^2\cos^2(\varphi_0+\beta)}{2}\right]$$ $$M_C=qa^2\left(F-\frac{m^2}{2}\right)$$ F — см. график $$F=\frac{\beta^2\left[c\varphi_0-k\sin\varphi_0-\frac{\beta}{8}(2\varphi_0+\sin2\varphi_0)\right]}{\varphi_0\beta+\alpha\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)}+$$ $$+\frac{\frac{\alpha}{4}\left[m^2(\pi-2\varphi_0)-\frac{\alpha}{2}(\pi-2\varphi_0-\sin\varphi_0)\right]}{\varphi_0\beta+\alpha\left(\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)}$$ $$c=m-\frac{\beta}{2};\quad k=m-\beta$$

Продолж. табл. III. 57

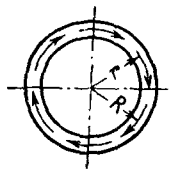
Схема	$M_{изг}$ и вспомогательные величины
	Для кругового шпангоута $M_A = PR\dfrac{\pi - 2\sin\gamma - \pi\cos\gamma + 2\gamma\cos\gamma}{\pi}$ На участке *1—4* и *2—3* $M = M_A - PR(1 - \cos\varphi)$ На участке *1—2* и *3—4* $M = \text{const} = M_A - PR(1 - \cos\gamma)$
	Для кругового шпангоута $M_A = \dfrac{qR^2}{4} = -M_C$ $M = \dfrac{qR^2}{4}\cos 2\varphi$
	Для шпангоута из двух полуокружностей и двух прямых участков $M_A = \dfrac{\pi q r^3}{4(2e + \pi r)}$ На участке *AB* $M = \text{const} = M_A$ На участке *BC* $M = M_A - \dfrac{qr^2}{4}(1 - \cos 2\varphi)$
	Для кругового шпангоута $M_A = q_0 r\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{16}{9\pi}\right) = 0{,}219 q_0 r^2$ $M_C = q_0 r\left(-\dfrac{16}{9\pi} + \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{6}\right) = -0{,}233 q_0 r^2$ На участке *AC* $M = q_0 r^2\left(\dfrac{\pi}{4}\cos\varphi - \dfrac{16}{9\pi} + \dfrac{\sin\varphi}{2} - \dfrac{\sin^3\varphi}{6} - \dfrac{\varphi\cos\varphi}{2}\right)$

Продолж. табл. III. 57

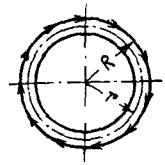
Схема	$M_{изг}$ и вспомогательные величины
	$M_A = M_B + 0{,}5\,P\,(r+e)$ $M_B = -0{,}5\,Pr\,\dfrac{1{,}14r^2+2re+e^2}{\pi r+2e}$
	$M_A = -0{,}507\,\dfrac{Pr}{\pi r+2e}$ $M_B = M_A + 0{,}5Pr$
 	Устойчивость овального шпангоута в своей плоскости (при кручении) фюзеляжа $P_{кр} = k\,\dfrac{EJ}{a^2}$; при $0 \leqslant \dfrac{b}{a}\,0{,}5$ $k = \left(9{,}87 - 8{,}74\,\dfrac{b}{a}\right)$; при $0{,}5 \leqslant \dfrac{b}{a} \leqslant 1$ $k = \left[3 + 2{,}52\left(1 - \dfrac{b}{a}\right) + 4{,}96\left(1 - \dfrac{b}{a}\right)^2\right]$ k — см. график. Сжатие шпангоута при кручении $P = \dfrac{M_{кр}}{2F}\,l\,\mathrm{tg}\,\alpha$, где $M_{кр}$ — крутящий момент; F — площадь контура (с обшивкой, теряющей устойчивость при малых напряжениях)

§ 4. Графики для определения усилий в круговых кольцах (шпангоутах) постоянного сечения

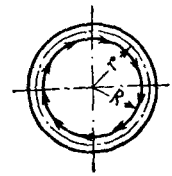
Кривые для определения изгибающих моментов, нормальных и перерезывающих сил в круговых шпангоутах (кольцах) постоянного сечения для основных видов нагрузки даны ниже (см. фиг. III. 116, 117, 118, 120, 121, 122, 124, 125 и 127). Кольца считаются бесконечно жесткими. Местные нагрузки на шпангоутах уравновешиваются касательными усилиями в оболочке. Если радиус средней линии (оси) шпангоута r, а радиус оболочки R, то имеем три типичных случая взаимного расположения шпангоута и оболочки.



Фиг. III. 110.

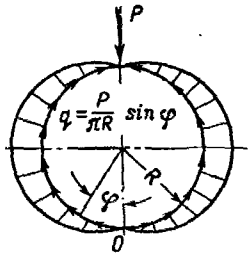


Фиг. III. 111.

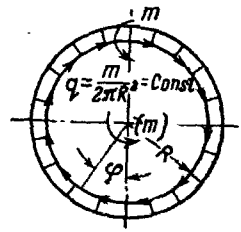


Фиг. III. 112.

1) $R=r$ — т. е. оболочка проходит посредине высоты сечения шпангоута (фиг. III. 110).
2) $R>r$ — шпангоут расположен внутри оболочки (основной случай для конструкции фюзеляжа, фиг. III. 111).
3) $R<r$ — внешний шпангоут — ребро на оболочке (встречается в конструкции бочек, некоторых труб, туннелей и пр., фиг. III. 112).



Фиг. III. 113.



Фиг. III. 114.

Усилие P, проходящее через центр кривизны шпангоута (ц. ж. оболочки) вызывает в оболочке два симметричных потока касательных усилий (фиг. III. 113):

$$q_1=\frac{P}{\pi R}\sin\varphi.$$

Момент m, приложенный к шпангоуту, вызывает в оболочке поток касательных усилий постоянной интенсивности (фиг. III. 114):

$$q_2=\frac{m}{2\pi R^2}.$$

Всякую нагрузку на шпангоут можно представить как комбинацию двух основных видов нагрузки, а поток касательных усилий в оболочке выразить суммой

$$q=q_1+q_2=\frac{P}{\pi R}\sin\varphi+\frac{m}{2\pi R^2}.$$

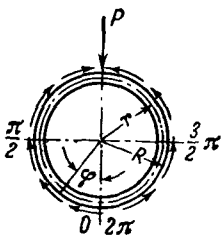
При выводе уравнений принято:

1) жесткость оболочки на изгиб по сравнению с жесткостью шпангоута мала;

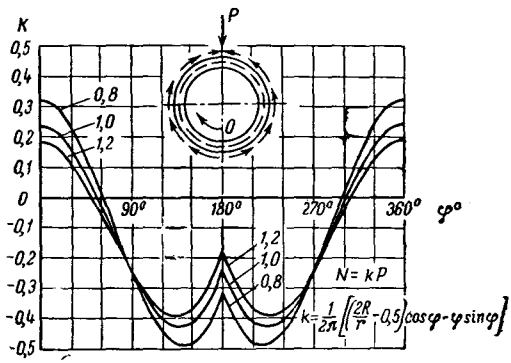
2) высота сечения шпангоута по сравнению с радиусом (кривизны) незначительна;

3) изменение круговой формы шпангоута под нагрузкой незначительно;

4) влияние продольных и поперечных сил на величину сдвига не учитывается.



Фиг. III. 115. К расчету колец и шпангоутов в случае 1 (радиальная нагрузка).



Фиг. III. 116. Нормальная сила при радиальной нагрузке

$$N=kP;\ k=\frac{1}{2\pi}\left[\left(\frac{2R}{r}-0{,}5\right)\cos\varphi-\varphi\sin\varphi\right].$$

$$\frac{r}{R}=0{,}8;\ 1{,}0;\ 1{,}2.$$

Случай 1. Радиальная нагрузка (фиг. III. 115, 116, 117, 118).

Случай 2. Нагрузка моментом (фиг. III. 119, 120, 121, 122).

Случай 3. Касательная нагрузка на радиусе r (фиг. III. 123). Для расчета см. фиг. III. 117, а также фиг. III. 124 и 125.

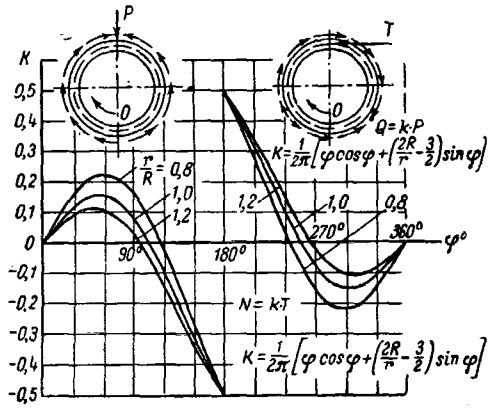
Случай 4. Касательная нагрузка на радиусе R (при $R>r$, фиг. III. 126). Этот случай представляет собой случай 3, но с моментом $M=P(R-r)$.

Нормальная сила (см. фиг. III. 117) та же, что и в случае 3 при $\frac{r}{R}=1$.

Перерезывающая сила (см. фиг. III. 124) та же, что и в случае 3 при $\frac{r}{R}=1$.

Изгибающий момент см. фиг. III. 127.

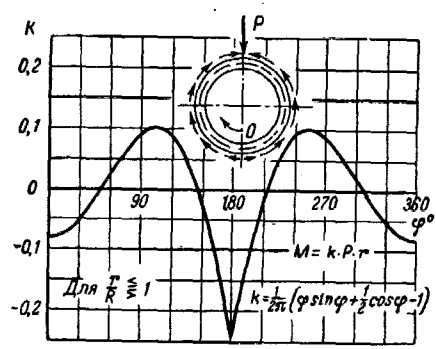
К некруговым шпангоутам приведенные формулы и графики можно применять как ориентировочные и, конечно, с тем большим приближением, чем меньше форма шпангоута отличается от круговой.



Фиг. III. 117. Перерезывающая сила при радиальной нагрузке и нормальная сила при касательной нагрузке

$$Q=kP;\ k=\frac{1}{2\pi}\left[\left(\varphi\cos\varphi+\right.\right.$$

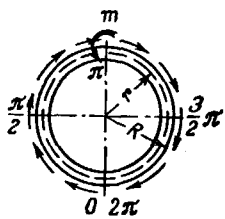
$$\left.\left.+\left(\frac{2R}{r}-\frac{3}{2}\right)\sin\varphi\right]\right.;\ N=kT.$$



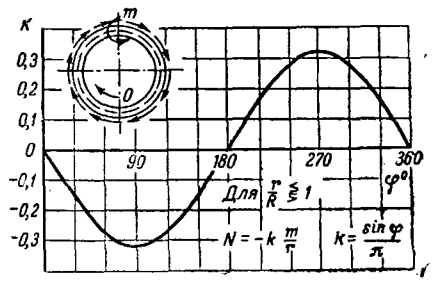
Фиг. III. 118. Изгибающий момент при радиальной нагрузке

$$M=kPr;\ k=\frac{1}{2\pi}\left(\varphi\sin\varphi+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\cos\varphi-1\right).$$

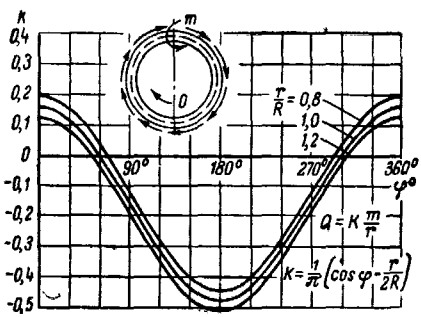


Фиг. III.119. К расчету колец и шпангоутов в случае 2 (нагрузка моментом).



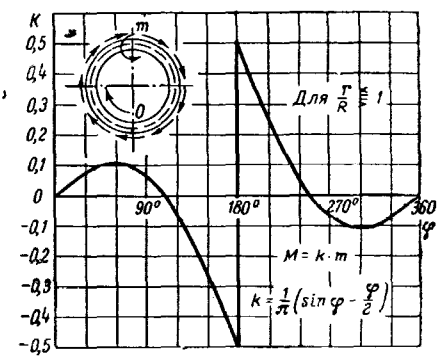
Фиг. III. 120. Нормальная сила при нагрузке сосредоточенным моментом

$$N=-k\frac{m}{r};\ k=\frac{\sin\varphi}{\pi}$$



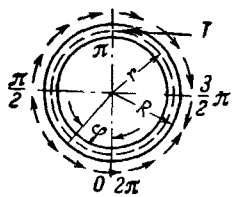
Фиг. III. 121. Перерезывающая сила при нагрузке сосредоточенным моментом

$$Q=k\frac{m}{r};\ k=\frac{1}{\pi}\left(\cos\varphi-\frac{r}{2R}\right).$$

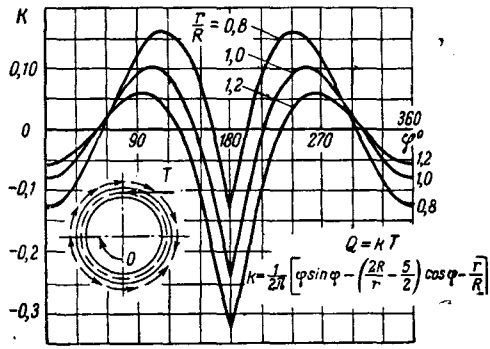


Фиг. III. 122. Изгибающий момент при нагрузке сосредоточенным моментом

$$M=km;\ k=\frac{1}{\pi}\left(\sin\varphi-\frac{\varphi}{2}\right).$$

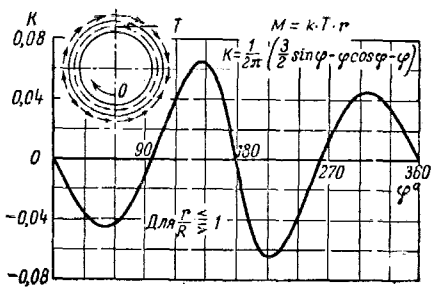


Фиг. III.123. К расчету колец и шпангоутов в случае 3 (касательная нагрузка на радиусе r).



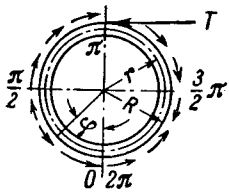
Фиг. III.124. Перерезывающая сила при касательной нагрузке (на окружности r)

$$Q=kT;\ k=\frac{1}{2\pi}\left[\varphi\sin\varphi-\left(\frac{2R}{r}-\frac{5}{2}\right)\cos\varphi-\frac{r}{R}\right].$$

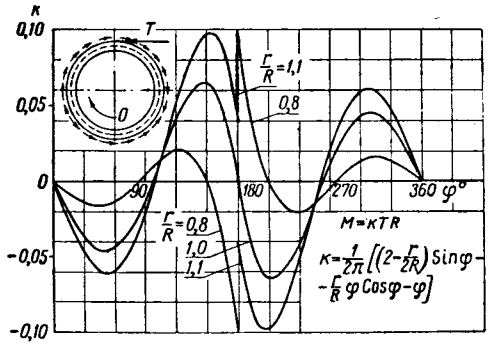


Фиг. III.125. Изгибающий момент при касательной нагрузке (на окружности r).

$$M=kTr;\ k=\frac{1}{2\pi}\left(\frac{3}{2}\sin\varphi-\varphi\cos\varphi-\varphi\right).$$



Фиг. III.126. К расчету колец и шпангоутов в случае 4 (касательная нагрузка на радиусе R).

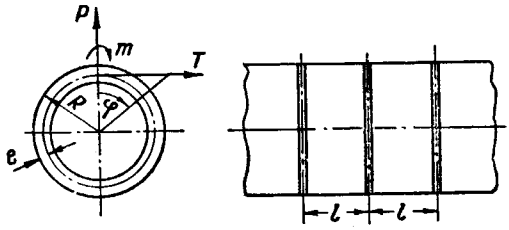


Фиг. III. 127. Изгибающий момент при касательной нагрузке (на окружности R).

$$M=kTR;\ k=\frac{1}{2\pi}\left[\left(2-\frac{r}{2R}\right)\sin\varphi-\frac{r}{R}\varphi\cos\varphi-\varphi\right].$$

§ 5. Графики для расчета шпангоутов с учетом упругости

Приведенные ниже графики для определения сил и моментов в круглых шпангоутах постоянного сечения построены с учетом упругости конструкции. Предполагается, что фюзеляж бесконечно длинный в обе стороны от рассматриваемого шпангоута. Шпангоуты расположены на одинаковых расстояниях внутри обшивки. Кривые «0» представляют собой предельный случай бесконечно жесткого шпангоута.



Фиг. III. 128. Схема к графикам фиг. III. 129 по III. 155.

Для расчета шпангоута по графикам надо определить один из следующих параметров (см. фиг. III. 128).

$$1)\ \frac{Jl}{R^4\delta},\ \text{если}\ \frac{e}{R}=0,$$

где J — центральный момент инерции радиального сечения шпангоута относительно оси, параллельной оси фюзеляжа;

R — радиус оболочки;

δ — толщина оболочки;

l — расстояние между шпангоутами;

e — эксцентриситет, расстояние от нейтральной оси сечения шпангоута до середины толщины обшивки.

$$2)\ \frac{Fl}{\left(1-\frac{e}{R}\right)\delta R^2},\ \text{если}\ \frac{e}{R}\ \text{нельзя принять равным 0.}$$

Здесь F — площадь сечения шпангоута.

Затем по найденному в п. 1 или 2 параметру при помощи табл. III. 58 устанавливают, какой группой кривых следует пользоваться. В промежуточных случаях следует применять линейную интерполяцию.

Таблица III. 58

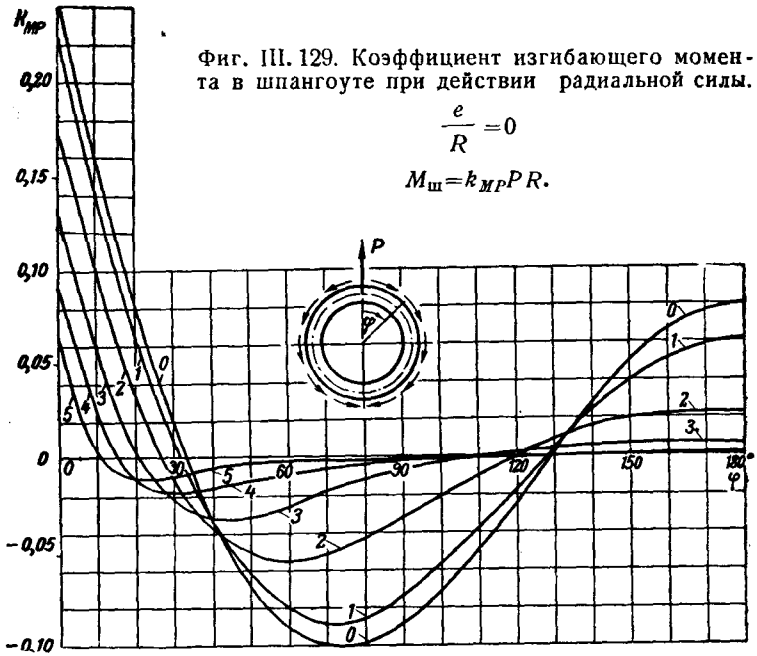
Группа кривых	Эксцентриситет $\frac{e}{R}$	Параметр	№ кривой (см. фиг. III. 129 по III. 155)						
			1	2	3	4	5	6	7
I	0	$\frac{Jl}{R^4\delta}$	0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	—	—
II	0,033	$\frac{Fl}{\left(1-\frac{e}{R}\right)\delta R^2}$	100	20	4	0,8	0,16	0,04	0,01
III	0,1		20	4	0,8	0,16	0,04	0,01	—

	Группы кривых		
	I	II	III
В случае действия радиальной силы P расчет следует вести по формулам:			
$M_{ш}=k_{MP}PR$; коэффициент k_{MP} см. фиг.	III. 129	III. 130	III. 131
$Q_{ш}=k_{QP}P$; коэффициент k_{QP} см. фиг.	III. 138	III. 139	III. 140[1]
$N_{ш}=k_{NP}P$; коэффициент k_{NP} см. фиг.	III. 147	III. 148	III. 149
В случае действия тангенциальной силы T расчетные формулы:			
$M_{ш}=k_{MT}TR$; коэффициент k_{MT} см. фиг. . . .	III. 132	III. 133	III. 134[1]
$Q_{ш}=k_{QT}T$; коэффициент k_{QT} см. фиг.	III. 141	III. 142	III. 143
$N_{ш}=k_{NT}T$; коэффициент k_{NT} см. фиг.	III. 150	III. 151	III. 152[1]
В случае действия сосредоточенного изгибающего момента M расчетные формулы:			
$M_{ш}=k_{MM}M$; коэффициент k_{MM} см. фиг. . . .	III. 135	III. 136	III. 137[1]
$Q_{ш}=k_{QM}\frac{M}{R}$; коэффициент k_{QM} см. фиг. . . .	III. 144	III. 145	III. 146
$N_{ш}=k_{NM}\frac{M}{R}$; коэффициент k_{NM} см. фиг. . . .	III. 153	III. 154	III. 155[1]

На фиг. III. 129—155 даны коэффициенты изгибающего момента, перерезывающей силы и нормальной силы для различных случаев.

На фиг. III. 156 даны кривые, по которым можно определять в любой точке кольца постоянного сечения деформации (прогибы) в направлении радиуса.

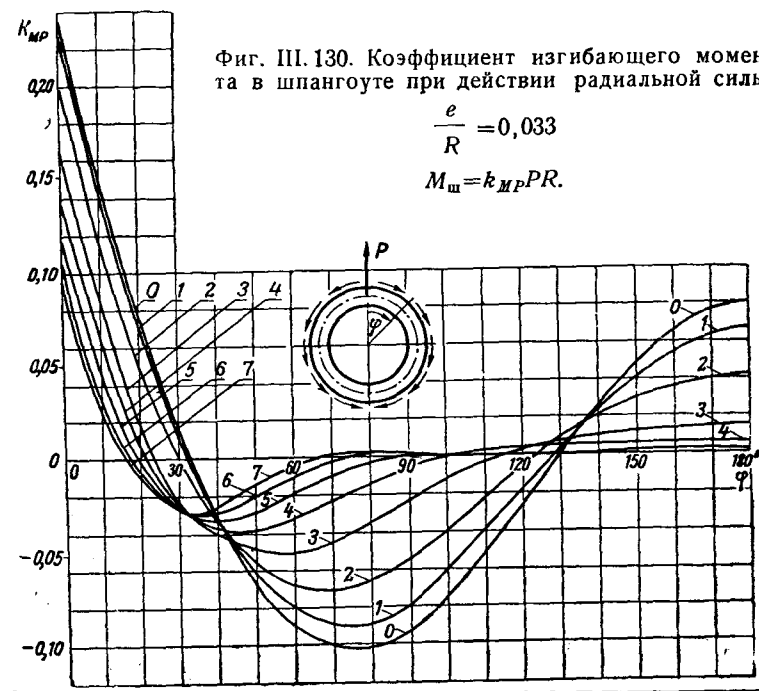
[1] Обратносимметричные функции относительно оси y.



Фиг. III. 129. Коэффициент изгибающего момента в шпангоуте при действии радиальной силы.

$$\frac{e}{R}=0$$

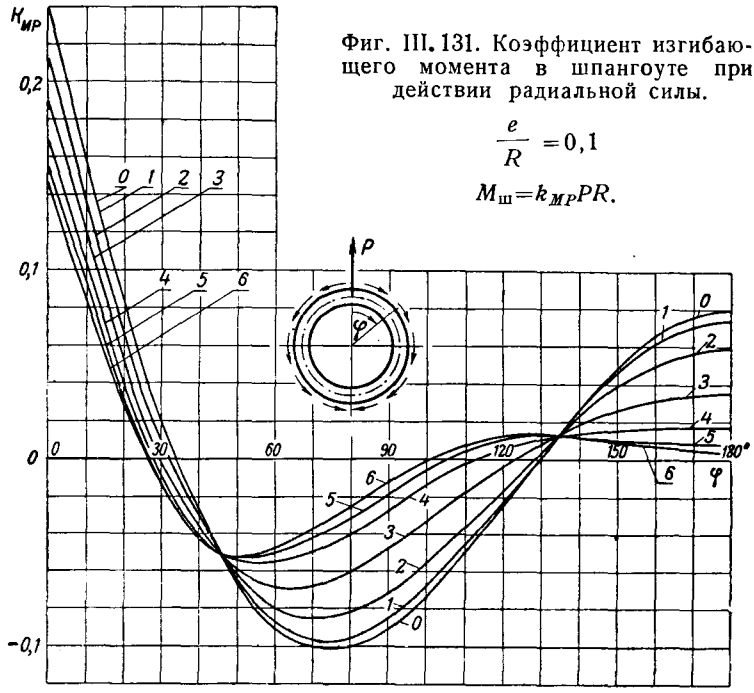
$$M_{ш}=k_{MP}PR.$$



Фиг. III. 130. Коэффициент изгибающего момента в шпангоуте при действии радиальной силы.

$$\frac{e}{R}=0,033$$

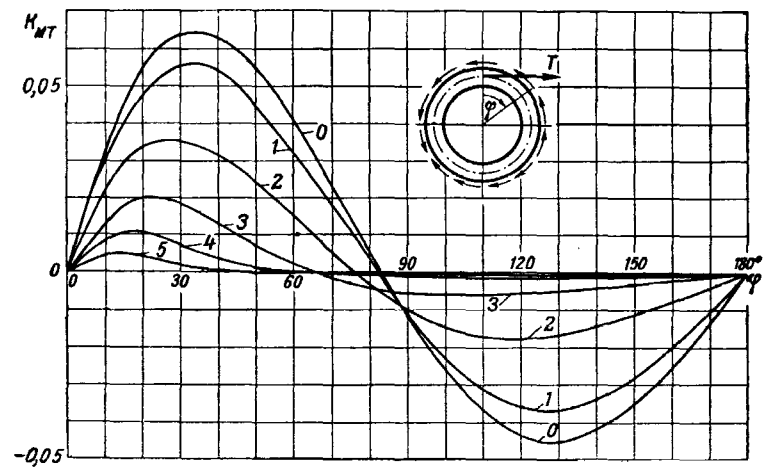
$$M_{ш}=k_{MP}PR.$$



Фиг. III. 131. Коэффициент изгибающего момента в шпангоуте при действии радиальной силы.

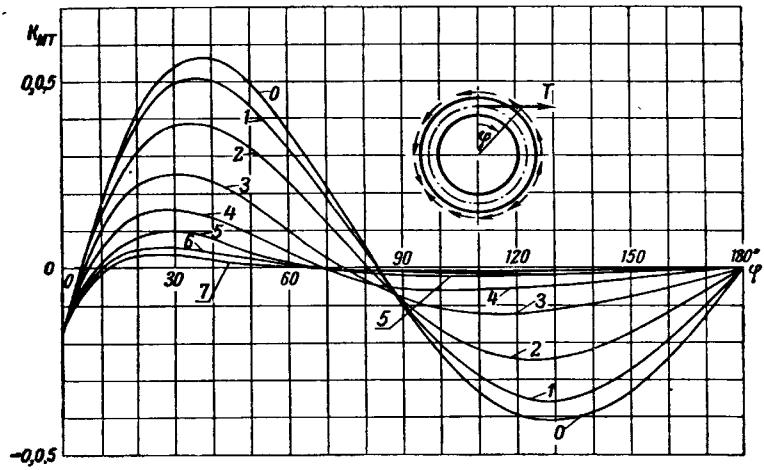
$$\frac{e}{R}=0,1$$

$$M_{ш}=k_{MP}PR.$$



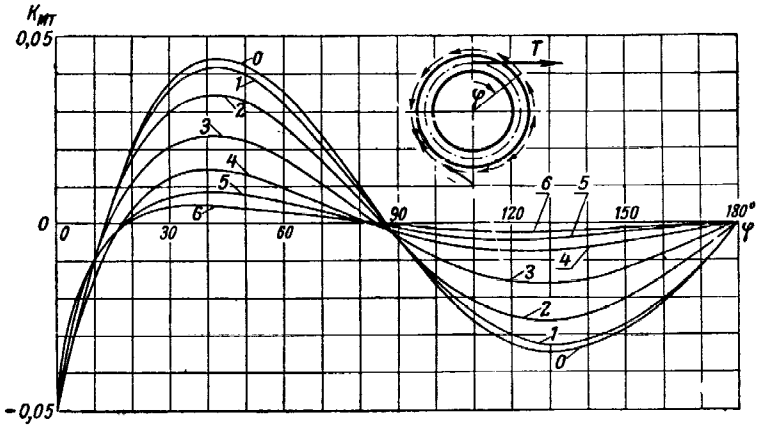
Фиг. III. 132. Коэффициент изгибающего момента в шпангоуте при действии касательной силы.

$$\frac{e}{R}=0;\quad M_{ш}=k_{MT}TR.$$



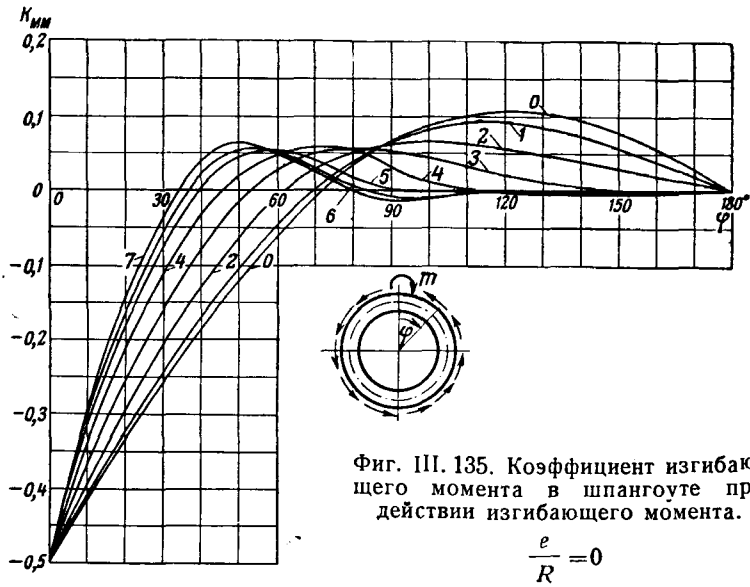
Фиг. III. 133. Коэффициент изгибающего момента в шпангоуте при действии касательной силы.

$$\frac{e}{R}=0,033; \quad M_{ш}=k_{MT}TR.$$



Фиг. III. 134. Коэффициент изгибающего момента в шпангоуте при действии касательной силы.

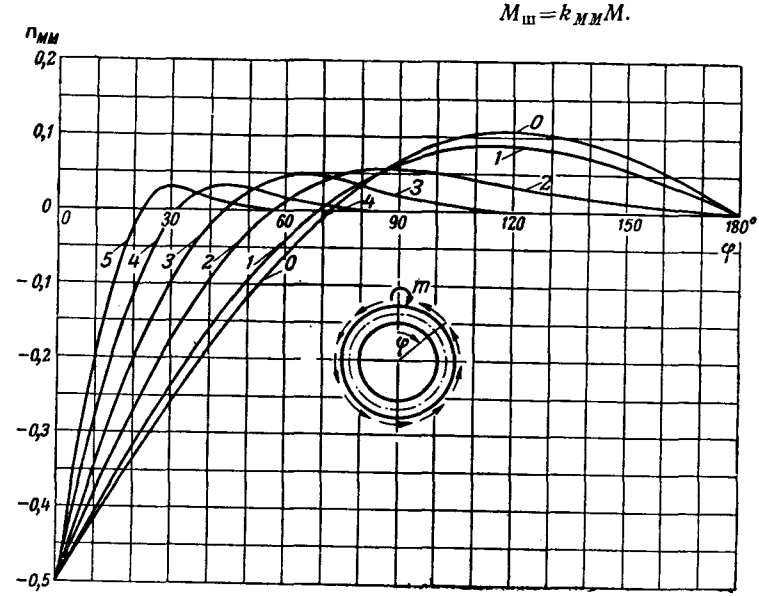
$$\frac{e}{R}=0,1; \quad M_{ш}=k_{MT}TR.$$



Фиг. III. 135. Коэффициент изгибающего момента в шпангоуте при действии изгибающего момента.

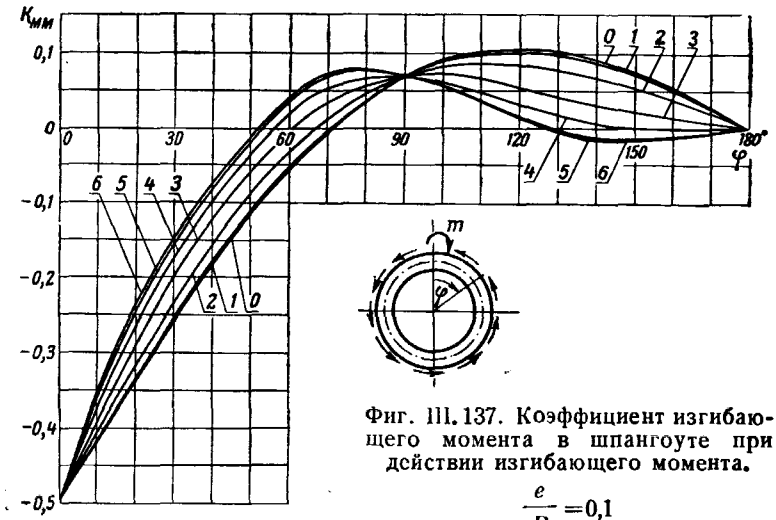
$$\frac{e}{R}=0$$

$$M_ш=k_{мм}M.$$



Фиг. III. 136. Коэффициент изгибающего момента в шпангоуте при действии изгибающего момента.

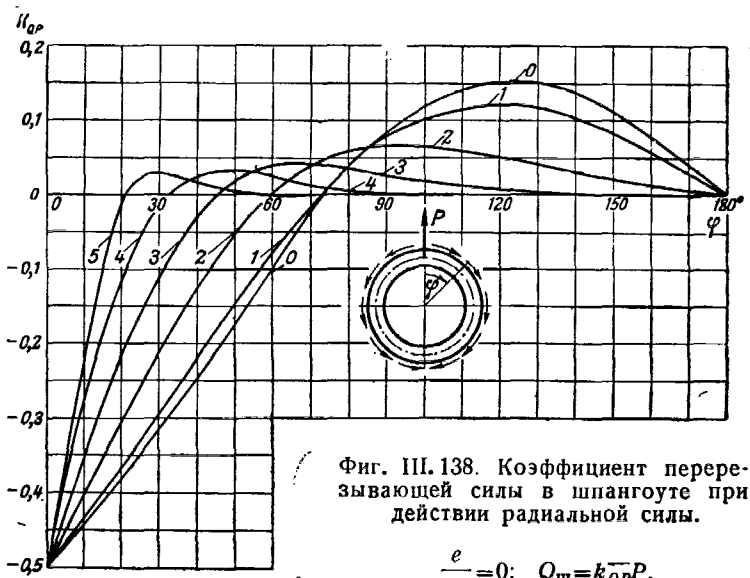
$$\frac{e}{R}=0{,}033; \qquad M_ш=k_{мм}M.$$



Фиг. III.137. Коэффициент изгибающего момента в шпангоуте при действии изгибающего момента.

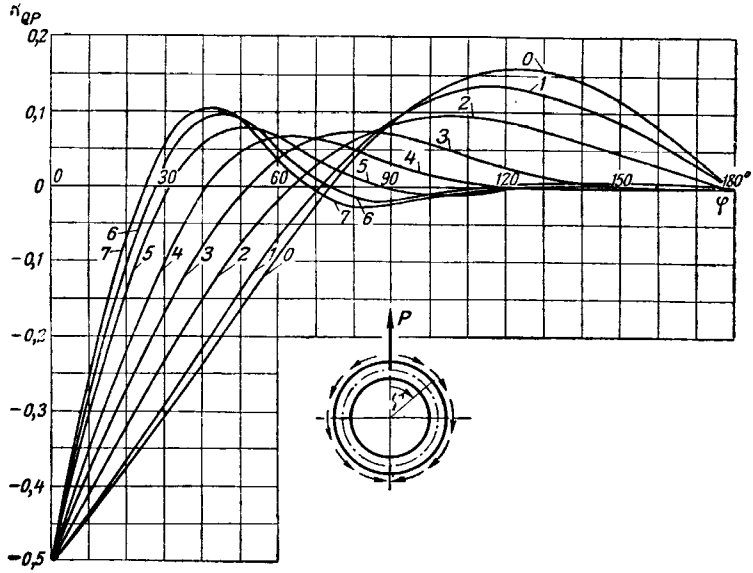
$$\frac{e}{R}=0{,}1$$

$$M_ш=k_{мм}M.$$



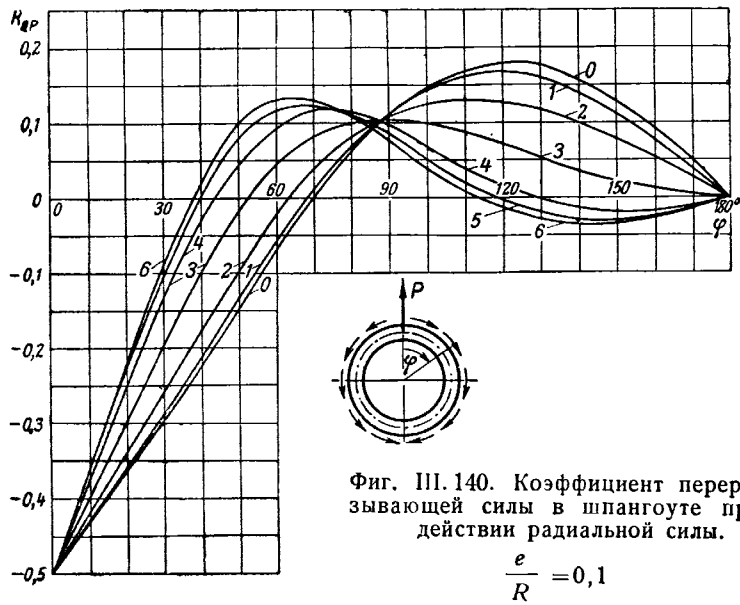
Фиг. III.138. Коэффициент перерезывающей силы в шпангоуте при действии радиальной силы.

$$\frac{e}{R}=0;\quad Q_ш=k_{QP}P.$$



Фиг. III. 139. Коэффициент перерезывающей силы в шпангоуте при действии радиальной силы.

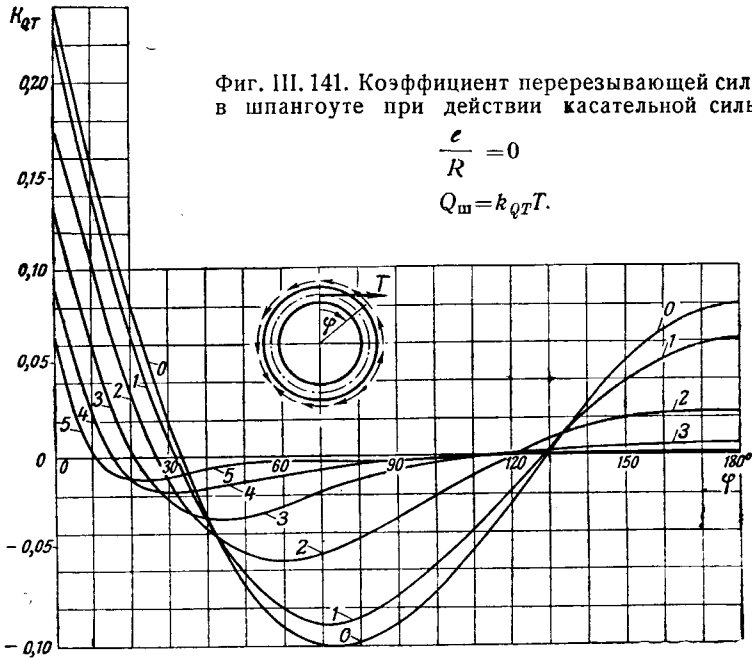
$$\frac{e}{R}=0,033; \quad Q_{ш}=k_{QP}P.$$



Фиг. III. 140. Коэффициент перерезывающей силы в шпангоуте при действии радиальной силы.

$$\frac{e}{R}=0,1$$

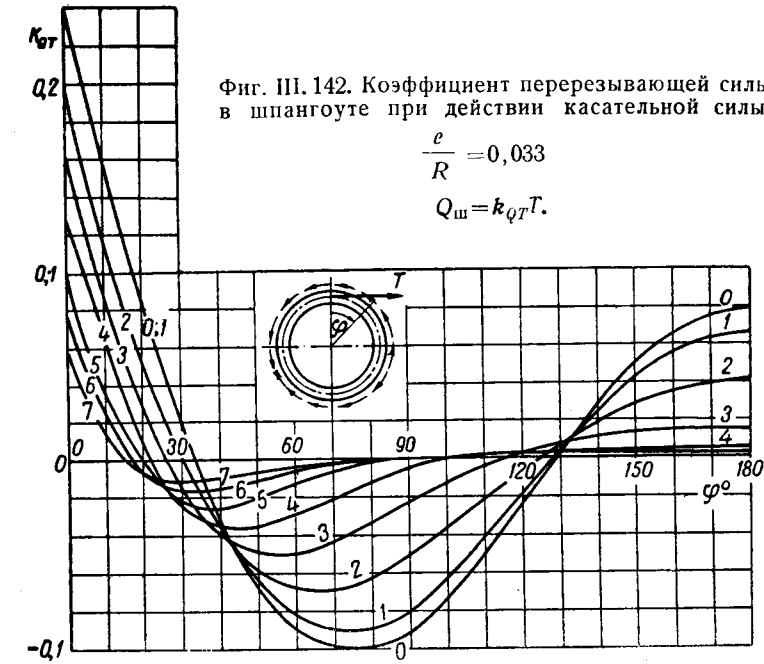
$$Q_{ш}=k_{QP}P.$$



Фиг. III. 141. Коэффициент перерезывающей силы в шпангоуте при действии касательной силы.

$$\frac{e}{R}=0$$

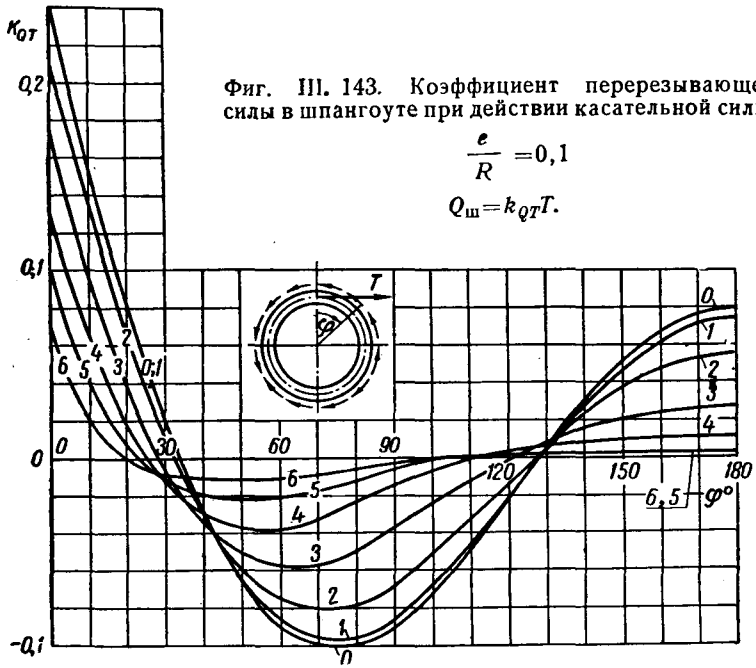
$$Q_{ш}=k_{QT}T.$$



Фиг. III. 142. Коэффициент перерезывающей силы в шпангоуте при действии касательной силы.

$$\frac{e}{R}=0,033$$

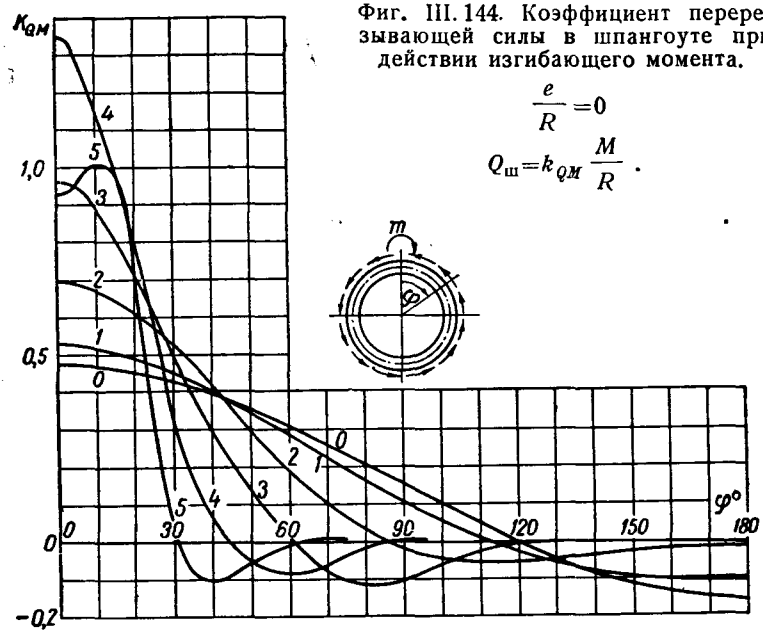
$$Q_{ш}=k_{QT}T.$$



Фиг. III. 143. Коэффициент перерезывающей силы в шпангоуте при действии касательной силы.

$$\frac{e}{R}=0,1$$

$$Q_{ш}=k_{QT}T.$$



Фиг. III. 144. Коэффициент перерезывающей силы в шпангоуте при действии изгибающего момента.

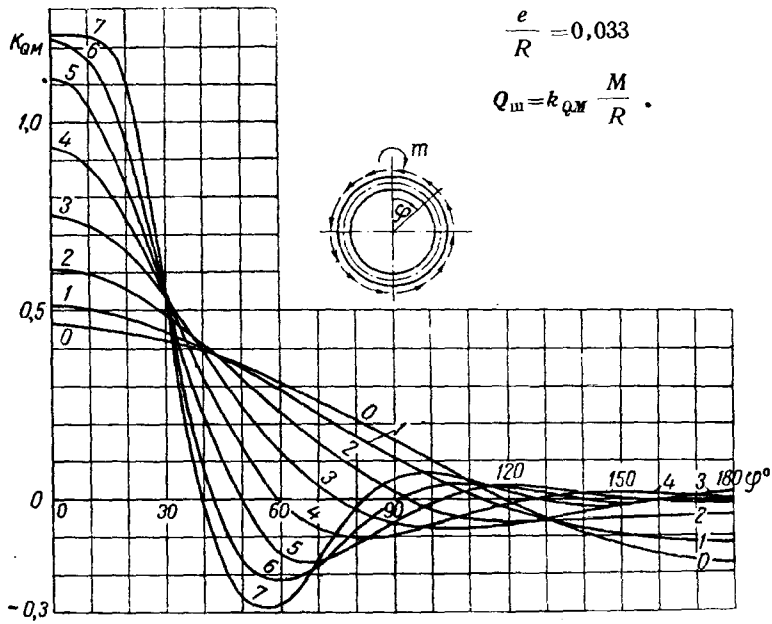
$$\frac{e}{R}=0$$

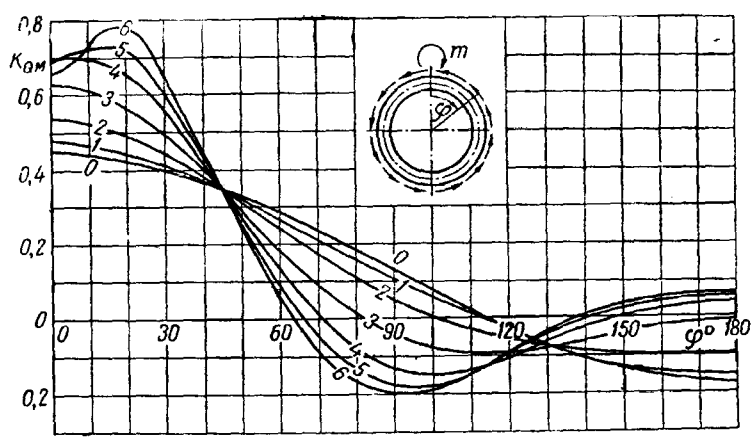
$$Q_{ш}=k_{QM}\frac{M}{R}.$$

Фиг. III. 145. Коэффициент перерезывающей силы в шпангоуте при действии изгибающего момента.

$$\frac{e}{R}=0{,}033$$

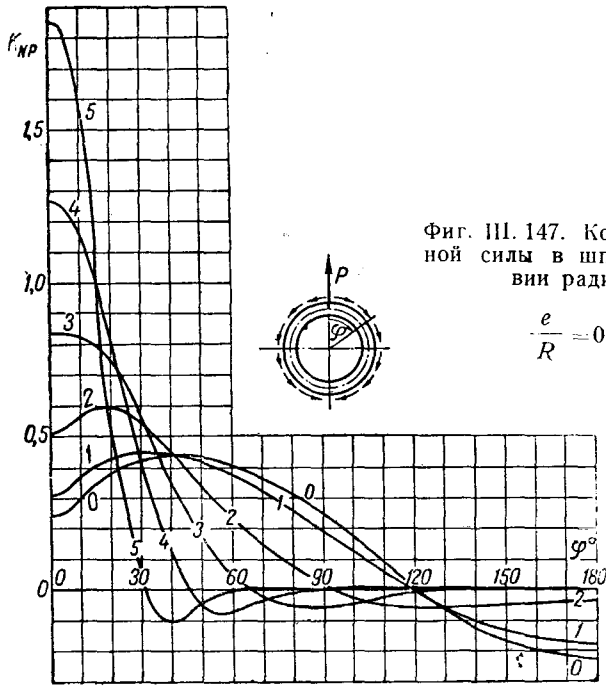
$$Q_{ш}=k_{QM}\frac{M}{R}.$$





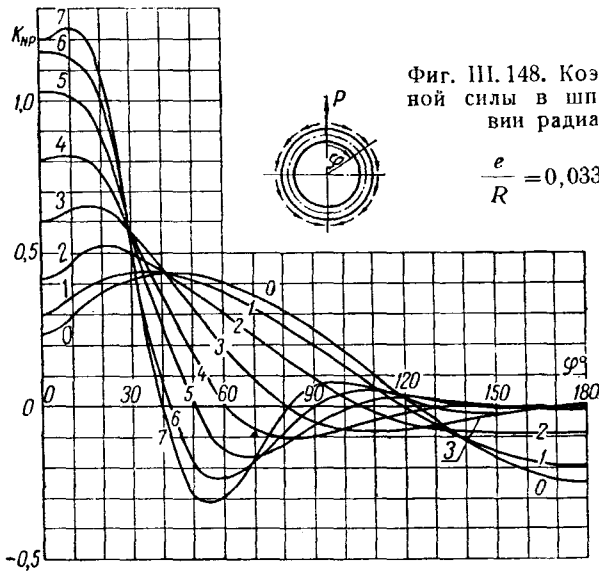
Фиг. III. 146. Коэффициент перерезывающей силы в шпангоуте при действии изгибающего момента.

$$\frac{e}{R}=0{,}1;\quad Q_{ш}=k_{QM}\frac{M}{R}.$$



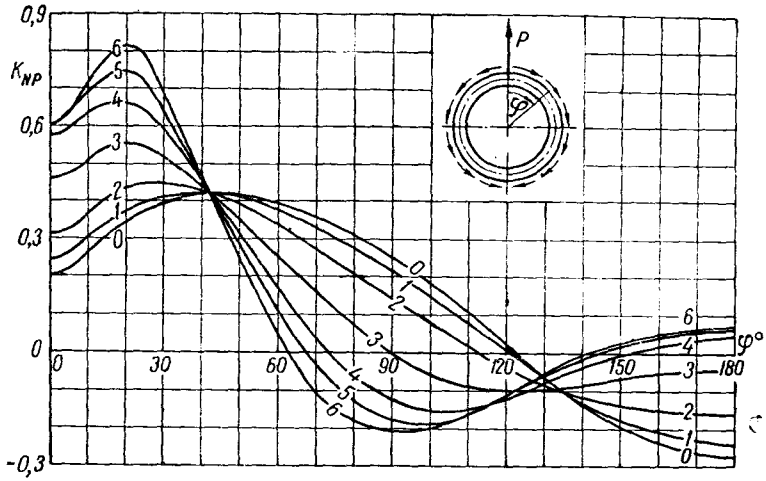
Фиг. III. 147. Коэффициент нормальной силы в шпангоуте при действии радиальной силы.

$$\frac{e}{R}=0; \quad N=k_{NP}P.$$



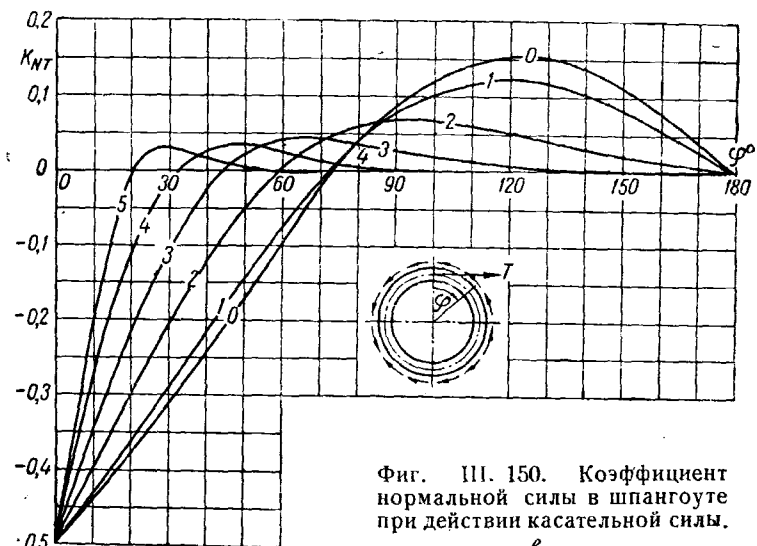
Фиг. III. 148. Коэффициент нормальной силы в шпангоуте при действии радиальной силы.

$$\frac{e}{R}=0{,}033; \quad N=k_{NP}P.$$



Фиг. III. 149. Коэффициент нормальной силы в шпангоуте при действии радиальной силы.

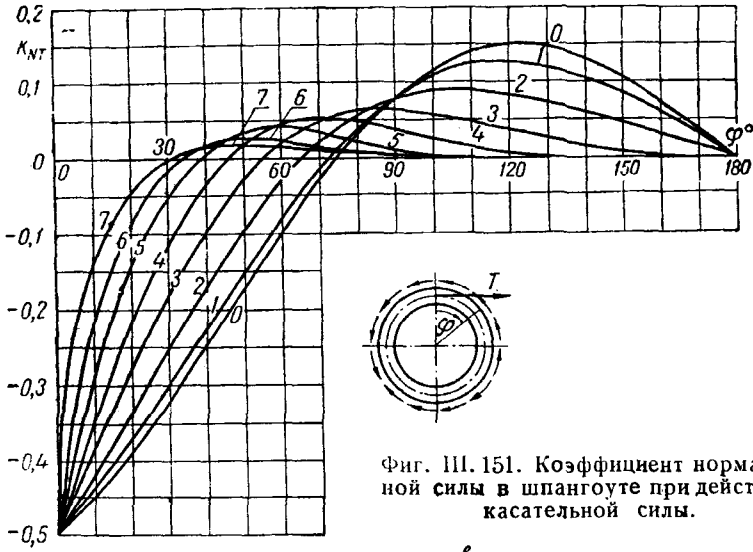
$$\frac{e}{R}=0,1; \quad N_ш=k_{NP}P.$$



Фиг. III. 150. Коэффициент нормальной силы в шпангоуте при действии касательной силы.

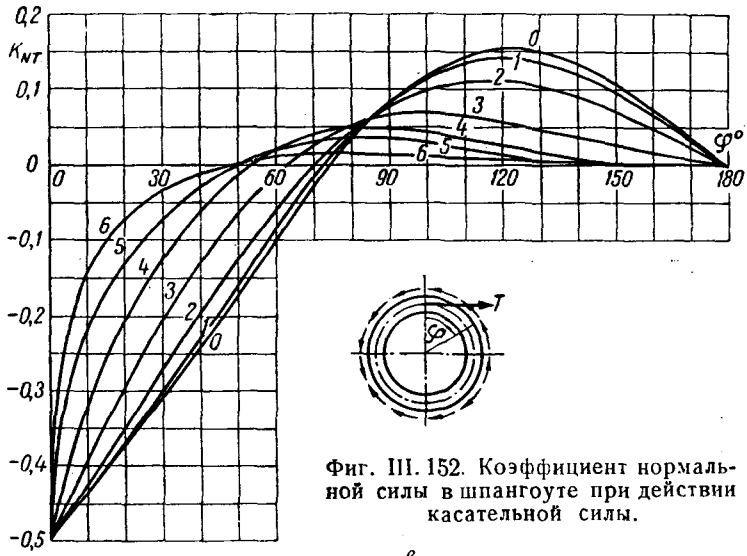
$$\frac{e}{R}=0$$

$$N_ш=k_{NT}T.$$



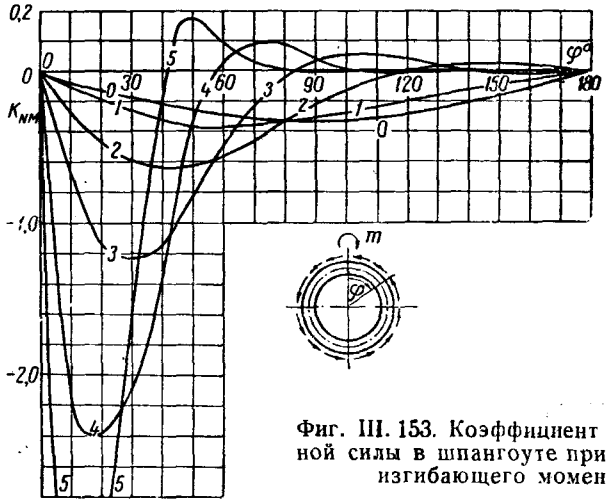
Фиг. III. 151. Коэффициент нормальной силы в шпангоуте при действии касательной силы.

$$\frac{e}{R}=0,033; \quad N_{ш}=k_{NT}T.$$



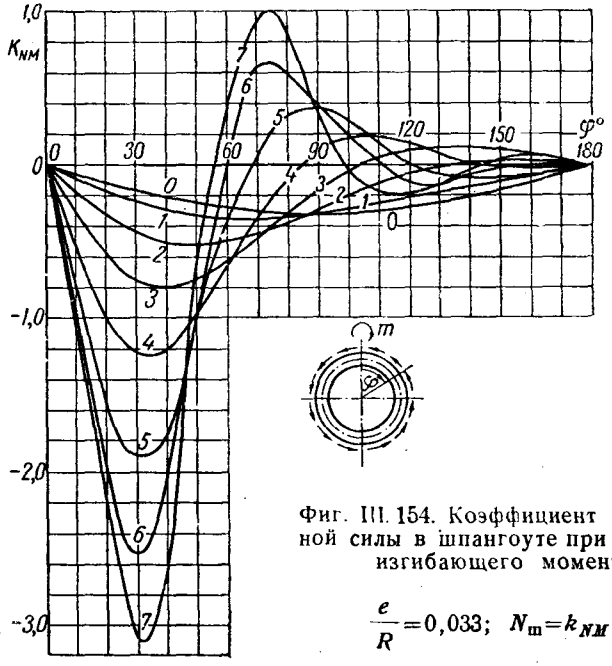
Фиг. III. 152. Коэффициент нормальной силы в шпангоуте при действии касательной силы.

$$\frac{e}{R}=0,1; \quad N_{ш}=k_{NT}T.$$



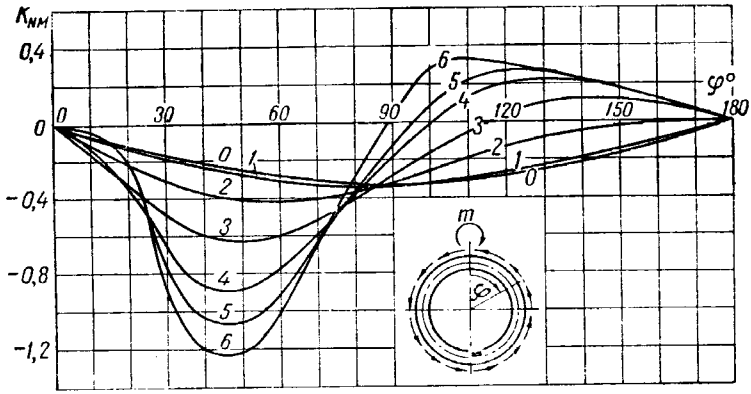
Фиг. III. 153. Коэффициент нормальной силы в шпангоуте при действии изгибающего момента.

$$\frac{e}{R}=0; \quad N_{ш}=k_{NM}\frac{M}{R}.$$



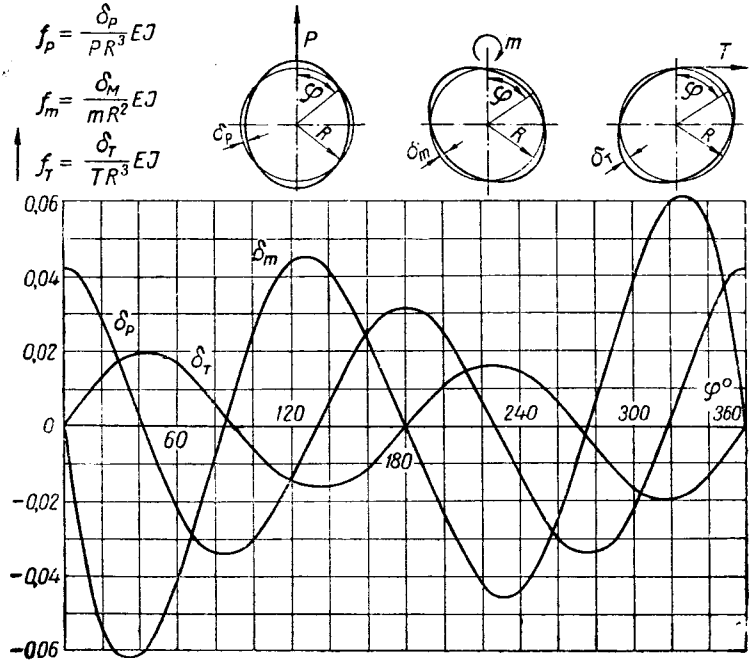
Фиг. III. 154. Коэффициент нормальной силы в шпангоуте при действии изгибающего момента.

$$\frac{e}{R}=0{,}033; \quad N_{ш}=k_{NM}\frac{M}{R}.$$



Фиг. III. 155. Коэффициент нормальной силы в шпангоуте при действии изгибающего момента.

$$\frac{e}{R}=0,1; \quad N_{\text{ш}}=k_{NM}\frac{M}{R}.$$



Фиг. III. 156. Радиальные деформации кольца при нагрузке радиальной силой, изгибающим моментом и касательной силой.

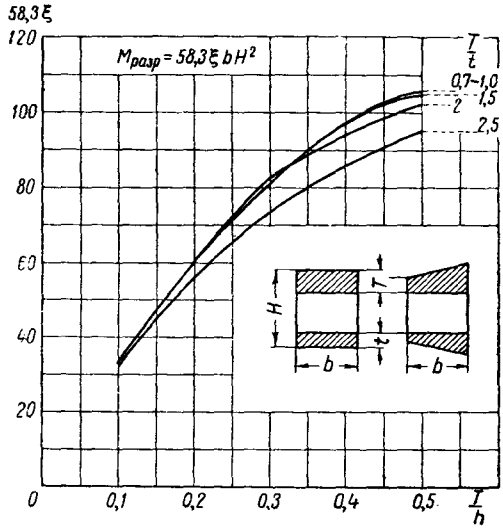
Глава XIV

РАСЧЕТ ДЕРЕВЯННЫХ (СОСНОВЫХ) ЛОНЖЕРОНОВ НА ИЗГИБ

Графики фиг. III. 157 содержат необходимые данные для расчета деревянных лонжеронов на изгиб.

График фиг. III. 157 построен для следующих характеристик сосны:

$$\sigma_{b\,сж}=350\ кг/см^2;\quad \sigma_{b\,раст}=830\ кг/см^2 \quad и \quad \sigma_{b\,изг}=635\ кг/см^2;$$



Фиг. III. 157. График для расчета на изгиб сосновых коробчатых лонжеронов. Предел прочности при сжатии $\sigma_{b\,сж}=350\ кг/см^2$.

последняя величина отличается от стандарта для сосны $\sigma_{b\,изг}=650\ кг/см^2$ и принята для увязки характеристик по основной формуле

$$\frac{\sigma_{b\,изг}}{\sigma_{b\,сж}}=\frac{3\mu-1}{\mu+1} \quad при \quad \mu=\frac{\sigma_{b\,раст}}{\sigma_{b\,сж}}.$$

По оси абсцисс отложено отношение $\frac{T}{H}$,

где T — толщина сжатой полки;

H – высота сечения;

по оси ординат отложена величина $58{,}3\xi$.

$$где\ \xi=\frac{M_{разр}}{M_{сж}}=\frac{\sigma_{b\,сж}W_T k}{\sigma_{b\,сж}W}=k\frac{W_T}{W},$$

$M_{разр}$ — момент, разрушающий сжатую полку;

$M_{сж}$ — момент, подсчитанный для сплошного сечения по гипотезе плоских сечений для расчетного напряжения сжатия

$$\sigma_{b\,сж}=350\frac{bH^2}{6}=58{,}3bH^2;$$

W_T — момент сопротивления сжатой полки, подсчитанный по обычной формуле сопротивления материалов для данного сечения:

$$W_T = \frac{J}{h_T};$$

h_T — расстояние от нейтральной линии сечения до крайнего волокна сжатой полки;

k — коэффициент пластичности, изменяющийся в зависимости от отношений

$$\frac{T}{H} \text{ и } \frac{T}{t}.$$

Сечения трапецевидные считаются эквивалентными сечениям прямоугольным (см. фиг. III. 157).

Для определения разрушающего момента сечения нужно найти отношения $\frac{T}{t}$ и $\frac{T}{H}$ и по графику фиг. III. 157 взять соответствующее значение 58,3 ξ:

$$M_{разр} = \xi W_T \sigma_{b\,сж} = \xi \frac{bH^2}{6} 350 = 58{,}3\xi bH^2 \text{ кгсм}.$$

Оптимальное значение $\frac{T}{t}$ лежит в пределах 1,5 — 2 и может быть принято в среднем равным 1,75.

Для подбора сечения по заданной эпюре моментов (габаритом сечения, т. е. H и b, также задаются) надо найти bH^2 и определить необходимое

$$58{,}3\xi = \frac{M}{bH^2}.$$

По 58,3ξ и выбранному значению $\frac{T}{t}$ найти по фиг. III. 157 отношение $\frac{T}{H}$, а затем T и t. Для $\frac{T}{t}$, отличающихся от данных на фиг. III. 157, можно прибегать к интерполяции. Так как обычно расчетный момент обратного знака, нагружающий тонкую полку сжатием, не превышает 0,5 $M_{сж}$, где $M_{сж}$ — расчетный момент, сжимающий более толстую полку, то подбирать полки можно лишь по $M_{сж}$ $\left(\text{до тех пор, пока } \frac{T}{t} \not> 2\right)$.

Так как доля изгибающего момента, воспринимаемая фанерными стенками, невелика (для нормальных конструкций, с учетом отношения модулей упругости, 3—4%), то, допуская ошибку порядка 1%, можно вводить в расчет стенки лишь на высоте полок, умножая их толщину на коэффициент

$$\varphi = \frac{E_{фан}}{E_{сосны}};$$

ширину полки берут равной

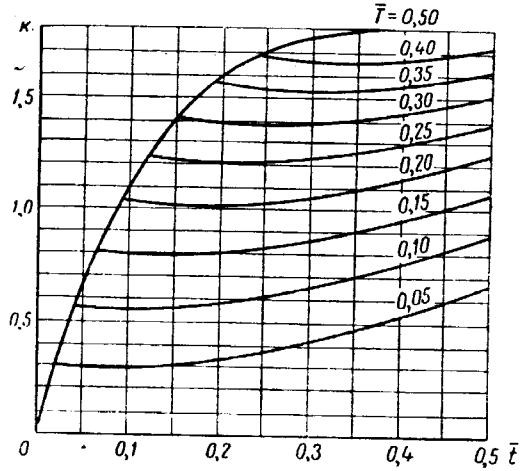
$$b = b_{сосны} + 2\varphi\delta,$$

где $b_{сосны}$ — ширина полки без фанеры и

δ — толщина фанерной стенки.

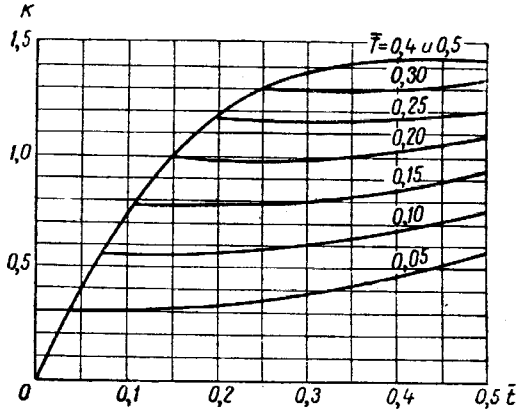
Дополнительно приводим три графика для расчета на изгиб коробчатых лонжеронов. Фиг. III. 158 повторяет фиг. III. 157 и дает возможность найти раз-

рушающий $M_{кр}$ соснового лонжерона данного сечения по известным T, t, H и b (обозначения по фиг. III. 157). Здесь $\frac{T}{H}=\bar{T}$; $\frac{t}{H}=\bar{t}$; $\sigma_{b\,сж}$—разрушающее



Фиг. III. 158. График для расчета на изгиб сосновых лонжеронов

$$M_P=k\frac{bH^2}{6}\sigma_{b\,сж}=58{,}3\,kbH^2.$$



Фиг. III. 159. График для расчета на изгиб лонжеронов из дельта-древесины

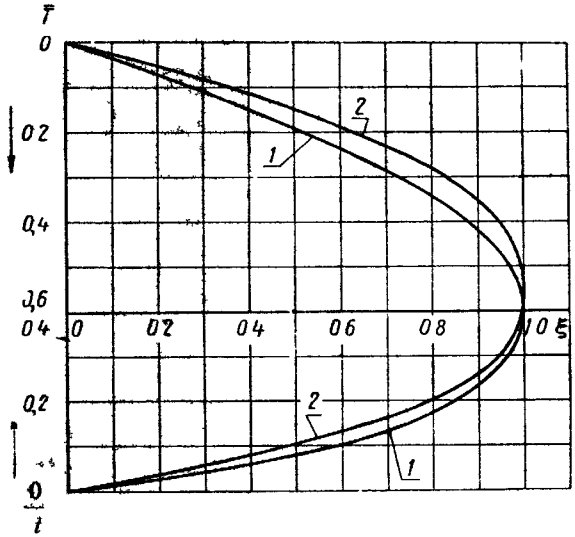
$$M_P=k\frac{bH^2}{6}\sigma_{b\,сж}=267\,kbH^2.$$

напряжение сосны на сжатие, равное 350 *кг/см²* при влажности 15%, и $\sigma_{b\,раст}=$ $=830$ *кг/см²*.

По графику фиг. III. 159 можно рассчитать на изгиб лонжерон из дельта-древесины с характеристиками

$$\sigma_{b\,сж}=1600\ кг/см^2 \quad и \quad \sigma_{b\,раст}=2500\ кг/см^2.$$

На фиг. III 160 приведены кривые для выбора оптимальных толщин полок коробчатых лонжеронов из сосны и дельта древесины при известных габарите сечения лонжерона и действующем изгибающем моменте. По этим величинам определяется $\xi = \frac{M}{106bH^2}$ (для сосны) а по ξ и графику (фиг III 157 158 159 и 160) определяются $\bar{T}$ и $\bar{t}$



Фиг III 160. Оптимальные толщины полок из сосны и дельта древесины
1 — сосна 2 — дельта древесина

Для сосны $\xi = \frac{M}{106\,bH^2}$ для дельта древесины $\xi = \frac{M}{382\,bH^2}$

$$\bar{T} = \frac{T}{H} \qquad \bar{t} = \frac{t}{H}$$

Разницей в результатах вычислений по тем или другим графикам можно пренебречь, имея в виду особенности деревянных конструкций

В случае если сечение деревянного лонжерона помимо изгиба подвергается также сжатию, можно пользоваться этими же графиками и формулами но вместо $\sigma_{b\,сж}$ подставлять величину $(\sigma_{b\,сж} - \sigma_{сж})$ где $\sigma_{сж} = \frac{S}{F}$ — напряжение сжатия

ЧАСТЬ IV

РАСЧЕТ ПЛАСТИНОК

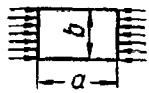
Глава I

ПЛОСКАЯ ИЗОТРОПНАЯ ПЛАСТИНКА

§ 1. Сжатие

Выпучивание прямоугольной пластинки под действием равномерно распределенной сжимающей нагрузки (фиг. IV. 1) происходит при критическом напряжении

$$\sigma_{кр} = k_э \frac{\pi^2 E \delta^2}{12(1-\mu^2)\, b^2}, \qquad (1)$$



Фиг. IV. 1.

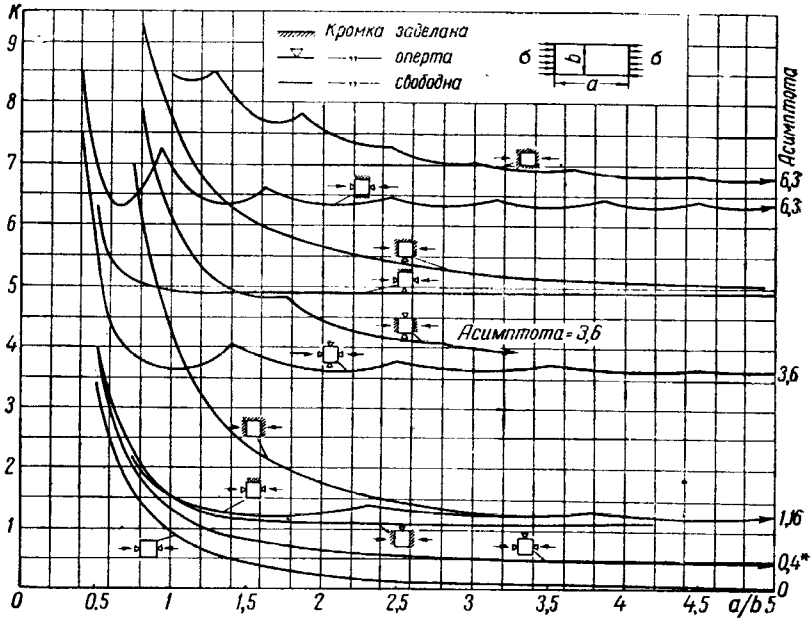
где E — модуль нормальной упругости материала; b — ширина нагруженной стороны; δ — толщина пластинки; μ — коэффициент Пуассона. Для листов из стали, дуралюмина, электрона $\mu = 0{,}25 \div 0{,}3$, т. е. в среднем близок к 0,275; таким образом, $\frac{\pi^2}{12(1-\mu^2)} = 0{,}89 \approx 0{,}9$. При заданном типе нагрузки коэффициент $k_э$ зависит только от способа закрепления кромок пластинки и от соотношения ее сторон $\frac{a}{b}$. Если положить $0{,}9 k_э = k$, то получим практически удобный вид формулы (1):

$$\sigma_{кр} = \frac{kE}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}. \qquad (2)$$

Значение k для различных способов закрепления кромок и отношений $\frac{a}{b}$ дано на фиг. IV. 2. На некоторых кривых фиг. IV. 2 указаны также минимальные (асимптотические) значения k, которыми можно пользоваться при расчетах. Например, для случая всех опертых кромок в небольшой запас надежности можно принять $k = 3{,}6$, а для всех заделанных $k = 6{,}3$.

Уравнение (2) совпадает с уравнением гиперболы Эйлера $\sigma_{кр} = \frac{\pi^2 Ec}{\left(\frac{l}{i}\right)^2}$, поскольку относительная толщина $\frac{b}{\delta}$ пластинок пропорциональна гибкости $\frac{l}{i}$ стойки прямоугольного сечения, у которой радиус инерции равен $i = \frac{h}{\sqrt{12}} \approx 0{,}29h$ $\left(\text{т. е. } \frac{b}{\delta} = \frac{\sqrt{12}\, l}{i} \approx 3{,}5 \frac{l}{i}\right)$. Вместе с тем уравнение (2) отличается множителем $\frac{1}{1-\mu^2}$, учитывающим повышение при изгибе жесткости пластинки по сравнению со стержнем.

По мере увеличения ширины b пластинки (при a=const, так что отношение $\frac{a}{b}$ становится меньше единицы) коэффициенты k быстро растут и, группируясь в два пучка, стремятся к своим предельным неограниченно большим значениям (фиг. IV. 2). В этом случае пластинку, ввиду быстро уменьшающегося



Фиг. IV. 2. Значения коэффициентов k для различных способов закрепления кромок.

влияния боковых кромок, удобно принять за эйлерову стойку, т. е. при больших значениях $\frac{a}{b}$ (когда $a > b$) вести расчет по формуле

$$\sigma_{кр}=\frac{kE}{\left(\frac{a}{\delta}\right)^2}, \tag{2a}$$

где k=0,9 при опертых торцевых кромках и k=3,6 при заделанных торцевых кромках (боковые кромки, очевидно, уже влияния не имеют).

Для $\frac{a}{b}\leqslant 1$ при всех опертых кромках $k=0{,}9\left[1+\left(\frac{a}{b}\right)^2\right]^2$. Критическую силу пластинки можно определять как сумму критических сил квадратной пластинки шириной $b_1=a$ (фиг. IV. 2а) по формуле (2) и пластинки шириной $b_2=b-a$ по формуле (2а), каждую со своим коэффициентом k.

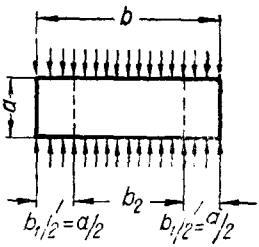
Наименьшая величина $\frac{b}{\delta}$, определяющая предел применимости формулы (1), т. е. точку B' на кривой продольного изгиба (фиг. IV. 3), равна

$$\left(\frac{b}{\delta}\right)_{min}=\sqrt{\frac{kE}{\sigma_{тек}}}. \tag{3}$$

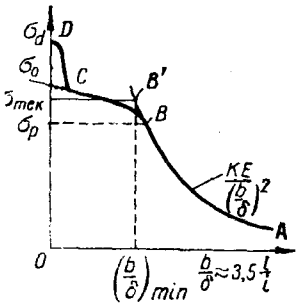
Например, для пластинки из Д16, сжатой параллельно прокату и опертой по всем кромкам, при $\frac{a}{b}>2$ и $\sigma_{тек}=3000\ кг/см^2$, имеем

$$\left(\frac{b}{\delta}\right)_{min}=\sqrt{\frac{3{,}6\cdot 0{,}72\cdot 10^6}{3000}}\approx 30.$$

Величина $\sigma_{тек}$, т. е. предельного напряжения, при котором еще можно без большой погрешности пользоваться формулами (2) и (3), до сих пор точно не установлена. Строго говоря, нижний предел $\sigma_{тек}$ равен σ_p, т. е. пределу пропорциональности. Однако ввиду затруднительности практического наблюдения за поведением пластинки при σ_p обычно берут $\sigma_{тек}=\sigma_{01}$ или $\sigma_{тек}=\sigma_{02}$, а иногда по точке A (фиг. IV.4) пересечения касательных к упругой и



Фиг. IV.2а.



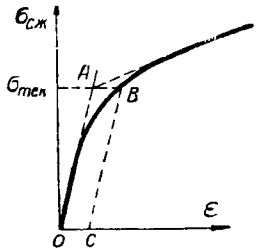
Фиг. IV. 3. Характерные точки кривой продольного изгиба пластинки.

пластической ветвям кривой напряжений сжатия на диаграмме σ по ε. Прямая, проведенная через точку A параллельно оси абсцисс, даст величину $\sigma_{тек}$, которая для стали, дуралюмина и магния близка к σ_{01} и не выше σ_{02}. Поскольку в сжатой пластинке $\sigma_{тек}$ достигается не сразу по всему периметру, то обычно можно брать $\sigma_{тек}=\sigma_{02}$, тем более что величина σ_{02} является употребительной характеристикой материала и приводится во многих справочниках.

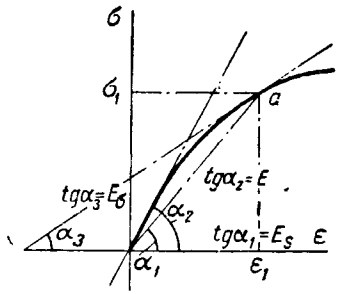
Для стали и для Д16 перпендикулярно прокату и для высокопрочных алюминиевых сплавов в любом направлении можно приближенно считать, что $\sigma_{тек}$ при сжатии и $\sigma_{тек}$ при растяжении равны между собой, но для Д16 в направлении параллельно прокату $\sigma_{02сж}\approx 0{,}8\sigma_{02раст}$. При увеличении толщины пластинки критическое напряжение ее растет и при $\frac{b}{\delta}\to 0$ становится равным пределу прочности, т. е. разрушающему напряжению материала на сжатие σ_d (фиг. IV.3). Однако σ_d зависит от трения на опорных плоскостях, от величины $\frac{a}{b}$ и от степени пластической деформации, вызывающей упрочнение металла, т. е. в отличие от предела прочности на растяжение σ_b не является строго определяемой константой материала. Обычно справедливо неравенство $\sigma_d>\sigma_b$, хотя нередко в запас прочности считают, что $\sigma_d=\sigma_b$.

Исходное напряжение σ_0, т. е. начальная точка при $\frac{l}{\delta}=0$, зависит от принятого типа расчетной кривой $\sigma_{кр}$ на участке малых $\frac{b}{\delta}$. При пластиче-

ской деформации пластинки возникает своеобразная анизотропия, и поэтому нельзя ограничиться введением в формулу для $\sigma_{кр}$ одного приведенного (редуцированного) модуля упругости $E_{ред}=\frac{4EE_\sigma}{(\sqrt{E}+\sqrt{E_\sigma})^2}$, как это делается в теории продольного изгиба стержней $\left(E_\sigma=\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right.$ — касательный модуль упругости$\left.\right)$. Как показал А. А. Ильюшин[1], устойчивость пластинки в пластической



Фиг. IV. 4.



Фиг. IV. 5.

зоне определяется не одним, а двумя модулями — касательным E_σ и секущим $E_s=\frac{\sigma_1}{\varepsilon_1}$ (фиг. IV. 5), и критическое напряжение может быть выражено формулой (2), если заменить модуль E модулем E_s и ввести поправочный коэффициент A, т. е. при всех опертых кромках ($k=3{,}6$) и при $\frac{a}{b}>3$

$$\sigma_{кр}=\left[\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\mu_{пл}^2+(1-\mu_{пл}^2)\frac{E_\sigma}{E_s}}\right]\frac{\pi^2E_s}{3(1-\mu_{пл}^2)\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}=A\frac{kE_s}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}, \qquad (2б)$$

где $\mu_{пл}=\frac{1}{2}-\left[\frac{1}{2}-\mu\frac{E_s}{E}\right]$.

При $\mu_{пл}=\frac{1}{2}$ для[2] $\frac{a}{b}<\frac{1}{3}$ коэффициент $A=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\frac{E_s}{E}$; для $\frac{a}{b}=1$ коэффициент $A=0{,}114+0{,}886\frac{E_s}{E}$.

Величины модулей $E_\sigma=\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$ и $E_s=\frac{\sigma_1}{\varepsilon_1}$ определяются по диаграмме σ по ε для расчетной величины укорочения ε_1. Так как для авиационных конструк-

[1] См., например, статью А. А. Ильюшина в журнале «Прикладная математика и механика», т. VIII, в. 5, 1944, а также его книгу «Пластичность», ОГИЗ, 1948. См. также NACA, Rep. 898, 1948 и JAS, октябрь 1951.

[2] При этом вместо b [в формуле (2б)] подставляют a.

ионных материалов в любой точке a диаграммы (фиг. IV.5) $E > E_s > E_\sigma$, то величина $\frac{E_\sigma}{E_s}$ является правильной дробью, т. е. выражение в скобках меньше 1.

Это уменьшение коэффициента A характеризует некоторое падение сопротивляемости пластинки при переходе за предел текучести, так как при этом $E_\sigma < E_s$. Так как отношение $\frac{b}{\delta}$ у пластинок, применяемых в самолетостроении, обычно не позволяет получить обжатия (укорочения) $\varepsilon > 1\%$, то, например, для Д16 модуль $E_s \geqslant 0{,}5E$ и $E_\sigma \geqslant 0{,}1E$ и величина $A = 1{,}2 \cdot 0{,}82 \approx 1$. Таким образом без большой погрешности при не очень больших деформациях можно, положив $A = 1$, пользоваться формулой

$$\sigma_{кр} = \frac{kE_s}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}. \tag{2в}$$

Формула (2в) точна для ходового случая длинной ($a \geqslant 3b$) пластинки, одна из длинных сторон которой оперта, а другая свободна (например, полка двутавровой балки). При переходе к стойке модуль E_s заменяется модулем E_r или E_σ (что почти все равно). Однако разброс значений E_σ при $\varepsilon > 1\%$ затрудняет переход от формул для расчета пластинки к формулам для расчета стойки[1].

Так как заранее задаваться величиной относительной деформации ε не всегда удобно, то на практике пользуются кривыми $\sigma_{кр} = \varepsilon_{кр} E_s$, построенными по критическим укорочениям $\varepsilon_{кр} = \frac{k}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}$ в соответствии с диаграммами $\sigma - \varepsilon$ в зависимости от величины $\frac{kE}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}$. На фиг. IV.6 даны две такие кривые для пластинок из Д16 и высокопрочного алюминиевого сплава. Сложность установления формул для $\sigma_{кр}$ при очень малых значениях $\frac{b}{\delta}$ заставляет прибегать к построению эмпирических кривых. Опыты неизменно дают кривые, сходные по характеру с кривыми продольного изгиба (см. фиг. IV.3), т. е. состоящие из трех типичных ветвей: AB — упругой (эйлеровой), BC - малых пластических деформаций и CD — больших пластических деформаций (с упрочнением). Поскольку ветвь CD трудно достижима на практике, часто ограничиваются проведением одной ветви BC в виде простейшей кривой (например, параболы) или даже прямой. Если провести прямую через точку σ_d касательно к кривой Эйлера, определяемой уравнением (1), то это будет в запас прочности (фиг. IV.7), так как опытные точки ложатся выше такой прямой. Чтобы учесть это, прямую поднимают до точки a, так что $\sigma_a \approx \sigma_p$ или проводят

[1] Стойкой называется пластинка, у которой произведение $\varepsilon\left(\frac{b}{\delta}\right)^2 < 1$ и обе боковые стороны свободны (JAS, март, 1952).

касательную к кривой через точку $\sigma_0 > \sigma_d$, например, $\sigma_0 = 1{,}2\sigma_b = 1{,}2 \cdot 4000 = 4800$ *кг/см²* для дуралюмина Д16. Тогда получается линейная формула

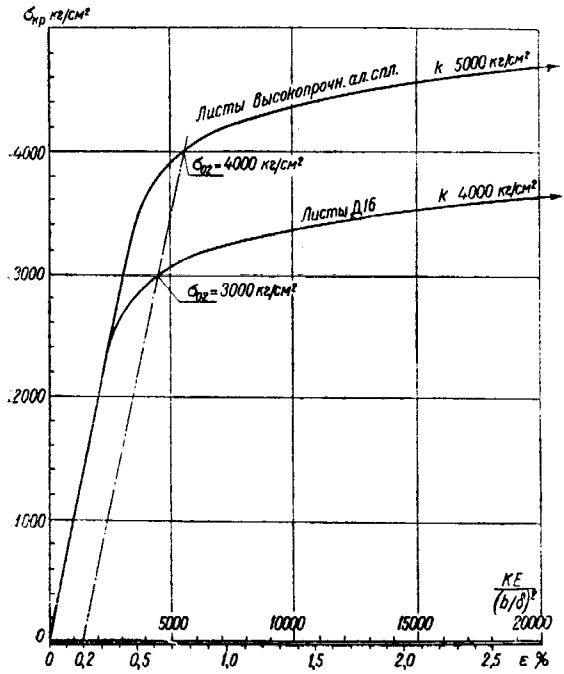
$$\sigma_{кр} = \sigma_0 - A\frac{b}{\delta}. \tag{4}$$

Величина углового коэффициента A определяется, кроме точки σ_0, расположением кривой в зависимости от значения коэффициента k в формуле (2), лежащей тем выше, чем больше k. Например, для шарнирных кромок и $\frac{b}{\delta} > 2$, когда $k = 3{,}6$, величина $A = 75$ для Д16. Так как, очевидно, $\sigma_{кр}$ не может быть больше σ_d, то пределами применимости формулы (4) будут

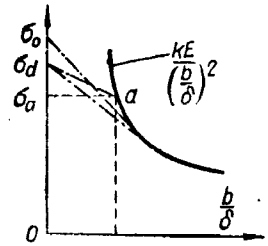
$$\sigma_d > \sigma_{кр} > \sigma_{тек},$$

причем, как и выше, можно приближенно принять $\sigma_{тек} \approx \sigma_{02}$. Для Д16 параллельно прокату $\sigma_{02} = 3000$ *кг/см²*, так что пределами применимости формулы (4), если в запас принять, что $\sigma_d = \sigma_b$, будут

$$10 < \frac{b}{\delta} < 25.$$



Фиг. IV. 6. Диаграммы деформации пластинок из алюминиевых сплавов.



Фиг. IV. 7.

Отметим, что по формуле (3) наименьшее отношение $\frac{b}{\delta} = 30$, т. е. близко к полученному верхнему пределу. При $\frac{b}{\delta} < 10$ можно без большой погрешности принимать $\sigma_{кр} = \sigma_d \approx \sigma_b$, если пренебречь упрочнением материала в процессе обжатия (см. также § 1 гл. II).

§ 2. Эксцентричное сжатие и изгиб

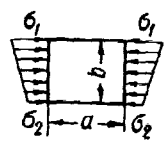
Критическое напряжение пластинки, изгибаемой в своей плоскости, определяется в упругой зоне формулой (2) при условии, что $\sigma_{тек} > \sigma_1 > \sigma_2$ и отношение $\frac{a}{b} \geqslant 0{,}5$. Коэффициент k берется по табл. IV. 1.

Таблица IV. 1

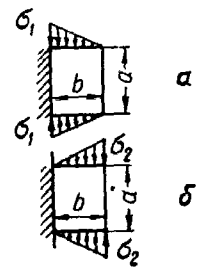
Способ закрепления кромок	$\alpha=\frac{\sigma_1}{\sigma_1-\sigma_2}$	0,5	0,75	1	1,25	1,5	∞
Все кромки оперты	k	21,6	10	7	6	5,2	3,6
Все кромки заделаны	k	36,8	17	12	9,4	8,9	6,3

σ_1 и σ_2 — напряжения в крайних волокнах пластинки (фиг. IV. 8). Разность $\sigma_1-\sigma_2$ алгебраическая, т. е., например, для чистого изгиба $\sigma_1=-\sigma_2$ и $\alpha=\frac{1}{2}$. При внецентренном сжатии $\alpha>\frac{1}{2}$[1]. В предельном случае при $\alpha=\infty$ имеем чистое сжатие. Координата y нейтральной линии пластинки относительно нижней кромки $y=\alpha b$. При $\sigma_1=\sigma_{тек}$ можно применить линейную интерполяцию, как в формуле (4), имея в виду, что если не только σ_1, но и $\sigma_2>\sigma_{тек}$, то можно принять $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_{тек}$. В случае если $\sigma_1\geqslant\sigma_{тек}$, а $\sigma_2<\sigma_{тек}$, то $\sigma_{кр}$ находится по правилу смешения для $\sigma_{кр}$ в упругой и неупругой областях.

Предельные случаи для пластинки с одной заделанной и одной свободной кромкой, нагруженной по закону треугольника ($\alpha=1$), показаны на фиг. IV. 9, *а* и *б*.



Фиг. IV. 8.



Фиг. IV. 9.

Если для свободной кромки $\sigma_2=0$, а все остальные кромки оперты, то $k_{min}=1{,}55$ $\left(при\ \frac{a}{b}=1{,}58\right)$, а если одна кромка, противоположная свободной, заделана, то $k_{min}=5{,}7$ $\left(при\ \frac{a}{b}=\infty\right)$. Если же $\sigma_1=0$, а напряжение у свободной кромки равно σ_2, то для случая остальных опертых кромок $k_{min}=1{,}48$ $\left(при\ \frac{a}{b}=1{,}67\right)$, а при заделанной кромке, противоположной свободной кромке, коэффициент $k_{min}=0{,}51$ $\left(при\ \frac{a}{b}=\infty\right)$.

§ 3. Сжатие со всех четырех сторон

Теоретическая формула для этого случая очень сложна[2]. Для частного случая $\sigma_a=\sigma_b$ и свободно опертых кромок (фиг. IV. 10) в упругой зоне действительна формула (2) при значениях коэффициента k по табл. IV.2.

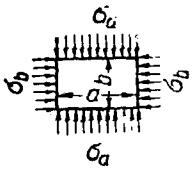
---

[1] При $\alpha<\frac{1}{2}$ получается внецентренное растяжение и вопрос о $\sigma_{кр}$ отпадает.

[2] См., например, С. П. Тимошенко, Устойчивость упругих систем, ОГИЗ, 1946, стр. 298 или Справочник по судостроению, том II, ч. 1, стр. 363, Госстройиздат, 1934.

Таблица IV. 2

$\frac{a}{b}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
k	92	24	11	6,6	4,5	3,4	2,8	2,3	2,0	1,8



Фиг. IV. 10.

Сравнение значений таблиц IV. 2 и IV. 1 показывает, что при сжатии с четырех сторон критическое напряжение для квадратной пластинки составляет только половину $\sigma_{кр}$ для такой же пластинки, сжатой с двух сторон.

При всех заделанных кромках для квадратной пластинки коэффициент $k=4{,}8$. В пластической зоне ограничиваются приближениями подобно указанным в § 1.

§ 4. Сдвиг

Теоретическая формула для критического напряжения сдвига, при котором пластинка теряет устойчивость, аналогична формуле (2), т. е.

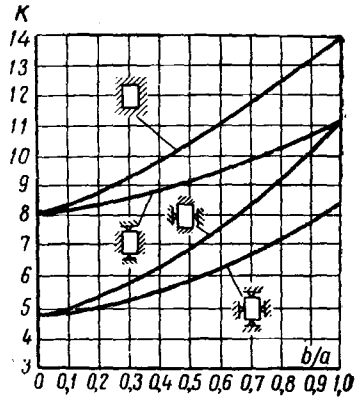
$$\tau_{кр} = \frac{kE}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}. \qquad (5)$$

Здесь b — всегда меньшая сторона (т. е. $b \leqslant a$).

Формула (5)[1] верна лишь при $\tau_{кр} \leqslant \tau_p$ или приближенно при пределе текучести на сдвиг τ_{02}. Коэффициент

$$k \approx 4{,}85 + \frac{3{,}6}{\left(\frac{a}{b}\right)^2}.$$

Более точные значения k даны в табл. IV. 3, а также на фиг. IV. 11 для всех способов закрепления.



Фиг. IV. 11.

Таблица IV. 3

Способ закрепления	Отношение $\frac{a}{b}$								
	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,5	3	∞
	Коэффициент k								
Все кромки оперты	8,4	7,1	6,5	6,2	6,1	5,9	5,6	5,4	4,8
Все кромки заделаны	14	12	11	10,5	10,2	10	9,6	9,2	8,0

[1] См. график $\tau_{кр}$ на фиг. V. 73, часть V, гл. II, § 4.

По данным табл. IV.3 видно, что полное защемление всех кромок увеличивает $\tau_{кр}$ примерно в 1,7 раза. При $\frac{a}{b} = \infty$ (стенка длинной балки без промежуточных подкреплений) имеем

$$\tau_{кр} = \frac{4{,}85E}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2} \approx \frac{5E}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}. \tag{6}$$

Этой формулой обычно пользуются для оценки порядка величины $\tau_{кр}$.

В пластической области, когда $\tau_{кр} > \tau_{тек}$, для первого приближения можно пользоваться линейной интерполяцией [подобно формуле (4)]:

$$\tau_{кр} = \tau_0 - A\frac{b}{\delta}, \tag{7}$$

где $\tau_0 = 1{,}2\tau_b = 1{,}2k_\tau\sigma_b$, причем для изотропной пластинки[1] коэффициент $k_\tau = \frac{\tau_b}{\sigma_b} = \frac{\tau_0}{\sigma_0} = \frac{\tau_{тек}}{\sigma_{тек}} = \frac{\tau_{02}}{\sigma_{02}} \approx 0{,}5 \pm 0{,}1$. Можно принять $\tau_{тек} = \tau_{02} = (0{,}5 \pm 0{,}1)\,\sigma_{02}$. Знак перед 0,1 характеризует разброс опытных точек и еще точно не установленное влияние величины относительной толщины $\frac{b}{\delta}$ пластинки. Практически можно достаточно уверенно брать $\tau_{02} = 0{,}5\sigma_{02}$. Если имеется диаграмма деформации пластинки в координатах τ, γ (γ — угол сдвига), то в пластической области можно пользоваться формулой, аналогичной формуле (2 *b*),

$$\tau_{кр} = \frac{k_s E_s}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}, \tag{8}$$

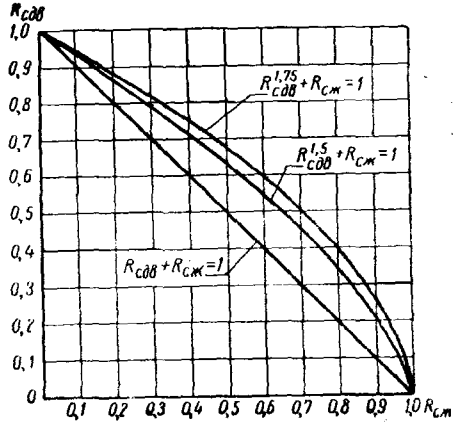
причем в пластической зоне коэффициент $k_s \approx 0{,}8k$, т. е. составляет лишь 80% коэффициента k в упругой зоне, который подставляется в уравнение (5); следовательно, например, для случая всех шарнирно опертых кромок при $\frac{a}{b} = 1$ (см. табл. IV. 3) $k = 0{,}8 \cdot 8{,}4 = 6{,}7$.

§ 5. Одновременное действие сжатия и сдвига

Допускаемые критические напряжения σ и τ в этом случае определяются через критические напряжения $\sigma_{кр}$ и $\tau_{кр}$ пластинки, нагруженной сжатием и сдвигом по отдельности согласно формулам (1)÷(8) и по уравнениям

$$R^n_{сдв} + R_{сж} = 1, \tag{9}$$

$$R_{сдв} = \frac{\tau}{\tau_{кр}} \leqslant 1 \text{ и } R_{сж} = \frac{\sigma}{\sigma_{кр}} \leqslant 1 \text{ и}$$



Фиг. IV. 12.

показатель степени n по опытам различных авторов изменяется в пределах $1 < n \leqslant 2$. Наиболее ходовое значение $= 1{,}7$. На фиг. IV. 12 дано сравнение кривых с различными показателями

[1] См. также «Расчет стенок на сдвиг», часть V, глава II, § 4.

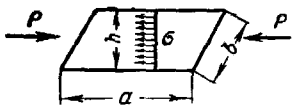
при $R_{сдв}$. Из фигуры видно, что, например, при $\frac{\tau}{\tau_{кр}} = 0{,}5$ критическое напряжение сжатия при $n = 1$ равно $\sigma = \sigma_{кр}(1 - 0{,}5) = 0{,}5\,\sigma_{кр}$ чистого сжатия, а при $n = 2$ оно равно $\sigma = \sigma_{кр}(1 - 0{,}5^2) = 0{,}75\,\sigma_{кр}$.

Следовательно, даже при этих крайних значениях разброс не так велик и уточнение величины n представляет в основном теоретический интерес.

Очевидно, что при $R_{сдв} = 0$ допускаемое напряжение сжатия можно брать равным $\sigma_{кр}$, а при $R_{сж} = 0$ можно брать $\tau = \tau_{кр}$.

§ 6. Косоугольные пластинки

Угол α между сторонами a и b такой пластинки не равен 90°, т. е. пластинка имеет форму параллелограмма (фиг. IV. 12а). Такие пластинки используются в конструкции стреловидных крыльев и оперения, если нервюры направлены параллельно полету, а стрингеры — вдоль линии фокусов.



Фиг. IV. 12а.

Критическое напряжение сжатия пластинки $\sigma_{кр}$ при напряжении сжатия $\sigma = \frac{P}{h\delta} = \frac{P}{\delta b \cos\alpha}$, где h — ширина пластинки (т. е. высота параллелограмма) и P — сила сжатия, параллельная стороне a, зависят не только от способа закрепления кромок, модулей E или E_s и отношения $\frac{b}{\delta}$ [см. формулу (2б)], но и от угла стреловидности α.

Имеющиеся теоретические формулы громоздки и ненадежны[1]. На практике предпочитают определять $\sigma_{кр}$ как полусумму критических напряжений двух прямоугольных пластинок, одна из которых вписана, а другая описана около рассчитываемой.

Ошибка, естественно, будет тем меньше, чем больше отношение сторон и чем пластинка ближе к прямоугольной.

Различают два характерных случая:

1) Отношение $\frac{a}{b} > 2$, когда длинная сторона пластинки параллельна сжимающей силе P. Коэффициент k в формуле $\sigma_{кр} = \frac{kE}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}$ берется равным полусумме коэффициентов для прямоугольных пластинок с отношением сторон $\frac{a + h\,\mathrm{tg}\,\alpha}{h}$ (описанная) и $\frac{a - h\,\mathrm{tg}\,\alpha}{h}$ (вписанная).

2) Отношение $\frac{a}{b} < \frac{1}{2}$, т. е. сила сжатия действует параллельно короткой стороне пластинки.

В этом случае силу сжатия $P = \sigma\delta h = \sigma\delta b \cos\alpha$ надо разложить на силу, нормальную к длинной стороне, и на касательную силу:

$$\left.\begin{aligned} P_{\perp} &= P\cos\alpha, \\ P_{\parallel} &= P\sin\alpha. \end{aligned}\right\}$$

Под действием этих двух сил обе прямоугольных пластинки (вписанная и описанная) будут подвергаться каждая совместному действию нормальных $\left(\sigma = \frac{P_{\perp}}{h\delta}\right)$ и касательных $\left(\tau = \frac{P_{\parallel}}{h\delta}\right)$ напряжений, и критические напряжения этих пластинок находятся по формуле (9).

Затем для рассчитываемой пластинки берется полусумма найденных критических напряжений.

---

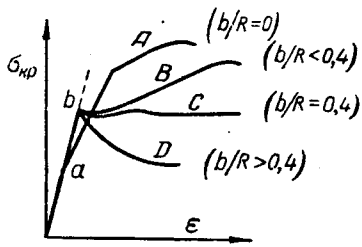
[1] См., например, Aircraft Engineering, № 276, 1952.

Глава II

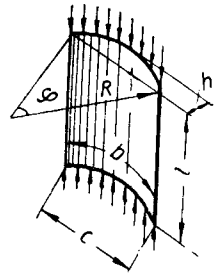
ИЗОГНУТАЯ ИЗОТРОПНАЯ ПЛАСТИНКА

§ 1. Сжатие

Если сравнить диаграммы сжатия σ по ε для плоской и изогнутой пластинок, продольные кромки которых движутся в направляющих, то можно заметить следующее (фиг. IV. 13). В то время как достижение критического напряжения $\sigma_{кр}$ у плоской пластинки (точка a на кривой A) вызывает более или менее плавное отклонение кривой от исходного направления (определяемого модулем упругости E материала) и нагрузка продолжает расти, достижение $\sigma_{кр}$ у изогнутой пластинки (точка b, кривые B, C и D) вызывает



Фиг. IV. 13.



Фиг. IV. 14.

резкий рост деформаций, сопровождающийся замедлением роста и даже падением нагрузки. При этом в зависимости от величины центрального угла $\varphi = \frac{b}{R}$ (фиг. IV.14) и некоторых других менее существенных параметров наблюдаются три случая:

1) Если $\frac{b}{R} < 0{,}4$, т. е. $h < 0{,}05c$, то у изогнутой пластинки, так же как и у плоской, после потери устойчивости нагрузка будет расти.

2) При $\frac{b}{R} = 0{,}4$ ($\varphi = 23^\circ$), т. е. при $h = 0{,}05c$, напряжение σ после достижения $\sigma_{кр}$ остается приблизительно постоянным, т. е.

$$\sigma = \sigma_{кр} \approx \text{const}.$$

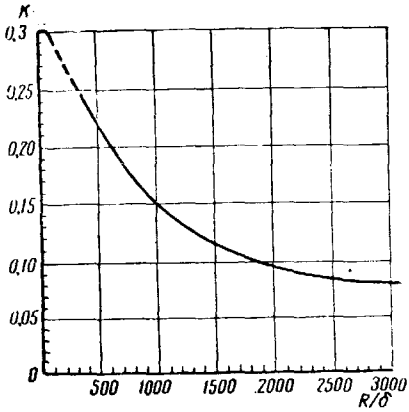
3) При $\frac{b}{R} > 0{,}4$, т. е. при $h > 0{,}05c$, нагрузка после превышения $\sigma_{кр}$ падает тем резче, чем больше величина $\frac{c}{R}$.

Простейшей криволинейной пластинкой является цилиндр, у которого $\varphi = 2\pi$ и $\frac{b}{R} > 0{,}4$. Различают длинные цилиндры с длиной $l \geqslant 0{,}75R$ и короткие цилиндры с $l < 0{,}75R$.

Длинный тонкостенный $\left(\frac{R}{\delta} > 75 \div 100\right)$ круговой цилиндр независимо от условий на опорах (заделка или заторцованные опорные поверхности) рассчитывается на сжатие по формуле

$$\sigma_{кр} = \frac{kE}{\frac{R}{\delta}}. \qquad (10)$$

Теоретически в предположении прямоугольной сетки волн в момент начала потери устойчивости $k = \text{const} = \frac{1}{\sqrt{3(1-\mu^2)}} \approx 0{,}606$ (при $\mu = 0{,}3$). Однако на практике обычно образуется ромбическая сетка волн, соответствующая меньшей потенциальной энергии системы, а следовательно, и меньшим значениям k, зависящим от соотношения $\frac{R}{\delta}$ (фиг. IV. 15). Пределом применимости формулы (10) является $\sigma_{кр} \leqslant \sigma_p$ или приближенно $\sigma_{кр} \leqslant \sigma_{02}$, т. е. минимальное отношение $\frac{R}{\delta}$, при котором еще действительна формула (10), если принять $k = k_{max} = 0{,}3$, равно $\left(\frac{R}{\delta}\right)_{min} = \frac{0{,}3E}{\sigma_{02}}$.



Фиг. IV. 15.

Для Д16 при $\sigma_{02} = 3000$ *кг/см²* и модуле $E = 0{,}72 \cdot 10^6$ *кг/см²* получается $\left(\frac{R}{\delta}\right)_{min} = 72$.

Короткий тонкостенный цилиндр рассчитывается на сжатие по формуле (2а) для широкой $\left(\frac{a}{b} = \frac{l}{2\pi R} \ll 1\right)$ пластинки, т. е.

$$\sigma_{кр} = \frac{kE}{\left(\frac{l}{\delta}\right)^2}. \qquad (10а)$$

На фиг. IV. 16 даны значения $\frac{k}{1-\mu^2} = 1{,}1k$ (при $\mu = 0{,}3$) в зависимости от величины $\frac{l^2}{R\delta}\sqrt{1-\mu^2} = \frac{0{,}95 l^2}{R\delta}$.

Пределом применимости формулы (10а) является условие $\sigma_{кр} \leqslant \sigma_p$ или приближенно $\sigma_{кр} < \sigma_{02}$, т. е. минимальное отношение $\frac{l}{\delta}$, при котором еще действительна формула (10а), имеет вид

$$\left(\frac{l}{\delta}\right)_{min} = \sqrt{\frac{kE}{\sigma_{02}}}.$$

Например для цилиндра из листа Д16, для которого $\sigma_{02} = 3000$ *кг/см²* и $E = 0{,}72 \cdot 10^6$ *кг/см²*, заделанного по торцевым кромкам ($k = 3{,}6$), можно написать

$$\left(\frac{l}{\delta}\right)_{min} = \sqrt{\frac{3{,}6 \cdot 0{,}72 \cdot 10^6}{3000}} = 30.$$

Это значение равно величине $\left(\frac{b}{\delta}\right)_{min}$, полученной по формуле (3) для длинной пластинки, у которой $\frac{a}{b} \geqslant 1$, но кромки оперты.

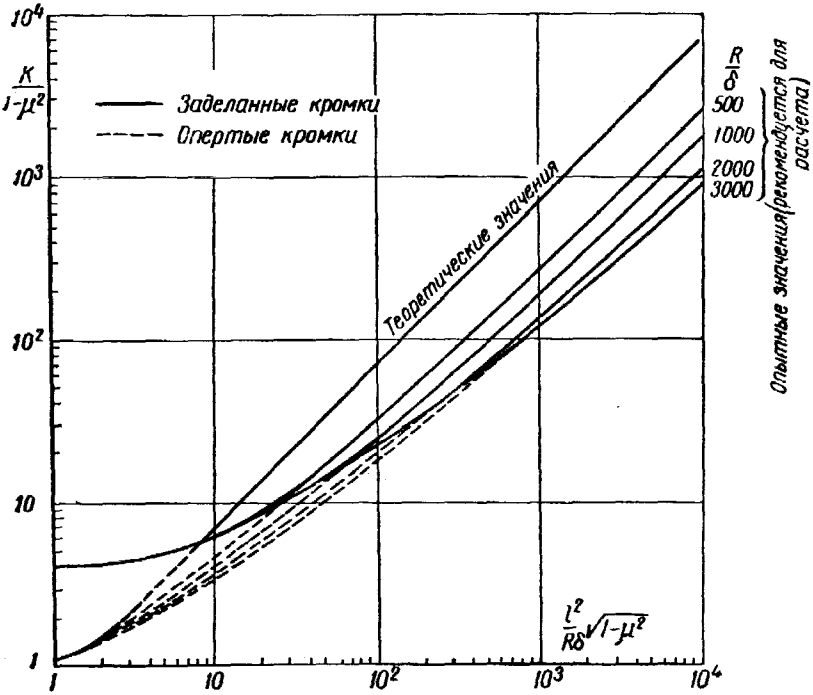
В пластической области, при $4 < \frac{R}{\delta} < 30$ и при условии, что гибкость цилиндра (трубы) $\frac{l}{i} < 10$ (во избежание продольного изгиба), имеем

для стали

$$\sigma_{кр} = \left[5{,}36\left(\frac{\sigma_b}{\sigma_{01}} - 0{,}855\right)\left(\frac{\delta}{R} - 0{,}085\right) + 0{,}95\right]\sigma_b, \tag{11}$$

для алюминиевых сплавов

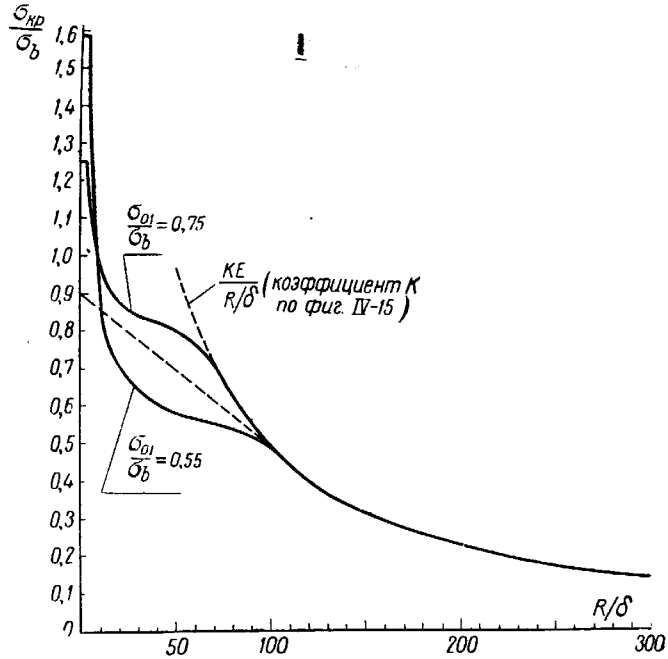
$$\sigma_{кр} = \left[4{,}9\left(\frac{\sigma_b}{\sigma_{01}} - 0{,}927\right)\left(\frac{\delta}{R} - 0{,}115\right) + 1{,}0\right]\sigma_b. \tag{12}$$



Фиг. IV. 16.

Если нет диаграммы $\sigma-\varepsilon$, то можно приближенно брать $\sigma_{01} \approx \sigma_{02}$. Формулы (11) и (12) дают близкие результаты и величина $\sigma_{кр}$, кроме $\frac{R}{\delta}$, зависит в основном от дроби $\frac{\sigma_{01}}{\sigma_b}$. На фиг. IV. 17 дана кривая $\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_b}$ по $\frac{R}{\delta}$ для труб из алюминиевых сплавов в предположении, что $\frac{\sigma_{01}}{\sigma_b} = 0{,}55$ (нижний предел) и $\frac{\sigma_{01}}{\sigma_b} = 0{,}75$ (верхний предел). Видно, что при $\frac{R}{\delta} \approx 10$ величина $\sigma_{кр} = \sigma_b$, а при $\frac{R}{\delta} = 4$ напряжение $\sigma_{кр} > \sigma_b$, т. е. коэффициент пластичности > 1.

Участок $30 < \frac{R}{\delta} < 75$ $\left(\text{или} < 100, \text{ в зависимости от величины } \frac{\sigma_{01}}{\sigma_b}\right)$ соединяется плавной кривой. Иногда в запас надежности проводят прямую до $\sigma_0 = 0{,}9\,\sigma_b$, т. е. до $0{,}9\,\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_b}$ на фиг. IV. 17. Следует подчеркнуть, что опытные точки дают наибольший разброс именно на этом участке, так что такое упрощение вполне уместно.



Фиг. IV. 17.

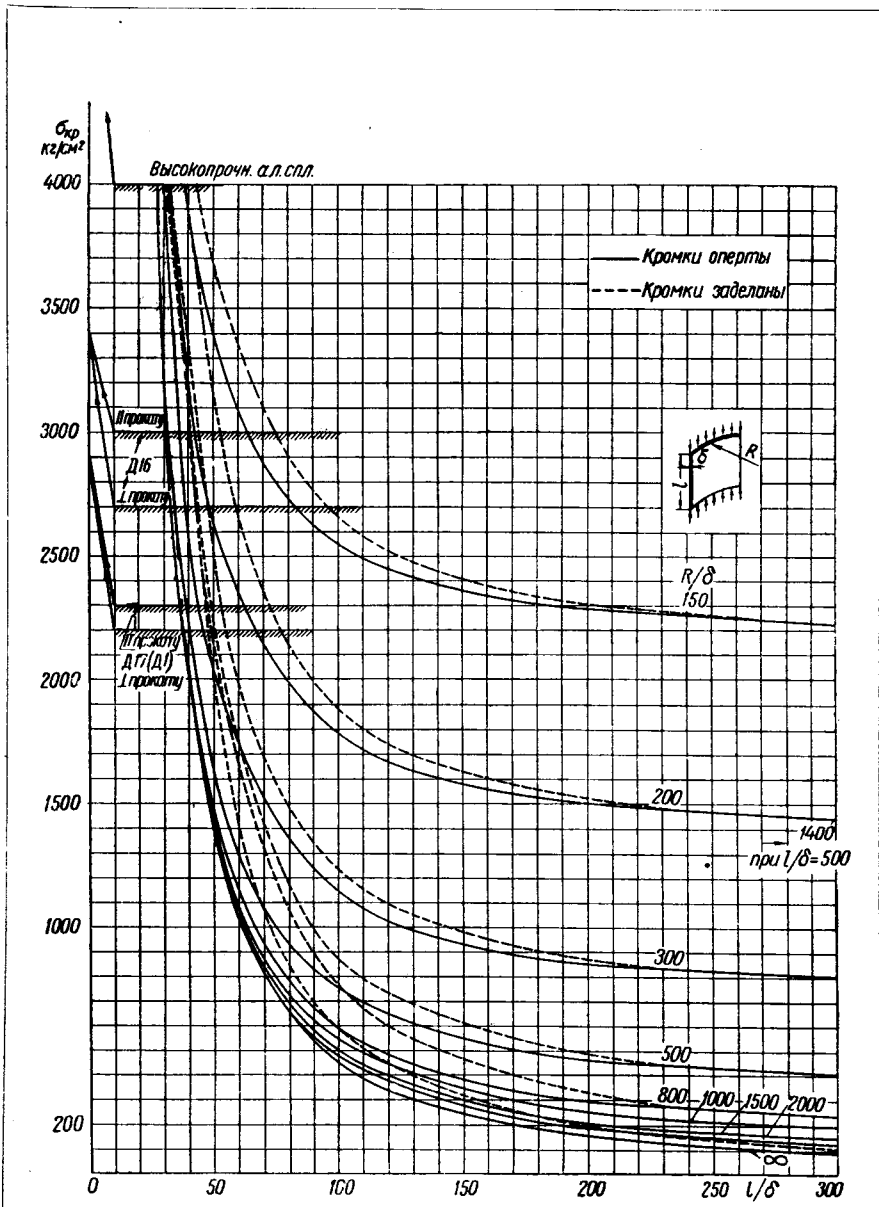
Криволинейные пластинки можно рассчитывать по тем же формулам, но удобнее $\sigma_{кр}$ находить по графикам. На фиг. IV. 18 дан график критических напряжений сжатия для дуралюминовых пластинок, построенный по обобщенной формуле, учитывающей влияние всех перечисленных выше параметров и подкрепленной большим количеством опытов [1]:

$$\sigma_{кр} = \sqrt{\sigma_{цил}^2 + \left(\frac{\sigma_{пл}}{2}\right)^2} + \frac{\sigma_{пл}}{2}, \tag{13}$$

где

$$\sigma_{цил} = \frac{9E}{\left(\frac{R}{\delta}\right)^{1,6}} + \frac{0{,}16E}{\left(\frac{l}{\delta}\right)^{1,3}} \tag{14}$$

[1] См. сборник «Современные методы расчета монококовых авиационных конструкций», БНТ МАП, 1946.



Фиг. IV. 18. Критические напряжения сжатия для криволинейных дуралюминовых пластинок.

и

$$\sigma_{пл} = \frac{kE}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2} \text{ [см. формулу (2)]},$$

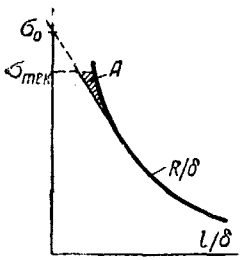
причем $k = 3{,}6$ для шарнирных кромок и
$k = 6{,}3$ для заделанных кромок.

Очевидно, что $\sigma_{кр}$, определенное по уравнению (13), не должно превышать σ_p или практически σ_{02} при сжатии соответственно направлению волокон. Горизонтальные прямые $\sigma_{тек}$, которые служат верхними границами для $\sigma_{кр}$, даны в табл. IV. 4[1].

Таблица IV. 4

Сплав	$\sigma_{тек}$	Направление волокон
Д17 (Д1)	2200 *кг/см²* 2300 "	‖ прокату ⊥ "
Д16 и Д6	2700 " 3000 "	‖ " ⊥ "
Высокопрочный алюминиевый сплав	4000 "	‖ и ⊥ прокату

Следует отметить, что эти границы, конечно, носят условный характер, ибо в действительности при $\frac{l}{\delta}$, меньших 50—70, когда напряжение сжатия может превысить $\sigma_{тек}$, критическое напряжение $\sigma_{кр}$ будет расти по кривой, аналогичной кривой фиг. IV. 17, т. е., если это требуется, на фиг. IV. 18 можно провести переходные кривые или просто прямую, проходящую через точку σ_0 и касательную к кривой соответствующего значения $\frac{R}{\delta}$.



Фиг. IV. 18а.

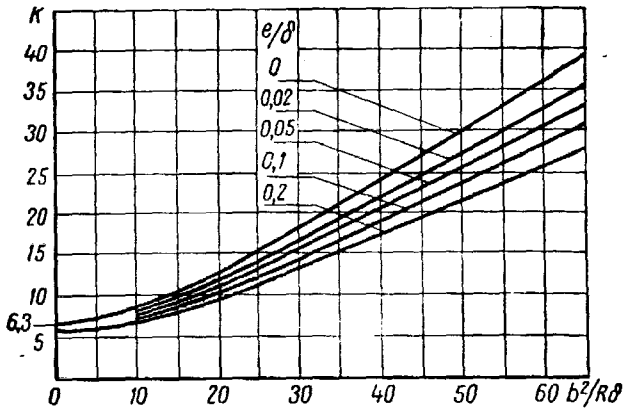
Величину σ_0 можно взять равной $1{,}2\,\sigma_b$. При этом отсекается площадь A, что идет в запас надежности [так как опытные точки ложатся именно в эту заштрихованную площадь (фиг. IV. 18а)].

Для пластинок с небольшой кривизной на величину $\sigma_{кр}$ оказывают заметное влияние даже небольшие начальные неровности и вмятины. Если обозначить через e наибольшую глубину вмятины относительно поверхности пластинки, то график фиг. IV. 19 может служить для оценки влияния величины $\frac{e}{\delta}$ на $\sigma_{кр}$, которая в данном случае подсчитывается по формуле, аналогичной формуле (2), но с той разницей, что за размер b принимается ширина развернутой пластинки (см. фиг. IV. 14):

$$\sigma_{кр} = \frac{kE}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}. \tag{15}$$

[1] В данном случае $\sigma_{02} \approx \sigma_{0,05}$, т. е. меньше σ_{02}. Это оправдывается специфичностью графика, точного в основном для эйлеровских значений $\frac{l}{\delta}$.

При $\frac{b^2}{R\delta} = 0$ величина $k = 6{,}3$, т. е. график действителен для пластинки с заделанными кромками. При увеличении $\frac{b^2}{R\delta}$ кривые k (как и для цилиндра)



Фиг. IV. 19. Значения коэффициента k в зависимости от глубины вмятин криволинейной пластинки.

переходят в прямые, что позволяет делать экстраполяцию для значений $\frac{b^2}{R\delta} > 65$. Для небольших стрелок h пластинки, т. е. при $\frac{h}{c} < 0{,}1 \div 0{,}2$ (в зависимости от требуемой точности), радиус кривизны удобно подсчитывать по формуле $R = \frac{c^2}{8h}$ (c—хорда пластинки см. фиг. IV. 14).

§ 2. Сдвиг

Практическая расчетная формула для пластинки, проверенная опытами[1], имеет вид

$$\tau_{кр} = \frac{0{,}1E}{\frac{R}{\delta}} + \frac{5E}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}\beta, \tag{16}$$

где $\beta = 1 + 0{,}8\left(\frac{b}{a}\right)^2$; b и a — ширина и длина ($a \geqslant b$) пластинки (фиг. IV. 20).

Как и на фиг. IV. 12, предел применимости этой формулы ограничен кривыми $\tau_{тек} \approx 0{,}75\,\sigma_{тек}$, т. е. если $\tau_{кр} > \tau_{тек}$, то надо принимать $\tau_{кр} = \tau_{тек}$.

Теоретические формулы[2]:

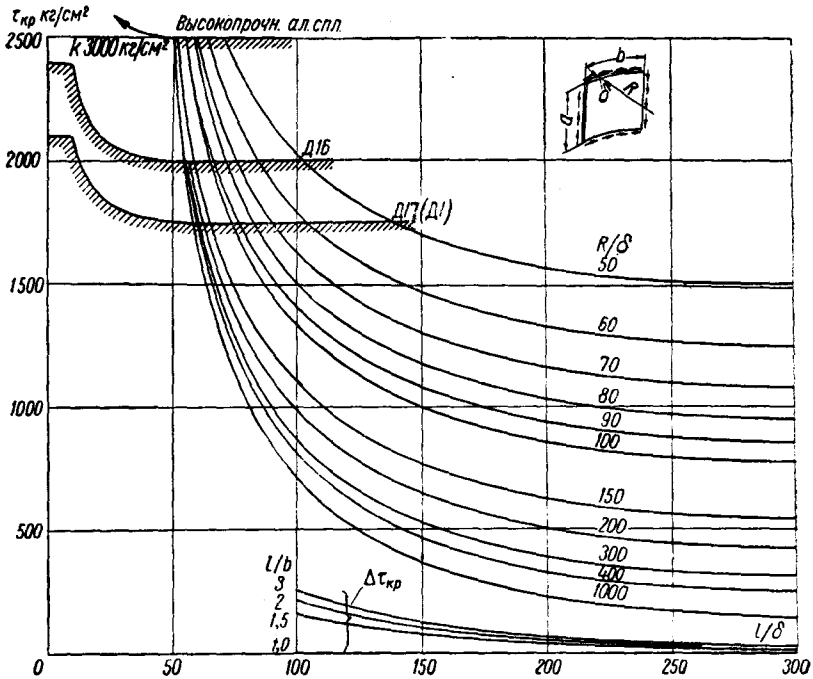
---

[1] NACA. Techn. Note № 687.
[2] См. «Техника Воздушного Флота» № 12, 1946.

1) Длинная пластинка ($a > b$):

$$\tau_{кр} = \frac{1{,}56E}{(1-\mu^2)^{\frac{3}{4}} \frac{b}{\delta} \sqrt{\frac{R}{\delta}}} \sqrt[4]{1 + \frac{62{,}5R^2\delta^2}{(1-\mu^2)\,b^4}} =$$

$$= \frac{1{,}675E}{\frac{b}{\delta}\sqrt{\frac{R}{\delta}}} \sqrt[4]{1 + 68{,}7\,\frac{(R\delta)^2}{b^4}}. \qquad (17)$$



Фиг. IV. 20. Критические напряжения сдвига квадратных $\left(\frac{a}{b} = 1\right)$ дуралюминовых криволинейных пластинок. При $\frac{a}{b} > 1$ напряжение

$$\tau'_{кр} = \tau_{кр} - \Delta\tau_{кр}.$$

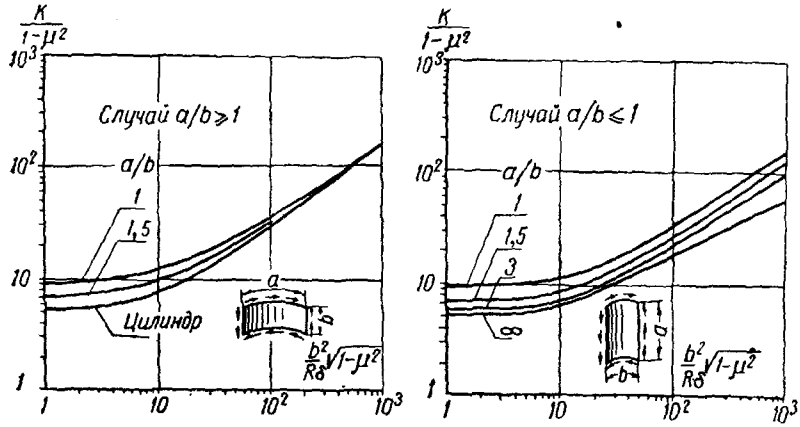
В формуле (17) принято $\mu = 0{,}3$; если, кроме того, взять минимальное значение $\tau_{кр}$, положив подкоренное выражение равным 1, и учесть, что по опытам величину 1,67 следует понизить до 1,25, то получим

$$\tau_{кр} = \frac{1{,}25E}{\frac{b}{\delta}\sqrt{\frac{R}{\delta}}}. \qquad (17a)$$

При этом если выражение $\dfrac{\frac{b}{\delta}}{\sqrt{\frac{R}{\delta}}} < 4$, т. е. если стрелка $h < 2\delta$, то пластинку практически можно рассчитывать как плоскую, и величину $\tau_{кр}$ можно определять по формуле (5) (как для плоской пластинки).

2) Короткая пластинка ($b < a$ и $\mu = 0{,}3$):

$$\tau_{кр} = \frac{4{,}85E}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}\sqrt{1 + 0{,}024\left(\frac{b}{\sqrt{R\delta}}\right)^3}. \tag{18}$$

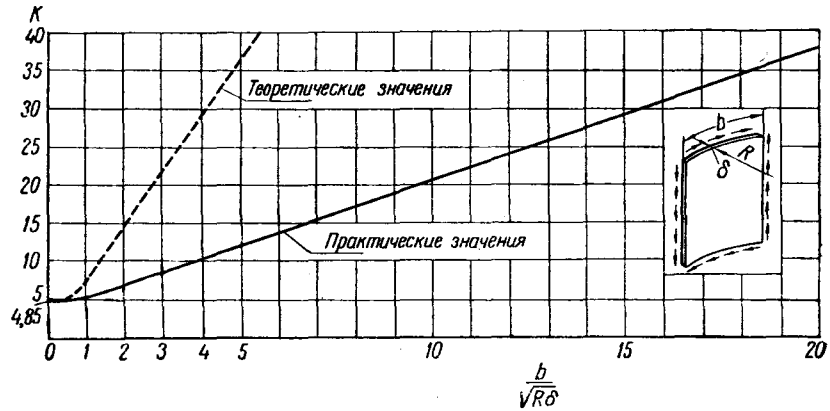


Фиг. IV.21.

На фиг. IV.21 даны обобщенные кривые $\dfrac{k}{1-\mu^2}$ в зависимости от коэффициента μ и параметра $\dfrac{b^2}{R\delta}$; $\tau_{кр}$ определяется по формуле

$$\tau_{кр} = \frac{kE}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}. \tag{19}$$

Ввиду того что на величину k сильно влияет состояние поверхности пластинки, опыты дают для k пониженные значения, особенно для пластинок с небольшой кривизной (фиг. IV.22). Это следует всегда помнить и по возможности контролировать величины $\tau_{кр}$ опытным путем.



Фиг. IV. 22. Значения коэффициентов k для пластинок небольшой кривизны.

§ 3. Кручение

Для круговых цилиндрических оболочек и труб (D — диаметр оболочки) кроме указанных в § 1, можно использовать следующие (теоретические[1]) формулы:

для длинной оболочки, у которой $\frac{\left(\frac{l}{D}\right)^2}{\frac{D}{\delta}} > 4{,}27$, независимо от типа закрепления торцевых кромок

$$\tau_{кр} = \frac{0{,}72E}{\sqrt{\left(\frac{D}{\delta}\right)^3}}. \tag{20}$$

Для короткой оболочки, у которой $\frac{\left(\frac{l}{D}\right)^2}{\frac{D}{\delta}} < 4{,}27$ (причем $k=0{,}94$ для шарнирных кромок и $k=1{,}03$ для заделанных)

$$\tau_{кр} = \frac{kE}{\left(\frac{D}{\delta}\right)^{1,25}\left(\frac{l}{D}\right)^{0,5}}. \tag{21}$$

Границей применимости формул (16)—(21) является условие $\tau_{кр} \leqslant \tau_p$ или приближенно $\tau_{кр} \leqslant \tau_{тек}$. Обычно можно брать $\tau_{тек} = \tau_{02}$ и $\tau_{02} = \frac{\sigma_{02}}{\sqrt{3}} = 0{,}577\,\sigma_{02}$. При расчетах в пластической зоне, при $\tau_{кр} > \tau_{02}$, т. е. при $\frac{D}{\delta} < 50-60$, можно пользоваться эмпирическими формулами вида

$$\tau_{кр} = \sigma_b\left(A + \frac{B}{\frac{R}{\delta}}\right). \tag{22}$$

[1] При коэффициенте $\mu = 0{,}3$.

Коэффициенты A и B зависят от величины $\frac{\sigma_{02}}{\sigma_b}$ или, точнее, от величины $\frac{E_t}{E}$ в пластической зоне (т. е. от степени упрочнения материала при его пластическом течении). При отношении $\frac{\sigma_{02}}{\sigma_b} \approx 0{,}9$ коэффициенты $A \approx 0{,}47$ и $B \approx 1$; при $\frac{\sigma_{02}}{\sigma_b} = 0{,}6$ коэффициенты A и B равны: $A \approx 0{,}35$ и $B \approx 1{,}5$. Промежуточные значения без затруднения (ввиду малого влияния на $\tau_{кр}$ изменения A и B) находятся интерполяцией.

Хотя формула (22) при $\frac{D}{\delta} = \frac{2R}{\delta} < 8 \div 10$ дает $\tau_{кр} > \frac{2}{3}\sigma_b$, надежнее считать верхней границей $\tau_{кр} = \frac{2}{3}\sigma_b$ $\left(\text{для электрона } \tau_{кр} \text{ не более } \frac{\sigma_b}{2}\right)$. Формула (22) не учитывает влияния относительной длины $\frac{l}{R}$ трубы, с увеличением которой $\tau_{кр}$ несколько понижается[1]. Однако это понижение невелико, и если требуется его оценить, можно воспользоваться формулой[2]

$$\tau_{кр} = \frac{k\,\sigma_b}{\sqrt[10]{\frac{l}{D}}}, \tag{23}$$

где коэффициент $k = \dfrac{\frac{D}{\delta}}{0{,}01276\left(\frac{D}{\delta}\right)^2 + 1{,}048\,\frac{D}{\delta} - 0{,}33}$.

Из формулы (23) видно, что при увеличении отношения $\frac{l}{D}$ в 10 раз $\tau_{кр}$ понижается только на 25%.

§ 4. Сжатие и сдвиг

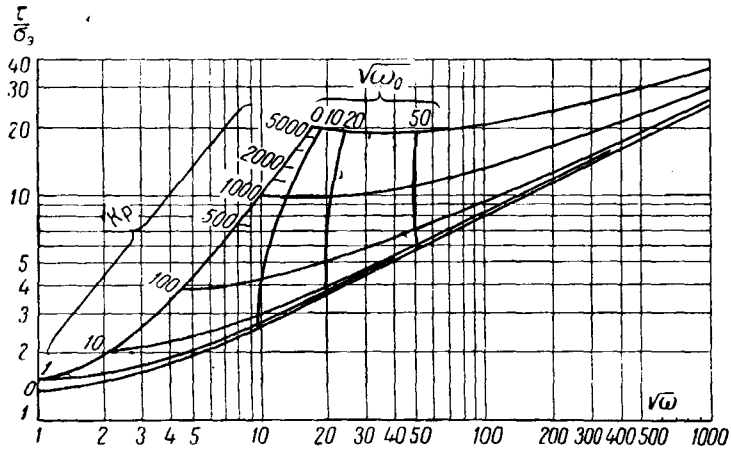
Для определения критических напряжений криволинейной пластинки при одновременном действии сжатия и сдвига действительно уравнение (9), выведенное для плоской пластинки, причем, по опытным данным, показатель степени колеблется от 1,5 до 3. Повидимому, надежное значение $n = 1{,}7$—2.

Нормальное давление, сжатие и сдвиг

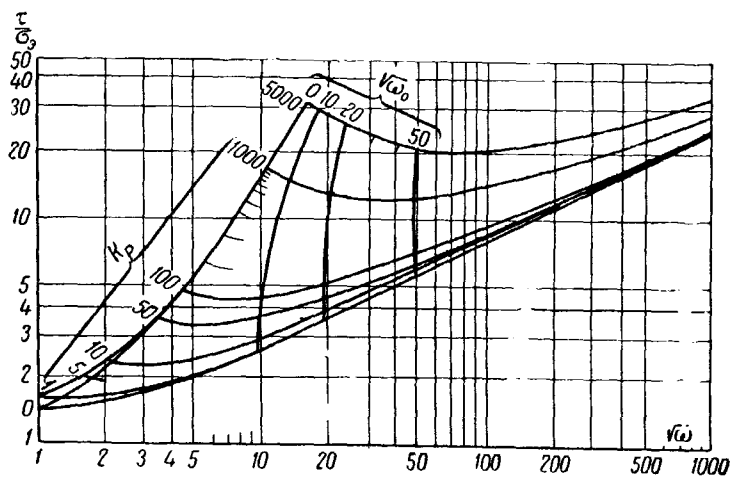
Если криволинейная пластинка, опертая на жесткий контур, нагружена, кроме сжатия и сдвига, еще давлением p (*кг/см*²), направленным в сторону выпуклости пластинки, то определение критического напряжения сдвига $\tau_{кр}$

---

[1] См. также данные для расчета труб на кручение часть I.
[2] JAS, апрель 1942 г.



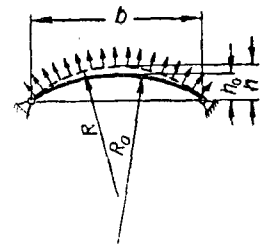
Фиг. IV. 23. Случай $\sigma_x=0$.



Фиг. IV. 24. Случай $\sigma_x=\frac{pR}{2\delta}$.

ведется по фиг. IV. 23, если продольное нормальное напряжение от давления $\sigma_x = 0$, и по фиг. IV. 24, если $\sigma_x = \frac{pR}{2\delta}$. Предварительно определяются следующие параметры (обозначения по фиг. IV. 25):

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_{\text{Эйл}} &= \frac{\pi^2}{3}\,\frac{E}{(1-\mu^2)\left(\frac{b}{\delta}\right)^2} \approx \frac{3{,}6E}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2},\\
k_p &= \frac{p}{E}(1-\mu^2)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{b}{\delta}\right)^4 \approx \frac{0{,}87p}{E}\left(\frac{b}{\delta}\right)^4,\\
\sqrt{\omega_0} &= \frac{\sqrt{12(1-\mu^2)}}{\pi^2}\,\frac{b^2}{R_0\delta} \approx \frac{b^2}{3R_0\delta},\\
\sqrt{\omega} &= \frac{\sqrt{12(1-\mu^2)}}{\pi^2}\,\frac{b^2}{R\delta} \approx \frac{b^2}{3R\delta},
\end{aligned}\right\} \quad (24)$$



Фиг. IV. 25.

где R_0 и R — радиусы кривизны пластинки при отсутствии давления и при действии этого давления. Если h_0 и h — стрелки прогиба (исходная и при наличии давления p, то

$$R_0 = \frac{b^2}{8h_0} \quad \text{и} \quad R = \frac{b^2}{8h}.$$

Глава III

ИЗГИБ ТРУБ

В запас прочности нередко принимают, что разрушающее нормальное напряжение при чистом изгибе ($\sigma_{\text{изг}}$) равно разрушающему напряжению при сжатии ($\sigma_{\text{сж}}$). Однако разрушение трубы от изгиба, даже при наличии напряжений сдвига, происходит при напряжениях, заметно превосходящих критические или вообще разрушающие напряжения при сжатии.

В среднем можно приближенно принимать, что при чистом изгибе (при отсутствии секущей силы[1])

$$\sigma_{\text{изг}} = 1{,}3 \div 1{,}4\,\sigma_{\text{сж}}. \quad (25)$$

Различные условия опыта, неидентичность образцов и ряд других причин не позволяют пока получить достаточно обоснованную и точную расчетную формулу для этих условий нагружения.

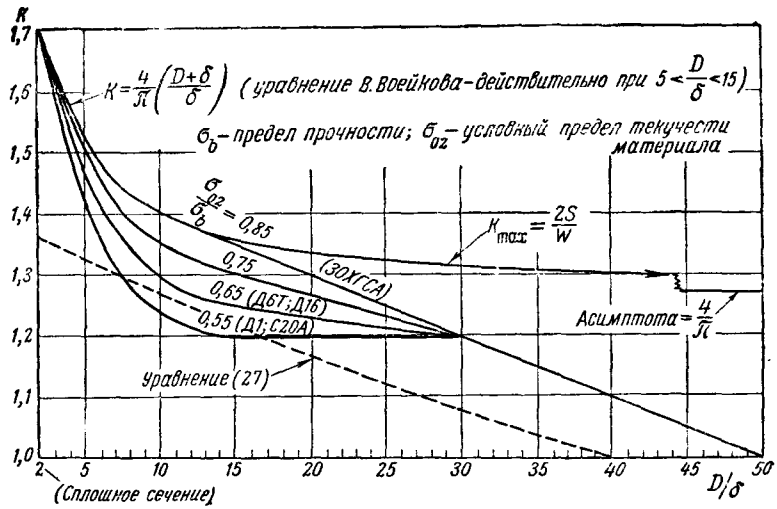
На фиг. IV. 26 показаны кривые коэффициента пластичности при изгибе, отнесенные к разрушающему напряжению при растяжении, т. е. к пределу прочности металла σ_b, в зависимости от отношения $\frac{R}{\delta}$:

$$\sigma_{\text{изг}} = \frac{M}{kW}, \quad (26)$$

[1] С. П. Тимошенко, Устойчивость упругих систем, ГТТИ, 1947.

где M — изгибающий момент в рассматриваемом сечении трубы и $W = \frac{J}{R}$ — момент сопротивления этого сечения. По кривым видно, что при $\frac{D}{\delta} = \frac{2R}{\delta} = 40 \div 50$ коэффициент $k \approx 1$.

Для сравнения с опытными данными на фиг. IV. 26 нанесена теоретическая кривая геометрического (максимального[1]) коэффициента пластичности $k_{max} = \frac{2S}{W}$ (где S — статический момент половины сечения трубы относительно оси, проходящей через ц. т. сечения). Как видно, эта кривая сильно расходится с опытными кривыми, что объясняется, во-первых, тем, что в ней не учтено влияние увеличения $\frac{R}{\delta}$, т. е. местной потери устойчивости



Фиг. IV. 26. Коэффициент пластичности при чистом изгибе ($\tau=0$) для круглых труб. Разрушающее напряжение при чистом изгибе $\sigma_{изг} = k\sigma_b$.

(асимптота $k = \frac{4}{\pi} \approx 1{,}27$, в то время как в действительности при $\frac{R}{\delta} \to \infty$ коэффициент $k \to 0$) и, во-вторых, кривая не отражает характера диаграммы деформации (σ по ε). Пунктиром показана кривая, подсчитанная по уравнению[2]

$$\sigma_{изг} = \left(\frac{1{,}53\,\alpha}{1{,}4 + \alpha}\right)\sigma_{тек} = k\,\sigma_b \tag{27}$$

[1] Т. е. без учета вида диаграммы σ по ε (см. также о коэффициенте пластичности часть V, гл. I, § 13).

[2] См. Энциклопедический справочник «Машиностроение», т. I, кн. 2, стр. 343, 1947.

для алюминиевого сплава, у которого $\sigma_{тек} \approx 0{,}9\,\sigma_b$ и $E = 0{,}72 \cdot 10^6$ *кг/см*², т. е. при $k = 0{,}9\left(\frac{1{,}53\,\alpha}{1{,}4+\alpha}\right)$, где $\alpha = \frac{E\delta}{\sigma_{тек} D}$, причем $\sigma_{тек}$ — напряжение, при котором секущий модуль $E_s = 0{,}7E$. При отсутствии диаграммы деформации можно приближенно брать $\sigma_{тек} = \sigma_{02}$.

Для труб с большим отношением $\frac{R}{\delta}$ (порядка 100 и более), у которых $\sigma_{изг} = \sigma_{кр} < \sigma_p$, т. е. коэффициент $k < 1$, можно пользоваться упрощенной формулой, аналогичной формуле (10) в § 1 гл. II:

$$\sigma_{кр} = \frac{kE}{\frac{R}{\delta}}. \tag{28}$$

Однако при изгибе в отличие от сжатия коэффициент k не понижается закономерно при возрастании отношения $\frac{R}{\delta}$. По опытам получается, что при отношениях $75 < \frac{R}{\delta} < 300$ величина $k \approx 0{,}36$. При увеличении $\frac{R}{\delta}$ до 2500 значение k понижается до 0,3. Предположение, что $k = 0{,}3$, оказывается вполне реальным, а если принять, что $k = 0{,}225$ [1], то это будет достаточно надежным значением для расчета [2].

Глава IV

РАСЧЕТ ПЛАСТИНОК НА НОРМАЛЬНОЕ ДАВЛЕНИЕ

§ 1. Плоские прямоугольные пластинки

При работе пластинок на нормальное давление (p *кг/см*²) различают:

1) жесткие пластинки (плитки);
2) полужесткие пластинки [3] (просто пластинки);
3) гибкие пластинки (мембраны).

Прочность жестких пластинок определяется напряжениями изгиба $\sigma_{изг}$ (редко — сдвига); прочность мембран, имеющих ничтожную жесткость на изгиб,— напряжениями растяжения — так называемыми цепными или мембранными напряжениями $\sigma_ц$. Полужесткие пластинки лежат в промежуточной области между жесткими и гибкими пластинками и их прочность определяется как изгибными, так и мембранными напряжениями.

В то время как на изгиб пластинка может работать, будучи свободно положена на контур, для воспринятия цепных растягивающих напряжений пластинку необходимо связать с контуром (хотя бы только по двум противоположным сторонам). Тогда в элементах контура (распорах) возникнут силы сжатия S (фиг. IV. 27), удерживающие кромки пластинки от сближения.

---

[1] См. Д. Юнгер и др., Элементы проектирования и расчета частей металлического самолета, ОНТИ, 1938 и 2-е изд. этой книги, 1942.

[2] Следует отметить, что при $\frac{R}{\delta} > 100 \div 200$ (в зависимости от $\frac{\sigma_{тек}}{\sigma_b}$) формула (27) дает бо́льшие величины $\sigma_{кр}$, чем формула (28) при $k = 0{,}36$.

[3] Иначе — пластинки конечной жесткости.

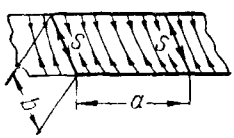
Жесткость контура характеризуется коэффициентом распора[1] k, равным

$$k = \frac{2F + b\delta}{2(F + a\delta)}, \tag{29}$$

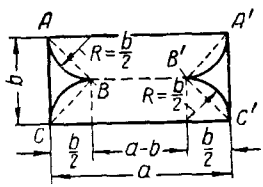
где F — площадь сечения распорного элемента, δ — толщина пластинки и a — расстояние между этими элементами. При большом отношении $\frac{a}{b}$ иногда принимают

$$k = \frac{F}{F + a\delta}. \tag{29a}$$

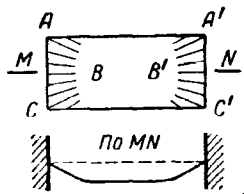
Теория разрушающих нагрузок пластинок в настоящее время (1950 г.) разработана еще слабо и в расчетах часто применяют различные поправочные коэффициенты к теоретическим формулам, верным лишь для небольших дефор-



Фиг. IV. 27.



Фиг. IV. 28.



Фиг. IV. 29.

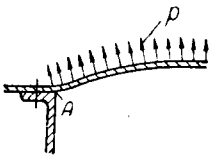
маций в упругой зоне. Наиболее просто задача решается для бесконечно длинной плоской пластинки, теория которой разработана И. Г. Бубновым еще в начале нашего столетия[2].

Практика показывает, что по формулам для расчета бесконечно длинной пластинки можно без большой погрешности рассчитывать любые пластинки с отношением сторон $\frac{a}{b} > 3$ при опертых и $\frac{a}{b} > 2$ при заделанных кромках. С достаточной для практических целей точностью можно считать[3], что зона влияния коротких сторон ограничивается половиной ширины панели с каждой стороны (фиг. IV. 28), причем часть BB' пластинки длиной $a - b$ под действием давления выпучивается по цилиндрической поверхности, а концевые части шириной $\frac{b}{2}$ каждая, как половина квадратной пластинки со стороной, равной $\frac{b}{\sqrt{2}} \approx 0{,}7b$, — по некоторой поверхности двойной кривизны. Линии пересечения AB и $A'B'$ обеих поверхностей, очевидно, меняются в процессе нагружения и в начале нагружения могут быть заменены дугами круга с радиусами $R = \frac{b}{2}$ или даже просто прямыми с углом 90° между ними. При дальнейшем увеличении нагрузки начинается складкообразование в областях ABC, $A'B'C'$ (фиг. IV. 29), вызываемое поперечными напряжениями сжатия, которые возникают вследствие того, что пластически деформированная растяжением пластинка имеет периметр бо́льший, чем в исходном (ненагруженном) состоянии. Пластинка, лежащая на жестком контуре, при этом продавливается сквозь него, как сквозь матрицу, обжимаясь по краям. Это

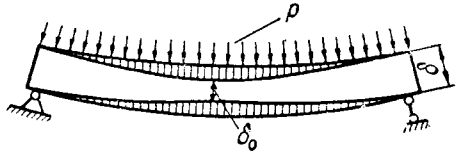
[1] Труды ЦАГИ, вып. 504, 1940.
[2] См. И. Г. Бубнов, Строительная механика корабля, изд. 1913 г.
[3] Как и у пластинок, работающих на сжатие (см. фиг. IV. 2а).

приводит к образованию складок на поверхности пластинки, тем более заметному, чем больше ее удлинение $\frac{a}{b}$, так что в продольном сечении MN упругая линия принимает ломаное, трапецевидное очертание (см. фиг. IV. 29).

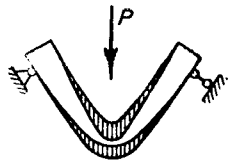
Наиболее нагруженные точки пластинки находятся в серединах ее длинных сторон на внутренней поверхности (точка A на фиг. IV. 30), поскольку напряжения изгиба складываются здесь с мембранными напряжениями (при условии защемления, как практически и бывает). Кроме того, контур почти всегда ослаблен отверстиями под заклепки, болты и т. д., и эти ослабления создают дополнительную концентрацию напряжений и сильно снижают величину разрушающего удлинения. Все это приводит к тому, что разрушение пластинки происходит от концентрации удлинений в указанных местах. Напротив, разрушение свободно лежащей на контуре[1] длинной пластинки, работающей как двухопорная балка, происходит от нарастания пластических зон по толщине



Фиг. IV. 30.



Фиг. IV. 31.



Фиг. IV. 32.

пластинки, прогрессивно распространяющихся от центра к опорам и от поверхности в толщу материала (фиг. IV. 31). Величина упругой зоны δ_0 быстро уменьшается, в конце концов где-нибудь близко к середине образуется пластический шарнир (т. е. сечение, где $\delta_0 \to 0$), и пластинка продавливается сквозь контур вследствие превышения прогибов, допускаемых конструкцией (фиг. IV. 32). Для длинной пластинки $\left(\frac{a}{b} > 3\right)$ действительны обычные формулы, применяемые при расчете балок, при условии замены жесткости изгиба EJ цилиндрической (погонной) жесткостью (на 1 *см*)

$$D = \frac{EJ}{1-\mu^2} = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}.$$

Так как коэффициент Пуассона для конструкционных авиационных материалов в упругой зоне близок к 0,3, то

$$D \approx 1{,}1EJ = \frac{E\delta^3}{11},$$

т. е. на 10% выше, чем у балки.

Итак, при бесконечно жестком контуре напряжения и прогибы длинной прямоугольной пластинки с отношением $\frac{a}{b} > 3$ в случае опертых и $\frac{a}{b} > 2$ в случае заделанных кромок определяются следующим образом. Прогиб f в середине пролета[2]:

$$\left.\begin{aligned} f &= \frac{f_0}{1+\alpha} \text{ для шарнирно опертых кромок,} \\ f &= \frac{f_0}{1+\frac{\alpha}{4}} \text{ для заделанных кромок,} \end{aligned}\right\} \qquad (30)$$

[1] Т. е. не связанной с контуром.

[2] См., например, С. П. Тимошенко, Пластинки и оболочки, Гостехиздат, 1948.

где прогиб f_0 от одного изгиба равен

$$f_0 = \frac{5}{384}\frac{pb^4}{D} = \left[0{,}143\,\frac{p}{E}\left(\frac{b}{\delta}\right)^3\right] b\,. \qquad (30a)^1$$

Относительный прогиб пластинки из алюминиевых сплавов при $E = 0{,}72 \times 10^6$ *кг/см*^{2} равен $\frac{f_0}{b} \approx \frac{2p}{10^7}\left(\frac{b}{\delta}\right)^3 b$ (фиг. IV. 33);

безразмерный параметр α в выражении (30) равен

$$\alpha = \frac{\sigma_ц b^2 \delta}{D\,\pi^2} \approx 1{,}1\,\frac{\sigma_ц}{E}\left(\frac{b}{\delta}\right)^2,$$

$\sigma_ц$ — цепные растягивающие напряжения, возникающие вследствие закрепления пластинки на контуре, т. е. невозможности сближения ее кромок.

Величина абсолютного удлинения ε серединной поверхности пластинки под действием поперечной нагрузки, приводящего к образованию прогиба f, равна

$$\varepsilon = k_b f\left(\frac{f}{b}\right) = k_b\frac{f^2}{b}\,. \qquad (31)$$

Значение коэффициента k_b зависит от формы кривой прогибов (т. е. упругой линии) пластинки и меняется в довольно узких пределах от $\frac{\pi^2}{4} = 2{,}47$ для синусоиды до $\frac{8}{3} = 2{,}67$ для квадратной параболы и цепной линии. При заделанных кромках в начале нагружения, когда в заделке $\frac{dy}{dx} = 0$, т. е. когда точки перегиба находятся в пролете, а не на кромках, кривая прогибов довольно точно подчиняется уравнению

$$y = f\left[1 - \left(\frac{2x}{b}\right)^2\right]^2. \qquad (32)$$

Когда точки перегиба переместятся на кромки, упругая линия почти точно выразится квадратной параболой с вершиной в центре пластинки

$$y = f\left[1 - \left(\frac{2x}{b}\right)^2\right]. \qquad (33)$$

Приравнивание удлинения пластинки (по закону Гука) $\varepsilon = b\,\frac{\sigma_ц}{E}\,(1 - \mu^2)$ удлинению, выраженному через f и b [формула (31)], даст кубическое уравнение для определения действительных прогибов f, а следовательно, и напряжений $\sigma_н$ [коэффициент распора k см. формулу (29)]:

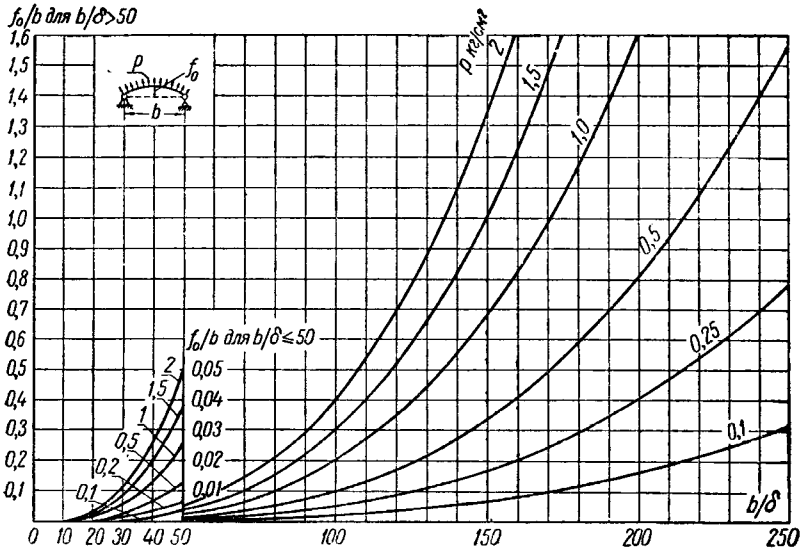
$$\left.\begin{aligned} &\alpha\,(1+\alpha)^2 = 3k\left(\frac{f_0}{\delta}\right)^2 \text{ — для шарнирно опертых кромок,}\\ &\alpha\left(1+\frac{\alpha}{4}\right)^2 = 3k\left(\frac{f_0}{\delta}\right)^2 \text{ — для заделанных кромок.}\end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

---

[1] Отсюда удобно определить относительный прогиб $\frac{f_0}{b}$, который равен выражению в квадратных скобках. См. также формулу (45) и табл. IV. 6.

Эти уравнения легко решаются непосредственным подбором или подстановкой $x = 1 + \alpha$ (для шарнирных кромок) и $x = 1 + \frac{\alpha}{4}$ (для заделанных кромок) в уравнение $x^3 - x^2 = 3k\left(\frac{f_0}{\delta}\right)^2$, соответствующее уравнению (34).

Для дуралюминовой прямоугольной пластинки, шарнирно опертой по кромкам, которые могут сближаться, прогиб от одного изгиба f_0 можно брать по фиг. IV. 33. Цепные напряжения $\sigma_ц$ определяются тогда из выражения (30б) или



Фиг. IV. 33. Относительные прогибы $\frac{f_0}{b}$ плоской прямоугольной дуралюминовой пластинки $\left(\frac{a}{b} \geqslant 3;\ E = 0{,}72 \cdot 10^6\ кг/см^2;\ k = 0\right)$.

в зависимости от стрелки полного прогиба f (т. е. прогиба от изгиба плюс прогиб от растяжения пластинки):

$$\sigma_ц = \frac{\pi^2}{4} \frac{Ek}{(1 - \mu^2)} \left(\frac{f}{b}\right)^2 \approx \frac{2{,}7E}{\left(\frac{b}{f}\right)^2} k. \qquad (35)^1$$

Максимальные напряжения изгиба для случая опертых кромок и бесконечно жесткого контура (максимум в середине пролета) могут быть найдены с помощью формул:

$$\sigma_{изг} = \frac{2\delta}{f} \sigma_ц. \qquad (36)$$

---

[1] Если упругую линию принять за параболу, то вместо $\frac{\pi^2}{4}$ надо взять $\frac{8}{3}$, т. е. коэффициент при E возрастет до 2,9. Коэффициент k — попрежнему коэффициент распора.

Следовательно, суммарное нормальное напряжение (в середине пролета), действующие параллельно короткой стороне b

$$\sigma = \sigma_{\text{ц}} + \sigma_{\text{изг}} = \sigma_{\text{ц}} \left(1 + \frac{2\delta}{f}\right). \tag{37}$$

Для случая заделанных кромок (максимум на опорах) соответственно

$$\sigma_{\text{изг}} = \frac{4}{3} \frac{\delta}{f} \sigma_{\text{ц}}. \tag{38}$$

На фиг. IV.34 даны величины σ для шарнирно опертой длинной $\left(\frac{a}{b} > 3\right)$ дуралюминовой пластинки в зависимости от величин p *кг/см*² и $\frac{b}{\delta}$.

Практически можно считать обшивку полузаделанной на каркасе, т. е. принимать как на опорах, так и в середине пролета одинаковые напряжения изгиба; тогда

$$\sigma_{\text{изг}} = \frac{\delta}{f} \sigma_{\text{ц}}$$

и суммарное напряжение в середине пролета

$$\sigma = \sigma_{\text{ц}} + \sigma_{\text{изг}} = \sigma_{\text{ц}} \left(1 + \frac{\delta}{f}\right). \tag{39}$$

По этой же формуле легко оценить соотношение напряжений изгиба и растяжения (цепных). Например, если $f = 0.1\,\delta$, то $\sigma_{\text{изг}} = 0{,}9\,\sigma$, т. е. пластинку можно считать жесткой. Если $f = 10\,\delta$, то $\sigma_{\text{ц}} = 0{,}9\,\sigma$, и пластинку можно считать мембраной. Из формул (35) и (36) видно, что напряжение изгиба растет пропорционально прогибу, а цепное—пропорционально квадрату прогиба. Это значит, что при больших прогибах решающее значение имеют именно цепные напряжения[1]. Кривая фиг. IV.35 показывает, что в случае шарнирно опертых кромок при уменьшении коэффициента распора $k = \frac{F}{F + a\delta}$ от 1 (бесконечно жесткий контур) до 0,5 отношение $\frac{\sigma_{k<1}}{\sigma_{k=1}}$ близко к 1, т. е. влияние жесткости контура на величину напряжений мало. Поэтому часто при расчете обшивки, если $k > 0{,}5$, принимают $k = 1$.

Для прямоугольной пластинки, шарнирно закрепленной на бесконечно жестком контуре ($k=1$), уравнение для определения прогиба в центре[2] имеет вид

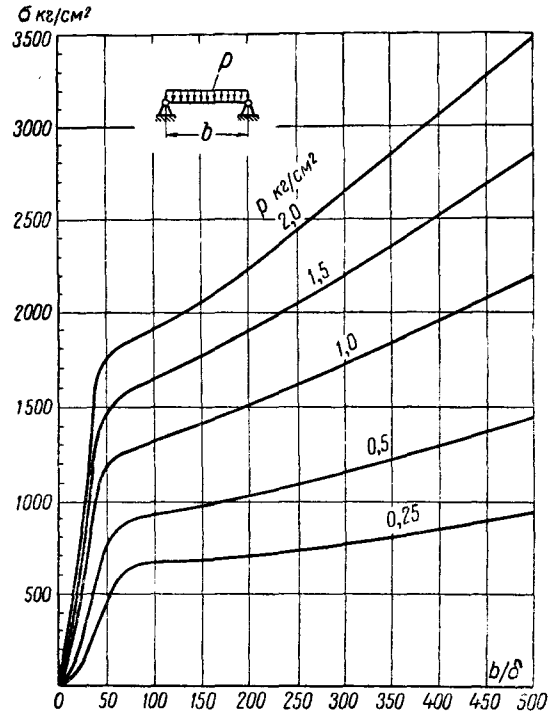
$$\frac{p}{E} \left(\frac{a}{\delta}\right)^4 = \frac{f}{\delta} \left[k_1 + k_2 \left(\frac{f}{\delta}\right)^2\right], \tag{40}$$

где коэффициенты k_1 и k_2 (см. табл. IV. 5) являются функциями отношения $\frac{a}{b}$, причем $a > b$.

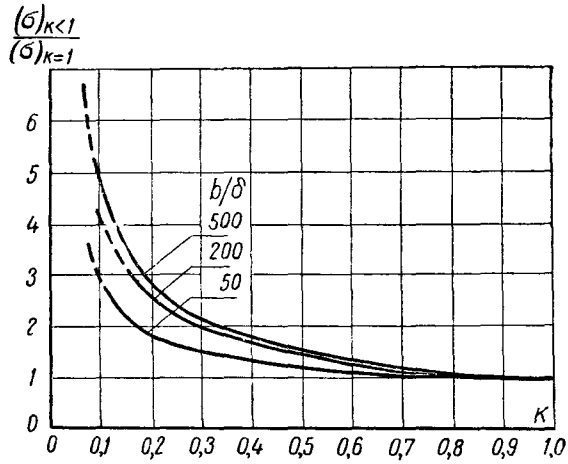
---

[1] См. ниже формулы (42) для плиток и мембран.

[2] Следует отметить, что в уравнение введено отношение $\frac{a}{\delta}$, а не $\frac{b}{\delta}$, как обычно. См. П. Ф. Папкович, Строительная механика корабля. т. II, 1941 и Philos. Mag., Nov. 1946 г.



Фиг. IV. 34. Суммарные нормальные напряжения в центре дуралюминовой прямоугольной пластинки, шарнирно опертой на бесконечно жесткий контур ($k=1$).



Фиг. IV. 35.

Наибольшее суммарное нормальное напряжение $\sigma = \sigma_{изг} + \sigma_{ц}$ в центре шарнирно опертой пластинки, действующее параллельно ее коротким сторонам b при коэффициенте распора $k = 1$, определяется по уравнению

$$\sigma = \frac{E}{\left(\frac{a}{\delta}\right)^2} \frac{f}{\delta} \left(k_3 + k_4 \frac{f}{\delta}\right). \tag{41}$$

Коэффициенты k_3 и k_4 тоже являются функциями отношения $\frac{a}{b}$ (см. табл. IV. 5).

Таблица IV. 5

Коэффициенты \ $\frac{a}{b}$	1	1,5	2	3	4
k_1	21,92	58,24	140,48	588,96	1775,36
k_2	29,28	86,72	229,6	943,52	3216,32
k_3	6,04	12,40	21,24	46,36	82,16
k_4	2,48	4,88	9,04	20,12	35,72

На фиг. IV. 36, 37 и 38 даны наибольшие нормальные напряжения σ для квадратных пластинок из дуралюмина, электрона и стали, подсчитанные по формуле (41). Для прямоугольных пластинок величины σ (условное обозначение $\sigma_{\square}$) можно определять по тем же фигурам, увеличивая σ на коэффициент k, взятый по фиг. IV. 39, т. е.

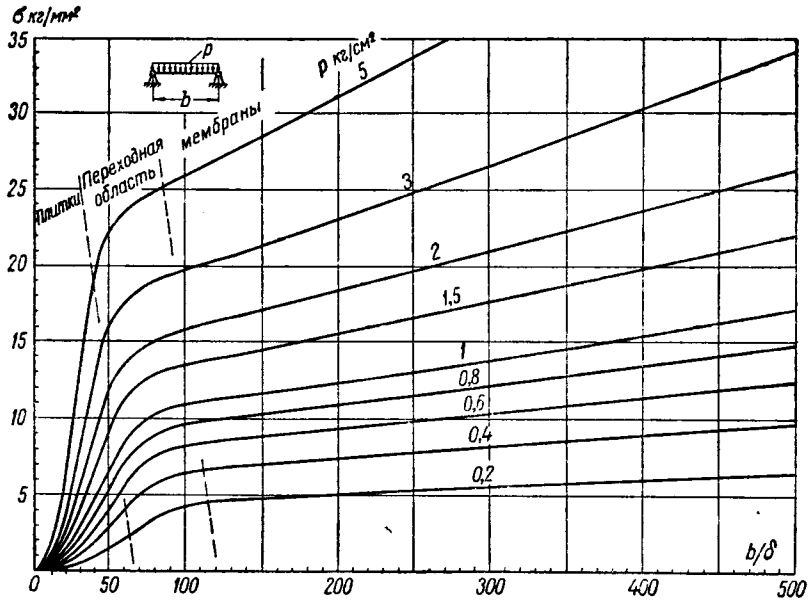
$$\sigma_{\square} = k\sigma. \tag{42}$$

Строго говоря, такой пересчет будет точным лишь для мембран, но для практических целей формула (42) дает удовлетворительные результаты. Довольно значительную погрешность формула (42) может дать в области, переходной от плиток к мембранам, когда параметр $\frac{b}{\delta}\sqrt[4]{k_E p} = 38 \div 67$, где $k_E = \frac{E}{E_{дур}}$; E—модуль материала пластинки; $E_{дур} = 0{,}72 \cdot 10^6$ *кг/см*² [см. формулу (47)].

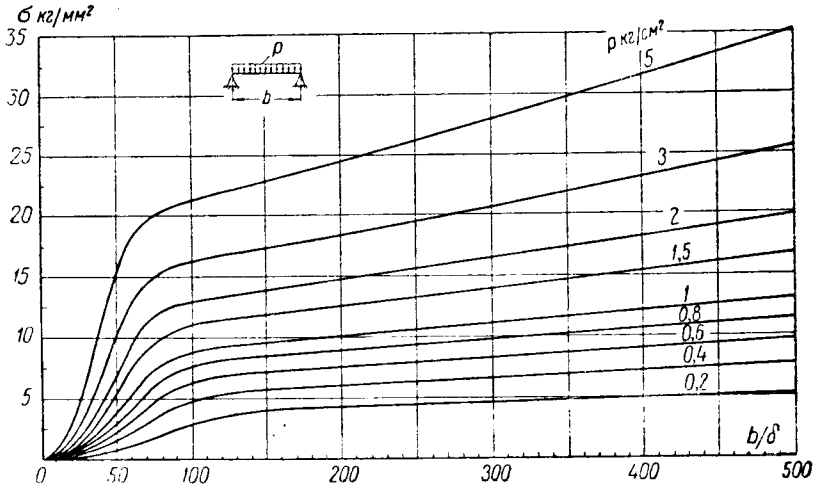
Однако в области малых $\frac{b}{\delta}$ (меньше 100) и малых p (меньше 0,5 *ат*) к величинам σ, определенным по теоретической формуле (41), все же следует относиться с осторожностью, имея в виду, что они определяют в основном скорее порядок, а не точные значения σ.

В подобных случаях следует по возможности проверять подсчеты тензометрией и статическими испытаниями.

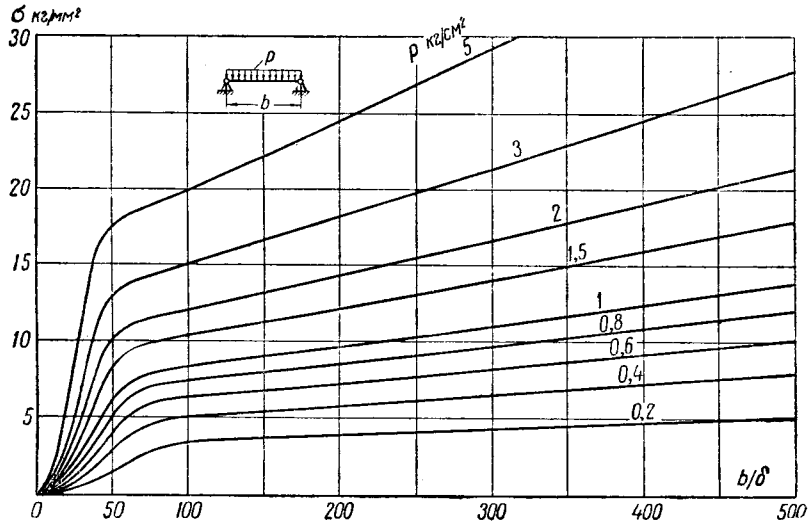
Кроме того, можно контролировать подсчеты следующими приближенными формулами для нормальных напряжений, действующих параллельно коротким сторонам b в центре или в серединах длинных сторон a пластинки:



Фиг. IV. 36. Суммарные нормальные напряжения в центре квадратной дуралюминовой пластинки ($E=0{,}72\cdot10^6$ *кг/см²*), шарнирно опертой на бесконечно жесткий контур ($k=1$).



Фиг. IV. 37. Суммарные нормальные напряжения в центре квадратной пластинки из электрона ($E=0{,}4\cdot10^6$ *кг/см²*), шарнирно опертой на бесконечно жесткий контур ($k=1$).



Фиг. IV.38. Суммарные нормальные напряжения в центре квадратной стальной пластинки ($E=2{,}1\cdot10^6$ *кг/см²*), шарнирно опертой на бесконечно жесткий контур ($k=1$).

для плиток (противоположные стороны могут свободно сближаться)

$$\sigma_{изг} = k_{изг} p \left(\frac{b}{\delta}\right)^2; \tag{43}$$

для мембран (натянутых на упругий контур)

$$\sigma_{ц} = k_{ц} \sqrt[3]{k_{расп} E p^2 \left(\frac{b}{\delta}\right)^2}. \tag{44}$$

Таблица IV.6

Тип пластинки	Способ закрепления	Коэффициенты	$\frac{a}{b}$ = 1	1,5	2	3	∞	Примечание
Плитки	Шарнирные кромки	$k_{изг}$	0,29	0,49	0,61	0,71	0,75	Края прижаты
			0,44	0,65	0,735	0,745	0,75	Края свободны
		k_1	0,044	0,084	0,111	0,134	0,142	Края прижаты
	Заделанные кромки	$k_{изг}$	0,32	0,45	0,48	0,49	0,5	
		k_1	0,014	0,024	0,028			
Мембраны[1]	На кромках	$k_{ц}$	0,35	0,48	0,53	0,55	0,56	
	В середине		0,25	0,35	0,38	0,41	0,425	
	В середине	k_2	0,325	0,38	0,41	0,42	0,43	

[1] По JAS (март, 1953 г.) при $\frac{a}{b}>1$ коэффициенты $k_ц$ и k_2 растут медленнее, чем указано в таблице, так что при $\frac{a}{b}=\infty$ значения $k_ц=0{,}357$ и $k_2=0{,}35$.

Значения коэффициентов $k_{изг}$ и $k_ц$ приведены в табл. IV. 6; коэффициент распора $0 < k_{расп} < 1$, (в среднем 0,5) можно определить по формуле (29) или (29а). Величина наибольшего прогиба в середине

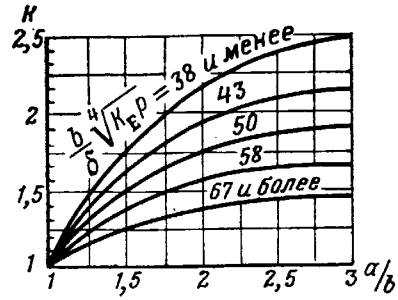
плитки (фиг. IV. 33) равна

$$f = k_1 \frac{p b^4}{E \delta^3} = k_1 \frac{p}{E} b \left(\frac{b}{\delta}\right)^3 \tag{45}$$

в середине мембраны

$$f = k_2 b \sqrt[3]{\frac{pb}{k_{расп} E \delta}}. \tag{46}$$

Коэффициенты k_1 и k_2 даны в табл. IV. 6. Для дуралюминовых мембран по формуле (46) построен график (фиг. IV. 40) относительных прогибов $\frac{f_{квадр}}{\delta}$ для случая $\frac{a}{b}=1$ и $k_{расп}=1$. Для $\frac{a}{b} > 1$ прогиб $f=f_{квадр}\, k$, где k берется по графику (фиг. IV. 40) Предел применимости формул (43–46) можно определить, если задаться отношением $\frac{\sigma_{изг}}{\sigma_ц}$. Например, для толстых пластин (плиток) это отношение должно быть не менее 0,9, а для мембран не более 0,1[1]. Приняв эти цифры и приравняв формулы (43) и (44), получим предельное значение



Фиг. IV. 39. Коэффициент увеличения суммарного нормального напряжения при переходе от квадратной пластинки к прямоугольной.

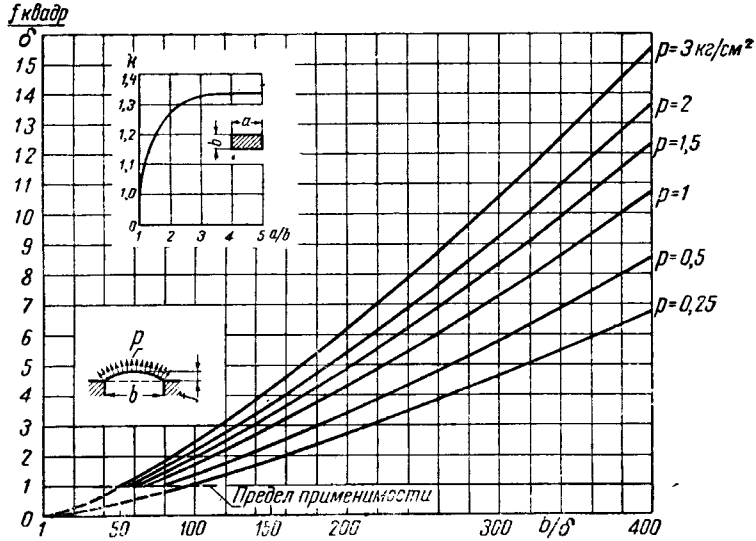
$$\frac{b}{\delta} = A \sqrt[4]{\frac{E}{p}}. \tag{47}$$

Коэффициент A определяется в соответствии с принятыми значениями $k_{изг}$, $k_ц$ и $k_{расп}$. В среднем $A = 1{,}5 \div 2$. Для алюминиевых сплавов $E = 0{,}72 \cdot 10^6$ *кг/см²*, и, следовательно, плитками будут пластинки, у которых $\frac{b}{\delta} < \frac{30}{\sqrt[4]{p}}$, а мембранами — пластинки, у которых $\frac{b}{\delta} > \frac{50}{\sqrt[4]{p}}$. Так как аэродинамические силы p имеют порядок 1 *ат*, то величины $\frac{b}{\delta}$ будут соответственно равны 30 и 50.

При сопоставлении формул (41) и (43) следует помнить, что напряжения изгиба в плитках по формуле (43) больше суммарных напряжений по форму-

[1] Точность расчета пластинок ±10% вполне достаточна для практических целей.

ле (41), а цепные по формуле (44) также больше суммарных напряжений по формуле (41).



Фиг. IV. 40. Относительные прогибы $\frac{f}{\delta}$ в центре квадратной дуралюминовой мембраны ($E=0{,}7\cdot10^6$ *кг/см*²), натянутой на бесконечно жесткий контур[1] ($k=1$).

Для плоской круглой пластинки радиуса R, шарнирно опертой на бесконечно жесткий контур, уравнение прогибов имеет вид

$$f=\left(\frac{5+\mu}{1+\mu}\right)\left(\frac{pR^4}{64D}\right)\left(\frac{1}{1+2{,}4\left(\frac{f}{\delta}\right)^2}\right). \tag{48}$$

При $\mu=0{,}3$ и $D=\frac{E\delta^3}{11}$

$$\left(\frac{f}{\delta}\right)^3+0{,}417\,\frac{f}{\delta}+2{,}92\,\frac{p}{E}\left(\frac{R}{\delta}\right)^4=0. \tag{49}$$

Наибольшее нормальное напряжение в центре пластинки

$$\sigma=\frac{0{,}866}{\left(\frac{R}{f}\right)^2}\left[1+\frac{1{,}91}{\frac{f}{\delta}}\right]. \tag{50}$$

Для прямоугольной мембраны $\frac{f}{\delta}=k\left(\frac{f}{\delta}\right)_{\text{квадр}}$, где k—коэффициент по графику в верхней части фиг. IV. 40.

При $\frac{a}{b} = 1$ по формуле (41), если принять $a=b=2R$, можно найти, что

$$\sigma = \frac{0{,}75E}{\left(\frac{R}{f}\right)^2}\left[1 + \frac{2{,}35}{\left(\frac{f}{\delta}\right)}\right],$$

т. е. напряжения круглой пластинки близки к напряжениям описанной вокруг нее квадратной, особенно при больших прогибах $\frac{f}{\delta}$. При $\frac{f}{\delta} \to \infty$ напряжение в круглой пластинке составляет $\frac{0{,}866}{0{,}75} \approx 1{,}15$ напряжения в квадратной пластинке,

Величина наибольшего нормального давления, при котором начинается текучесть материала прямоугольной пластинки, равна

для жесткой пластинки (плитки) [1]

$$p_{\text{тек}} = \frac{k_1 \sigma_{\text{тек}}}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2} = \frac{k_1 E_s}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}\frac{\sigma_{\text{тек}}}{E_s} = \frac{k_1 E_s}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}\varepsilon_{\text{тек}}, \tag{51}$$

для мембраны

$$p_{\text{тек}} = \frac{k_2 \sigma_{\text{тек}}}{\frac{b}{\delta}}\sqrt{\frac{\sigma_{\text{тек}}}{E_s}} = \frac{k_2 \sigma_{\text{тек}}}{\frac{b}{\delta}}\sqrt{\varepsilon_{\text{тек}}} = \frac{k_{\text{тек}}\sigma_{\text{тек}}}{\frac{b}{\delta}}. \tag{52}$$

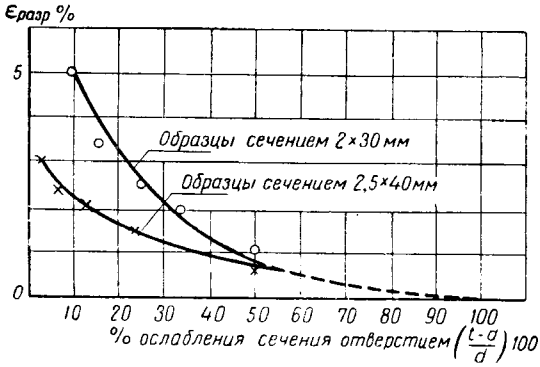
Коэффициенты $k_1 = 3{,}2$ и $k_2 = 8$ для $\frac{a}{b} = 1$ (квадрат), причем в первом случае пластинка предполагается защемленной по контуру (опыты показывают, что при отсутствии отверстий по контуру общая текучесть у защемленной пластинки начинается обычно в центре пластинки, а не на ее опорах). Для длинных пластинок $\left(\frac{a}{b} > 3\right)$ величины k_1 и k_2 точно не установлены, но можно предполагать, что по сравнению с квадратом k_1 и k_2 уменьшатся не более чем вдвое. Для полужестких пластинок значения $p_{\text{тек}}$ должны лежать, очевидно, между значениями, определяемыми формулами (51) и (52). Приравнивая формулы (51) и (52) при $\sigma_{\text{тек}} = \sigma_{02} = 3000$ *кг/см*² для Д16 (см. фиг. IV. 6), т. е. при относительном удлинении $\varepsilon_{\text{тек}} \approx 0{,}006$, получаем $\frac{b}{\delta} = 6 \div 7$. В самолетостроении неподкрепленная обшивка имеет значительно бóльшие значения $\frac{b}{\delta}$, т. е. давление $p_{\text{тек}}$ должно определяться по формуле (52).

Предварительно надо установить величину параметра $k_{\text{тек}} = 8\sqrt{\varepsilon_{\text{тек}}}$.

При растяжении плоского образца без отверстий $\varepsilon_{\text{тек}}$ будет больше, чем у пластинки (двухосное напряженное состояние), особенно при наличии отверстий под заклепки или болты крепления обшивки. На фиг. IV. 41 показано, что для ходовых процентов ослабления (порядка 10%) разрушающее удлинение

[1] $E_s = \frac{\sigma_{\text{тек}}}{\varepsilon_{\text{тек}}}$ — секущий модуль.

($\varepsilon_{разр}$) не превышает половины его значения у целых образцов (без отверстий). Очевидно, и $\varepsilon_{тек}$ при наличии отверстий будет меньше. Кроме того, пластинка за пределом упругости растягивается не так, как образец, т. е. зона текучести почти никогда не распространяется на всю длину поперечного сечения и тем более — на всю поверхность пластинки или, точнее, на те части ее объема, которые должны пластически деформироваться в соответствии с теорией деформации идеально изотропного тела. Пластическая деформация, как правило, не только локальна, но еще несимметрична даже при симметрии внешней нагрузки. Действительно, подчас очень небольшое различие в толщине листа и особенно известная анизотропия его материала приводят к несимметрии, а следовательно, и к локализации напряжений.



Фиг. IV. 41.

Поэтому можно заранее утверждать, что если, например, образец из листа Д16 без отверстий имеет удлинение $\varepsilon_{тек} = 0{,}006$, т. е. для него $k_{тек} = 8\sqrt{\varepsilon_{тек}} \approx 0{,}6$, то при двухосном поле $k_{тек}$ будет, естественно, меньше [1]).

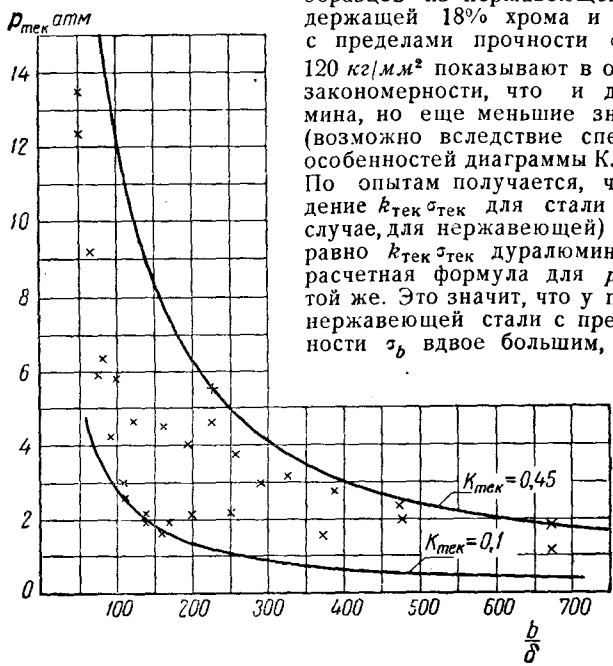
Однако попытки обработки экспериментального материала не дают определенной зависимости $k_{тек}$ от относительной толщины $\frac{b}{\delta}$ вследствие большого разброса точек. Например, на фиг. IV. 42 представлены результаты испытаний [2] квадратных пластинок из Д1, заделанных на очень жестком контуре, в зависимости от $\frac{b}{\delta}$. По оси ординат отложены величины давлений $p_{тек}$, которые вызывают в пластинках остаточную абсолютную деформацию $\varepsilon_{ост} = \varepsilon_{тек} - \varepsilon_{упр} = \frac{b}{200}$ (т. е. равную 0,005 длины меньшей стороны пластинки b). По фиг. IV. 42 видно, что величина $k_{тек}$ меняется от 0,1 до 0,45 с определенной тенденцией к повышению с увеличением $\frac{b}{\delta}$. Следует отметить, что наибольший разброс точек приходится как раз на наиболее употребительные значения $\frac{b}{\delta} = (100 \div 200)$.

---

[1] Если в среднем $\sigma_x = 0{,}75\sigma_y$ (квадрат), то $\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y) = \frac{\sigma_x}{E}(1 - 0{,}3 \cdot 0{,}75) = 0{,}775\frac{\sigma_x}{E}$, т. е. только 77,5% в одноосного поля.

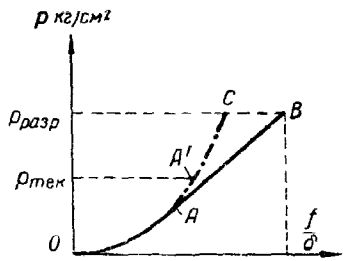
[2] NACA, Rep. 748, 1942.

Для прямоугольных пластинок из Д1 и Д16, по крайней мере с отношением $\frac{a}{b} = 3$, заделанных на контуре аналогичным образом, величина $k_{тек}$ в 2—3 раза меньше, чем у квадратных. В среднем $k_{тек} = 0{,}1$. Исследования образцов из нержавеющей стали (содержащей 18% хрома и 8% никеля) с пределами прочности σ_b от 70 до 120 *кг/мм²* показывают в общем те же закономерности, что и для дуралюмина, но еще меньшие значения $k_{тек}$ (возможно вследствие специфических особенностей диаграммы Клапейрона [1]). По опытам получается, что произведение $k_{тек}\sigma_{тек}$ для стали (во всяком случае, для нержавеющей) практически равно $k_{тек}\sigma_{тек}$ дуралюмина Д1, т. е. расчетная формула для $p_{тек}$ остается той же. Это значит, что у пластинки из нержавеющей стали с пределом прочности σ_b вдвое большим, чем у дуралюмина, остаточные деформации появляются примерно при тех же давлениях, что и у дуралюминовой пластинки.



Фиг. IV. 42.

Разрушающее нормальное давление ($p_{разр}$) для стали все же будет больше, чем для дуралюмина при условии, если, кроме величины σ_b, удлинение при разрушении у стали будет также больше, чем у дуралюмина. Здесь следует отметить положительную роль достаточно большого (15—20%) предельного удлинения материала не столько в отношении сопутствующего ему процесса упрочнения, сколько в отношении способности пластического материала гасить пики напряжений своей деформацией. Если в процессе нагружения пластинки давлением строить график относительных прогибов $\frac{f}{\delta}$ в зависимости от p, то получится график, подобный изображенному на фиг. IV. 43.



Фиг. IV. 43.

Кривая $\frac{f}{\delta}$ по p состоит из двух ветвей—упругой OA и пластической AB, причем часть AB обычно близка к прямой.

[1] Малый предел пропорциональности.

Приведенные выше формулы (30)—(50) для расчета прогибов и напряжений верны лишь до предела пропорциональности или с практической точки зрения до предела текучести $\sigma_{тек}$, т. е. до того момента, пока давление не достигнет величины $p_{тек}$ (точка A или точнее точка A' на фиг. IV. 43).

За пределом пропорциональности между удлинением и напряжением формулы (30)—(50) становятся неверными, давая заниженные величины прогиба пластинки (кривая AC на фиг. IV. 43). Разрушение пластинки происходит при значениях $k_{разр} \approx 1$. Ввиду малого количества испытаний пластинок до разрушения эту цифру необходимо уточнять опытным путем. В первом приближении

$$p_{разр} = \frac{\sigma_{разр}}{\frac{b}{\delta}}, \tag{53}$$

где $\sigma_{разр}$ — разрушающее напряжение сложно-напряженного состояния (двухосное растяжение со сдвигом) по отверстиям (если они, как обычно, имеются). Для пластичных конструкционных материалов с достаточно большим (порядка 10%) удлинением при разрушении величина $\sigma_{разр}$ мало отличается от разрушающего напряжения по заклепочному (или болтовому) шву, т. е.

$$\sigma_{разр} \approx \frac{k_{осл}}{k} \sigma_b,$$

где σ_b — предел прочности, k — коэффициент концентрации напряжения по отверстию и $k_{осл}$—коэффициент ослабления сечения швом [см. формулу (53) в гл. II ч. V, стр. 525]. Таким образом, например, для пластинки из дуралюмина Д16 с $\sigma_b = 4000$ *кг/см²* и с коэффициентами $k = 1{,}1$ и $k_l = 0{,}825$ разрушающее давление при $\frac{b}{\delta} = 200$ равно

$$p_{разр} = \frac{0{,}825}{1{,}1} \frac{4000}{200} = \frac{3000}{200} = 15 \text{ кг/см}^2.$$

Прогиб пластинки в момент разрушения обычно превосходит в 2—3 раза прогиб на границе текучести, но может колебаться в довольно широких пределах, обусловленных как локальностью пластических деформаций (особенно при наличии отверстий под заклепки и болты), так и условиями на контуре пластины, подчас очень далекими от теоретических. Если по фиг. IV. 41 с учетом двухосности напряженного поля считать, что при наличии дыр разрушающее удлинение $\varepsilon_{разр} \approx {}^1/_3$ разрушающего удлинения нормального образца (без отверстий), то согласно формуле (31), в которой $\varepsilon = \varepsilon_{разр}$ b, прогиб при разрушении

$$f = b\sqrt{\frac{\varepsilon_{разр}}{k_b}} = b\sqrt{\frac{3}{8} 0{,}03} \approx 0{,}1b. \tag{54}$$

Прочность соединения обшивки с контуром требует особого внимания и должна быть обследована также и в отношении напряжений сдвига, особенно для больших панелей. Например, в панели с размерами $a \times b \times \delta = 200 \times 100 \times 1$ *мм* и площадью среза $F = 2(20+10)0{,}1 = 6$ *см²* давление $p = 10$ *ат* вызывает в серединах длинных сторон напряжение сдвига, равное

$$\tau_{сдв} = 1{,}5p \frac{ab}{2(a+b)\delta} = 1{,}5 \frac{10 \cdot 20 \cdot 10}{6} = 500 \text{ кг/см}^2$$

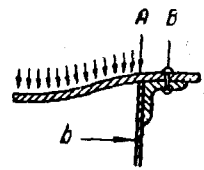
(1,5 — коэффициент неравномерности реактивных нормальных нагрузок по контуру). Для панели размером 1000×500×1 *мм*, с площадью среза $F=2(100+50)0{,}1=30$ *см*² напряжение сдвига при том же давлении 10 *ат* станет равным

$$\tau = 1{,}5\,\frac{10\cdot 100\cdot 50}{30} = 1500\ кг/см^2,$$

т. е. достигает опасной величины, если материал пластинки дуралюмин, для которого $\tau_b \approx 0{,}5\,\sigma_b = 0{,}5\cdot 4000 = 2000$ *кг/см*². Так как, кроме этого, действуют еще растягивающие напряжения, то суммарное напряжение может достигнуть разрушающего. Надо иметь в виду, что сечение с наибольшим напряжением сдвига (*A* на фиг. IV. 44) не всегда совпадает с сечением, где действуют наибольшие напряжения растяжения (линия шва *B*). Проверку сечения *A* (по обрезу контура) производить не следует, если положение опасного сечения заранее известно, например, в случае перемены знака давления на фиг. IV. 44 (сечение *B*), когда наибольшие нормальные и касательные напряжения будут действовать по ослабленному заклепками месту. В этом случае площадь нетто в запас[1] можно принять

$$F_0 = 2\,(a+b)\,k_{осл}\,\delta,$$

где $k_{осл} = \frac{t\delta - F_з}{t\delta}$ — коэффициент ослабления по шву (t — шаг заклепок и $F_з$ — площадь, вынутая сверлом и зенкером под заклепку). Проверка болтов или заклепок на отрыв не представляет затруднений, если задаться коэффициентом неравномерности погонной нормальной нагрузки.



Фиг. IV. 44.

Приняв этот коэффициент равным 1,5, как выше, получим отрывающее усилие на каждую заклепку (или болт) в серединах длинных сторон контура

$$P_{зк} = \frac{1{,}5\,p\,a_1 b_1 t}{2\,(a+b)\,\alpha\, n}. \qquad (55)$$

Здесь p — расчетное давление (*кг/см*²), a_1 и b_1 — размеры панели по линии заклепочного шва[2], t — шаг заклепок, n — число рядов заклепок и α — коэффициент неравномерности работы шва. Если пластинка по типу приближается к мембране, т. е. если ее жесткость на изгиб приближается к нулю, то α стремится к $\frac{1}{n}$, и, независимо от числа швов, на отрыв работает лишь один внутренний шов. Если же пластинка достаточно жестка, то α стремится к 1. Величину коэффициента α легко установить по кривой прогибов пластинки.

В практике современного самолетостроения величина $\frac{b}{\delta}$ по отношению к довольно большим поперечным нагрузкам обыкновенно позволяет принять $\alpha = \frac{1}{n}$, т. е. считать, что все нагрузки воспринимает один первый шов. На отрыв заклепка, как правило, выдерживает силу $P_{отр}$ значительно меньшую силы $P_{ср}$ срезающей заклепку, причем обычно обшивка вырывается из-под головки заклепки. Тонкая обшивка требует особого внимания, так как производственное выполнение зенковки и штамповки бывает иногда неудовлетворительным и подчас является причиной преждевременного разрушения шва.

---

[1] Т. е. не учитывая некоторой разгрузки от головок заклепок, частично перекрывающих ослабления.

[2] В случае двухрядного шва размеры берутся посредине между линиями швов.

Для дуралюминовых заклепок из Д18, соединяющих обшивку с каркасом из дуралюмина Д16, можно пользоваться следующей приближенной эмпирической формулой:

$$P_{\text{отр}} = \left(\frac{k\,\delta_{\text{обш}}}{1{,}5d - 1}\right) P_{\text{ср}}. \tag{56}$$

Коэффициент $k \approx 2$ для заклепок с потайной головкой (зенковка или штамповка под головку не имеет существенного значения) и $k = 2{,}5$ для заклепок с полукруглой головкой; d — диаметр непоставленной заклепки. Предполагается, что толщина каркаса (профиль, отбортовка) не меньше толщины обшивки $\delta_{\text{обш}}$. Кроме того, если по формуле $P_{\text{отр}} > P_{\text{ср}}$, то следует брать $P_{\text{отр}} = P_{\text{ср}}$.

Влияние касательных напряжений на прогибы пластинки

Чем отношение $\frac{b}{\delta}$ меньше, тем прогиб $f_{\text{сдв}}$ от сдвига составляет бо́льшую часть прогиба $f_{\text{изг}}$ от изгиба. Зависимость $f_{\text{сдв}}$ от $f_{\text{изг}}$ в пластинках в общем та же, что и в балках (см. гл. I ч. V, стр. 481 и 499), несколько отличаясь лишь коэффициентами.

Общий прогиб с учетом напряжений сдвига при $\mu = 0{,}3$ равен[1]

$$f = f_{\text{изг}} + f_{\text{сдв}} = f_{\text{изг}} \left[1 + \frac{k}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}\right],$$

где для опертых кромок коэффициент $k = 4{,}8$,

а для заделанных кромок $k = 24$.

§ 2. Криволинейные пластинки

Прогиб криволинейной пластинки, являющейся частью кругового цилиндра с начальным радиусом R_0 срединной поверхности и начальной стрелкой h (фиг. IV. 45) при $\frac{a}{b} > 3$, определяется из уравнений:

для шарнирных кромок

$$\alpha(1+\alpha)^2 + 3k\left(\frac{h}{\delta}\right)^2(1+\alpha)^2 = 3k\left(\frac{f_0+h}{\delta}\right)^2,$$

для заделанных кромок

$$\alpha\left(1+\frac{\alpha}{4}\right)^2 + 3k\left(\frac{h}{\delta}\right)^2\left(1+\frac{\alpha}{4}\right)^2 = 3k\left(\frac{f_0+h}{\delta}\right)^2. \tag{57}$$

Коэффициент распора $k = \frac{2F + b\delta}{2(F+\delta)}$, прогиб от одного изгиба $f_0 = 0{,}143\,\frac{p}{E} \times \left(\frac{b}{\delta}\right)^3 b$ и параметр $\alpha = \frac{1{,}1\,\sigma_{\text{п}}}{E}\left(\frac{b}{\delta}\right)^2$ имеют те же значения, что и для плоской пластинки. Если $h = 0$, т. е пластинка плоская, то уравнения (57) переходят в уравнения (34). Решение уравнений (57) аналогично решению уравнений (34). Для случая шарнирных кромок предпочтительно пользоваться

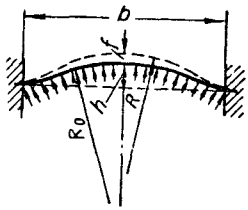
[1] Journ. of App. Mech., Sept. 1946.

следующим приближенным уравнением с постоянным членом в раскрытом виде[1]:

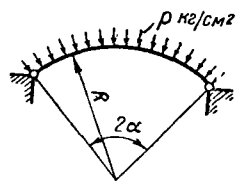
$$(h+f)^3 - h^2(h+f) = \frac{3}{64}\frac{pb^4}{E\delta}. \tag{58}$$

Цепное напряжение определится тогда из уравнения

$$\sigma_ц^3 + \frac{8}{3}\frac{Eh^2}{2}\sigma_ц^2 - \frac{Ep^2}{24}\left(\frac{b}{\delta}\right)^2 = 0. \tag{59}$$



Фиг. IV. 45.



Фиг. IV. 46.

Если прогиб f мал по сравнению со стрелкой h, то уравнение (58) упрощается и принимает вид

$$f = \frac{3}{128}\frac{pb^4}{E\delta h^2}. \tag{60}$$

Так как начальный и конечный радиусы кривизны R_0 и R выражаются известными соотношениями

$$R_0 = \frac{b^2}{8h} \quad \text{и} \quad R = \frac{b^2}{8(h+f)},$$

то напряжение изгиба можно найти из уравнений

$$\sigma_{изг} = \frac{E\delta}{2}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0}\right) = \frac{4E\delta f}{b^2}. \tag{61}$$

Цепное напряжение равно

$$\sigma_ц = \frac{pR}{\delta} = \frac{ph^2}{8\delta(h+f)}, \tag{62}$$

а суммарное напряжение

$$\sigma = \sigma_{изг} + \sigma_ц. \tag{63}$$

Формулы (58÷63) приближенные, но достаточны для практических целей.

Если давление направлено к центру кривизны цилиндрической пластинки (фиг. IV. 46), потеря устойчивости ее происходит при давлении (прямолинейные кромки — оперты, криволинейные — свободны[2]), равном

$$p_{кр} = \frac{E\left(\frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1\right)}{12(1-\mu^2)\left(\frac{R}{\delta}\right)^3} \approx \frac{0{,}09E}{\left(\frac{R}{\delta}\right)^3}\left[\left(\frac{\pi}{\alpha}\right)^2 - 1\right]. \tag{64}$$

---

[1] Rep. and Mem. № 2094, 1941.

[2] Напряжение сжатия в направлении окружности при этом, очевидно, равно $\sigma_ц = p\frac{R}{\delta}$. (Roark „Formulas for stress and strain" Sec. ed. 1943).

При угле $\alpha=\frac{\pi}{2}$, т. е. для полуокружности (что ввиду симметрии нагрузки эквивалентно целой трубе), имеем

$$p_{кр}=\frac{E}{4(1-\mu^2)\left(\frac{R}{\delta}\right)^3}=\frac{0{,}275E}{\left(\frac{R}{\delta}\right)^3}. \tag{65}$$

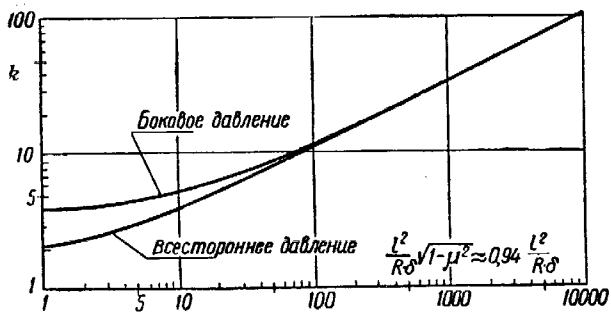
Эти формулы теоретические и применимы для труб длиной

$$l>4{,}9R\sqrt{\frac{R}{\delta}}.$$

Для коротких труб с опертыми торцами, но без осевых напряжений[1]

$$p_{кр}=\frac{0{,}807E\delta^2}{lR}\sqrt[4]{\frac{1}{(1-\mu^2)}\left(\frac{\delta}{R}\right)^2}=\frac{0{,}87E\delta^2}{lR\sqrt{\frac{R}{\delta}}}. \tag{66}$$

Практически величина $p_{кр}$ зависит от условий на кромках, обычно не соответствующих теоретическим, и от состояния поверхности пластинки (неровности, вмятины), приводящего иногда к большому снижению $p_{кр}$. Поэтому, если нет уверенности в точном соблюдении условий на опорах и в гладкости поверхности, желательно уточнение $p_{кр}$ экспериментом.



Фиг. IV. 47.

Для обычного качества поверхности и практически выполнимых условий на опорах для труб можно пользоваться формулой

$$p_{кр}=\frac{kE\delta^3}{Rl^2}. \tag{67}$$

Коэффициент k берется по фиг. IV. 47, причем случай без осевых напряжений в трубе обозначен на графике термином «боковое давление», а случай всестороннего гидростатического давления, когда давление на торцевые днища закрытого цилиндра создает в стенках цилиндра добавочные осевые напряжения $\sigma_x=\frac{pR}{2\delta}$, — термином «всестороннее давление».

Для прикидок величину критического давления, при котором происходит раздавливание замкнутого цилиндра гидростатической нагрузкой, можно определять по следующей экспериментальной формуле[2], дающей результаты, близкие к результатам по формуле (67):

$$p_{кр}=\frac{2{,}6E}{\left(\frac{D}{\delta}\right)^2\sqrt{\frac{D}{\delta}}\left[\frac{l}{D}-\frac{0{,}45}{\sqrt{\frac{D}{\delta}}}\right]}. \tag{68}$$

[1] Т. е. опорные кромки — плоские стенки, не воспринимающие нормальных напряжений, параллельных образующей цилиндра (случай жаровой трубы).

[2] NACA, Rep. 874, 1947.

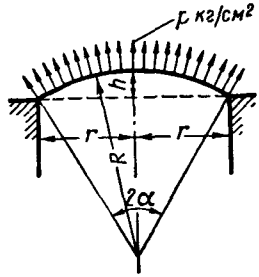
Здесь $D=2R$ — диаметр и l — длина цилиндра, т. е. расстояние между его днищами.

§ 3. Сферические пластинки

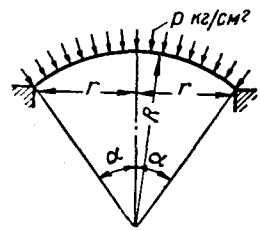
Если давление p направлено в сторону выпуклости (фиг. IV. 48) и пластинка имеет начальную стрелку h порядка 10δ (толщин) и более, то напряжениями изгиба независимо от опорных условий (шарнир, заделка) можно пренебречь и определять одни цепные напряжения, считая, что пластинка работает как тонкостенный сосуд (мембрана):

$$\sigma_{ц}=\frac{pR}{2\delta}; \qquad (69)$$

R — радиус сферы после нагружения, δ — толщина мембраны. Это напряжение вызывает сжимающие напряжения в опорном контуре (кольце), которое можно определить по формуле В. В. Новожилова[1]



Фиг. IV. 48.



Фиг. IV. 49.

$$\sigma_{конт}=\frac{pRr}{2}\left[\frac{\left(\cos\alpha-0{,}39\frac{\sqrt{R\delta}}{r}\right)}{F+0{,}39\delta\sqrt{R\delta}}\right]. \qquad (70)$$

Здесь R и r — радиусы сферы и опорного кольца (фиг. IV. 48), α — половина центрального угла и F — площадь сечения опорного кольца (с учетом приведенной ширины обшивки).

Если давление направлено к центру кривизны (фиг. IV. 49), то потеря устойчивости сферической пластинки происходит при давлении (обозначения прежние), равном

$$p_{кр}=\frac{2Ek}{\sqrt{3(1-\mu^2)}\left(\frac{R}{\delta}\right)^2}\approx\frac{1{,}2Ek}{\left(\frac{R}{\delta}\right)^2}. \qquad (71)$$

Формула (71), выведенная теоретическим путем, дает, как показывают опыты, завышенные значения, если по теории принять поправочный коэффициент $k=1$.

Опыты показывают, что, кроме состояния поверхности пластинки и опорных условий (шарнир, заделка), имеет значение жесткость опорного контура. Эмпирическое значение[2] $k\approx0{,}25\div0{,}3$. В судостроении пользуются следующей эмпирической зависимостью[3] для k при углах α порядка 15°

$$k=0{,}45\,[\sin\alpha+(1-\sin\alpha)\,k_р], \qquad (72)$$

где $k_р=\frac{F}{F+r\delta}$ — коэффициент жесткости опорного контура (кольца) и r — радиус этого кольца.

---

[1] См. А. А. Правдин, Конструкция подводных лодок, Оборонгиз, 1947.
[2] Карман и др. JAS, May, 1940.
[3] Ю. А. Шиманский, Строительная механика подводных лодок, Судпромгиз, 1948.

§ 4. Пластинки с заполнителем

Так как обычно модули упругости заполнителя E_0 и G_0 не превышают 0,001 модулей упругости обеих внешних пластинок, то напряжение сжатия $\sigma_{сж}=\frac{P_{сж}}{2b\delta}$ относят только к внешним слоям (b и δ — ширина и толщина каждой пластинки) и сравнивают его с одним из следующих значений напряжений[1].

Продольный изгиб

1. $b \gg l$.

$$\sigma_{кр}=\frac{c\pi^2 E' h^2}{2l^2(1+\alpha)}\approx\frac{5{,}4\,cE}{\left(\frac{l}{h}\right)^2(1+\alpha)},$$

где $E'=\frac{E}{1-\mu^2}\approx 1{,}1E$; $\alpha=\frac{\pi^2 E'\delta h}{2G_0 l^2}$; l — длина пластинки; h — толщина заполнителя; принято $h^2\approx(h+\delta)^2$; c — коэффициент заделки (см. гл. VII ч. III).

2. $l \gg b$.

При $\alpha<1$ $$\sigma_{кр}=\frac{c\pi^2 E'}{\left(\frac{b}{h}\right)^2(1+\alpha)^2}.$$

При $\alpha\gg 1$ $$\sigma_{кр}=\frac{c\pi E'}{\left(\frac{b}{h}\right)^2\alpha}.$$

Местная потеря устойчивости; напряжение $\sigma_{кр}$ равно

1. Для плоской пластинки $\left\{\begin{array}{l}\sigma_{кр}=0{,}5\sqrt[3]{\eta E E_0 G_0}\\ \sigma_{кр}=\frac{0{,}62E}{\sqrt[3]{k_E^2}}\end{array}\right\}$ желательно брать меньшее значение

$k_E=\frac{E}{E_0}$; $E_\sigma<\eta E<E_s$ (см. стр. 414); η — поправка на пластичность; для дуралюмина при $\sigma_{сж}=\sigma_{02}$ ориентировочно $\eta=0{,}25\div 0{,}35$; при $\sigma_{сж}=\sigma_p$ величины $\eta=1$.

2. Для цилиндрической пластинки радиусом R (сжатие || образующей) при $\frac{E\delta}{G_0 R}\geqslant 0{,}95$

$$\sigma_{кр}=\frac{G_0}{2}\frac{(h+\delta)}{\delta}.$$

---

[1]) *J. of A. M.*, Март 1952; *ZAMM*, № 11—12, 1952 и № 1—2, 1953.

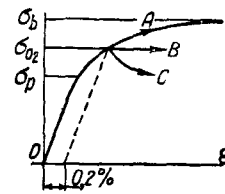
ЧАСТЬ V

РАСЧЕТ САМОЛЕТА

Глава I

РАСЧЕТ МОНОКОКОВОГО КРЫЛА [1]

В монококовой конструкции отсутствуют тонкостенные элементы, теряющие устойчивость при напряжениях сжатия, меньших предела пропорциональности на сжатие или иногда предела текучести при сжатии. Практически пределом текучести принято считать $\sigma_{\pm 02}$ — условный предел текучести [2], соответствующий остаточной деформации $\pm 0{,}2\%$ (растяжение, сжатие), превышение которой дает деформацию, видимую невооруженным глазом. Поскольку для ходовых конструкционных авиационных материалов характерно соотношение $\sigma_{\pm 02} \geqslant \frac{2}{3}\sigma_b$, где σ_b — предел прочности, а принятые в самолетостроении коэффициенты безопасности имеют значение не менее 1,5, то можно считать, что приближенно линейная зависимость напряжения от деформаций сохраняется в монококе вплоть до 100% эксплуатационных нагрузок. Это значит, что все выводы и формулы классической строительной механики будут справедливы, если расчет ведется по безопасным, т. е. эксплуатационным, нагрузкам. Если же расчет на прочность произведен по расчетным нагрузкам и полученные напряжения не превышают предела прочности, то это отнюдь не означает, что при статических испытаниях крыло должно разрушиться при 100% расчетной нагрузки или что деформации крыла будут равны теоретическим. Расчет по разрушающим нагрузкам, основанный на прямолинейной зависимости напряжений от деформации, дает гарантию, что конструкция прочна только при эксплуатационных нагрузках и то при условии, что критические напряжения всех сжатых элементов не меньше предела текучести на сжатие. Даже если при статических испытаниях при 100% эксплуатационной нагрузки не было отмечено остаточных деформаций, то это еще не значит, что конструкция выдержит 100% расчетной нагрузки. Такую гарантию можно дать лишь для стандартного образца, верхняя часть диаграммы деформации которого (фиг. V.1) имеет обычный вид.



Фиг. V.1.

При испытании конструкции заранее нельзя указать, в какой именно детали начнется пластическое течение материала, поскольку по расчету почти всегда таких деталей оказывается несколько. Поэтому заранее точно нельзя сказать, какой вид будет иметь диаграмма деформации для конструкции в целом после достижения σ_{02}. В зависимости от типа детали и знака напряжений кривая может пойти параллельно оси абсцисс (линия *B*) или даже опуститься ниже (линия *C*, характерная для потери устойчивости). Следовательно, определение запасов прочности конструкции за пределом текучести по классическим фор-

[1] Термин «моноблочное крыло», появившийся в отечественной литературе в 1934 г. (см. журнал ТВФ № 2, 1934), с расчетной точки зрения неудобен и здесь не употребляется, поскольку при расчете моноблок всегда можно отнести к монококам или к полумонококам (кессонам).

[2] В дальнейшем называемый просто пределом текучести.

мулам, основанным на прямолинейной части диаграммы деформации[1], лишено физических оснований и имеет чисто формальный или вернее сравнительный характер.

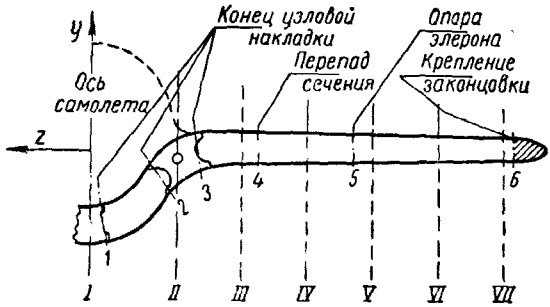
Для согласования теории с данными эксперимента в этом случае приходится редуцировать сечения, т. е. вводить поправочные (редукционные) коэффициенты.

Тем не менее расчет по классическим формулам должен рассматриваться как первый этап расчета, особенно важный для монокока, у которого $\sigma_{кр} \geqslant \sigma_{02}$, т. е. в этом случае надежный вплоть до 100% эксплуатационной нагрузки.

Расчет монокока при напряжениях $\sigma_0 \geqslant \sigma_{02}$, т. е. при редукционных коэффициентах, равных единице, в предположении, что модули упругости на сжатие и растяжение равны между собой, изложен ниже.

§ 1. Определение геометрических данных сечений

На одном полукрыле назначают 10—15 расчетных сечений, располагая 5—7 из них равномерно по длине (см. римские цифры на фиг. V. 2), а осталь-



Фиг V. 2.

ные — в наиболее опасных местах (арабские цифры на фиг. V. 2). По первой серии сечений определяют общую прочность, а по второй — местную прочность крыла.

Затем подсчитывают геометрические данные каждого сечения: площадь и положение его ц т., ц. ж. относительно произвольных осей x и y (принято ось x направлять по хорде, а ось y — по нормали к ней, например, по стенке переднего лонжерона). Проведя через ц. т новые оси x' и y', параллельные x и y, определяют относительно этих осей моменты инерции $J_{x'}$ и $J_{y'}$ и центробежный момент инерции $J_{x'y'}$ сечения; угол α между главными центральными осями u и v и осями x' и y' находят по формуле

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2J_{x'y'}}{J_{y'} - J_{x'}}. \tag{1}$$

Проведя через ц. т. сечения ось u под углом α к оси x', а по нормали к u ось v, находят моменты инерции J_u и J_v сечения, необходимые для определения напряжений изгиба:

$$\left.\begin{aligned} J_u &= J_{x'} \cos^2 \alpha + J_{y'} \sin^2 \alpha - J_{x'y'} \sin 2\alpha, \\ J_v &= J_{x'} \sin^2 \alpha + J_{y'} \cos^2 \alpha + J_{x'y'} \sin 2\alpha. \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Проверка:

$$J_u + J_v = J_{x'} + J_{y'}, \quad J_u - J_v = (J_{x'} - J_{y'}) \cos 2\alpha - 2J_{x'y'} \sin 2\alpha.$$

[1] Т. е. на основе закона Гука.

Так как угол α, как правило, не превышает 10°, то $\cos\alpha = \cos 10° = 0{,}985 \approx \approx 1$, и формулы (2) можно соответственно упростить

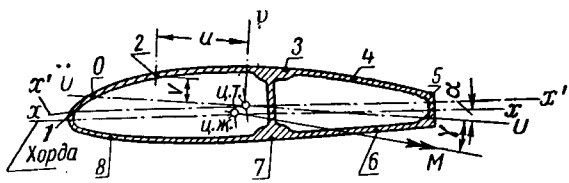
Полученные значения J_u и J_v заносят в таблицу и строят кривые J_u и J_v по размаху.

Для каждого сечения назначают 8—10 расчетных точек *1, 2, 3* и т. д. (фиг. V. 3) и, определив по чертежу их координаты u и v относительно главных центральных осей u, v, вносят значения этих координат в таблицу.

Не следует забывать, что ось u не является нейтральной линией, т. е. линией нулевых нормальных напряжений при чистом изгибе. Нейтральная ось составляет с осью u угол φ, определяемый по формуле

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{J_u}{J_v}\operatorname{ctg}\gamma, \tag{3}$$

где γ — угол, составляемый плоскостью действия равнодействующей внешних сил с осью v, или иначе угол между вектором M суммарного изгибающего момента и осью u.

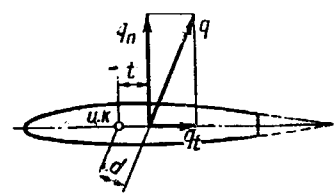


Фиг. V 3.

Зная положение нейтральной оси, легко назначить расчетные точки сечения, т. е. точки, где суммарные напряжения изгиба достигают наибольших значений.

§ 2. Определение погонных нагрузок

Для построения эпюр погонных нагрузок q по размаху определяют одним из общепринятых способов распределение циркуляции по размаху с учетом влияния фюзеляжа, мотогондол и пр. согласно действующим нормам прочности для каждого расчетного случая. Затем приравнивают полученную эпюру расчетному полетному весу самолета[1], умноженному на перегрузку и коэффициент безопасности, и находят переходный коэффициент для эпюры аэродинамических нагрузок q_a. Направление и точка приложения q_a по хорде заранее задаются аэродинамическими свойствами как профиля, так и крыла в целом, а также углом отклонения элерона, закрылка или предкрылка. Далее по размаху строятся эпюры распределенных инерционных нагрузок $q_и$ от веса крыла, топлива и других грузов, которые можно считать распределенными.



Фиг. V. 4.

Для этого удобно воспользоваться эпюрой инерционных сил крыла, предназначенной для расчета крыла на флаттер. Если расстояние между нагрузками q_a и $q_и$ таково, что им можно пренебречь, то можно одну эпюру вычесть из другой и получить эпюру расчетных нагрузок q для каждого случая, который может быть расчетным (фиг. V. 4).

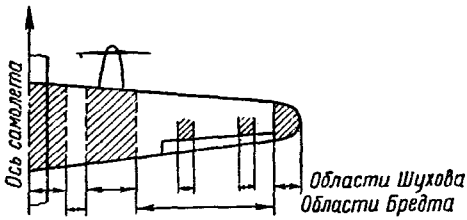
Затем определяют плечи d нагрузок q относительно оси кручения (о. к.) крыла[2]. Обыкновенно для этого достаточно найти линию пересечения поверх-

[1] В некоторых случаях добавляется нагрузка на горизонтальное оперение.
[2] См. § 3.

ности, в которой лежат силы q, с поверхностью (обычно плоскостью) хорд крыла и, разложив q на составляющие q_t и q_n по хорде и по нормали к ней, определить плечи t (фиг. V. 4) по виду крыла в плане[1]. Однако при конструктивной крутке крыла поверхность хорд является линейчатой и не совпадает с планом (т. е. с горизонтальной проекцией) крыла. Поэтому нахождение плеч для q приходится вести по сечениям, нанося на каждое из них положение оси кручения, т. е. ее точку пересечения с плоскостью сечения (так называемого центра кручения), и измеряя величину плеча d (фиг. V. 4) непосредственно по чертежу сечения. Следует иметь в виду, что d должно быть перпендикулярно о. к. крыла, т. е. может и не совпадать с плоскостью сечения, которое обычно проводят перпендикулярно линии ц. т. сечений крыла.

§ 3. Определение оси кручения крыла

По предложению В. Н. Беляева по размаху крыла следует различать два типа областей: области Шухова, где действуют сосредоточенные силы, т. е. неустановившиеся потоки напряжений, и области Бредта, где действуют только распределенные нагрузки (фиг. V. 5).



Фиг. V. 5. Области Бредта и Шухова.

При этом любое изменение размеров поперечного сечения по длине крыла (перепады толщин, усиления, ослабления, вырезы и коничность крыла)[2] равносильно введению внутренних сосредоточенных сил, т. е. в той или иной мере такое изменение превращает область Бредта в область Шухова. В области Бредта при чистом кручении сечения поворачиваются относительно центров жесткости, свободно искажаясь (депланируя) при этом в направлении длины оболочки. В области Шухова сечения поворачиваются относительно центра сдвига[3], испытывая при этом так называемое стеснение, т. е. ограничение свободы продольных перемещений. Поскольку по оси симметрии самолета (или в заделке) сечения остаются плоскими, принудительное ограничение этих перемещений вызывает нормальные напряжения от кручения, т. е. осевые силы. Осевые силы могут быть как внешними (от влияния заделки), так и внутренними, вызванными изменением формы или размеров сечения по длине крыла. Осевые силы вызывают нормальные напряжения, а следовательно, и продольные перемещения. Если эти перемещения попарно взаимно симметричны, т. е. если центр сдвига совпадает с центром жесткости, то область Бредта можно распространить на весь размах и ось жесткости будет прямой. Если же, как обычно, этой симметрии перемещений по длине в области Шухова нет, то, очевидно, ось кручения (о. к.) крыла не будет прямой и при закручивании крыло «уведет» относительно опор в ту или иную сторону.

Для расчета на прочность эти поперечные перемещения крыла не имеют существенного значения, если только они не влекут за собою изменения внешних сил и моментов.

Важно правильно выбрать линию, т. е. ось кручения, относительно которой следует брать моменты внешних нагрузок q.

В области Бредта за о. к. крыла можно принять ось жесткости (о. ж.), т. е. линию, проведенную через центры жесткости (ц. ж.) отдельных сечений.

---

[1] Обычно хорда не совпадает с главной осью инерции в любом сечении, и разложение q следует вести по главным осям инерции сечений. Разложение q на q_n и q_t допустимо в случае небольшого угла между хордой и главной осью.

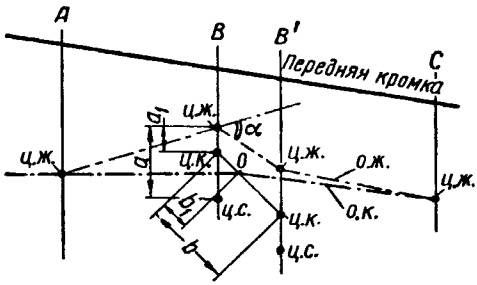
[2] Не внешних обводов, а работающей части сечения крыла.

[3] Определение центра сдвига см. § 6 и 9 данной главы.

Так как ц. ж. в каждом сечении определяется независимо от соседних сечений и в формулы, определяющие его координаты, не входят какие-либо внешние силы, то о. ж. может быть пространственной ломаной линией.

Однако поскольку любой перелом о. ж. неизбежно разложит крутящий момент на изгибающий и крутящий, т. е. приведет к появлению сосредоточенных сил (характерных для области Шухова), которые будут стремиться «сгладить» переломы, допустимо спрямление о. ж. так, чтобы заменяющие ее отрезки о. к. крыла приближались к ц. ж. более мощных сечений. О. к. крыла в области Бредта должна по возможности делить отрезки, соединяющие ц. ж. двух смежных сечений, на части, обратно пропорциональные жесткостям этих сечений на изгиб.

Если переломы о. ж. велики, например, если положение о. ж. в двух сечениях (ограничивающих участок, на котором происходит изменение размеров) более 10% рабочей ширины сечения[1], то приходится учитывать сосредоточенный крутящий момент путем разложения общего момента в месте перелома, которое поэтому становится областью Шухова. Предварительно надо уточнить угол перелома о.-к. в рассматриваемом месте. Для этого в двух смежных сечениях B и B' (фиг. V. 6) по границам изменения размеров определяют положение ц. ж. и центра сдвига (ц. с.)[2].



Фиг. V. 6

Очевидно, центр кручения будет лежать между ц. ж. и ц. с., т. е. будет делить расстояние a между ними в каком-то отношении. Можно (при отсутствии теоретических обоснований) предварительно разделить это расстояние, например, пропорционально углу α между двумя смежными участками о. ж. (фиг. V. 6):

$$a_1 = \frac{\alpha}{90} a.$$

Например, если $\alpha = 30°$, то $a_1 = \frac{1}{3} a$. При $\alpha = 0°$ ц. к. совпадает с ц. ж., а при $\alpha = 90°$ ц. к. переместится в ц. с., т. е. при этом изгибающий момент при переходе от одного отрезка о. ж. к другому обращается полностью в крутящий момент.

Если расстояние b между сечениями B и B' меньше, чем наибольший поперечный размер сечений, т. е. если изменение размеров на участке B—B' можно считать местным, то допустимо дальнейшее спрямление о. к. Для этого расстояние b между ц. к. обоих сечений делят в отношении, обратном отношению моментов инерции этих сечений[3], т. е.

$$b_1 = b \frac{J_{B'}}{J_{B'} + J_B}.$$

Так как еще не существует теоретических обоснований предложенного способа спрямления о. ж., т. е. приведения о. ж. к о. к. крыла, необходимо каждый раз производить оценку полученных цифр, чтобы исключить какие-либо

---

[1] Эта цифра может быть изменена в любую сторону в зависимости от нужной точности.

[2] Сечения следует проводить нормально к линии ц. т. сечений, но обычно допустимо проводить их нормально к о. к. крыла.

[3] Точнее — жесткостей сечений на изгиб.

несоответствия с физической картиной явления (если они возникнут). Например, не доказано, что расстояние c_1 между ц. ж. и ц. с. надо обязательно делить пропорционально углу α. Возможно, оно будет пропорционально $\sin\alpha$ или может подчиняться более сложной зависимости.

Размер b_1 также может быть определен не из отношения $\frac{J_{B'}}{J_{B'}+J_B}$, а из отношения площадей сечений, работающих на сдвиг, или с помощью другого коэффициента, так или иначе отражающего соотношение основных размеров сечений. Еще не доказано, относительно какой именно оси должны быть взяты моменты инерции сечений. Повидимому, это наибольшие моменты инерции (относительно главных центральных осей), но это только предположение, требующее подтверждения.

В области Бредта за о. к. крыла можно принять о. ж., по возможности спрямленную указанным способом. В области Шухова, по крайней мере в плоскости опор, о. к. крыла пройдет через ц. с.[1].

В промежуточных точках о. к. крыла будет занимать некоторое среднее положение, которое можно уточнить, пользуясь изложенными выше соображениями. Как правило, за о. к. крыла в области Шухова можно принять прямую, соединяющую ц. с. на линии опор с ц. ж. на границе области Бредта.

§ 4. Определение моментов секущих и осевых сил

Найденные значения плеч d (см. фиг. V. 4) нагрузок относительно о. к крыла вносят в таблицу и последовательно перемножают на соответствующие им значения нагрузок q для каждого расчетного случая. По значениям произведения, т. е. по погонным моментам кручения $m=qd$ (*кгсм/см*), строят эпюру m. Если плечи $d_а$ аэродинамических нагрузок $q_а$ не равны плечам $d_и$ инерционных нагрузок $q_и$, то $m=q_а d_а - q_и d_и$. Затем эпюру погонных моментов m интегрируют по длине крыла, т. е. определяют крутящий момент в любом сечении

$$M_{кр}=\int_0^{l_1} m dz = F_1, \tag{4}$$

где F_1 — площадь под кривой m от конца крыла до рассматриваемого сечения, лежащего на расстоянии l_1 от конца крыла. Величина l_1 должна быть взята по фактической длине оси кручения крыла, если есть переломы в плане. Ошибка при этом будет обратно пропорциональна косинусу угла наклона о. к. крыла к координатной оси[2] z, поэтому при угле наклона 5—10° можно без большой погрешности считать длину l_1 интегрирования равной ее проекции на ось отсчета z.

По кривым q для каждого случая, который может быть расчетным, путем последовательного графического интегрирования получают кривые секущих сил Q и изгибающих моментов M. В эпюре Q должны быть учтены все сосредоточенные грузы и реакции так, чтобы на опорах удовлетворялись условия равенства суммы сил сумме внешних нагрузок.

Вектор моментов M в каждом сечении раскладывают на составляющие M_u и M_v по главным центральным осям инерции u и v:

$$M_v = M \sin\gamma,$$

$$M_u = M \cos\gamma.$$

Если на крыло действуют какие-либо осевые силы (а эти силы неизбежно появятся, если внешняя нагрузка не перпендикулярна линии ц. т. сечений, т. е.

---

[1] Определение центра сдвига в плоскости опор, см. § 6 и 10 данной главы.

[2] Обычно направляемой параллельно размаху, по линии фокусов или параллельно стенке главного лонжерона.

не лежит в плоскости, параллельной рассматриваемому сечению), то их нужно учесть следующим образом.

В самом общем случае равнодействующая N внешних нагрузок, параллельная касательной к линии ц. т., в рассматриваемой точке для каждого сечения различна, т. е. ее надо подсчитывать для каждого сечения. Так как по условию эта сила осевая, т. е. направлена по нормали к плоскости сечения, то она переносится параллельно самой себе в ц. т. сечения[1], а момент от переноса раскладывается по главным осям инерции сечения и алгебраически складывается с ранее полученными моментами M_u и M_v.

Все эти подсчеты в итоге должны дать в каждом сечении два расчетных вектора: суммарный момент и суммарную силу, причем в общем случае момент даст три составляющих M_u, M_v и $M_{кр}$, а сила—составляющие Q_u, Q_v и N.

Нередко осевая сила $N=0$ и тогда равнодействующая внешних сил приводится только к одной секущей силе $Q=\sqrt{Q_u^2+Q_v^2}$, лежащей в плоскости сечения[2]. Определив эти силовые факторы для каждого сечения и зная все геометрические характеристики сечений, можно перейти к определению напряжений.

§ 5. Определение нормальных напряжений

Для каждого сечения определяют так называемые объемные напряжения от изгиба, постоянные для всех точек одного сечения:

$$\omega_u=\frac{M_u}{J_u} \quad \text{и} \quad \omega_v=\frac{M_v}{J_v}, \tag{5}$$

а по ним нормальные напряжения от изгиба в каждой точке с координатами v и u (см. фиг. V.3):

$$\sigma_{u+v}=\sigma_u \pm \sigma_v=\omega_u v \pm \omega_v u. \tag{6}$$

Знаки напряжений σ_u и σ_v определяются знаками моментов и координат u и v по обычным правилам.

Очевидно, что для всех точек сечения, лежащих по нейтральной оси,

$$\sigma_{u+v}=0.$$

Если в сечении осевая сила $N \neq 0$, то определяют добавочные нормальные напряжения σ_N. Если известна эффективная площадь сечения F_0, способная работать на сжатие или растяжение[3], то напряжения σ_N можно получить делением N на F_0, т. е.

$$\sigma_N=\frac{N}{F_0}. \tag{7}$$

Эти напряжения будут алгебраически суммироваться с напряжениями изгиба [формула (6)].

Таким образом, например, если сила N направлена от плоскости симметрии самолета к концу крыла, а формула (5) дает для верхней поверхности сжатие, то, очевидно, σ_N будет увеличивать абсолютные значения нормальных напряжений на нижней стороне сечения и уменьшать их на верхней.

Затем определяют добавочные нормальные напряжения от изгиба обшивки $\sigma_\perp$, вызванные местными аэродинамическими и инерционными нагрузками. Для этого рассматривают область, простирающуюся вправо и влево от сечения

[1] Строго говоря — редуцированного на сжатие.

[2] Если главные оси сдвига совпадают с главными центральными осями сечения В противном случае Q раскладывают по осям сдвига (см. § 6).

[3] За вычетом всех дыр и неработающих частей (обтекатели и пр.).

на длину, равную примерно расстоянию между нервюрами, а при отсутствии нервюр — на длину порядка половины поперечного размера работающего контура сечения (порядка 100 толщин обшивки).

При этом если обшивку между нервюрами можно считать плоской, т. е. если конструктивная стрелка панели $f < 1{,}5\delta$, то панель можно считать как пластинку, заделанную по контуру, учитывая мощность окаймляющего пластинку контура[1]. Если в продольном направлении (от нервюры к нервюре) обшивка довольно легко удерживается силами распора, возникающими в стрингерах, то в направлении хорды (особенно у замыкающей кромки) часто необходимо специально обследовать возможность воспринятия сил распора.

Статические испытания показывают, что в процессе нагружения происходит выравнивание изгибающих моментов в пролете и на опорах вследствие неполной заделки опор, вызываемой как различной несимметричной загрузкой соседних пролетов, так и различной упругостью вертикальных стенок-нервюр, толщина которых обычно того же порядка, что и обшивка. Поэтому для расчета обычно можно принять, что опорные моменты равны пролетным. Напряжения в обшивке находят по формулам ч. IV «Расчет пластинок».

Суммарные нормальные напряжения в расчетных точках сечения определяют путем сложения всех σ с учетом их знаков:

$$\sigma_{\text{сум}} = \sigma_{u+v} + \sigma_N + \sigma_{\perp}. \tag{8}$$

Кроме того, вблизи заделки добавляют вторичные нормальные напряжения σ_L от кручения, если они имеют ощутимую величину [см. ниже формулы (17) и (17в)].

Если в рассчитываемом месте, кроме $\sigma_{\text{сум}}$, имеется напряжение сдвига того же порядка, что и $\sigma_{\text{сум}}$, то находят приведенное нормальное напряжение согласно действующим теориям прочности, например по теории наибольших касательных напряжений:

$$\text{если } \sigma_{\text{сум}} > \tau_{\text{сум}}, \text{ то } \sigma_0 = \sqrt{\sigma_{\text{сум}}^2 + 4\tau_{\text{сум}}^2},$$

или по теории потенциальной энергии:

$$\text{если } \sigma_{\text{сум}} < \tau_{\text{сум}}, \text{ то } \sigma_0 = \sqrt{\sigma_{\text{сум}}^2 + 3\tau_{\text{сум}}^2},$$

причем $\tau_{\text{сум}}$ — суммарное напряжение сдвига (см. § 6). При наличии тонкостенных элементов допустимые критические напряжения определяют по формулам, приведенным в ч. IV „Расчет пластинок".

§ 6. Определение касательных напряжений от изгиба

Для призматического крыла касательные напряжения τ_u и τ_v от составляющих Q_u и Q_v секущей силы, действующих по главным осям u и v, в области Бредта определяются по формулам, приведенным ниже (см. стр. 496 и далее), если принять, что обшивка работает на сдвиг только в своей плоскости[2]. При расстоянии между стенками (нервюрами), равном высоте h сечения, ошибка, вызываемая этим допущением, имеет порядок величины выражения $\left(\frac{\delta}{h}\right)^2 \frac{F_{\text{обш}}}{F_{\text{ст}}}$. Если площадь обшивки $F_{\text{обш}}$ равна площади стенки $F_{\text{ст}}$ и $\delta \not> 0{,}1h$, то ошибка не превышает 1%, а при расстоянии между нервюрами, бо́льшем высоты сечения, — еще меньше. Полученные значения τ_u и τ_v напряжений в точках по контуру от составляющих Q_u и Q_v алгебраически складываются, т. е. полное касательное напряжение в любой точке

$$\tau = \tau_u + \tau_v.$$

Значительно изменяет величину касательных напряжений коничность крыла, которую необходимо учитывать, если угол коничности $\beta \neq 0$.

[1] Расчет производится по формулам ч. IV «Расчет пластинок».

[2] Т. е. не работает на сдвиг по нормали к этой плоскости.

Общая формула для касательных напряжений с учетом коничности крыла в плоскости yz имеет вид

$$\tau_{u,v}=\frac{\left(Q_{u,v}-N\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\right)S}{Jb}-\frac{M}{Jb}\left(\frac{S}{J}\frac{dJ}{dz}-F_0\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\right)+$$
$$+\frac{N}{F^2b}\left(\frac{dF}{dz}F_0\right)+\sum\frac{q}{b}. \qquad (9)$$

где S—статический момент отсеченной части сечения относительно соответствующей оси (u или v);

J — момент инерции всего сечения относительно той же оси;

b — общая ширина сечения в рассматриваемой точке;

β — угол коничности, т. е. угол между линиями центров тяжести сжатой и растянутой зон крыла соответственно в плоскостях vz и uz. При непрямых линиях ц. т. за величину β можно принимать угол между касательными к этим линиям в рассматриваемом сечении;

$\frac{dJ}{dz}$ — тангенс угла наклона касательной к эпюре моментов инерции сечений относительно соответствующих осей (u или v), построенной вдоль оси[1] z;

F_0 — площадь отсеченной части сечения;

F — общая площадь сечения, которая может работать на сжатие;

$\frac{dF}{dz}$ — тангенс угла наклона касательной к кривой площадей сечений, построенной по оси z;

q — поток единичных касательных сил.

По формуле (9) напряжения определяются, так же как в случае призматического крыла, у которого угол $\beta=0$, дважды, соответственно от составляющих Q_u и Q_v, параллельных главным осям[2] u и v. Затем полученные напряжения τ_u и τ_v алгебраически складывают.

Как видно из формулы (9), величина каждой составляющей касательного напряжения τ_u или τ_v является в общем случае алгебраической суммой четырех членов.

Первый, основной член определяется выражением $\frac{QS}{Jb}$, если составляющая от нормальной силы $N\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}=0$.

Второй и третий члены формулы (9) учитывают разгрузку от нормальных напряжений, которая будет тем больше, чем больше коничность крыла. В пределе, когда равнодействующая внешних сил отсеченной части крыла приложена в вершине конуса, второй член равен первому. Это значит, что секущая сила полностью уравновешивается проекциями нормальных напряжений. При обратной коничности, когда сечение уменьшается к корню, знак второго члена будет обратным, т. е. вместо разгрузки будет догрузка. Третий член учитывает разгрузку (или догрузку, смотря по знаку) от продольной силы N.

Последний член уравнения (9) дает поправку на статическую неопределимость контура сечения по числу замкнутых полостей (однажды, дважды и т. д. статически неопределимая система). Если контур открытый, например, двутавр или швеллер, то $\sum\frac{q}{\delta}=0$, поскольку q также равен нулю.

---

[1] Предполагается, что ось z нормальна плоскости uv.

[2] Как и ранее, предполагается, что главные оси инерции практически совпадают с осями сдвига.

Для статически определимых сечений с относительно тяжелыми полками и легкими стенками (типа двутавра), если пренебречь небольшим влиянием осевой силы N, формула (9) упрощается и максимальное напряжение сдвига (по нейтральной оси) будет иметь вид

$$\tau_{max}=\frac{QS}{J\delta}-\left(\frac{2k-1}{2}\right)\frac{M}{J\delta}(F_1 \operatorname{tg}\beta_1+F_2 \operatorname{tg}\beta_2), \tag{9а}$$

где β_1 и β_2 — углы, составляемые линиями центров тяжести сечений верхней (F_1) и нижней (F_2) половин сечения $F=F_1+F_2$ с нейтральной осью балки (очевидно, что $\beta_1+\beta_2=\beta$). Для двутавров коэффициент $k=0{,}7 \div 0{,}9$. Если принять в среднем $k=0{,}8$, то

$$\tau_{max}=\frac{QS}{J\delta}-0{,}3\frac{M}{J\delta}(F_1 \operatorname{tg}\beta_1+F_2 \operatorname{tg}\beta_2). \tag{9б}$$

Для симметричного сечения, когда $F_1=F_2=\frac{F}{2}$ и $\beta_1=\beta_2=\frac{\beta}{2}$,

$$\tau_{max}=\frac{QS}{J\delta}-0{,}3\frac{M}{J\delta}F \operatorname{tg}\frac{\beta}{2}. \tag{9в}$$

Положительный знак тангенса угла $\frac{\beta}{2}$ соответствует случаю нормальной коничности крыла (увеличение толщины к корню), когда второй член вычитается из первого (разгрузка от коничности).

В области Шухова секущая сила распределяется по всем элементам, которые работают на сдвиг, пропорционально жесткостям этих элементов на сдвиг $G_{ред}F$, т. е. из условия $\tau=\text{const}$ во всех элементах, составляющих один и тот же угол с равнодействующей силой сдвига Q в сечении. Для этого надо найти положение центра сдвига (ц. с.) сечения и направления главных осей сдвига, которые вообще не совпадают с главными осями инерции сечения [1].

Главные оси сдвига — это линии действия секущей силы, вызывающие перемещения сдвига сечения параллельно этим направлениям [2]. Следовательно, при направлении Q, совпадающем с одной из осей сдвига (взаимно перпендикулярных), все точки сечения будут иметь только поступательные перемещения. Однако в отличие от ц. ж., где сила Q любого направления вызывает лишь поступательные перемещения от изгиба (обычно сопровождающиеся депланацией сечения, т. е. его искажением в направлении, нормальном плоскости сечения), поступательные перемещения от сдвига, вызванные той же силой, приложенной в ц. с., и не вызывающие перекоса сечения в своей плоскости возможны только для двух взаимно перпендикулярных направлений, которые и являются главными осями сдвига [3].

Сила, приложенная в ц. с. сечения, не изменяет погонного угла кручения в этом сечении, в то время как сила, приложенная в ц. ж., не изменяет полного угла кручения этого сечения относительно опор (заделки) [4].

Итак, чтобы найти напряжения сдвига в сечении, надо определить направления главных осей сдвига и центр сдвига. Удобнее это делать графическим путем.

В сечении проводят произвольную прямую N (фиг. V.7). Эта прямая составит углы α_1, α_2 и т. д. с направлениями сил сдвига T_1, T_2 и т. д., действую-

---

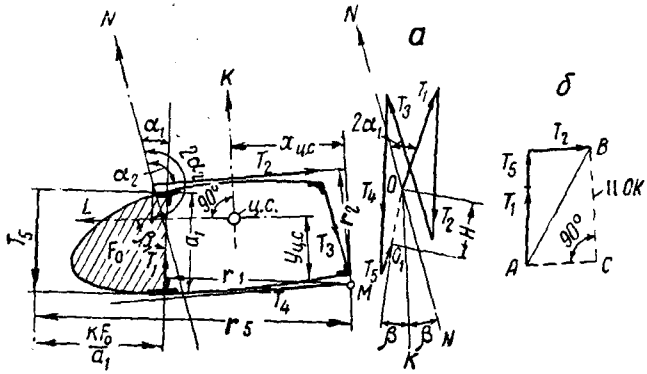
[1] Оси совпадают у дважды симметричных сечений.

[2] Т. е. перемещения, дающие одинаковый угол сдвига ($\gamma=\text{const}$) в любой точке сечения.

[3] Теоретические обоснования см. Р. А. Ададуров, Труды ЦАГИ, № 614, 1947; Г. Ю. Джанелидзе и Я. Г. Пановко, Статика упругих тонкостенных стержней, ОГИЗ, Гостехиздат, 1948; Aircraft Engineering, June 1950.

[4] Aircraft Engineering, июль 1951 г.

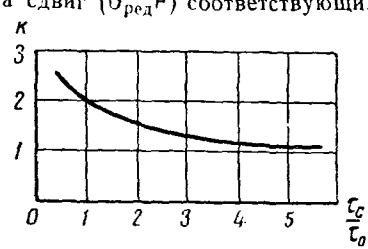
щих в отдельных элементах сечения[1]. Для плоских элементов (стенок) эти силы совпадают с плоскостями элементов, для криволинейных лежат на расстоянии $c=\frac{kF_0}{a}$, где F_0 — площадь внутри контура; a — длина замыкающей хорды[2]; k — коэффициент, учитывающий характер распределения напряжений сдвига



Фиг. V.7. Графическое определение центра сдвига.

по длине дуги; при $\tau=const$, когда элемент не работает на изгиб, или при центре кривизны дуги, совпадающем с ц. с., т. е. при $r=const$, коэффициент $k=2$; при τ, изменяющемся по длине носка профиля от некоторой величины τ_0 по концам дуги, до величины τ_c в средней точке дуги k берется по фиг. V. 8.

Затем строят диаграмму Кремоны (фиг. V. 7, *а*), отрезки силы T_1, T_2 и т. д. которой пропорциональны жесткостям на сдвиг ($G_{ред}F$) соответствующих элементов. Для плоского элемента $F=a\delta$, т. е. F является фактической площадью поперечного сечения этого элемента; для криволинейного—площадь F равна длине a замыкающей хорды, умноженной на толщину δ элемента. Величина редуцированного модуля сдвига $G_{ред}$ берется как обычно[3].



Фиг. V. 8.

При построении диаграммы Кремоны удобно взять за единицу масштаба величину $G_{ред}F$ одного из элементов; тогда отрезки для остальных элементов сечения, т. е. силы на диаграмме, будут дробями взятой единицы масштаба.

Все эти силы откладываются на диаграмме под углами $2\alpha_1$, $2\alpha_2$ и т. д. к направлению соответствующих сил сдвига T_1, T_2 и т. д. так, чтобы углы 2α отсчитывались от направления N все время в одном направлении (например, по часовой стрелке), т. е. чтобы сила T являлась обязательно биссектрисой угла 2α между направлением N и пропорциональным ей отрезком $G_{ред}F$, отложенным на диаграмме Кремоны. В результате обхода первая и последняя точки (O и O_1 на фиг. V. 7,*а*), как правило, не совпадают и должны быть соединены прямой $O_1O=H=\sum G_{ред}F\cos 2\beta$. Если через точку O провести прямую, параллельную N, то биссектриса OK угла O_1ON будет параллельна одной из главных осей сдвига K. Центр сдвига (ц. с.) находится построением второй диаграммы (фиг. V. 7,б), векторы которой являются произ-

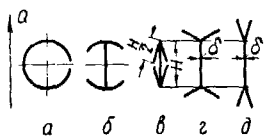
[1] Kirst L., «L'Aéronautique», № 212 и 216, 1937.
[2] Стягивающей концы дуги.
[3] См. фиг. V. 68.

ведениями жесткостей сдвига $G_{\text{ред}}F$ элементов сечения и их плеч относительно любой точки. Удобно взять точку пересечения M любых двух сил T, например, T_3 и T_4 (фиг. V.7). Тогда, поскольку плечи этих сил r_3 и r_4 относительно M равны нулю, диаграмма при пяти элементах будет треугольником. Проекции замыкающей AB на направления главных осей сдвига K и L (причем $OL \perp OK$) дают в некотором масштабе координаты ц. с.:

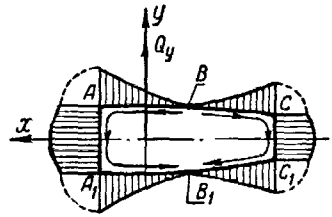
$$\left.\begin{aligned} x_{\text{ц. с}} &= \frac{CB}{A_L} = \frac{\sum G_{\text{ред}} F \sin\beta\, r}{\sum G_{\text{ред}} F \sin^2\beta}, \\ y_{\text{ц. с}} &= \frac{AC}{A_K} = \frac{\sum G_{\text{ред}} F \cos\beta\, r}{\sum G_{\text{ред}} F \cos^2\beta}. \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Вторая ось сдвига L представляет собой перпендикуляр к оси K, восстановленный из ц. с.

Затем секущую силу Q, действующую в сечении, переносят в ц. с. и раскладывают на составляющие Q_K и Q_L по главным осям сдвига K и L. По-



Фиг. V.9.



Фиг. V.10.

строив многоугольник сил отрезков $G_{\text{ред}}F$ и найдя его замыкающую R, также находят составляющие R по осям K и L, т. е. отрезки R_K и R_L. Тогда напряжение сдвига в каждой стенке равно

$$\tau = G_{\text{ред}}\left(\frac{Q_K}{R_K}\cos\varphi + \frac{Q_L}{R_L}\sin\varphi\right), \tag{11}$$

где φ — угол стенки с главной осью K.

При всех указанных выше построениях и вычислениях необходимо тщательно соблюдать правило знаков.

Практикуемая проверка поперечного сечения на сдвиг по формуле $\tau = \frac{Q}{F}$, где F — сумма проекций площадей стенок на направление силы Q, допустима лишь в тех случаях, когда сила Q перенесена в ц. ж.[1], т. е. когда учтены добавочные напряжения сдвига от кручения. Кроме того, необходимо иметь в виду, что перерезанные стенки не вводятся в расчет. Если, например, коэффициент k повышения среднего напряжения сдвига для тонкого кольца равен 2, т. е. $\tau_{\max} = 2\tau_{\text{сред}} = \frac{2Q}{F}$, где $F = \pi D\delta$ — площадь кольца, то для кольца с разрезом (фиг. V.9,*а*) напряжение, очевидно, удваивается, т. е. $k=4$. То же относится к двутавровым профилям с полками, отогнутыми внутрь (фиг. V.9,*б*), которые хотя и дают проекции на направление Q, но направление потоков напряжений сдвига в этом случае такое, что вместо разгрузки получается догрузка. Если толщина полок равна толщине стенки и полки отогнуты внутрь до соприкосновения со стенкой (фиг. V.9,*в*), то коэффициент $k = 3 \cdot 1{,}5 = 4{,}5$, даже если

[1] Или в ц. с., если сила сосредоточенная (область Шухова).

работающей на сдвиг площадью считать только одну стенку, т. е. $F=H\delta$. Напротив, если эти же полки отогнуть вверх (фиг. V. 9,*г*, *д*), то потоки напряжений сдвига потекут в одном направлении и коэффициент k уменьшится до 0,7. Если для сравнения в расчет ввести все сечение, площадь которого будет, очевидно, $3H\delta$. то коэффициент $k=0{,}7\cdot 3=2{,}1$.

Таким образом полки разгружают стенку только в случае, если их проекция на направление Q увеличивает высоту стенки. Поэтому если передний лонжерон расположен в месте наибольшей толщины дужки (фиг. V. 10), т. е. если работающий на изгиб и сдвиг контур ACC_1A_1 является трапецией, то проекции частей AB и A_1B_1 догружают передний лонжерон, а проекции BC и B_1C_1 разгружают задний лонжерон [1].

§ 7. Определение касательных напряжений от кручения

В области Бредта касательные напряжения от момента кручения $M_{кр}$ во всех сечениях [за исключением лежащих на расстоянии l_0 (см. фиг. V. 109 в § 1 гл. V) и ближе от заделки, т. е. в области Шухова] определяются по формуле

$$\tau_{кр}=\frac{M_{кр}}{2F\delta}, \tag{12}$$

где F — площадь, заключенная в контуре сечения [2]; δ — толщина обшивки (или стенки) в рассматриваемой точке.

Для ускорения подсчета удобнее найти сначала величину потока касательных напряжений $q=\frac{M_{кр}}{2F}=\text{const}$ для всего сечения и потом определять $\tau_{кр}=\frac{q}{\delta}$ в тех точках, где это необходимо.

Формула (12) верна лишь для односвязного контура, т. е. для простого цилиндра без внутренних стенок и входящих углов. Если контур двух- или n-связный, то система будет однажды или (n—1) раз статически неопределима и решается по обычным правилам (см. § 1 гл. IV ч. III).

Внутренние стенки обычно нагружаются мало, так как работают на разность потоков напряжений сдвига смежных ячеек. Поэтому формула (12) даже в случае многосвязного контура дает для приближенной оценки надежную величину $\tau_{кр}$.

Необходимо помнить, что формула (12) дает среднее значение $\tau_{кр}$, поскольку величина F определяется по средней линии контура.

Очевидно, что с увеличением толщины обшивки растет разность $\Delta\tau=\tau_1-\tau_2$ между напряжениями сдвига по внешней и по внутренней поверхностям (фиг. V. 11).

Величину $\Delta\tau$ можно оценить по формуле

$$\Delta\tau=\tau_1-\tau_2=\left(\frac{u}{F}-\frac{1}{R}\right)\frac{M_{кр}}{2F}, \tag{13}$$

где u — длина периметра контура, в которой заключена площадь F;

R — радиус средней линии контура в рассматриваемой точке. Для плоского участка кривизна $\frac{1}{R}=0$ и $\Delta\tau=\frac{M_{кр}u}{2F^2}$.

---

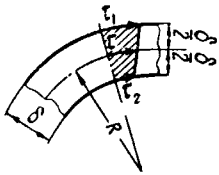
[1] B и B_1 — точки нулевых напряжений сдвига.

[2] Часто называемая просто площадью контура сечения. Площадь определяется по средней линии (проходящей через середину толщины обшивки).

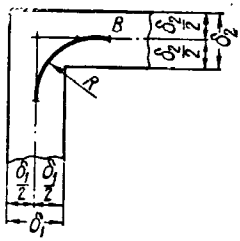
Для стыка двух плоских участков (фиг. V. 12) приближенно можно брать[1]

$$R=\frac{3}{4}(\delta_1+\delta_2).$$

Из формулы (13) видно, что при $\frac{u}{F}=\frac{1}{R}$ значение $\Delta\tau=0$, а при $\frac{u}{F}<\frac{1}{R}$ знак $\Delta\tau$ меняется на обратный, т. е. касательные напряжения τ_2 на внутренней поверхности будут больше напряжений τ_1 на внешней поверхности.



Фиг. V. 11.

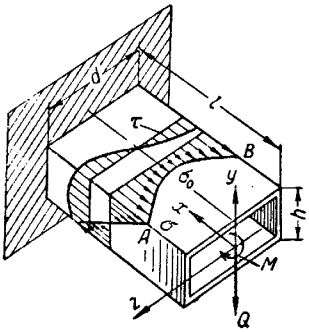


Фиг. V. 12.

Эта неравномерность потока напряжений быстро выравнивается на расстоянии, равном примерно одной толщине сечения в рассматриваемом месте.

§ 8. Определение вторичных нормальных напряжений от изгиба

При изгибе монокока, так же как и при кручении, следует различать особые зоны, где наблюдается заметное расхождение между фактическими напряжениями и напряжениями, подсчитанными по элементарным формулам. В первую очередь это относится к заделке, вырезам, резким перепадам сечений и вообще к зонам, в которых действуют сосредоточенные силы.



Фиг. V. 13.

Если взять монокок, нагруженный сосредоточенной силой Q на конце (фиг. V. 13), то, если он является балкой постоянного сечения по длине, напряжения изгиба, определенные по элементарной формуле $\sigma=\frac{My}{J}$, будут одинаковы для всех точек верхней и нижней полок[2]. Это предположение будет верно лишь для предельного случая полок, не работающих на изгиб. В этом случае весь изгибающий момент воспринимают вертикальные стенки (лонжероны), а тонкая обшивка способна работать только на кручение. Если же обшивка достаточно массивна, чтобы служить широкими полками для лонжеронов, т. е. способна воспринимать нормальные напряжения изгиба, то напряжения сдвига возникнут и в обшивке. Эпюра напряжений сдвига для этого случая показана на фиг. V. 13.

---

[1] Ввиду отсутствия точных формул (предложение автора).

[2] На фиг. V. 13 ось x направлена вдоль оси балки (которая может также быть фюзеляжем) для удобства решения плоской задачи в обычных обозначениях.

Наличие напряжений сдвига в горизонтальных полках при их конечной жесткости на сдвиг ($G<\infty$) вызовет перекос (угол сдвига) полок в плане так, что точки, удаленные от стенок, получат добавочные продольные перемещения, а следовательно, напряжения изгиба в них будут меньше.

Теория и опыт показывают, что с достаточной для практики точностью эпюру нормальных напряжений изгиба по ширине d между стенками можно принять за квадратную параболу (линия AB на фиг. V. 13). Тогда для определения эпюры σ достаточно определить коэффициент эффективности обшивки, т. е. отношение $\frac{\sigma_0}{\sigma}$,

где σ_0 — нормальное напряжение по оси балки;
σ — то же напряжение в углах балки.

Для случая балки постоянного сечения этот коэффициент можно подсчитать по следующей формуле, отнесенной к напряжению σ_l в заделке ($x=l$):

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_l}=\frac{\sigma_{0x}-Am}{\sigma_l}, \tag{14}$$

где $$m=\frac{J_{\text{полок}}+3J_{\text{стенок}}}{J}=\frac{J_{\text{полок}}+3J_{\text{стенок}}}{J_{\text{полок}}+J_{\text{стенок}}};$$

$J_{\text{полок}}$ — момент инерции двух горизонтальных полок относительно нейтральной оси z сечения балки;

$J_{\text{стенок}}$ — момент инерции двух вертикальных стенок относительно нейтральной оси z сечения балки;

$J=J_{\text{полок}}+J_{\text{стенок}}$ — общий момент инерции сечения относительно той же оси.

Параметр A имеет следующие значения для трех основных случаев нагрузки.

1) Сосредоточенная сила Q на конце балки[1]

$$A=\frac{\lambda^2}{k}\sigma_l\frac{\operatorname{sh}\left(\frac{kx}{l}\right)}{\operatorname{ch}k},$$

где $$\lambda^2=\frac{35m-21}{35m^2-42m+15};$$

$$k=\frac{\lambda l}{d}\sqrt{\frac{24G}{E}},$$

G и E — модули упругости материала балки. Для удобства подсчета величина k — безразмерная, для чего в числитель введена длина l.

2) Равномерно распределенная нагрузка q по всей длине l балки

$$A=\left(\frac{\lambda}{k}\right)^2\sigma_l\left[\frac{\operatorname{ch}k\left(1-\frac{x}{l}\right)+k\operatorname{sh}\left(\frac{kx}{l}\right)}{\operatorname{ch}k}-1\right].$$

[1] См. табл. I. 4 ч. I.

3) Сосредоточенная сила Q, приложенная на расстоянии l_1 от конца балки:
а) для сечений, в которых $x < l_1$ (до силы),

$$A = \frac{\lambda^2}{k}\,\sigma_l\,\mathrm{sh}\left(\frac{kx}{l}\right)\frac{\mathrm{ch}\,k\left(1-\frac{l_1}{l}\right)-1}{\cos hk};$$

б) для сечений, в которых $x > l_1$ (за силой),

$$A = \frac{\lambda^2}{k}\,\sigma_l\left[\mathrm{sh}\,k\left(\frac{x-l_1}{l}\right)-\mathrm{sh}\left(\frac{kx}{l}\right)\frac{\mathrm{ch}\,k\left(1-\frac{l_1}{l}\right)-1}{\mathrm{ch}\,k}\right].$$

Для иллюстрации на фиг. V. 14, *а*, *б* и *в* приведен числовой подсчет для балки со следующими параметрами

$$\frac{l}{d}=2{,}5;\quad \frac{J_{\text{стенок}}}{J_{\text{полок}}}=1;\quad l_1=0{,}5l \text{ и } \frac{G}{E}=\frac{3}{8}.$$

В этом случае $m=2$; $\lambda^2=\frac{49}{71}$ и $k=6{,}25$.

Все кривые построены в безразмерной форме по отношению к напряжению в заделке, подсчитанному по элементарной формуле

$$(\sigma_l)_{\text{элем}}=\frac{M_{\max}}{W}=\frac{M_{\max}h}{2J},$$

где $M_{\max}$ — изгибающий момент в заделке.

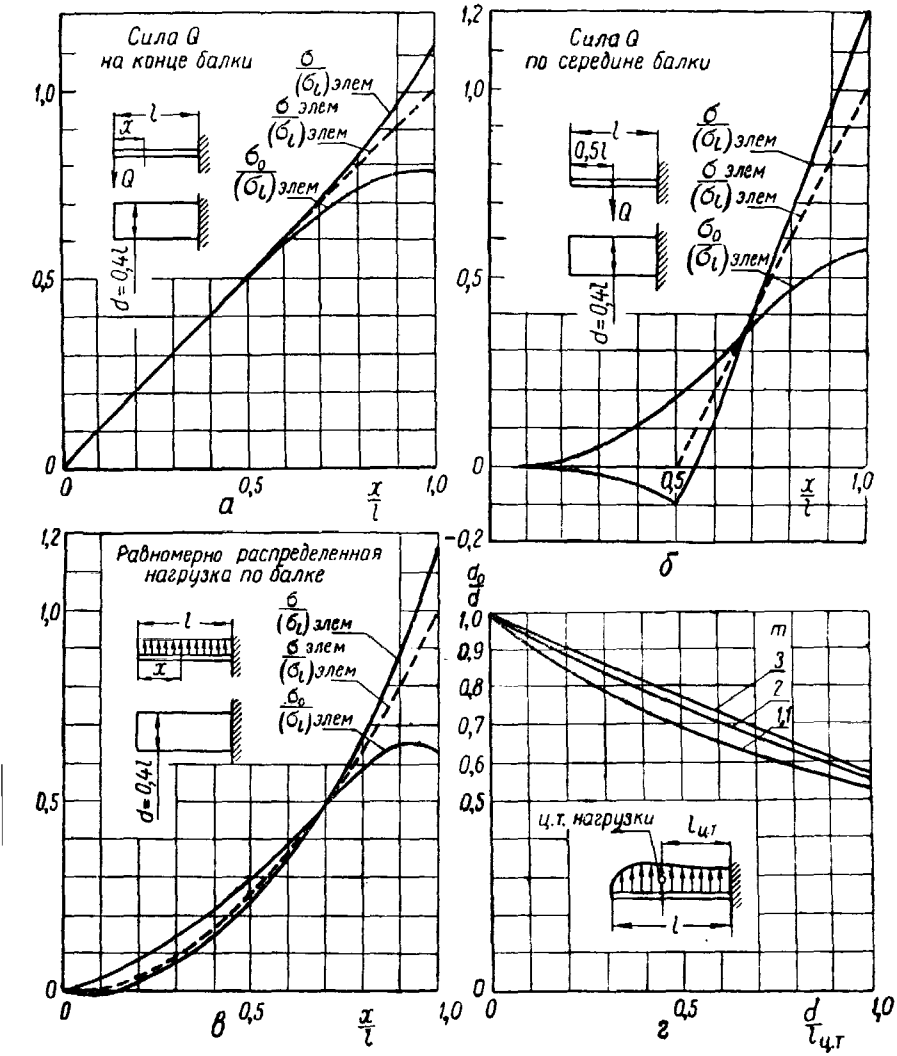
Важно отметить, что распределенная нагрузка дает бо́льшую неравномерность напряжений вблизи заделки $\left(\text{коэффициент эффективности } \left[\frac{\sigma_0}{(\sigma_l)_{\text{элем}}}\right]:\left[\frac{\sigma}{(\sigma_l)_{\text{элем}}}\right]=\frac{\sigma_0}{\sigma}\approx 0{,}55\right)$, чем сосредоточенная сила, приложенная на конце $\left(\frac{\sigma_0}{\sigma}\approx 0{,}7\right)$. Однако та же сила, приложенная по середине балки, приводит к еще бо́льшей неравномерности напряжений $\left(\frac{\sigma_0}{\sigma}\approx 0{,}5\right)$.

Отсюда можно найти, что в плоскости заделки

$$\frac{\sigma_0}{\sigma}=\frac{1-m\lambda\frac{d}{l_{\text{ц. т}}}\sqrt{\frac{E}{24G}}}{1+(3-m)\lambda\frac{d}{l_{\text{ц. т}}}\sqrt{\frac{E}{24G}}}, \tag{15}$$

где $l_{\text{ц. т}}$ — расстояние от центра тяжести эпюры $\frac{d^2\sigma}{dx^2}$ до заделки. Для балки постоянного сечения и погонной нагрузки q, распределенной по любому закону,

$$l_{\text{ц. т}}=\frac{\int_0^l (l-x)\,q\,dx}{\int_0^l q\,dx},$$



Фиг. V. 14.

т. е. $l_{ц.т}$ равно абсциссе ц. т. эпюры нагрузки q относительно заделки. Для расчета желательно также знать работающую ширину обшивки (точнее, полки) в каждом сечении

$$d_0 = \frac{\int\limits_{-0,5d}^{+0,5d} \sigma_x dz}{\sigma},$$

где σ_x—переменное по ширине напряжение в горизонтальной полке; σ—то же напряжение в углах балки.

При параболической эпюре напряжений σ_x по ширине d балки относительная работающая ширина

$$\frac{d_0}{d} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{1-(m-1)\dfrac{A}{\sigma}}{1+(3-m)\dfrac{A}{\sigma}}.$$

Это уравнение, например, для сечения по заделке принимает вид

$$\frac{d_0}{d} = \frac{1-(m-1)\lambda\dfrac{d}{l_{\text{ц. т}}}\sqrt{\dfrac{E}{24G}}}{1+(3-m)\lambda\dfrac{d}{l_{\text{ц. т}}}\sqrt{\dfrac{E}{24G}}}. \qquad (16)$$

На фиг. V. 14,*г* дано отношение $\frac{d_0}{d}$ в заделке в зависимости от параметра $\frac{d}{l_{\text{ц. т}}}$ и отношения $m = \frac{J_{\text{полок}} + 3J_{\text{стенок}}}{J}$ при $\frac{G}{E} = \frac{3}{8}$. Отсюда видно, что решающее значение имеет отношение $\frac{d}{l_{\text{ц. т}}}$, т. е. удлинение $\frac{l}{d}$ балки. Действительно, при ходовых значениях $\frac{l}{d} = 5 \div 7$ и $\frac{l_{\text{ц. т}}}{l} = 0{,}4 \div 0{,}6$ получаем $\frac{d}{l_{\text{ц. т}}} = 0{,}3 \div 0{,}5$ и $\frac{d_0}{d} = 0{,}75 \div 0{,}85$. Фиг. V. 14 показывает, что, в то время как при сосредоточенной силе, приложенной на конце балки, коэффициент эффективности на большей части длины l (т. е. в области Бредта) может быть принят за 1, этого нельзя сделать в других случаях, где даже может быть $\frac{\sigma_0}{\sigma} > 1$. Это объясняется специфичностью теоретических предположений, положенных в основу расчетов подобного типа[1]. Поэтому для практических целей обычно достаточно считать, что при удлинении балки $\frac{l}{d} \geqslant 4 \div 5$ на протяжении $0{,}7 \div 0{,}8l$, т. е. в области Бредта, коэффициент $\frac{\sigma_0}{\sigma} = 1$, а на расстоянии $0{,}3 \div 0{,}2l$ от заделки, т. е. в области Шухова, его можно определить, проведя плавную кривую параболического типа к точке $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ в заделке; значение $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ подсчитывается по формуле (15).

В § 1 гл. II ч. V приведены дополнительные сведения о коэффициентах эффективности применительно к балкам кессонного типа как при наличии вырезов в обшивке, так и без них.

---

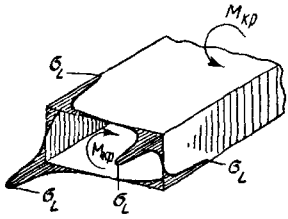
[1] NACA, Rep. № 608, 1937; JAS, май 1941 г.

§ 9. Определение вторичных нормальных напряжений от кручения

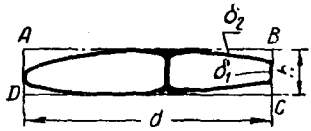
Для сечения по оси самолета, которое сохраняет плоскую форму при кручении[1], следует оценить добавочные (вторичные) нормальные напряжения при кручении.

Известно, что эти напряжения тем больше, чем больше искажается сечение при свободном кручении. Условие заделки, равносильное приложению к торцевому сечению крыла погонных осевых сил, возвращающих искаженное кручением сечение в исходное состояние, вызывает нормальные напряжения σ_L при кручении.

Так как при чистом кручении внешние силы действуют в плоскостях, нормальных к оси кручения, то сумма проекций осевых сил на ось кручения должна быть равна нулю. Следовательно, система осевых сил при кручении будет взаимно уравновешивающейся, т. е. будет иметь чередующиеся зна-



Фиг. V. 15. Осевые напряжения при кручении.



Фиг. V. 16.

ки ($\pm$). Это надо иметь в виду при суммировании напряжений σ_L с нормальными напряжениями от изгиба в случае совместного действия $M_{кр}$ и $M_{изг}$. Однако в отличие от нормальных напряжений при изгибе напряжения σ_L обычно концентрируются в основном в углах (фиг. V. 15). В настоящее время задача определения σ_L решена лишь для прямоугольной призматической коробки с постоянной толщиной стенки. Для остальных типов сечений имеются решения первого приближения в предположении простейшего (линейного) закона искажения (депланации) сечения.

Поскольку напряжения σ_L обычно являются величинами второго порядка по сравнению с напряжениями изгиба, допустимо определять их лишь в первом приближении.

Для этого достаточно вписать сечение, работающее на кручение, в прямоугольник и определить значения $\sigma_{L\,max}$ в его углах (точки A, B, C, D на фиг. V. 16) по следующим формулам.

а) При толщине обшивки δ, постоянной по всему периметру, по формуле Сармана (JAS, октябрь 1946 г.):

$$\sigma_{L\,max}=\frac{M_{кр}k}{\delta\,(d+h)^2}, \tag{17}$$

где коэффициент $k=\frac{E}{G}\sqrt{\frac{1-\mu}{2}\,\frac{1,5}{1-\mu^2}\left(\frac{d}{h}-1\right)}$;

для металлической коробки при $\mu=\frac{1}{3}$ и $\frac{G}{E}=\frac{3}{8}$ подсчитать $\sigma_{L\,max}$ можно по формуле

$$\sigma_{L\,max}=\frac{2,6M_{кр}}{\delta\,(d+h)^2}\left(\frac{d}{h}-1\right). \tag{17а}$$

[1] Что эквивалентно условию заделки в отношении продольных перемещений при одинаковом $M_{кр}$ с обеих сторон.

б) При различных толщинах δ_1 и δ_2 вертикальных и горизонтальных панелей прямоугольной коробки $\sigma_{L\,max}$ подсчитывают по формуле[1]

$$\sigma_{L\,max}=\frac{5M_{кр}z_{ц.\,т}}{dh\,(d\delta_2+h\delta_1)}\left(\frac{d\delta_1-h\delta_2}{d\delta_1+h\delta_2}\right). \qquad (17б)$$

Величина $z_{ц.\,т}$ определяет координату ц. т. эпюры осевых напряжений σ_L по размаху крыла относительно заделки. Известно, что длина l_0 области Шухова или иначе — длина затухания, т. е. расстояние, на котором можно приближенно считать $\sigma_L=0$, имеет порядок[2]

$$l_0=\frac{u}{10}\sqrt{\frac{u}{\delta}},$$

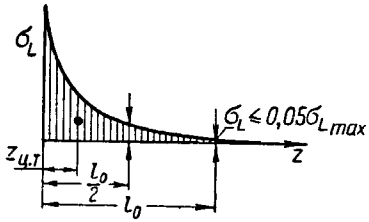
где u — периметр контура.

При практически применяемых соотношениях $\frac{u}{\delta}$ порядка 100 длина $l_0=u\approx 2d$, а напряжения σ_L, как показывают подсчеты, затухают очень быстро по закону гиперболы (фиг. V. 17) и ц. т. эпюры σ_L лежит от заделки не далее чем на расстоянии $z_{ц.\,т}=0{,}25l_0\approx 0{,}5d$. Приняв это значение $z_{ц.\,т}$, получаем

$$\sigma_{L\,max}=\frac{2{,}5M_{кр}}{h\,(d\delta_2+h\delta_1)}\left[\frac{d\delta_1-h\delta_2}{d\delta_1+h\delta_2}\right]. \qquad (17в)$$

Очевидно, что если $d\delta_1=h\delta_2$, то $\sigma_{L\,max}=0$. При $\delta_1=\delta_2=\delta$ формула (17в) практически совпадает с формулой (17) $(2{,}5\approx 2{,}6)$.

При замкнутом (непрерывном) контуре влиянием внутренних стенок на σ_L обычно можно пренебречь. Современные профили по форме приближаются к ромбу (фиг. V. 18), а при одинаковой толщине обшивки по контуру ромб, как и квадрат, является фигурой, не искажаемой в среднем, т. е. при кручении восемь точек (четыре вершины и четыре точки на серединах сторон)[3]



Фиг. V. 17. Эпюра осевых напряжений при кручении.

Фиг. V. 18.

не выходят из плоскости сечения. Следовательно, в этих точках напряжения σ_L при кручении равны нулю, а в промежуточных точках напряжения очень невелики. Таким образом для нормальных форм профилей при стесненном кручении фактические напряжения σ_L, как правило, не достигают половины значений, определенных по формулам (17). При переходе же суммарного нормального напряжения $\sum\sigma$ за предел текучести происходит „осаживание" искаженного кручением сечения и значение σ_Z еще более уменьшается. В сумме $\sum\sigma$ величина σ_L составляет обычно не свыше 10%.

---

[1] Предлагаемая формула учитывает нелинейность закона депланации коэффициентом, бо́льшим единицы, (равным 1,2). Выведена из формулы Кирста (L'Aéronautique № 212, 1937).

[2] См. «Исследования прочности тонкостенных конструкций крыла и фюзеляжа», Сборник переводов, Оборонгиз, 1938. Под редакцией А. А. Уманского и П. М. Знаменского.

[3] Условие неискажаемости $r_n\delta_n=\text{const}$ (r_n — длина перпендикуляра, опущенного из ц. к. на стенку; δ_n см. фиг. V. 20).

§ 10. Определение касательных напряжений от кручения в заделке

Правильное определение закона распределения касательных напряжений вблизи заделки (т. е. в области Шухова) важнее определения нормальных напряжений σ_x, потому что эти касательные напряжения являются обычно расчетными для обшивки и часто значительно отличаются от напряжений, определенных по формуле (12):

$$\tau_{кр} = \frac{M_{кр}}{2F\delta}.$$

Для закона распределения τ в заделке решающее значение имеет способ крепления крыла к фюзеляжу.

Практически применяют в основном три типа крепления:

1) по контуру;
2) на стыковых болтах;
3) комбинированное.

При креплении по контуру, если опорная поверхность, т. е. обшивка фюзеляжа, с которой стыкуется обшивка крыла, изотропна (равножестка) на сдвиг в направлении касательной к контуру[1], то сечение вблизи заделки будет сохранять свою форму при кручении и сдвиге.

Это позволяет ввести дополнительное условие постоянства относительного угла сдвига

$$\theta = \frac{T_1}{G_1F_1r_1} = \frac{T_2}{G_2F_2r_2} = \text{const}$$

для любой точки сечения (фиг. V. 19). Так как сила сдвига $T = \tau F$, то это соотношение может быть представлено в виде:

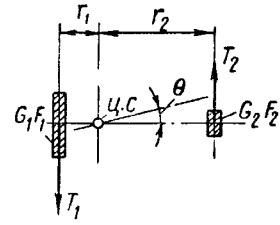
$$\frac{\tau_1}{G_1r_1} = \frac{\tau_2}{G_3r_2} = \ldots = \frac{\tau_n}{G_nr_n}$$

(где τ — напряжение сдвига в стенке площадью F).

При одинаковых модулях сдвига, т. е. при $G_1 = G_2 = \ldots G_n$, имеем

$$\frac{\tau_1}{r_1} = \frac{\tau_2}{r_2} = \ldots = \frac{\tau_n}{r_n}.$$

Следовательно, по этому условию напряжения сдвига при кручении, по крайней мере непосредственно у заделки, прямо пропорциональны расстояниям от центра кручения (ц. к.), совпадающему здесь с центром сдвига (ц. с.). В отличие от области Бредта, где все сечения при кручении поворачиваются вокруг оси жесткости, совпадающей с осью кручения, в области Шухова на расстоянии l_0 от заделки и ближе ось жесткости перестает совпадать с осью кручения тем больше, чем больше асимметрия сечения. Для таких сечений, как круг, квадрат и все правильные многоугольники с постоянной толщиной стенки, в которые можно вписать круг, ц. к. совпадает с ц. ж.[2] до самой заделки. Для крыльевых профилей совпадение ц. ж. с ц. с. возможно, но, как правило, оно не наблюдается.



Фиг. V. 19.

Известно, что задача определения ц. ж. закрытых профилей статически неопределима по числу замкнутых полостей в контуре, так как заранее неизвестны точки, в которых касательные напряжения равны нулю.

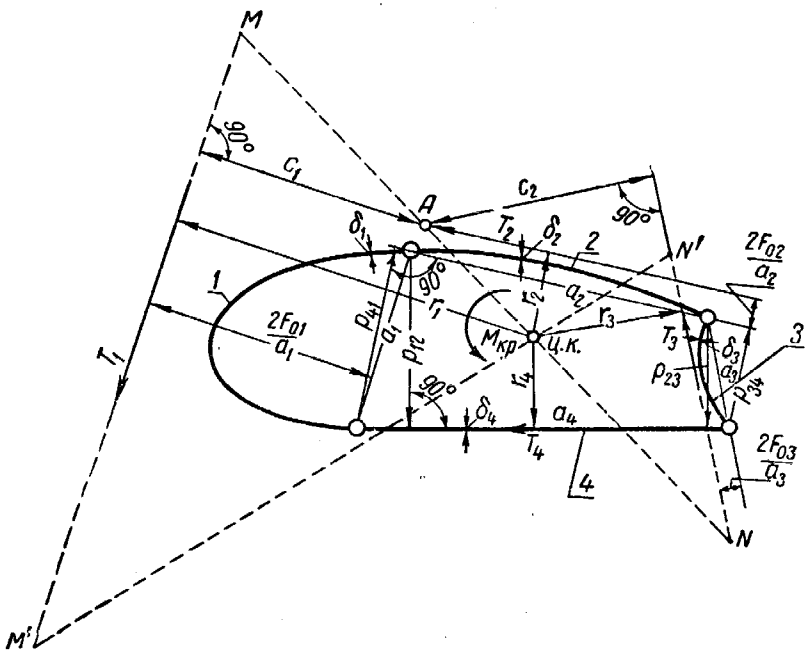
---

[1] Для расчета безразлично, будет ли жесткость GF конечна или бесконечно велика. Важна лишь ее однородность по контуру.

[2] Т. е. с центром вписанного круга.

Определение ц. с. проще, так как заранее предполагается, что любой прямолинейный участок контура работает с постоянным по всей длине напряжением сдвига, пропорциональным плечу r этого участка относительно ц. с.[1].

Таким образом к трем уравнениям статики ($\sum x = \sum y = \sum M = 0$) добавляется число уравнений $\frac{\tau_1}{G_1 r_1} = \frac{\tau_2}{G_2 r_2} = \ldots = \frac{\tau_n}{G_n r_n}$, где n—число неизвестных значений τ (напряжений сдвига в стенках) минус единица. Недостающие уравнения можно получить, выразив неизвестные r_1, r_2 и т. д. через размеры



Фиг. V. 20. Определение центра кручения.

сечения. При этом, поскольку тонкостенные элементы кессонной балки практически могут сопротивляться сдвигу только в своей плоскости, величины $r_1, r_2 \ldots, r_n$ должны измеряться по нормали к касательной в рассматриваемой точке (фиг. V. 20). Это значит, что, как и в случае чистого сдвига для плоских стенок, силы сдвига $T_1, T_2 \ldots, T_n$, действующие в стенках, лежат в плоскостях стенок, а для криволинейных стенок эти силы лежат на расстояниях $2\frac{F_0}{a}$ от хорд, замыкающих стенки (см. фиг. V. 8); но в отличие от чистого сдвига величины $T_1, T_2 \ldots, T_n$ пропорциональны не только жесткостям стенок на сдвиг, но и плечам $r_1, r_2 \ldots, r_n$ стенок относительно ц. к.

Если обозначить отрезки перпендикуляров к стенкам через p_{12}, p_{23} и т. д. (фиг. V. 20), то отношения

$$\frac{p_{12}}{a_1}, \quad \frac{p_{23} - p_{12}}{a_2}, \quad \frac{p_{23}}{a_3} \ldots, \quad \frac{p_{n(n+1)}}{a_n}.$$

[1] Т. е. пропорциональным длине перпендикуляра, опущенного из ц. с. на плоскость рассматриваемого участка стенки.

удут, очевидно, косинусами углов, составляемых силами $T_1, T_2 \ldots, T_n$ с отезками $p_{12}, p_{23} \ldots, p_{n(n+1)}$. Зная, что силы сдвига $T_1, T_2 \ldots, T_n$ пропорциональны жесткостям стенок на сдвиг $GF = Ga\delta$ и, кроме того,—плечам относительно ц. к., можно, например, для сечения, показанного на фиг. V. 20, написать:

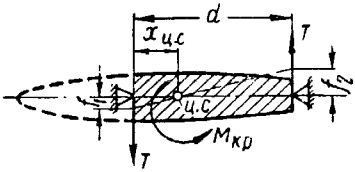
$$T_1 \frac{p_{12}}{a_1} + T_2 \frac{p_{23} - r_{12}}{a_2} - T_3 \frac{p_{23}}{a_3} = 0 \qquad (18)$$

или при одинаковом модуле сдвига для всех элементов[1]

$$\delta_1 r_1 p_{12} + \delta_2 r_2 (p_{23} - p_{12}) - \delta_3 r_3 p_{23} = 0.$$

Это уравнение представляет собой сумму проекций всех сил на направление перпендикуляра p_{12} к стенке 4. Знак каждого члена определяется знаком p. Аналогично проекция всех сил на направление p_{41} имеет вид

$$-\delta_1 r_1 p_{41} + \delta_3 r_3 p_{34} + \delta_4 r_4 (p_{41} - p_1) = 0. \qquad (18а)$$



Фиг. V. 21.

Направления p_{23} и p_{41} выбраны для того, чтобы наибольшее число неизвестных обращалось в нуль. Геометрическим местом точек, удовлетворяющим уравнению (18), является прямая (MN на фиг. V. 20), направление которой можно определить, последовательно положив в уравнении (18) плечи r_1, r_3 и r_3 равными нулю. Например, для точки 1 плечо $r_2 = 0$, т. е. $\frac{r_1}{r_3} = \frac{\delta_3 p_{23}}{p_{12}} = \frac{c_1}{c_2}$. Рассуждая так же в отношении уравнения (18а), получим вторую прямую M_1N_1, пересечение которой с прямой MN даст ц. к.

Нетрудно убедиться, что определенное таким образом положение ц. к. совпадает с ц. с., определенным графическим способом в § 6.

При способе крепления крыла к фюзеляжу болтами по схеме фиг. V. 21 текущие силы T в стенках не зависят от жесткости опорных точек и самих стенок и равны по абсолютной величине, но обратны по знаку:

$$T = \pm \frac{M_{кр}}{d}.$$

В этом случае на участке между бортами фюзеляжа ц. с. (или точнее ц. к.) лежит на расстоянии $x_{ц.с.}$, определяемом суммарными перемещениями f_1 и f_2 опор под действием сил T:

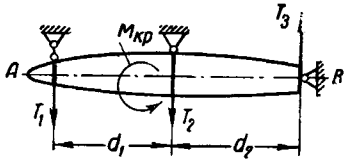
$$x_{ц.с.} = \frac{f_1}{f_1 + f_2} d.$$

Если число опор равно трем или более (фиг. V. 22), то определение ц. с. становится статически неопределимой задачей. Однако решение ее не отличается от изложенного лишь при наличии очень жесткой в своей плоскости на изгиб и на сдвиг опорной нервюры, обеспечивающей неизменность формы опорного сечения при закручивании крыла, т. е. позволяющей считать, что напряжения сдвига пропорциональны плечам относительно ц. с. Если же деформации опор не подчиняются хотя бы приближенно этому требованию неизменности формы, то в указанное уравнение, определяющее ц. с., надо ввести поправочные коэффициенты. Например, если перемещения опор, полученные по замерам

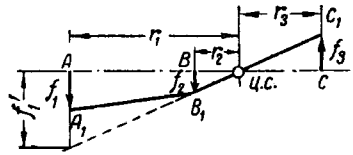
[1] При различных G вводятся редукционные коэффициенты.

при статических испытаниях[1], равны соответственно f_1, f_2 и f_3 (фиг. V. 23) и графическое построение показывает, что в деформированном положении исходная прямая AC обратилась в ломаную $A_1B_1C_1$, то в пропорцию, определяющую напряжение τ, по линии AA_1 придется ввести поправочный коэффициент $k=\frac{f_1}{f_1'}$.

Если результатов статических испытаний нет, то перемещения эпюр можно подсчитать аналитически, приложив к крылу единичный крутящий момент. Для удобства сравнения желательно этот момент брать равным моменту в расчетном случае.



Фиг. V. 22.



Фиг. V. 23.

Сначала нужно задаться обычной зависимостью $\frac{\tau_1}{G_1 r_1}=\frac{\tau_2}{G_2 r_2}$ и т. д., т. е. предположить, что форма сечения не изменяется под нагрузкой. Если подсчет показывает, что величины τ не соответствуют плечам r, то в эту пропорцию следует ввести поправочный коэффициент.

Комбинированное крепление крыла к фюзеляжу характерно тем, что, кроме стыковки стенок лонжеронов с фюзеляжем, стыкуется также и обшивка крыла. Стыковка обшивки может быть произведена как по всему ее контуру, так и по части его (например, только носок).

Для решения задачи о распределении момента кручения по всем элементам такого соединения необходимо предварительно определить перемещения под действием единичных сил. В таких случаях рекомендуется итти путем последовательных оценок, распределяя $M_{кр}$ соответственно несущей способности отдельных элементов. Этот способ оправдывается тем, что при достижении предела текучести $\tau_{тек}$ рост напряжений резко замедляется и значения τ во всех работающих на сдвиг элементах стремятся к величине $\tau_{тек}$. Учитывая, однако, неполную пластичность сечения, следует $M_{кр}$ распределить по элементам так, чтобы суммарный расчетный крутящий момент для плоскости стыка составлял несколько более 100% расчетного $M_{кр}$ для крыла (115—125%).

Например, если подсчет показал, что носок может воспринять $0{,}4M_{кр}$, то стенки лонжеронов следует проверять не на $0{,}6M_{кр}$, а на $1{,}25\cdot 0{,}6M_{кр}=0{,}75M_{кр}$. Введение подобных коэффициентов необходимо, особенно в тех случаях, когда нет результатов предварительных статических испытаний и соответствующих замеров, а рассматриваемое сечение нельзя уверенно считать, как не изменяемое в своей плоскости при кручении.

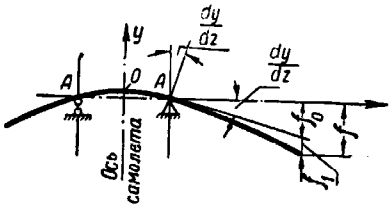
§ 11. Определение прогибов и углов кручения

Известно, что линейная зависимость деформаций от внешних нагрузок более или менее сохраняется до появления остаточных деформаций в конструкции, т. е. пока наибольшие напряжения в опасных сечениях не превысят пре-

[1] Конечно, при безопасной нагрузке, так как весь расчет ведется при напряжениях, не превышающих σ_p или $\sigma_{0,2}$.

дела текучести материала конструкции. Поскольку у большинства авиационных материалов этот предел не ниже $^2/_3$ предела прочности $\left(\text{т. е. } \sigma_{02} \geqslant \frac{2}{3}\sigma_b\right)$, а эксплуатационные нагрузки не превышают $^2/_3$ расчетных[1], то условно допустим подсчет деформаций для расчетных нагрузок. Но если при 100% расчетной нагрузки не произойдет разрушения конструкции, то деформации будут, как правило, значительно превышать деформации, определенные по линейной зависимости от напряжений. Сравнение со статическими испытаниями целесообразно до 70% расчетной нагрузки, если только эта нагрузка действительно расчетная, т. е. остаточные деформации появятся после превышения 70%.

Подсчет прогибов при напряжениях, не превышающих предела текучести, сводится к двукратному интегрированию (обычно графическому) эпюры $\frac{M_u}{EJ_u}$, которую получают путем деления эпюры M_u, т. е. эпюры составляющей $M_u = M\cos\gamma$ (см фиг. V. 3) расчетного изгибающего момента M относительно главной оси инерции u на эпюру жесткостей изгиба EJ_u относительно той же оси. При интегрировании не следует забывать, что нередко свободнонесущее крыло нельзя принять за консольную балку, заделанную одним концом, поскольку опорные точки AA на фюзеляже (фиг. V. 24) не обеспечивают условий $\left(\frac{dy}{dz} = 0 \text{ и } y = 0\right)$ заделки.



Фиг. V. 24.

Если принять на опоре $\frac{dy}{dz} = 0$, то после интегрирования получим прогиб f_1 вместо правильного значения $f = f_0 + f_1$. Условие $\frac{dy}{dz} = 0$ соблюдается только в точке O по оси симметрии системы. На опорах $y = 0$, но $\frac{dy}{dz} \neq 0$. Ввиду того что угол α между хордой и главной осью u обычно не превышает 10°, можно считать $\cos\alpha = 1$, а $M_u \approx M_x = M\cos(\gamma + \alpha)$ (см. фиг. V. 3), и все прогибы отсчитывать по нормалям к хордам.

Исключение составляет крыло с D-образным лонжероном, у которого нередко $\alpha > 10°$.

Так же получают прогибы f_v в направлении, нормальном другой главной оси. Суммарный прогиб выражается формулой

$$f = \sqrt{f_u^2 + f_v^2}, \tag{19}$$

где f_u и f_v — прогибы от моментов M_u и M_v в плоскостях, проходящих через главные оси.

Современные крылья часто имеют небольшие удлинения и поэтому иногда приходится учитывать добавочный прогиб от касательных напряжений.

В таком случае в правой части уравнения упругой линии появится второй член, т. е. уравнение примет вид

$$\frac{d^2y}{dz^2} = \frac{M_x}{EJ_x} + \frac{\beta q}{GF_{\text{сдв}}}, \tag{20}$$

[1] Так как минимальный коэффициент безопасности для крыла $f = 1{,}5$.

где q — составляющая погонной нагрузки в направлении y, по которому определяется прогиб, например, по главной оси v;

M и J — изгибающий момент и момент инерции относительно другой главной оси u;

$GF_{сдв} = \sum Ga\delta \cos\theta$ — сумма проекций жесткостей всех элементов сечения, воспринимающих сдвиг (стенки, обшивка, но не продольные элементы), на направление прогиба[1] (θ — угол, составляемый каждым элементом сечения с направлением прогиба);

β — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения напряжения сдвига по высоте элементов, одновременно работающих на изгиб.

Если расчет ведется относительно осей u, v, то в левой части уравнения (20) будет $\frac{d^2v}{dz^2}$, а в правой индексы x надо заменить индексами v.

Для стенки прямоугольного сечения $\beta = \frac{\tau_{max}}{\tau_{сред}} = 1{,}5$, для криволинейных элементов β определяют по эпюрам τ (см. § 6).

Так как напряжение в стенках, практически не работающих на изгиб, почти постоянно по высоте, можно без большой погрешности считать $\beta = 1$. Тогда, если для обшивки принять $\theta = 90°$, а для стенок $\theta = 0$, величина $F_{сдв}$ будет равна сумме площадей сечения стенок.

Для простейших случаев нагрузки полный прогиб легко получить аналитическим путем. Например, в случае равномерно распределенной нагрузки ($ql = Q$) консольной балки длиной l с постоянной жесткостью на изгиб и на сдвиг ($EJ = \text{const}$ и $GF_{сдв} = \text{const}$) получим

$$f_{max} = \frac{Ql^3}{8EJ} + \frac{Ql}{2GF_{сдв}} = \frac{M_{max}l^2}{4EJ} + \frac{Ql}{2GF_{сдв}} = \frac{M_{max}l^2}{4E\frac{WH_{ц.\,т.}}{2}} + \frac{Ql}{2GF_{сдв}} =$$

$$= \frac{\sigma_{max}l^2}{2EH} + \frac{\tau_{max}l}{2G} = \frac{l}{2}\left(\frac{\sigma_{max}}{E}\frac{l}{H_{ц.\,т.}} + \frac{\tau_{max}}{G}\right), \qquad (21)$$

где σ_{max} и τ_{max} — напряжения изгиба и сдвига в заделке;
$H_{ц.\,т.}$ — расстояние между ц. т. сжатой и растянутой зоны.

В идеальном случае крыло представляет собой балку, равнопрочную на изгиб и на сдвиг, т. е. балку, у которой $\sigma = \text{const}$ и $\tau = \text{const}$ по всему размаху. Но в действительности концевые части крыла по конструктивным соображениям несколько утяжеляются, так что σ и τ к концам крыла несколько уменьшаются, и прогиб крыла на конце не более прогиба равнопрочной балки.

Равнопрочную балку можно получить, постепенно уменьшая либо высоту, либо ширину сечения, либо то и другое одновременно.

В крыле к концу уменьшаются все размеры, и поэтому проще решать задачу путем графического интегрирования. Для балки постоянного сечения по длине, у которой σ убывает от σ_{max} в заделке до нуля на конце, упругая линия будет кубической параболой [уравнение (21)], а для равнопрочной балки при $\sigma = \text{const}$ по размаху упругая линия представляет собой квадратную параболу с вершиной в заделке. Так как крылья являются (по крайней мере в наиболее влияющей на прогиб корневой части) равнопрочными балками, то упругая линия для них обычно близка к квадратной параболе, или

[1] Предполагается, что главные оси сдвига совпадают с главными осями инерции. В противном случае прогиб от сдвига удобнее определять отдельно и складывать его геометрически с прогибом от изгиба.

точнее — к параболе с показателем степени не 2, а 1,7—1,8. Для прикидок можно пользоваться формулой (21), считая, что при переходе на равнопрочную балку коэффициенты при напряжениях увеличились вдвое (величина $H_{ц.\,т.}$ берется наибольшая в заделке), т. е. тогда прогиб будет равен

$$f_{max} = l\left(\frac{\sigma_{max}}{E}\frac{l}{H_{ц.\,т.}} + \frac{\tau_{max}}{G}\right). \qquad (21а)$$

Для цельнодуралюминового крыла $\frac{\sigma_{02}}{E} \approx \frac{\tau_{02}}{G} \approx \frac{1}{200}$; для стальных полок при $\sigma_b = 120 - 130$ *кг/мм²*, т. е. при $\sigma_{02} \approx 100$ *кг/мм²*, также $\frac{\sigma_{02}}{E} = \frac{1}{200}$. Тогда при 70% расчетной нагрузки (если по всей длине крыла $\sigma = \sigma_{02}$ и $\tau = \tau_{02}$) прогиб консоли на конце будет равен

$$f_{max} = \frac{k_1 l}{100}\left(\frac{l}{H_{ц.\,т.}} + 1\right) \leqslant \frac{l}{200}\left(\frac{l}{H_{ц.\,т.}} + 1\right), \qquad (21б)$$

где k_1 — поправочный коэффициент на неполную равнопрочность крыла; $k_1 \approx 0{,}35 \div 0{,}45$, но не более 0,5.

Если высота в заделке $H_{ц.т.} = \frac{l}{20}$, то добавочный прогиб от действия сдвига составляет 5% прогиба от изгиба, а в целом

$$f_{max} = \frac{1{,}05}{10} l \approx \frac{l}{10}.$$

Практически удобно подсчитывать суммарный прогиб по прогибу только от изгиба, вводя для учета влияния сдвига коэффициент больший единицы, т. е.

$$f = f_{изг}(1 + k), \qquad (21в)$$

где коэффициент $k = \frac{H_{ц.\,т.}\,\tau E}{l\,\sigma\,G}$.

Когда $\frac{\sigma}{E} = \frac{\tau}{G}$, формула принимает вид

$$f = f_{изг}\left(1 + \frac{H_{ц.\,т.}}{l}\right). \qquad (21г)$$

Эта зависимость верна и для других типов равнопрочных балок, например, для балки на двух опорах, если $f_{изг}$ подсчитывается обычным способом без учета касательных напряжений.

Определение углов кручения до 70% расчетной нагрузки обычно производится по известной формуле, согласно которой погонный угол кручения

$$\theta = \frac{M_{кр}}{GJ_{кр}}. \qquad (22)$$

Здесь $M_{кр}$ — величина момента кручения, действующего в сечении;

$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ — нередуцированный модуль сдвига материала;

$J_{кр}$ — редуцированный момент инерции контура при кручении

Для односвязного замкнутого сечения без входящих углов (вторая формула Бредта)

$$J_{кр} = \frac{4F^2}{\oint \frac{A\,du}{\delta}} \tag{23}$$

Здесь F — площадь, заключенная внутри контура, работающего на кручение;

δ — истинная толщина оболочки;

$A = (1 + 4\,\mathrm{tg}^2\,\varphi)\frac{\cos^2\varphi}{\cos^4\alpha}$ — поправка, учитывающая изменение от коничности оболочки, имеющей угол 2α в вершине;

φ — угол между элементом кривой (периметра) поперечного сечения оболочки и линией главной кривизны[1].

Для сечения конуса сферой с центром, лежащим в вершине конуса, $\varphi = 0$ и величина $A = \frac{1}{\cos^4\alpha}$; для небольших углов коничности современных крыльев и фюзеляжей, у которых, как правило, $\alpha \not> 10°$, можно принимать $\cos\alpha \approx 1$ и $A = 1$. При $\alpha = 15°$, т. е при $2\alpha = 30°$, величина $A = 0{,}87$, что дает изменение жесткости на 15%; контурный интеграл

$$\oint \frac{du}{\delta} = \Sigma\left(\frac{u_1}{\varphi_1\,\delta_1} + \frac{u_2}{\varphi_2\,\delta_2} + \ldots \frac{u_n}{\varphi_n\,\delta_n}\right)$$

равен сумме редуцированных на сдвиг относительных толщин участков контура, общая длина которого равна

$$u = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots u_n;$$

$\varphi_1 = \frac{G_{ред\,1}}{G}$, $\varphi_2 = \frac{G_{ред\,2}}{G}$ и т. д. — редукционные коэффициенты этих участков на сдвиг. Для монококового крыла, если $\sigma_{кр} \gg \sigma_э$ (где $\sigma_э$ — эксплуатационное напряжение расчетного случая нагружения), $\varphi_{1,2,3\ldots n} = 1$. Для кессонного крыла[2] удобнее пользоваться модулем E, полагая $G_{ред} = kE$.

Очевидно, что $0 < k \leqslant \frac{1}{2(1+\mu)}$, причем для плоской панели k является функцией величины $\frac{\delta}{b}\sqrt{\frac{E}{\tau}}$ (b — меньшая сторона клетки обшивки) и отношения $\frac{\sigma}{\tau}$, т. е. нормального напряжения в контуре (стойке) к действующему напряжению сдвига в листе. Для определения коэффициента $k = \frac{G_{ред}}{E}$

[1] ZAMM, апрель 1942 г.

[2] Ввиду образования диагонального поля в обшивке при нагрузках, обычно значительно меньших эксплуатационных.

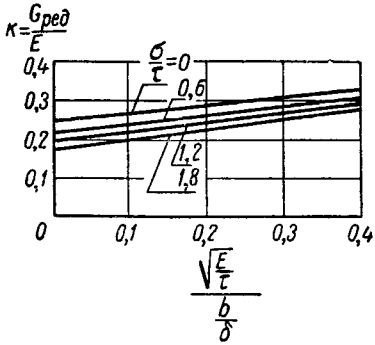
для дуралюмина можно пользоваться опытным графиком (фиг. V. 25). При полной потере устойчивости обшивкой и при отношении $\frac{\sigma}{\tau}$ порядка 1 (как обычно) $G_{\text{ред}} = 0{,}2E$. С другой стороны, при $\frac{\delta}{b}\sqrt{\frac{E}{\tau}} = 0{,}37$ величина[1] $\frac{G_{\text{ред}}}{G} = 1$, т. е. $G_{\text{ред}} = 0{,}375E$. Положив для Д16 напряжение $\tau_{\max} = \frac{\sigma_b}{2} = \frac{4000}{2} = 2000$ *кг/см*² и $E = 0{,}7 \cdot 10^6$ *кг/см*², получим, что при $\frac{b}{\delta} = 50$ обшивка не потеряет устойчивости на сдвиг практически вплоть до появления остаточных деформаций. См. также график $\frac{G_{\text{ред}}}{G}$ на фиг. V. 68.

Если $\frac{u}{\delta} = \text{const}$ по всему контуру, то $J_{\text{кр}} = \frac{4F^2\delta}{u}$ и погонный угол кручения

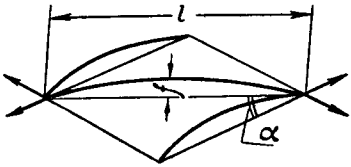
$$\theta = \frac{M_{\text{кр}} u}{4GF^2\delta}. \tag{22a}$$

При нормальном наборе нервюр и стойках, усиливающих стенки лонжеронов, $\frac{b}{\delta}$ порядка 100, величина $G_{\text{ред}} \approx 0{,}3E$. Следует иметь в виду, что коэффициент k падает обратно пропорционально $\sqrt{\tau}$; если требуется определить жесткость крыла на кручение при небольших деформациях (например, для расчета на флаттер), то обычно можно брать $k = 0{,}375$, т. е. $G_{\text{ред}} = G = 0{,}375E$.

Если же при потере устойчивости от сдвига полки нервюр могут про-



Фиг. V. 25 Редуцированный модуль сдвига для плоской стенки.



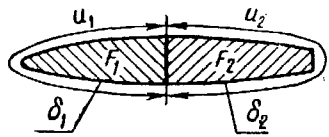
Фиг. V. 26

гибаться так, что конструктивная стрелка f стремится к нулю (фиг. V. 26), то появляется дополнительное перемещение $\Delta l \leqslant \frac{8}{3}\frac{f^2}{l}$, которое понижает величину k. Указанное значение Δl является предельным. В действительности поверхность обшивки после потери устойчивости становится линейчатой, и сечение ее диагональной плоскостью будет сложной кривой, стремящейся вытянуться в прямую лишь в пределе.

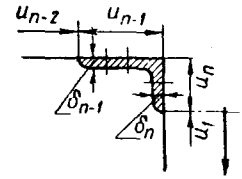
[1] $G_{\text{ред}}$ при действии сжатия и сдвига см. JAS, June, 1950.

Например, если $\frac{f}{l} = \frac{20}{1000} = 0{,}02$ и угол $\alpha = 45°$, то $\Delta l = \frac{8}{3} 20 \cdot 0{,}02 \approx 1$ *мм*. Если $\frac{\tau}{G_{\text{рол}}} = \frac{1}{100}$, то перемещение от сдвига конца панели $x = \frac{\tau}{G} l \cos 45° = 0{,}01 \cdot 1000 \cdot 0{,}7 = 7$ *мм*, т. е. поправка к величине коэффициента k будет равна $\frac{7}{1+7} = 0{,}875$ Величина радиальных составляющих нормальных напряжений, прогибающих полки нервюр, находится по формуле (25) (см. § 12).

Немалое влияние на уменьшение коэффициента k оказывает степень пригонки к окантовкам различных съемных люков. Опыты показывают, что неплотная пригонка, позволяющая люку сдвигаться на величину зазора между болтами крепления и отверстиями, плюс перемещение вследствие перекоса бол-



Фиг. V. 27.



Фиг. V. 28.

та и выхода люка из гнезда (особенно, если головки болтов потайные, с разенковкой) может уменьшить величину k вдвое по сравнению со случаем правильно установленных люков. Эти перемещения в случае надобности можно учесть аналогичным способом.

Для многосвязных контуров величина $J_{\text{кр}}$, так же как и значения потоков напряжений сдвига по участкам контура, определяются по формулам, приведенным в гл. «Кручение» ч. III.

Однако ввиду сравнительно малого влияния на $J_{\text{кр}}$ внутренних стенок порядок величины $J_{\text{кр}}$ надо всегда проверять по формуле (23) Бредта.

Например, если у двухсвязного контура (фиг. V. 27) $\frac{\delta_1 F_1}{u_1} = \frac{\delta_2 F_2}{u_2}$, то это значит, что средняя стенка совершенно не работает на сдвиг при кручении. То же можно сказать про обе стенки трехсвязного контура, если $\frac{\delta_1}{u_1} F_1 = \frac{\delta_2}{u_2} F_2 = \frac{\delta_3}{u_3} F_3$ и т. д.

В этом случае $J_{\text{кр}}$ односвязного и n-связного контуров будут, очевидно, равны между собою.

В толщину обшивки δ_1, δ_2 и т. д следует вводить также отбортовку и полку профиля при условии, если они соединены с обшивкой (фиг V 28).

Общий угол кручения крыла определяется по формуле (ось z направлена по оси кручения крыла)

$$\varphi = k_0 \int_0^l \theta \, dz. \tag{24}$$

Интегрирование распространяется на всю длину l крыла вплоть до плоскости опор на фюзеляже. Коэффициент k_0 учитывает несоблюдение формулы Бредта для $J_{\text{кр}}$ в области Шухова.

Однако, так как область Шухова простирается по размаху примерно на длину наибольшего поперечного размера контура, т. е. при обычных пропорциях равна $^1/_4 \div {}^1/_5 l$, то без заметной погрешности можно при интегрировании считать, что область Бредта простирается до самого корня крыла, т. е. считать, что область Шухова отсутствует. Концентрация напряжений сдвига при круче-

нии у заделки несколько увеличивает угол кручения крыла, а стеснение депланации сечения от осевых сил при кручении, напротив, уменьшает его. Поэтому на практике обычно величина k_0 близка к 1, но в случае надобности может быть уточнена с помощью статических испытаний.

§ 12. Расчет нервюр-стенок

Нормальные (неусиленные) нервюры нагружаются почти всегда только распределенными нагрузками, как аэродинамическими и инерционными, так и возникающими вследствие деформации конструкции.

Усиленные[1] нервюры, кроме того, воспринимают сосредоточенные силы — инерционные от грузов, находящихся в крыле, и реакции в точках крепления крыла к фюзеляжу, в узлах крепления элеронов, закрылков и т. д.

Основное в расчете нервюр — уравновешивание нагрузки реактивными силами, приложенными так, чтобы схема работы нервюры была близка к действительной.

Поскольку в монококовом крыле обшивка не теряет устойчивости, полки нервюр при кручении под действием распределенных нагрузок остаются почти ненагруженными. Стенки нервюр в области Бредта хотя и работают на сдвиг при кручении, но возникающие при этом напряжения составляют при обычных конструктивных пропорциях лишь несколько процентов основных напряжений сдвига, действующих по контуру сечения. Напротив, в области Шухова при наличии более чем двух точек опор нервюры работают очень напряженно (см. § 10)[2].

Основными нагрузками при расчете нормальных нервюр являются аэродинамические и инерционные силы, распределенные по хорде согласно нормам прочности. По размаху обычно без заметной погрешности можно принять, что на протяжении пролета l между нервюрами аэродинамическая погонная нагрузка $q_а = \text{const}$. При $n = \frac{d}{l} > 5$ (d — расстояние между продольными стенками) можно считать, что вся нагрузка $P_а = q_а l$ воспринимается нервюрой. При меньших величинах n нагрузка $P_а \approx k q_а l$, где $k = \frac{4n-3}{4n-2}$. Приравнивая $P_а$ эпюре распределения аэродинамической нагрузки по хорде и по верхней и нижней поверхностям крыла согласно нормам прочности, находят коэффициент масштаба и строят эпюру этих нагрузок $q_в$ и $q_н$ по верхнему и нижнему поясам нервюры (фиг. V. 29).

К этим нагрузкам надо добавить инерционные нагрузки $q_и = q_{ив} + q_{ин}$ от собственного веса обшивки (на длине между нервюрами) и веса нервюры, распределив их по длине нервюры по фактическому распределению погонного веса. При сложении эпюр $q_в + q_н$ с $q_{ив} + q_{ин}$ следует помнить, что направления нагрузок $q_в$ и $q_н$ могут быть разными, а нагрузок $q_{ив}$ и $q_{ин}$ всегда одинаковы, т. е. суммировать нагрузки нужно алгебраически с учетом знаков.

Загруженная таким образом стенка рассчитывается как двухопорная балка, свободно лежащая на опорах, если ее относительная длина $\frac{d}{h} < 4—5$, так как примыкающие к стенке носок и хвостовую часть ввиду малости прогибов стенки нервюры по сравнению с деформациями кручения лонжеронов нельзя считать за заделку. При подсчете момента инерции нервюры можно вводить всю ширину обшивки между нервюрами, поскольку обшивка не теряет устойчивости, т. е. брать

$$b_0 = l \not> 0{,}363d,$$

где l — расстояние между нервюрами[3].

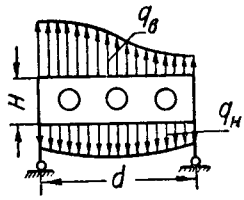
---

[1] Иногда и нормальные.

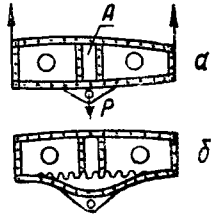
[2] В. Н. Беляев, Труды ЦАГИ № 165, 1934 г.; ARC Rep. and Mem. № 2503, 1951.

[3] С. П. Тимошенко, Сопротивление материалов, т. 2, Гостехиздат, 1946.

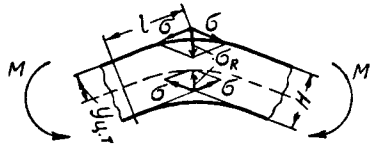
То же относится и к носкам и к хвостикам нервюр при наличии сосредоточенных грузов или реакций, действующих не только на усиленные, но и на обычные нервюры; в первую очередь следует обращать внимание на работу элементов, распределяющих сосредоточенную силу по сечению нервюры, т. е. на местные напряжения, например, в случае, показанном на фиг. V. 30,*а*, если ушко, на которое действует сила *P*, не соединено с профилем *A*, то может произойти преждевременное разрушение, как показано на фиг. V. 30,*б*, при сравнительно небольшом напряжении сдвига в нервюре. В таких случаях необходимо учитывать неравномерность распределения силы *P* по заклепкам шва, соединяющего стенку и полку, так как заклепки, расположенные в месте приложения силы, будут нагружены в 2—3 раза больше, чем болты, находящиеся возле лонжеронов.



Фиг. V. 29. Эпюра погонных нагрузок $q_в$ и $q_н$ по верхнему и нижнему поясам нервюры.



Фиг. V. 30.



Фиг. V. 31.

Относительно большие нормальные нагрузки в нервюрах могут возникнуть от радиальных напряжений, появляющихся в крыле, изогнутом под действием нагрузки (фиг. V. 31).

Величину радиальных напряжений можно определить по формуле

$$\sigma_R = \frac{l\sigma^2}{y_{ц.\,т}\,E}, \tag{25}$$

где σ—нормальное напряжение от изгиба в продольных элементах крыла;
$y_{ц.\,т.}$—расстояние от ц. т. сжатой или растянутой зоны до линии действия нормального напряжения σ при изгибе.

Погонная нагрузка на нервюру

$$p_R = \delta\sigma_R = \frac{l\,\delta}{y_{ц.\,т.}}\,\sigma\left(\frac{\sigma}{E}\right).$$

Нагрузки по верхнему поясу будут иметь знак, обратный нагрузкам по нижнему поясу, т. е. будут нагружать стенку нервюры силами сжатия.

Например, для дуралюминового крыла при $\delta = 10$ *мм*, $\sigma = 3600$ *кг/см²*, $\frac{\sigma}{E} = \frac{1}{200}$ и $\frac{l}{y_{ц.\,т.}} = 10$, т. е. при $\frac{l}{H} = 5$, если $H = 2y_{ц.\,т.}$ - расстояние между линиями действия осевых сил при изгибе (симметричное сечение), получим

$$p_R = 10 \cdot 1{,}0\,\frac{3600}{200} = 180 \text{ кг/см}.$$

При толщине стенки нервюры $\delta = 3$ *мм* напряжение сжатия равно

$$\sigma_R = \sigma_{сж} = \frac{p_R}{\delta} = \frac{180}{0,3} = 600 \text{ кг/см}^2,$$

т. е. имеет значение, которое может оказаться расчетным. Действительно, если $\frac{d}{H} > 2$ (d и H см. фиг. 29), то для критического напряжения сжатия в стенке, считая ее кромки полузаделанными в поясах нервюры (заторцованные концы, $c=2$) и положив $H=b=120$ *мм*, получим

$$\sigma_{кр} = \frac{2 \cdot 0,9 \cdot E}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2} = \frac{1,8 \cdot 0,72 \cdot 10^6}{\left(\frac{120}{3}\right)^2} = 800 \text{ кг/см}^2.$$

Не следует забывать, что, кроме напряжений σ_R, действуют напряжения от рассмотренных выше нагрузок; поэтому в приведенном примере толщину стенки придется увеличивать или подкреплять стенку вертикальными профилями.

§ 13. Расчет по пластическим деформациям

А. ИЗГИБ

Для расчета монокока на изгиб за пределом пропорциональности необходимо иметь кривые напряжения σ по деформации ε как на растяжение, так и на сжатие для панелей, аналогичных панелям рассчитываемого крыла. В случае отсутствия таких кривых можно для предварительного расчета воспользоваться диаграммами растяжения стандартных образцов и диаграммами обжатия листов в направляющих (или полученных по методу пачки).

Совмещение кривых растяжения и сжатия (фиг. V. 32) показывает, что при переходе за предел пропорциональности начинает сказываться анизотропия металла, обусловленная направлением проката листа, а также несовпадение напряжений растяжения и сжатия при одних и тех же величинах деформации[1].

Кривая σ по ε для листа из дуралюмина типа Д16 (фиг. V. 32) показывает, что монококовое крыло из Д16 можно при расчете на изгиб считать приблизительно изотропным, если направление проката листов верхней и нижней обшивки совпадает с хордой.

Напротив, анизотропия такого крыла будет сказываться уже тогда, когда нижняя, растянутая в расчетном случае обшивка поставлена волокнами вдоль размаха. Это заметно увеличит жесткость на изгиб при переходе за σ_p, поскольку допускаемое напряжение вдоль волокон на 10÷15% больше, чем поперек.

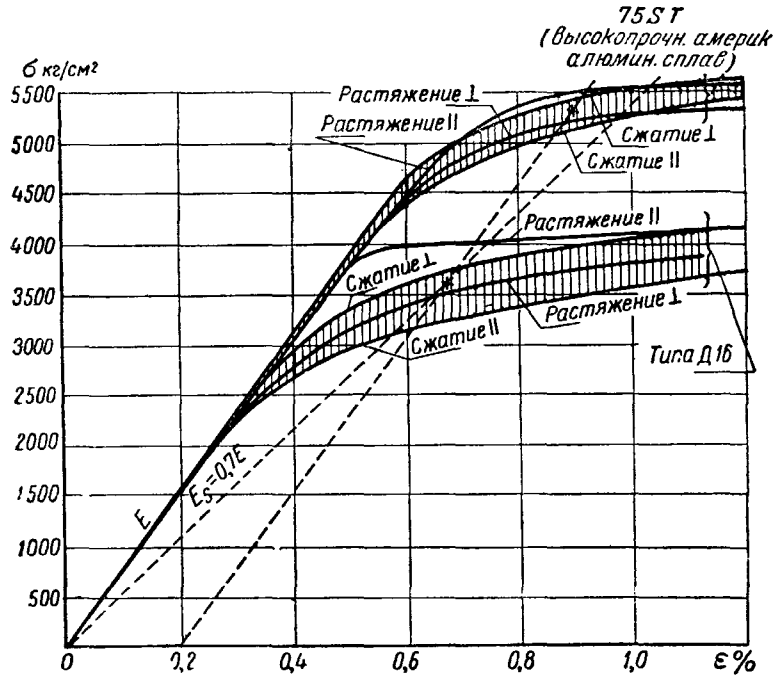
Если направление проката верхней и нижней обшивок параллельно размаху, то анизотропия Д16 будет особенно велика. Так, например, при удлинении 0,6% для сжатой обшивки будем иметь $\sigma = 31$ *кг/мм*², а для растянутой — 40 *кг/мм*², т. е. разница достигает примерно 30%. Напротив, листовой высокопрочный алюминиевый сплав, равно как и сталь хромансиль, можно считать с точностью ±5% изотропными, независимо от направления проката и знака напряжений.

При наличии кривой σ по ε расчет на изгиб за пределом пропорциональности обычно производится по методу редукционных коэффициентов. Этот метод заключается в распределении напряжений изгиба по высоте сечения согласно имеющейся кривой σ, а не пропорционально расстоянию до нейтральной

[1] Кривые σ по ε (фиг. V. 32), указанные лишь для сравнения, относятся к неплакированным листам и взяты непосредственно из опыта, т. е. несколько выше стандартных кривых.

оси (н. о.), как это делается в элементарной теории балки, когда наибольшее напряжение изгиба не превосходит σ_p.

Расчет сечения на изгиб за пределом пропорциональности основан на предположении, что кривые σ по ε в некотором масштабе представляют собой эпюры напряжений при изгибе. Кроме того, принимается, что сечения, плоские до изгиба, остаются плоскими и после изгиба[1]. Поэтому можно, зада-



Фиг. V. 32.

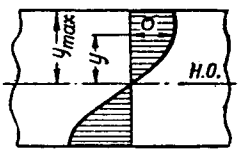
ваясь наибольшим удлинением (укорочением) в крайнем волокне, получить удлинение в любой точке по высоте сечения $\varepsilon = \frac{y}{y_{max}} \varepsilon_{max}$. По этому удлинению берут с кривой σ соответствующее напряжение. Для расчета удобно кривую σ по ε перестроить в эпюру напряжений изгиба по высоте сечения, выразив ординату y_{max} наиболее удаленного от н. о волокна через задаваемое условиями расчета максимальное удлинение ε_{max} этого волокна, т. е. приняв коэффициент масштаба $k = \frac{y_{max}}{\varepsilon_{max}}$ (фиг. V. 33). Как и при изгибе, в пределах упругости справедливы уравнения равновесия

$$\left.\begin{aligned} \sum z &= \sum \sigma \Delta F = 0, \\ \sum M_x &= \sum \sigma \Delta F y - M_{изг} = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

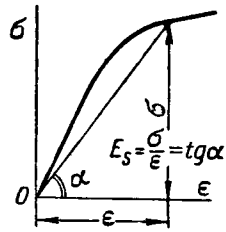
[1] Это подтверждено опытами до разрушения.

Первое уравнение означает, что сумма сил в зоне сжатия должна быть авна по абсолютной величине сумме сил в зоне растяжения. Для прямоуголього сечения это означает равенство площадей эпюр σ выше и ниже н. о., но гнюдь не равенство наибольших удлинений в сжатой и растянутой зоне, если эивые σ по $+\varepsilon$ и $-\varepsilon$ неодинаковы. Если напряжения в крайних волокнах е превышают σ_p, то эпюры σ в зоне растяжения и сжатия будут треугольыми, а при $E_{сж}=E_{раст}$ гипотенузы этих треугольников будут представлять собой одну прямую.

Для удобства расчета пустотелых и несимметричных сечений вводится спомогательная величина — секущий модуль, иначе — модуль пластичности, авный отношению напряжения к соответствующему ему удлинению $E_s=\frac{\sigma}{\varepsilon}$, фиг. V. 34). Обычный модуль упругости E, равный тому же отношению, но олько в пределах упругости, является, следовательно, частным и притом наи-



Фиг. V. 33.



Фиг. V. 34. Секущий модуль упругости.

ольшим значением E_s. В отличие от E секущий модуль E_s — переменная величина, постепенно убывающая по мере увеличения деформации. Кривую E_s егко построить по кривой σ, пользуясь указанным соотношением. Если напряжение $\sigma<\sigma_p$, то $E_s=E$, но при $\sigma>\sigma_p$ значение $E_s<E$. Отношение секущих модулей двух элементов сечения называется редукционным коэффициентом

$$\varphi=\frac{E_{s1}}{E_{s2}}. \tag{27}$$

Для расчета по обычным формулам сопротивления материалов все элементарные площадки сечения редуцируют, умножая их на редукционные коэффициенты. Практически удобно, приняв напряжение по одной из этих площадок, обычно в наиболее удаленной от н. о. растянутой зоне, за единицу (или за 100%), выразить напряжения в остальных точках с помощью редукционных коэффициентов в долях этого напряжения. Тогда общая площадь редуцированного сечения

$$F_{ред}=\sum\varphi\Delta F,$$

де ΔF — элементарная площадь, редукционный коэффициент которой равен φ.

При расчете сечения монокока обычно пренебрегают депланацией сечения, т. е. считают, что все площадки, лежащие на одинаковом расстоянии от н. о. в одной зоне), имеют одинаковые величины φ. Рекомендуется, однако, предварительно оценить, допустимо ли это [(см. ниже расчет полумонококового крыла (гл. II)]. Редуцированный момент инерции сечения относительно н. о. сечения

$$J_{ред}=\sum\Delta F_{ред}y^2=\sum\varphi\Delta Fy^2, \tag{28}$$

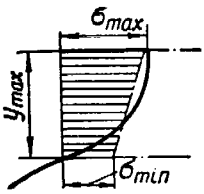
причем знак $\sum$ распространен на все элементы сечения; y — ординаты ц. т. этих элементов относительно н. о. сечения. Так как положение н. о. сечения при нелинейной зависимости σ по ε заранее неизвестно и, вообще говоря, не совпадает с геометрическим ц. т. сечения (как это наблюдается при напряжениях $\sigma < \sigma_p$ и при $E_{сж} = E_{раст}$), то приходится это положение подбирать методом последовательных приближений. Для начала принимают, что н. о. проходит через ц. т. редуцированного сечения.

Условие $\sum z = 0$ при изгибе, т. е. $\sum \sigma_{сж} \Delta F_{сж} = \sum \sigma_{раст} \Delta F_{раст}$ служит проверкой правильности назначения н. о. сечения. Иногда требуется пересчет. Однако в большинстве случаев достаточно принять н. о. в ц. т. редуцированного сечения.

Нормальное напряжение изгиба в любой точке сечения с ординатой y и редукционным коэффициентом φ выражается формулой

$$\sigma = \frac{My}{J_{ред}} \varphi = \omega \varphi y, \tag{29}$$

где $\omega = \frac{M}{J_{ред}} = \text{const}$ для всего сечения — объемное напряжение [ср. формулы (5)—(6)]. От обычной формулы, действительной в пределах упругости, эта формула отличается лишь введенным в нее редукционным коэффициентом φ. Наличие φ в формуле нарушает линейность зависимости σ от внешнего изгибающего момента и идет обычно в пользу прочности, т. е., например, при увеличении M вдвое σ увеличится иногда значительно меньше чем вдвое. Степень этого увеличения зависит от вида расчетной кривой σ по ε и от закона распределения материала по высоте сечения. Кривая σ по ε характеризуется статическим моментом заключенной под ней площади или эквивалентной (по моменту) трапеции со сторонами σ_{max} и σ_{min} (фиг. V. 35) относительно нейтральной оси, а закон распределения площади сечения по высоте — так называемым геометрическим коэффициентом пластичности



Фиг. V. 35.

$$k = \frac{2S}{W}, \tag{30}$$

где S — статический момент половины площади сечения относительно н. о.; $W = \frac{J}{y_{max}}$ — момент сопротивления всего сечения и J — геометрический (нередуцированный) момент инерции всего сечения относительно нейтральной оси

В соответствии с этим наибольшее напряжение изгиба в крайнем волокне

$$\sigma = \frac{M}{k_{пл} W}, \tag{31}$$

где физико-геометрический коэффициент пластичности (в дальнейшем называемый просто коэффициентом пластичности)[1]

$$k_{пл} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}(k-1)}{\sigma_{max}} = \frac{\sigma_{max} + a\sigma_{max}(k-1)}{\sigma_{max}} = 1 + a(k-1). \tag{31a}$$

Как видно из формулы (31а), коэффициент пластичности зависит не только от геометрических соотношений сечения, определяемых коэффициентом k, но и от вида диаграммы σ по ε материала при изгибе (или в первом приближении — при растяжении стандартного образца), определяемой отношением

$$a = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}.$$

[1] JAS, май 1943 г. «Зав. Лаб.», № 12, 1948 г. и № 11, 1949 г.

Очевидно, предельным значением для напряжений σ_{max} и σ_{min} является σ_b, т. е. предел прочности материала на растяжение[1]. Однако, поскольку конструкционные металлы имеют ограниченную пластичность, разрушение происходит при $\sigma_{max}=\sigma_b$ и $\sigma_{min}<\sigma_b$, т. е. ранее, чем будет исчерпана способность к сопротивлению волокон, лежащих вблизи нейтрального слоя. Это значит, что только при коэффициенте заполнения эпюры напряжений по удлинениям $\omega=\frac{\int_0^{\varepsilon_{max}}\sigma d\varepsilon}{\sigma_{max}\varepsilon_{max}}$, близком к единице, можно, положив $\sigma_{min}=\sigma_{max}=\sigma_b$, принять $k_{пл}=k$. Но в действительности даже для массивного бруска прямоугольного сечения при его разрушении от продольного изгиба по указанным причинам $k_{пл}<k$. На фиг. V 36 даны величины $k_{пл}$ для ходовых авиационных металлов в зависимости от геометрического коэффициента пластичности и максимального суммарного удлинения в крайнем волокне[2] $\varepsilon_{сумм}=\varepsilon_{упр}+\varepsilon_{пласт}$. Видно, что значения $k_{пл}$ не достигают k, особенно для таких материалов, как электрон, который даже при $k=2$ имеет $(k_{пл})_{max}\approx1{,}45$. На фиг. V. 37 даны геометрические коэффициенты пластичности для двутавровых и швеллерных сечений, наиболее употребительных в монококах.

Для несимметричного сечения геометрический коэффициент пластичности будет, очевидно, различным для сжатой и растянутой зон. В этом случае удобнее определить предельный момент сопротивления всего сечения по формуле

$$W=\frac{W_1+\varphi W_2}{2}, \tag{31б}$$

где W_1 и W_2 — обычные (геометрические) моменты сопротивления симметричных сечений, половины которых составляют рассчитываемое сечение (фиг. V. 38); $\varphi=\frac{h_1}{h_2}=\frac{y_1}{y_2}>1$ — коэффициент, учитывающий повышение предельного момента сопротивления той половины сечения, которая имеет меньшую высоту ($h_1>h_2$). Полученный по формуле (31б) момент сопротивления W имеет общий коэффициент пластичности k, несколько превышающий коэффициенты k_1 и k_2 симметрично удвоенных половин рассчитываемого сечения. Однако точный подсчет k затруднителен и не имеет практической ценности. Поэтому в некоторый запас надежности для получения предельного момента, разрушающего сечение, можно брать для k бо́льшее из двух значений k_1 или k_2, соответственно уменьшенное на физические свойства металла $k_{пл}$ по диаграмме фиг. V. 36. Тогда предельный момент

$$M_{max}=k_{пл}\sigma_b W. \tag{31в}$$

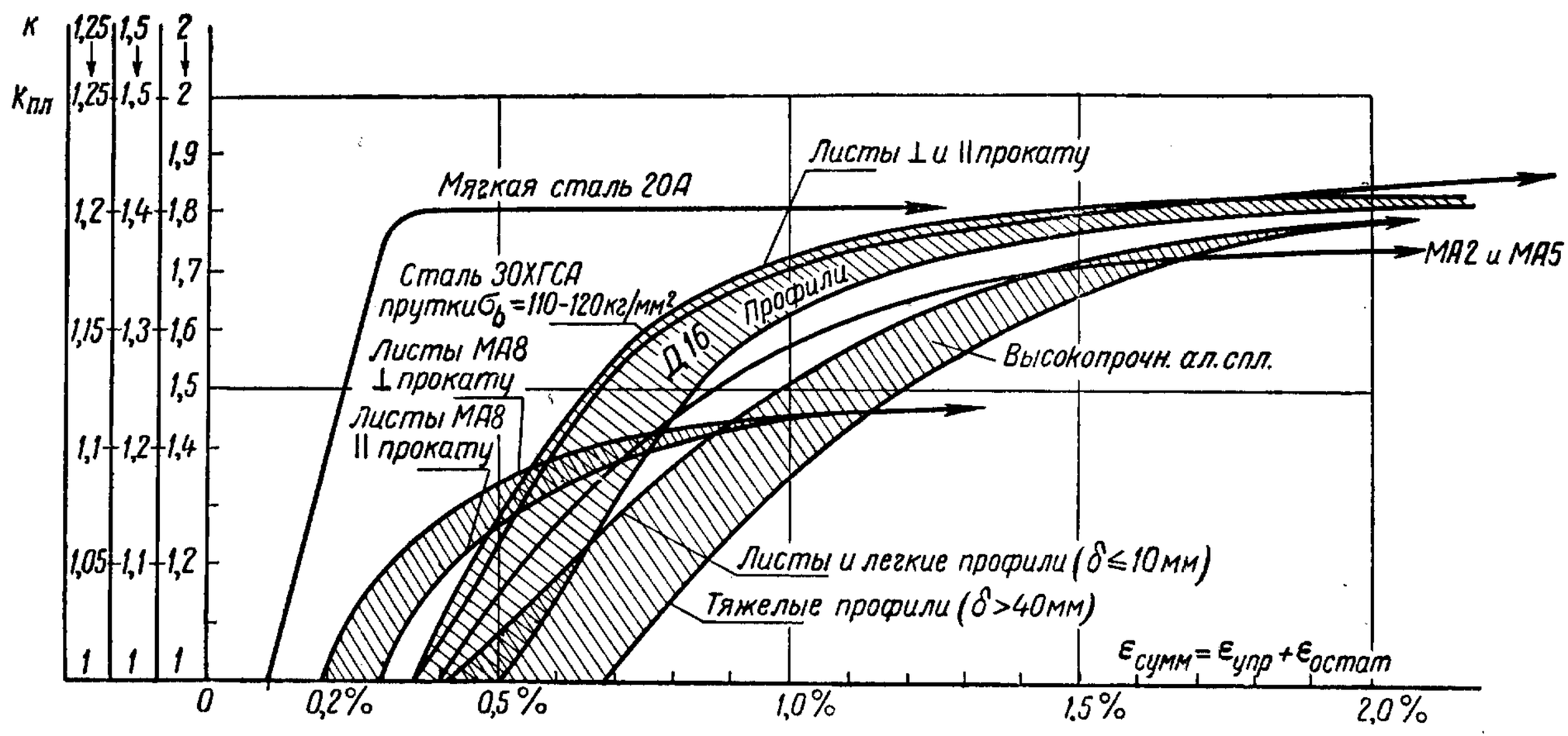
Перепады, вырезы и отверстия в сечении резко понижают пластичность бруса, так что при изгибе монокока не удастся получить величины разрушающего удлинения, характерного для стандартного образца длиной $l=11{,}3\sqrt{F}$ (F — площадь поперечного сечения образца). Опыты показывают, что несущая способность монокока (если толщина сжатой зоны назначена правильно, т. е. не происходит разрушения от местной потери устойчивости) исчерпывается при достижении 1,5% (максимум 2%) удлинения на длине, не превышающей $^1/_3$ размаха, даже при наличии практически достижимой равнопрочности. Обычно же зона текучести ограничивается участком длиной порядка высоты сечения, а для сосредоточенного элемента (полки) при наличии ослабления отверстием — порядка поперечного размера этого элемента.

Поскольку в монококе толщина обшивки δ по сравнению с размерами клетки (a или b) является величиной второго порядка малости (т. е. a и $b>10\delta$),

---

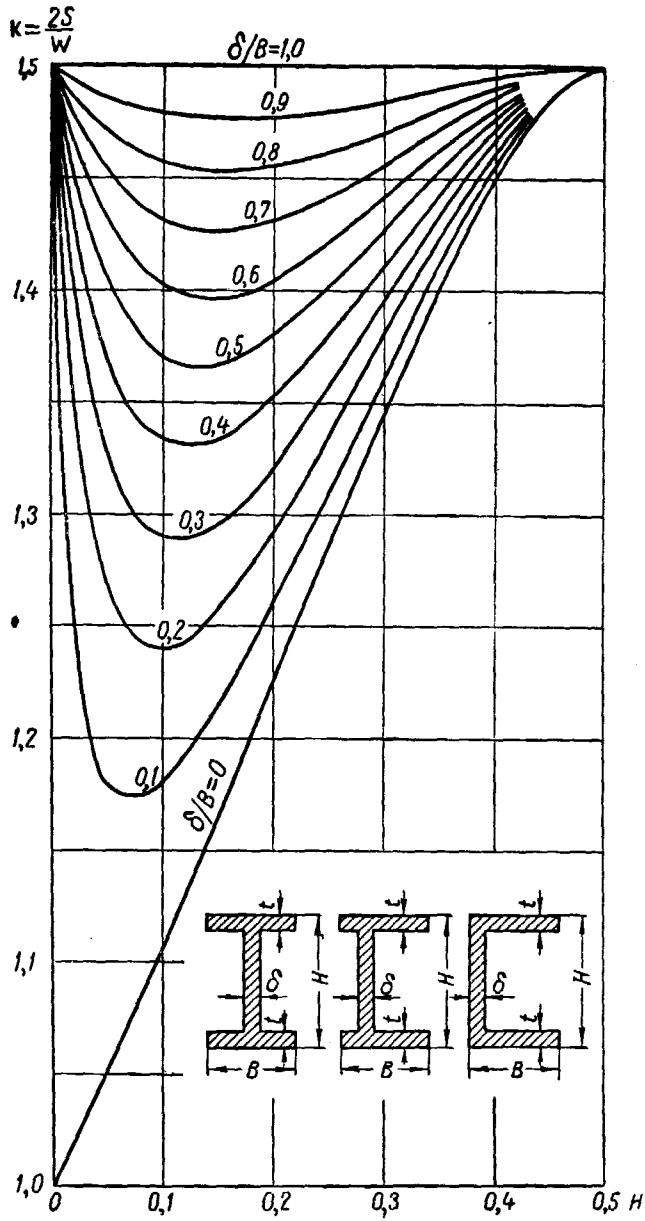
[1] Для растянутой зоны. Для сжатой зоны предельное значение σ_{-b}.

[2] График построен не по минимальным, а по типичным диаграммам растяжения материалов.



Фиг. V. 36. Коэффициент пластичности $k_{пл}$ для ходовых авиационных металлов.

Шкала коэффициента пластичности $k_{пл}$ дана для трех значений коэффициента $k=\frac{2S}{W}=1{,}25;\ 1{,}5;\ 2.$



Фиг. V. 37. Геометрические коэффициенты пластичности для двутавровых и швеллерных сечений.

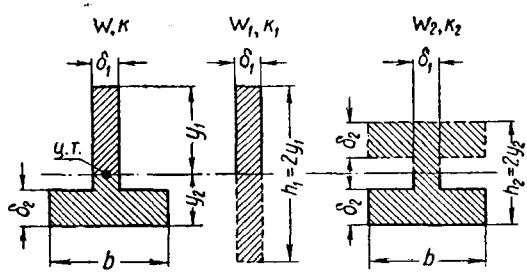
то получение напряжений сжатия, значительно превышающих предел текучести σ_{02}, весьма затруднительно, так как приводит к неизбежному местному выпучиванию толстой обшивки. Поэтому суммарную деформацию крайнего волокна при изгибе

$$\varepsilon_{сумм}=\varepsilon_{упр}+\varepsilon_{ост}=0{,}01 \div 0{,}02$$

следует считать пределом для конструкций монококового типа. Но при этих значениях удлинений (или укорочений) ходовые авиационные материалы еще не дают заметной шейки, что следует из известной формулы пластичности для истинной площади шейки

$$F=F_{нач}(1-\varepsilon_1)^2, \qquad (32$$

где $\varepsilon_1=\mu\varepsilon_{упр}+\mu_s\varepsilon_{ост}$ и $\mu=0{,}33$ в упругой зоне и $\mu_s=0{,}4$ в пластической зоне для таких материалов, как Д16. Если для простоты принять при $\varepsilon=0{,}02$



Фиг. V. 38.

$\varepsilon_{упр}=\varepsilon_{ост}=0{,}01$, то $\varepsilon_1 \not> 0{,}01$ и $F=0{,}98\,F_{нач}$, т. е. можно принять, что $F=F_{нач}$ и истинные напряжения считать равными обычным—условным (т. е. отнесенным к исходной площади сечения образца). Поскольку сечение монокока не сплошное, а тонкостенное, т. е. имеет коэффициент пластичности, близкий к 1, *упрочнением при изгибе можно пренебречь*, так как раньше чем оно станет заметным, сечение разрушится от местной потери устойчивости в сжатой зоне. Если же сечение разрушается в растянутой зоне, то это означает, что сжатая и растянутая зоны неравнопрочны.

Действительно, даже при полной равнопрочности сечения по расчету растянутая зона будет деформироваться в соответствии с кривой растяжения образца, а сжатая — *рано или поздно сойдет с кривой сжатия образца вследствие* местной потери устойчивости, поскольку в натуре относительные размеры панели $\frac{a}{\delta}$ или $\frac{b}{\delta}$ почти всегда больше, чем у стандартного образца[1].

Б. СДВИГ

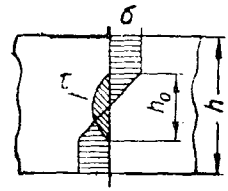
В теории пластического изгиба, основанной на идеализированной диаграмме σ по ε, принято считать, что после превышения нормальными напряжениями предела текучести силы сдвига могут восприниматься только упругой частью (ядром) h_0 сечения (фиг. V. 39). Отсюда неизбежно вытекает, что по мере увеличения деформации, т. е. при уменьшении высоты h_0, напряжения сдвига будут прогрессивно нарастать, и разрушение произойдет обязательно от сдвига еще до образования пластического шарнира на нейтральной оси сечения (при $h_0 \to 0$). Опыты этого не подтверждают не только потому, что идеализированная диаграмма отличается от действительной, но в основном потому, что

[1] Как правило, образец предохраняют от выпучивания при сжатии направляющими или тем, что испытывают одновременно пачку образцов.

пластически деформирующиеся волокна материала нельзя отождествлять с пучком параллельных, не связанных друг с другом стерженьков, не способных работать на сдвиг. В действительности даже при большой пластической деформации изгиба волокна материала представляют собой жесткую кристаллическую решетку, хорошо сопротивляющуюся напряжениям сдвига.

Если, как и ранее, исходить из предположения, что кривая σ по ε для чистого растяжения и сжатия совпадает с кривой σ по высоте растянутой и сжатой зоны сечения при изгибе и построить производную $\frac{d\sigma_{\min}}{d\sigma_{\max}}=R$ по этим высотам, то полученные кривые будут характеризовать пластичность при сдвиге (фиг. V. 40). Напряжения сдвига при изгибе в пластической области можно выразить формулой[1]

$$\tau=\frac{QS}{J\delta}\left[\frac{1+R\left(\frac{y_{\max}}{y_{\text{ц.т.}}}-1\right)}{1+R(k-1)}\right]=B\frac{QS}{J\delta}, \qquad (33)$$



Фиг. V. 39.

где $y_{\max}$ и $y_{\text{ц.т.}}$ — ординаты наиболее удаленного от нейтральной оси волокна и центра тяжести отсеченной площади, для которой ищется τ.

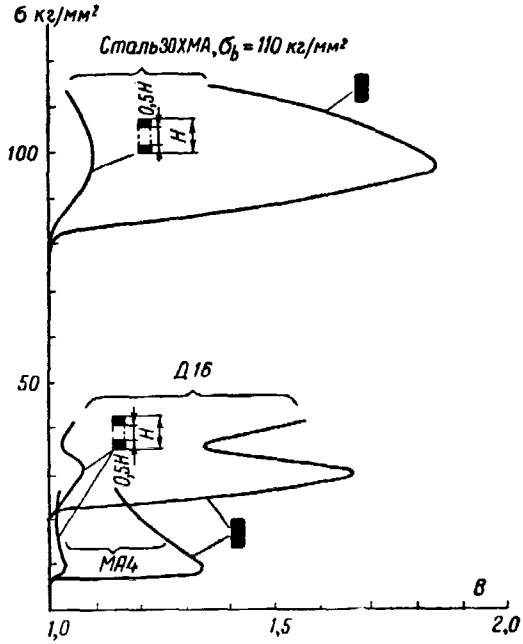
Эта формула отличается от обычной добавлением коэффициента B увеличения τ в области пластических деформаций. При увеличении R величина B увеличивается. Однако даже при наибольшем $R\approx10$ для хромомолибденовой стали, у которой $\sigma_b=110$ *кг/мм²*, в точке $\sigma_{\text{тек}}=95$ *кг/см²* (если в запас считать, что текучесть распространилась на все сечение) имеем для прямоугольника ($k=1{,}5$)

$$B=\frac{1+10\left(\frac{2}{1}-1\right)}{1+10(1{,}5-1)}=\frac{11}{6}\approx1{,}8,$$

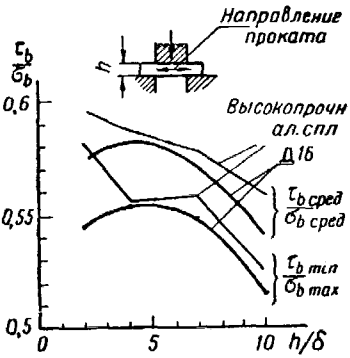
т. е. далеко не такое большое значение, которое получилось бы по идеализированной диаграмме σ по ε в соответствии с классической теорией пластичности. Для двутаврового сечения с тонкой стенкой отношение $\frac{y_{\max}}{y_{\text{ц.т.}}}$ стремится к величине геометрического коэффициента пластичности $k=\frac{2S}{W}$, т. е. коэффициент B приближается к 1. Некоторая неравномерность распределения касательных напряжений по высоте стенки и пики напряжений, достигающие предела текучести, еще не приводят к общей текучести и последующему разрушению сечения от сдвига, по крайней мере у ходовых авиационных материалов.

Опыты показывают, что разрушающее напряжение сдвига для стенок из алюминиевых сплавов Д16 и высокопрочных алюминиевых сплавов с увеличением относительной высоты стенки $\frac{h}{\delta}$ несколько понижается (фиг. V. 41). Для стенок с очень большим $\frac{h}{\delta}$ (порядка 1000) следует ожидать соотношения

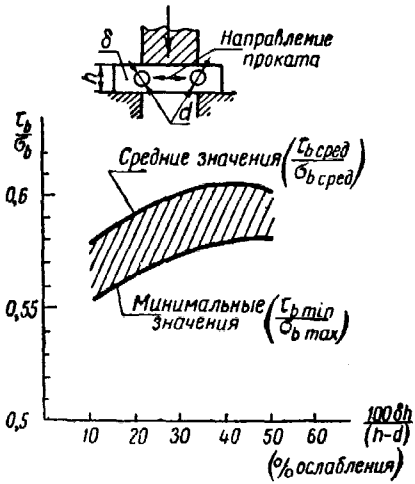
[1] JAS, май 1943 г.



Фиг. V. 40. Коэффициенты увеличения τ при сдвиге.



Фиг. V. 41. Разрушающее напряжение сдвига для стенок из Д16 и высокопрочных алюминиевых сплавов.



Фиг. V. 42. Разрушающее напряжение сдвига для стенок из Д16 и высокопрочных алюминиевых сплавов при наличии отверстий.

$\tau_b = \frac{\sigma_b}{2}$, известного из теории диагонально растянутого поля[1]. Учитывая некоторую неравномерность распределения τ по высоте сечения при наличии в стенке нормальных напряжений, расчет лучше вести независимо от $\frac{h}{\delta}$ на это соотношение. Наличие отверстий по линии среза требует введения коэффициента концентрации, подобно тому, как он вводится в растянутой зоне. Опыты показывают также (фиг. V. 42), что при ходовых процентах ослабления этот коэффициент близок к 1,1. Следовательно, при $\tau_b = 0{,}55\sigma_b$ расчет на сдвиг можно производить по формуле

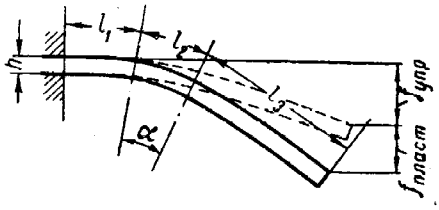
$$\tau = \frac{kQ}{F_{\text{нетто}}} \leqslant 0{,}55\,\sigma_b, \tag{34}$$

где Q — секущая сила, приходящаяся на стенку;
$F_{\text{нетто}} = \delta h - \sum F_{\text{осл}}$ — площадь сечения стенки нетто за вычетом площади $F_{\text{осл}}$ всех отверстий по линии действия Q.

Если $k = 1{,}1$, то $\tau_b = 0{,}5\sigma_b$. Практика показывает, что это значение τ_b достаточно надежно, по крайней мере для листовых авиационных материалов[2].

В. ДЕФОРМАЦИИ

Статические испытания показывают, что пластическая деформация, даже при теоретически равнопрочной конструкции, почти всегда ограничена небольшим участком. Поэтому подсчет прогибов, углов кручения и других перемещений в пластической области имеет скорее академический, чем практический интерес. На практике нельзя получить пластической деформации материала на участке более или менее значительной длины, т. е. длина l_2, где происходит пластическое течение материала конструкции (фиг. V. 43), почти никогда не превышает высоты h балки. Зная длину l_2, нетрудно вычислить прогиб балки (крыла) при условии, если известна наибольшая деформация ε_{max} в крайнем волокне:



Фиг. V. 43.

$$f_{\text{сумм}} = f_{\text{упр}} + f_{\text{пласт}} = kf_{\text{упр}}. \tag{35}$$

Допустим, что длина пластического участка $l_2 = 0{,}8h = 0{,}8 \cdot 250 = 200$ *мм*, причем общая длина консоли $l = 4000$ *мм*, а расстояние $l_1 = 1000$ *мм*. Надо определить прогиб на конце, например, при 2,5% суммарной деформации на участке l_2. По формуле (21б) для прогиба при пределе текучести имеем

$$f = \frac{l}{200}\left(\frac{l}{h} + 1\right) = \frac{4000}{200}\left(\frac{4000}{250} + 1\right) = 20\,(16 + 1) = 340 \text{ мм}.$$

Предположив в запас, что отношение $\frac{\sigma}{E_s} = 0{,}025$ равно отношению $\frac{\tau}{G_s}$, и зная,

[1] Для панели с жестким контуром.
[2] См. более подробно ниже формулы (52) и (54).

что суммарное удлинение ε при σ_{02} равно 0,8 %[1], получим прогиб от пластической деформации на участке l_2 по формуле (21)

$$f_{l_2}=\frac{l_2}{2}\left(\frac{\sigma}{E_s}\frac{l_2}{h}+\frac{\tau}{G_s}\right)=\frac{200}{2}(0,025-0,008)\left(\frac{200}{250}+1\right)=3\ \textit{мм}.$$

Если считать, что на участке l_2 упругая линия балки идет по дуге круга, то угол поворота сечения на конце участка l_2 относительно его начала равен

$$\frac{dy}{dz}=\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2f_{\text{пласт}}}{l_2}\right)=\frac{2\cdot 3}{200}=0,03,$$

что даст добавочный прогиб на конце балки

$$f_{\text{пласт}}=0,03l_3+3=0,03\,(4000-1000-200)+3=84+3=87\ \textit{мм},$$

и, следовательно, общий прогиб балки $f_{\text{сумм}}=340+87=427$ *мм*.

Таким образом коэффициент k [см. формулу (35)] равен

$$k=\frac{f_{\text{сумм}}}{f_{\text{упр}}}=\frac{427}{340}\approx 1,25.$$

Глава II

РАСЧЕТ ПОЛУМОНОКОКОВОГО КРЫЛА

Полумонокок отличается от монокока тем, что, кроме обшивки, он имеет каркас из подкрепляющих элементов, как продольных (стрингеры, лонжероны), так и поперечных (полки нервюр). Наличие мощных сосредоточенных элементов (полки, сильные стрингеры) в сочетании с относительно слабой обшивкой не позволяет добиться в полумонококе равнопрочности в сжатой зоне при изгибе. Поэтому в конструкции полумонокока сознательно допускается образование волн в обшивке при нагрузках, иногда значительно меньших расчетных. Типичным отношением напряжений $\frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{расч}}}$, т. е. критического к расчетному для обшивки современных полумонококовых крыльев, можно считать 0,5. Хотя иногда принимают и значительно меньшие цифры (около 0,3), но в настоящее время имеется явная тенденция увеличения отношения $\frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{расч}}}$ по крайней мере до 0,4.

Очевидно, при $\frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{расч}}}=1$ конструкция будет чисто монококовой, а при $\frac{\sigma_{\text{кр}}}{\sigma_{\text{расч}}}=0$ — *чисто кессонной, в которой работой обшивки на сжатие можно* пренебречь и учитывать обшивку только на растяжение и сдвиг[2] (как при изгибе, так и при кручении).

В отличие от монокока, у которого все элементы обшивки работают в сжатой зоне однородно пока $\sigma_{\text{расч}}<\sigma_{\text{кр}}$, у полумонокока имеется три группы силовых элементов, более или менее различных в отношении $\sigma_{\text{кр}}$:

1) лонжероны, у которых величина $\sigma_{\text{кр}}$ близка к σ_b;

2) стрингеры и полки нервюр, у которых $\sigma_{\text{кр}}$ близка к σ_{02};

3) обшивка и стенки (лонжеронов), у которых $\sigma_{\text{кр}}$ меньше σ_p.

Такая неоднородность конструкции в силовом отношении заставляет применять более дифференцированный способ редукционных коэффициентов φ,

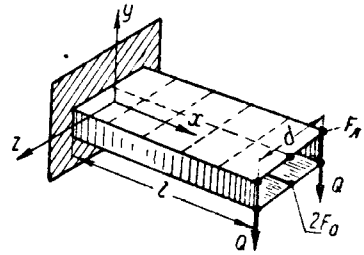
[1] Величина ε берется по диаграмме σ по ε.

[2] С образованием диагонального поля.

вкратце изложенный в § 13 гл. I ч. V. Правильный выбор величин φ как для отдельных элементов, так и для целых панелей является основой надежного расчета.

§ 1. Определение вторичных нормальных и касательных напряжений от изгиба

Как и при расчете монокока вблизи заделки следует учесть нелинейность распределения нормальных напряжений по ширине кессона между стенками. При этом, кроме формул (14), (15) и (16) § 8 гл. I, можно воспользоваться следующими упрощенными зависимостями[1], если предположить, что вся работающая на изгиб площадь на протяжении половины ширины кессона заменена одним стрингером той же площади $F_0 = \Sigma(F_{стр} + b_0\delta)$. Напряжение в стрингере и в полке в сечении, лежащем на расстоянии x от заделки[2] (фиг. V. 44), равно



Фиг. V. 44.

$$\left.\begin{aligned} \sigma_0 &= \frac{Q}{h(F_л+F_0)}\left(x - \frac{\operatorname{sh} kx}{k \operatorname{ch} kl}\right), \\ \sigma_л &= \frac{1}{F_л}\left(\frac{Qx}{h} - \sigma_0 F_0\right), \end{aligned}\right\} \quad (36)$$

где σ_0 и $\sigma_л$ — нормальные напряжения от изгиба в стрингере и лонжероне, у которых площади сечения F_0 и $F_л$; Q — сосредоточенная сила на конце кессона; параметр $k = \sqrt{\frac{G}{E}\frac{2\delta}{d}\left(\frac{1}{F_л}+\frac{1}{F_0}\right)}\left[\frac{1}{см}\right]$; h — высота кессона.

Из формулы (36) видно, что вследствие сдвига обшивки в плане напряжение в стрингере понижается, а в лонжероне, напротив, повышается и лишь при уменьшении величины

$$\frac{\operatorname{sh} kx}{k \operatorname{ch} kl} \text{ до } 0{,}01 \div 0{,}02 \text{ получаем } \sigma_0 \approx \sigma_л.$$

После потери устойчивости обшивкой от сдвига модуль сдвига надо брать редуцированный (секущий), т. е. принимать $G = G_{ред}$ по фиг. V. 68. Если величина $kl > 5$, то можно считать, что

$$\sigma_л = \frac{M}{2h(F_л+F_0)}\left(1 + \frac{F_0}{F_л kl}\right). \quad (36а)$$

В момент инерции сжатой стороны надо вводить все элементы, способные работать на сжатие, включая эффективную (работающую) ширину обшивки $b_0\delta$, присоединяемую к каждому продольному стыку (шву) стрингера или лонжерона. В растянутой зоне вводится некоторый редукционный коэффициент порядка 0,8—0,9 (см. ниже), учитывающий неровности и другие дефекты обшивки. При переходе напряжений изгиба за предел текучести нужно пользоваться приведенным моментом инерции по формуле (28).

---

[1] См. SAE Journal, август 1938 г.; NACA, Rep. № 607, 1938; D. Peery, «Aircraft Structures» New-York, 1950.

[2] Начало координат (в отличие от фиг. V. 13 и 14) взято в заделке.

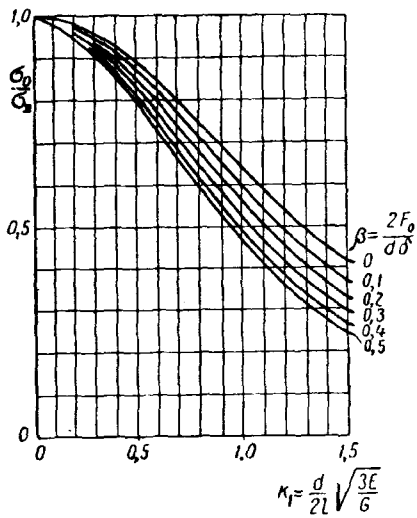
Напряжения сдвига в обшивке по длине кессона изменяются по закону

$$\tau=\frac{Q}{h\delta\left(1+\frac{F_л}{F_0}\right)}\left(1-\frac{\operatorname{ch} kx}{\operatorname{ch} kl}\right). \tag{37}$$

Вдали от заделки

$$\tau\approx\frac{Q}{h\delta}\left(\frac{F_0}{F_л+F_0}\right). \tag{37a}$$

Формулами (36) и (37) можно пользоваться и для случая равномерно распределенной по длине кессона нагрузки при коничности лонжеронов, когда высота h падает по линейному закону от h_{max} в заделке до нуля на конце кессона и при постоянной ширине d по всей длине кессона. В таком случае под величиной h следует понимать высоту лонжерона в рассматриваемом сечении на расстоянии x от заделки, а величину Q надо заменить на $\frac{ql}{2}$ (q — погонная нагрузка на каждый лонжерон). Подсчеты показывают, что практически нет смысла заниматься уточнениями для случаев переменных нормальных напряжений по длине кессона.



Фиг. V. 45. Зависимость отношения $\frac{\sigma_0}{\sigma_л}$ от β и k_1.

В рассмотренных случаях отношение напряжения в стрингере к напряжению в лонжероне (т. е. коэффициент неравномерности[1]) могут быть выражены в следующей форме[2]:

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_л}=\frac{1}{\operatorname{ch} k_1+\beta\, k_1 \operatorname{sh} k_1}, \tag{38}$$

где

$$k_1=\frac{d}{2l}\sqrt{\frac{3E}{G}} \quad \text{и} \quad \beta=\frac{F_0}{d\delta}.$$

На фиг. V. 45 показана зависимость $\frac{\sigma_0}{\sigma_л}$ от β и k_1. Соответственно работающая ширина d_0 обшивки в предельном случае, когда $F_0=0$, равна

$$d_0=\frac{\int_{-0,5d}^{+0,5d}\sigma dz}{\sigma_л}=l\sqrt{\frac{G}{3E}}\ \operatorname{th}\left(\sqrt{\frac{3E}{G}}\,\frac{d}{2l}\right).$$

Из этой формулы следует, что наибольшее значение работающей ширины

$$(d_0)_{max}=2l\sqrt{\frac{G}{3E}}.$$

[1] См. также формулу (15).
[2] JAS, июнь 1938 г.

Итак, при дальнейшем увеличении ширины d кессона величина $d_{0\,max}$ остается постоянной и при максимальном значении $G=0,4E$ равной:

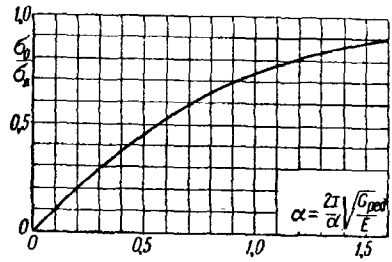
$$(d_0)_{max}=0,73l.$$

Если же, как обычно, $G_{ред}=0,2E$, то

$$(d_0)_{max}\approx 0,5l.$$

В случае выреза по всей ширине d кессона нормальные напряжения в середине свободной кромки $\left(z=\frac{d}{2}\right)$ обшивки равны, очевидно, нулю, т. е. коэффициент неравномерности по началу выреза $\frac{\sigma_0}{\sigma_л}=0$. Однако по мере удаления от выреза величина σ_0 начинает быстро расти, так что отношение[1]

$$\frac{\sigma_0}{\sigma_л}=\frac{4}{\pi}\operatorname{arc\,tg} e^{\frac{k\alpha}{2}}-1,$$



Фиг. V. 46. Кривая увеличения отношения $\frac{\sigma_0}{\sigma}$ по мере удаления от выреза.

где параметр $\alpha=\frac{2x}{d}\sqrt{\frac{G_{ред}}{E}}$ (редуцированный модуль сдвига $G_{ред}$ можно брать по фиг. V. 68); $e=2,718$ — основание натуральных логарифмов. На фиг. V. 46 дана кривая увеличения коэффициента $\frac{\sigma_0}{\sigma_л}$ по мере удаления от выреза (начало координат). При $x=d$ и $G_{ред}=0,25E$, т. е. при $\alpha=1$, нормальное напряжение в стрингере, лежащем по середине ширины d кессона, достигает уже 74% напряжения в полке лонжерона[2]. Это подтверждает распространенное правило, что на расстоянии от выреза, равном ширине выреза, можно без большой погрешности считать коэффициент неравномерности $\frac{\sigma_0}{\sigma}\approx 1$.

Работающая ширина d_0 обшивки (фиг. V. 47) по мере удаления от выреза растет (при $\sigma=\text{const}$ в полках) по закону:

$$\frac{d_0}{d}=1-e^{-\pi\gamma},$$

где $\gamma=\sqrt{\frac{G_{ред}\,\delta}{E\delta_0}}$; $\delta_0=\delta+\frac{F_{стр}}{b}$,

причем $b=\frac{d}{n+1}$ — расстояние между стрингерами по ширине кессона;

n — число стрингеров;

$F_{стр}$ — площадь сечения каждого из стрингеров.

§ 2. Определение редукционных коэффициентов в растянутой зоне

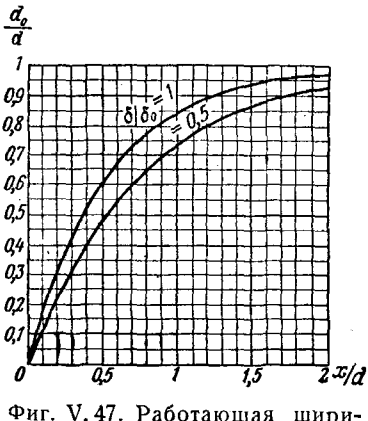
Если бы набор стрингеров с обшивкой растянутой зоны имел совершенно однородную структуру, то введением поправки $\frac{\sigma_0}{\sigma_л}$ вблизи заделки и около выреза редуцирование растянутой зоны было бы закончено. Сле-

[1] Rep. a. Mem. № 1756, 1937.

[2] Длина кессона l предполагается не меньше $(2\div 3)d$.

довательно, в этом случае редукционный коэффициент $\varphi=1$ для всех остальных сечений крыла, если не считать заведомо прочного участка у законцовки крыла, где имеется также понижение эффективности. Однако на практике $\varphi<1$ и для этих участков крыла по трем причинам: 1) различия в диаграммах растяжения за пределом упругости для профилей и листов; 2) различия в коэффициентах упругости листов и профилей вследствие несовершенства натяжения обшивки при клепке; 3) наличия заклепочных швов, расположенных по хорде крыла. Первая причина, например, для листов и профилей из Д16 дает отношение пределов текучести, равное 0,75÷0,8.

Вторая причина дает отношение коэффициентов, равное 0,8÷0,9, так что в результате редукционный коэффициент (произведение этих цифр) понижается до 0,6÷0,7. Точной зависимости в этом случае не установлено. Некоторые авторы предпочитают брать $\varphi=0{,}6\div0{,}7=\text{const}$ как по ширине сечения d, так и по размаху, причем в области заделки и вырезов φ умножается на коэффициент неравномерности $\frac{\sigma_0}{\sigma_л}$ идеально-ортотропного кессона. Другие считают, что коэффициент несовершенства, как и коэффициент неравномерности, должен понижаться от 1 в углах кессона до 0,5 в середине его ширины (что при параболической эпюре дает в среднем $\varphi=0{,}67$ для всей обшивки). Поскольку теоретические обоснования еще очень шатки, желательно подобные значения уточнять статическими испытаниями (по несущей способности).



Фиг. V.47. Работающая ширина обшивки кессона в зависимости от расстояния до выреза.

Третья причина — наличие швов по ширине кессона d — также понижает φ: во-первых, заклепочные швы заметно (иногда до половины) ослабляют сечение растянутой обшивки отверстиями. Во-вторых, при напряжениях, близких к пределу текучести (в сечениях по ослаблению), обычно не удается избежать сдвига листов относительно накладки, т. е. шов расходится еще до разрушения стыка. Например, для двухрядного шва при толщинах дуралюминовой обшивки и соединительной накладки по 2 *мм* и заклепках[1] ЗУ из Д18 диаметром 5 *мм* экспериментально было получено добавочное перемещение, равное 0,3 *мм* при 50% разрушающей нагрузки. Следовательно, если такие швы поставлены через каждые 1000 *мм*, то при $\sigma=\frac{1}{2}\sigma_в\approx2000$ *кг/см²* удлинение листа без швов равно

$$\varepsilon_0=\frac{\sigma}{E}l=\frac{2000}{0{,}72\cdot10^6}\,1000\approx2{,}8\ мм,$$

а при наличии швов

$$\varepsilon_ш=\varepsilon_0+0{,}3=2{,}8+0{,}3=3{,}1\ мм,$$

т. е. редукционный коэффициент шва

$$\varphi_ш=\frac{2{,}8}{3{,}1}\approx0{,}9.$$

Если принять, что из-за несовершенства клепки $\varphi_н=0{,}9$, а из-за различия диаграмм деформации обшивки и лонжерона $\varphi_д=0{,}8$, то общий редукционный коэффициент растянутой зоны обшивки будет

$$\varphi=\varphi_ш\cdot\varphi_н\cdot\varphi_д=0{,}9\cdot0{,}9\cdot0{,}8=0{,}65.$$

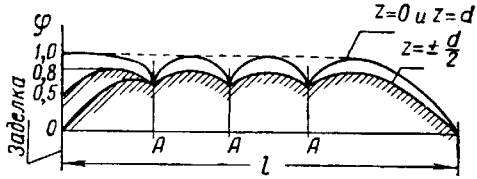
[1] С раззенковкой под плоскую головку 120°.

В сечениях по отверстиям под заклепки редукционный коэффициент уменьшается до величины коэффициента ослабления, и эпюра φ обшивки в продольных сечениях по размаху будет иметь вид, показанный на фиг. V. 48. Строго говоря, всякий перепад сечения обшивки, стрингера, лонжерона изменяет φ. Оценить это изменение можно по формулам (36) для $\sigma_л$ и σ_0.

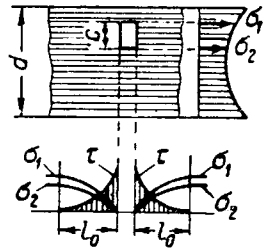
Аналогичным образом можно оценить влияние местных вырезов, т. е. установить закон изменения σ по длине выравнивания l_0 от нуля до некоторых постоянных значений σ_1 и σ_2, определяемых эпюрой σ в обшивке на расстоянии от выреза (фиг. V. 49).

Длина l_0 имеет порядок

$$l_0 = kc\sqrt{\frac{Ec}{G_0\delta}}. \qquad (39)$$



Фиг. V. 48. Эпюра φ обшивки по размаху крыла. A — линии стыков.



Фиг. V. 49.

Коэффициент k — функция расположения и соотношения размеров выреза по отношению к площади обшивки[1], равной $d\delta$; c — ширина выреза; δ — толщина обшивки.

$$\text{Для } \frac{E}{G_0} = 4 \text{ и } k = \frac{1}{40} \text{ имеем } l_0 = \frac{c}{20}\sqrt{\frac{c}{\delta}}. \qquad (39а)$$

Следовательно, при $\frac{c}{\delta} = 100$ длина $l_0 = c$, т. е. ширине выреза. Эта формула дает только порядок величины l_0, так как не учитывает неравенства $\sigma_1 \neq \sigma_2$, положения отверстия по хорде, соотношения жесткостей поясов и обшивки, влияния поперечных напряжений и т. д. Полагая[2] $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ и пренебрегая взаимодействием размеров, получим, что l_0 — длина, на протяжении которой практически вся сила, воспринимавшаяся вырезанным куском обшивки, $S = \sigma\delta c$, перейдет на соседние работающие участки обшивки. Сила сдвига при этом $Q = \delta\int_0^{l_0} \tau dx = \delta l_0 k \tau_{max}$, где τ_{max} — максимальное напряжение сдвига по концам выреза, а k — коэффициент заполнения эпюры τ, т. е. $k = \frac{\tau_{ср}}{\tau_{max}} = \frac{Q}{\delta l_0 \tau_{max}}$. Так как плоскостей среза две, то, приравнивая $S = 2Q$, получаем[3]:

$$\sigma\delta c = 2k\tau_{max}\delta l_0,$$

откуда

$$l_0 = \frac{\sigma}{2k\tau_{max}} c. \qquad (39б)$$

[1] Эксцентричное расположение отверстия вызывает дополнительные напряжения изгиба.

[2] При наличии эпюры σ по хорде это упрощение излишне.

[3] См. также стр. 503 и фиг. V. 46.

Поскольку τ затухает быстрее, чем по закону прямой, то $k < \frac{1}{2}$. Если принять закон параболического треугольника, то для квадратной параболы $k = \frac{1}{3}$. В пределах упругости лучше взять $k = \frac{1}{3}$, хотя к моменту разрушения k будет возрастать, причем отношение $\frac{\sigma}{\tau_{max}}$ не будет больше 2. Таким образом максимально возможная величина

$$(l_0)_{max} = 3c. \tag{39в}$$

Обычно вследствие наличия заклепочных швов $\sigma_{max} \not> \tau_{max}$. С другой стороны, коэффициент заполнения за пределом текучести увеличивается и может достичь величины $\frac{2}{3}$. Тогда практически рекомендуемая величина l_0 в зоне текучести

$$l_0 = 0{,}75c. \tag{39г}$$

Такой большой разбег значений l_0 вполне реален для двух напряженных состояний (до предела текучести и за ним). Подобными подсчетами следует всегда проверять теоретические формулы, чтобы не получить неправдоподобных результатов. [См. также формулу (37)].

Итак, на основе изложенного можно сделать следующие практические выводы в отношении назначения редукционного коэффициента φ обшивки и стрингеров в растянутой зоне:

1) По размаху крыла φ будет наибольшим в сечениях, удаленных на расстояние, превышающее l_0, от вырезов, заклепочных швов, стыковых узлов и законцовки крыла, т. е. при прочих равных условиях — в сечениях, близких к средней части полуразмаха крыла.

2) По хорде крыла φ будет наибольшим вблизи продольных элементов, соединенных продольной стенкой.

3) По мере возрастания нагрузки и приближения ее к разрушающей для обшивки φ имеет тенденцию к понижению и к моменту разрушения в сечении, где произошло разрушение, редукционный коэффициент становится равным частному от деления коэффициента ослабления по отверстиям (или вырезам) на коэффициент концентрации при разрушении.

4) При различных секущих модулях обшивки и стрингера или лонжерона формула для редукционного коэффициента в растянутой зоне имеет вид

$$\varphi = \frac{E_s}{E_{s_1}} \varphi_н \varphi_ш \varphi_e, \tag{40}$$

где E_s — секущий модуль элемента, приводимого к элементу с секущим модулем E_{s_1}; $\varphi_н$ — коэффициент несовершенства натяжения обшивки; $\varphi_ш$ — коэффициент уменьшения жесткости поперечным заклепочным (или болтовым) швом и φ_e — коэффициент, учитывающий искажение сечения вблизи вырезов или вблизи кромки обшивки. Произведение $\varphi_н \varphi_ш \varphi_e$ корректирует дробь $\frac{E_s}{E_{s_1}}$, полученную из испытания образцов панели на растяжение, так что

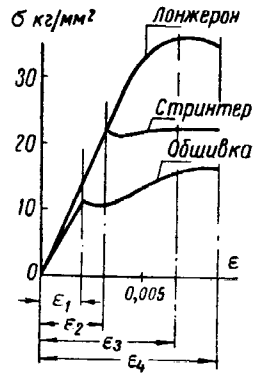
$$\varphi = \left(\frac{E_s}{E_{s_1}}\right)_{натуры} = \frac{E_s}{E_{s_1}} \varphi_н \varphi_ш \varphi_e.$$

§ 3. Определение редукционных коэффициентов в сжатой зоне

Если бы обшивка и частично стрингеры не теряли устойчивости вплоть до расчетных нагрузок, то сжатая сторона крыла работала бы так же, как растянутая. Разница может быть лишь из-за стыковых швов, если они приторцованы друг к другу, т. е. работают как сплошной лист и не требуют введения поправки $\varphi_ш$ на деформацию шва. Но, поскольку характерным признаком полумонокока является преждевременная потеря устойчивости обшивкой и некоторыми из стрингеров, значения φ в сжатой зоне будут тем сильнее отличаться от φ в растянутой зоне, чем меньше процент нагрузки, вызывающей эту потерю устойчивости, по отношению к расчетной.

В то время как в растянутой зоне φ с увеличением нагрузки, как правило, несколько понижается[1], в сжатой зоне φ может резко падать или, наоборот, повышаться.

Типичная для полумонокока диаграмма σ по ε для различных элементов в одном из сечений сжатой зоны крыла показана на фиг. V. 50.



Фиг. V. 50. Диаграмма σ по ε для полумонококового крыла.

В то время как сжатая обшивка после потери устойчивости и перехода на нелинейные деформации при $\varepsilon > \varepsilon_1$ еще в состоянии держать $\sigma > \sigma_{кр}$, стрингер при $\varepsilon > \varepsilon_2$ может держать лишь $\sigma \approx \sigma_{кр}$, а у лонжерона при $\varepsilon_4 = \varepsilon > \varepsilon_3$ только $\sigma < \sigma_{кр}$. Если при деформациях, меньших ε_1 (при которых $\sigma_{обш} < \sigma_{кр}$), можно считать, что при одинаковом E у всех этих элементов коэффициенты φ равны[2], то при увеличении ε расхождение между ними увеличивается и в дальнейшем редукционные коэффициенты равны отношению секущих модулей, как и для монокока [см. выражение (27)], т. е.

$$\varphi = \frac{E_{s_1}}{E_{s_3}}.$$

При наличии пучка кривых σ по ε, подобно изображенному на фиг. V. 50, расчет сечения полумонокока в принципе не отличается от расчета сечения монокока.

Однако здесь проще расчет вести не по напряжениям, т. е. не по формуле (29)

$$\sigma = \varphi \frac{My}{J_{ред}} = \varphi \omega y$$

(ввиду того, что редуцированный момент инерции $J_{ред} = \Sigma \varphi \Delta F y^2$ относительно н. о. сечения надо находить путем последовательных приближений), а по удлинениям, беря их для наиболее характерных точек диаграммы σ по ε. За первую такую точку на диаграмме обычно берут σ_p в зоне растяжения и соответствующее ей удлинение, за вторую — $\sigma_{кр}$ набора сжатых стрингеров (т. е. ужестченной панели) и за третью — $\sigma_{кр}$ наиболее мощного элемента, например, полки лонжерона. По этим трем точкам, в зависимости от удлинения ε_1 в наиболее удаленном от нейтральной оси элементе, можно построить кривую предельных моментов M_0 (фиг. V. 51).

Линия, касательная к кривой и параллельная оси абсцисс, определяет величину разрушающего момента сечения. При этом иногда приходится делать

---

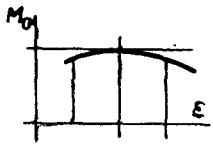
[1] Если считать, что положение нейтральной оси сечения не меняется с увеличением нагрузки.

[2] При разных E коэффициенты φ будут пропорциональны модулям упругости этих элементов.

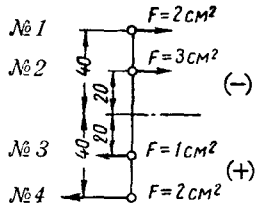
пересчеты на исправленное положение н. о., которым приходится сначала задаваться на-глаз, сопоставляя соотношения φ в сжатой и растянутой зонах; при некотором навыке исправления будут минимальными. Действительно, например, если при высоте сечения, равной H, нейтральную ось взять по середине H вместо истинных 40 и 60% H, то при одинаковых площадях сжатой и растянутой зон ошибка в величине J будет равна

$$\Delta=\left(\frac{0{,}4^2+0{,}6^2}{0{,}5^2+0{,}5^2}-1\right)100=\left(\frac{0{,}52}{0{,}50}-1\right)100=4\%.$$

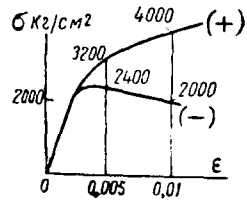
Независимо от этого теория требует совпадения нейтральной оси с главной осью инерции сечения. Это можно проверить, подсчитав центробежный



Фиг. V. 51. Кривая предельных моментов M_0.



Фиг. V. 52.

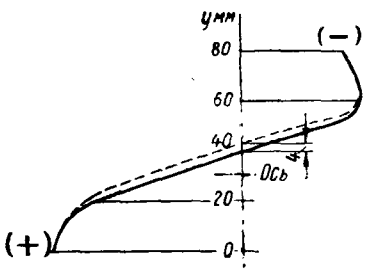


Фиг. V. 53. Кривая σ по ε для растянутой и сжатой зон.

момент инерции $J_{xy}=\Sigma xy\varphi\Delta F$ редуцированного сечения относительно н. о. и нормали к ней, проходящей через ц. т. редуцированного сечения, и найдя угол α (возможно не равный нулю) из известного уравнения[1]

$$\operatorname{tg} 2\alpha=\frac{2J_{xy}}{J_y-J_x}.$$

Как правило, при известном навыке назначения нейтральной оси угол α получается таким малым, что его можно принять равным нулю. При $\alpha\neq 0$ ординаты y, а следовательно, и напряжения в соответствующих точках с абсциссами x относительно ц. т. сечения изменятся в отношении $\frac{y\pm x\sin\alpha}{y}$. Особенно чувствительны к этому крайние точки с наибольшим значением x. При $x=10y$ и $\sin\alpha=0{,}05$ напряжение изменится в 1,5 раза, т. е. ошибка будет составлять 50%, если взять угол $\alpha=0$.



Фиг. V. 54.

Но иногда можно допустить даже и такую неточность, поскольку она относится обычно к наименее нагруженным, т. е. нерасчетным элементам сечения.

Приводим численный пример расчета сечения (фиг. V. 52), растянутая и сжатая зоны которого работают каждая по своей кривой (фиг. V. 53). Предположим, что деформация сжатия в крайнем элементе $\varepsilon_{max}=0{,}01$ и что н. о. редуцированного сечения находится на половине высоты. Для удобства дальнейших подсчетов следует перестроить кривую удлинений в кривую напряжений (фиг. V. 54), приняв удлинение наиболее удаленного волокна (элемента) соответствующей зоны пропорциональным высоте этой зоны, т. е. $y_{max}=k\varepsilon_{max}$, где k — коэффициент масштаба. В данном случае для обеих

[1] Ось y совпадает с н. о. сечения.

зон коэффициенты масштаба равны, потому что, судя по соотношению площадей элементов и кривой $\sigma_{кр}$, н. о. сечения будет расположена близко к половине высоты. При $H=80$ *мм* и $\varepsilon_{max}=0{,}01$ коэффициент масштаба равен

$$k=\frac{y_{max}}{\varepsilon_{max}}=\frac{40}{0{,}01}=4000.$$

Совместив начало координат с половиной высоты сечения и отсчитав σ по кривой для средних элементов, получаем табл. V. 1 (напряжения в элементе № 4, для которого $\varphi=1$, приняты за 100%).

Изгибающий момент, который может выдержать сечение при $\varepsilon_{max}=0{,}01$, определяют из формулы

$$\sigma=\varphi\frac{My}{J_{ред}}=\varphi\omega y$$

или (относительно любой точки[1]):

$$M=J_{ред}\left(\frac{\sigma}{\varphi y}\right)=68{,}8\cdot1000=68\,800\ кгсм.$$

В целях общности примера в последних трех графах таблицы дано решение обратной задачи определения σ по заданному внешнему моменту $M=62\,000$ *кгсм*. Следовательно, в графах таблицы значения σ по диаграмме и $\sigma=\varphi\omega y$ отличаются друг от друга в отношении $\frac{62\,000}{68\,800}=0{,}9$.

В графе для z по полученным напряжениям подсчитаны силы, действующие в элементах, и в графе для M моменты этих сил относительно н. о. Полученная сумма $61\,920\approx62\,000$ *кгсм*, т. е. приблизительно равна внешнему моменту.

В этом примере начальное положение н. о. совпало с расчетным, в чем убеждает равенство нулю суммы z-овых сил. Однако такое совпадение может быть не всегда. Поэтому в предположении, что площадь верхнего сжатого элемента балки увеличена вдвое, и сделан второй подсчет. Подобное увеличение может потребоваться по различным причинам, например, потому что полученное напряжение 1800 *кг/см*² необходимо понизить из-за какого-либо местного ослабления. Предварительно прикинем, сколько дает это увеличение, предполагая, что н. о. остается на прежнем месте и коэффициенты φ остаются теми же:

$$\Delta J_{ред}=\varphi Fy^2=0{,}5\cdot2\cdot4^2=16\ см^4.$$

Напряжения уменьшатся в $\frac{68{,}8+16}{68{,}8}=1{,}27$ раза[2].

Итак, предположим, что критическое напряжение $\sigma_{кр}$ в первом элементе потребовалось уменьшить до $\frac{1800}{1{,}27}=1400$ *кг/см*².

---

[1] Поскольку $\frac{\sigma}{\varphi y}=const$ для всего сечения.

[2] Строго говоря, увеличение площади перемещает н. о. в сторону этого увеличения, т. е. уменьшает ординату и, соответственно, напряжение, которое падает быстрее уменьшения отношения $\frac{J_{стар}}{J_{нов}}$.

Таблица V. 1

Зона	№ элемента	F $см^2$	y $см$	ε	σ, $кг/см^2$ (по фиг. V. 53)	$E_s=\frac{\sigma}{\varepsilon}$	$\varphi=\frac{E_s}{E_{s_1}}=\frac{E_s}{0,4\cdot 10^6}$	$F_{ред}=\varphi F$ $см^2$	y^2 $см^2$	$y^2\cdot F_{ред}$ $см^4$	$\sigma=\varphi\,\omega\,y$ $кг/см^2$	$Z=\sigma F$ $кг$	$M=Zy$ $кгсм$
Сжатия	1	2,0	4,0	0,01	−2000	$0,2\cdot 10^6$	0,5	1,0	16	16	−1800	−3600	14400
	2	3,0	2,0	0,005	−2400	$0,48\cdot 10^6$	1,2	3,6	4	14,4	−2160	−6480	12960
Растяжения	3	1,0	2,0	0,005	+3200	$0,64\cdot 10^6$	1,6	1,6	4	6,4	+2880	+2880	5760
	4	2,0	4,0	0,01	+4000	$0,4\cdot 10^6$	1,0	2,0	16	32	+3600	+7200	28800
								$F_{ред.\ сеч}=8,2$ $см^2$		$J_{ред}=68,8$		$\Sigma z=0$	61920

Таблица V. 2

Зона	№ элемента	F $см^2$	y $см$	ε	σ $кг/см^2$	$\frac{E_s}{10^6}$	φ	$F_{ред}$ $см^2$	y^2 $см^2$	$y^2F_{ред}$ $см^4$	$\sigma=\varphi\,y\omega$ $кг/см^2$	Z $кг$	$M=Zy$ $кгсм$
Сжатия	1	4,0	3,6	0,01	−2000	0,2	0,5	2,0	12,95	25,9	−1345	−5380	19300
	2	3,0	1,6	0,0045	~ −2400	0,48[1])	1,2	3,6	2,56	9,2	−1433	−4300	6900
Растяжения	3	1,0	2,4	0,0055	~ +3200	0,64[2])	1,6	1,6	5,76	9,2	+2870	+2870	6900
	4	2,0	4,4	0,01	+4000	0,4	1,0	2,0	19,4	38,8	+3280	+6560	28900
										~ $J_{ред}=83,1$			62000

[1]) Пренебрегаем изменением ε. В действительности $\frac{E_s}{10^6}=\frac{2400}{0,0045\cdot 10^6}=0,53$.

[2]) Также пренебрегаем изменением ε, так как более точное значение $\sigma=3300$ $кг/см^2$ и $\frac{E_s}{10^6}=\frac{3300}{0,0055}=0,6$.

Для простоты предположим также, что $\sigma_{кр}$ элемента № 1 осталось прежним, т. е. увеличение площади достигнуто установкой второго элемента параллельно первому.

Перемещение н. о. от середины сечения легко подсчитать из уравнения статических моментов относительно нового положения (y_1):

$$\Delta F_{ред}\left(\frac{H}{2}-y_1\right)=F_{ред}\,y_1,$$

т. е.

$$y_1=\frac{H}{2}\,\frac{\Delta F_{ред}}{\Delta F_{ред}+F_{ред}}=\frac{H}{2}\,\frac{1{,}0}{1{,}0+8{,}2}\approx 0{,}05\,H=0{,}4\ см.$$

Так как это смещение меняет принятую кривую $\sigma_{кр}$ менее чем на 5%, в чем можно убедиться по фиг. V. 54, то можно воспользоваться ранее полученными значениями φ. Пересчет следует вести не только в соответствии со смещенным положением кривой $\sigma_{кр}$ (чтобы $\sigma_{кр}=0$ совпадало с новым положением н. о.), но и вообще по новой кривой $\sigma_{кр}$, соответствующей новому удлинению, поскольку значение $\frac{M}{J_{ред}}$ изменилось. Это особенно важно для сжатой зоны, в которой небольшие изменения ε могут вызвать значительное уменьшение $\sigma_{кр}$.

Расчетная таблица примет тогда вид табл. V. 2 (коэффициент масштаба сжатой зоны $k_{сж}=\frac{36}{0{,}01}=3600$, растянутой $k_{раст}=\frac{44}{0{,}01}=4400$).

По таблице V. 2 при $J_{ред}=83{,}1\ см^4$ находим объемное напряжение

$$\omega=\frac{M}{J_{ред}}=\frac{62\,000}{83{,}1}=746\ кг/см^3.$$

По этому значению ω определены значения σ, z и M. Некоторое неравенство Σz нулю объясняется принятыми допущениями и округлениями.

Ввиду отсутствия в настоящее время обобщающей и надежной теории определения $\sigma_{кр}$ панелей полумонокока рекомендуется брать $\sigma_{кр}$ по испытаниям подобных панелей, т. е. проверять расчеты статическими испытаниями.

Ниже приводятся указания, которые можно использовать в расчете при установлении величин $\sigma_{кр}$, а следовательно, и редукционных коэффициентов в сжатой зоне.

Существует три типа потери устойчивости конструкции полумонокока:

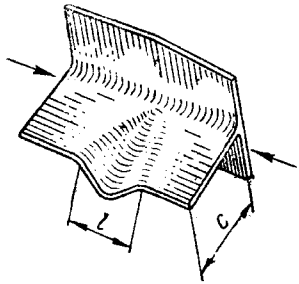
1) местная потеря устойчивости;
2) выпучивание от продольного изгиба;
3) общая потеря устойчивости.

Местная потеря устойчивости происходит, как правило, на длине между заклепками или при их отсутствии (например, на свободном крае профиля) на длине порядка свободной ширины профиля, т. е. при $l=c$ (фиг. V. 55). Этот вид потери устойчивости возможен в случае, когда критическое напряжение отдельных элементов профиля меньше, чем критическое напряжение профиля в целом (взятого, как стойка при продольном изгибе, по кривой $\frac{l}{i}$).

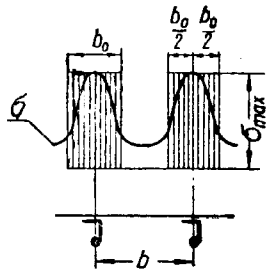
Так как большинство элементов крыла (и других частей самолета) имеет небольшие величины $\frac{l}{i}$, т. е. работают как короткие стойки, то определение $\sigma_{кр}$ отдельных элементов профиля, а следовательно, и назначение редукционных коэффициентов φ является основой расчета и требует уточнений.

В отличие от монокока, где разрушение основных работающих элементов с $\sigma_{кр}$ одного порядка происходит практически сразу, без последовательного выключения элементов, в полумонококе в процессе нагружения происходит последовательная потеря устойчивости сжатых элементов, что приводит в конце концов к уменьшению числа связей до необходимого[1] минус единица, т. е. к механизму и разрушению.

В сжатой зоне полумонокока обычно в первую очередь теряет устойчивость обшивка между стрингерами, и напряжения в ней после этого локализуются в основном у стрингеров (фиг. V. 56).



Фиг. V. 55.



Фиг. V. 56.

Для расчета удобно заменять фактическую эпюру σ фиктивной с той же площадью, но с постоянным напряжением, равным максимальному у кромки панели, т. е. положить на длине каждого пролета $\sigma_{max} b_0 = \int_0^b \sigma dx$. Тогда работающая (эффективная) ширина обшивки равна

$$b_0 = \frac{\int_0^b \sigma dx}{\sigma_{max}}. \tag{41}$$

Величина b_0 находится из условия равенства деформаций кромки обшивки $\varepsilon_{обш} = \frac{\sigma_{обш}}{E_{s\,обш}}$ и склепанного с ней стрингера $\varepsilon_{стр} = \frac{\sigma_{стр}}{E_{s\,стр}}$ с поправкой $\frac{E_{s\,обш}}{E_{s\,стр}}$ в общем случае неравенства кривых σ по ε для обшивки и стрингера, т. е. при

$$\sigma_{обш} = \sigma_{кр} = \frac{kE_s}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}$$

имеем

$$b_0 = \delta\sqrt{k}\,\frac{E_{s\,обш}}{E_{s\,стр}}\sqrt{\frac{E_{s\,стр}}{\sigma_{стр}}}. \tag{42}$$

Коэффициент $k = \frac{k_э \pi^2}{12(1-\mu^2)}$, причем для случая всех опертых кромок $k_э = 4$, т. е. при $\mu = 0{,}3$ величина $k = 3{,}6$, а для случая всех заделанных кромок $k_э = 7$, т. е. $k = 6{,}3$.

[1] По условиям статики.

Степень заделки кромок на профиле зависит не только от соотношения толщин стрингера и обшивки, но и от жесткости профиля на кручение GJ_0[1]. Закрытым профилям при одинаковом значении $\frac{b}{\delta}$ соответствуют бо́льшие значения коэффициента k.

По фиг. V. 57, на которой приведена кривая коэффициентов k для закрытых и открытых профилей, видно, что при увеличении отношения $\frac{b}{\delta}$ значение типа профиля уменьшается, так как даже слабый профиль обеспечивает полную заделку кромок при $\frac{b}{\delta} > 200$.

Напротив, очень жесткую обшивку с небольшим значением $\frac{b}{\delta}$ трудно заделать, и при уменьшении $\frac{b}{\delta}$ до величины, равной относительной толщине стенок профиля (т. е. до 10—20), коэффициент k стремится к 3,6. Таким образом, если в запас надежности принять $k=3{,}6$, то формула (42) для приведенной толщины при условии $E_{s\,\text{общ}} = E_{s\,\text{стр}}$ упрощается и принимает вид

$$b_0 = 1{,}9\,\delta\sqrt{\frac{E_{s\,\text{стр}}}{\sigma_{\text{стр}}}}. \qquad (42а)$$

Для листов из Д16, для которых $\sigma_{02}=3000$ *кг/см*² при $E_s=E=0{,}72\cdot10^6$ *кг/см*² на границе текучести; если $\sigma_{\text{стр}}=\sigma_{02}=3000$ *кг/см*², то имеем

$$b_0 = 1{,}9\,\delta\sqrt{\frac{0{,}72\cdot10^6}{3000}} \approx 30\delta. \qquad (42б)$$

При неблагоприятном соотношении толщин обшивки и стрингера $\delta > \delta_{\text{стр}}$, особенно когда стрингер гнутый из листового материала (а не прессованный), значение $\sqrt{k}$ может оказаться меньшим, чем 1,9, например, 1,7. Более толстая обшивка, теряя устойчивость, как бы подсекает слабый профиль, вызывая его преждевременное разрушение. Поэтому следует избегать применения соотношения $\delta > \delta_{\text{стр}}$.

Приведенная ширина b_0 добавляется к каждому стыку (заклепочному, болтовому, сварному или клеевому) обшивки со стрингером, причем если расстояние c между этими стыками (фиг. V. 58) меньше, чем b_0, то, очевидно, надо для каждой пары стыков брать не $2b_0$, а b_0+c.

Замена всей обшивки ее приведенной шириной позволяет далее определять лишь $\sigma_{\text{стр}}$, т. е. наибольшее напряжение сжатия для стрингера.

Предварительно надо проверить, не выпучится ли обшивка, получившая напряжение от стрингера[2], между заклепками (если шов заклепочный).

---

[1] Поскольку кромки обшивки при потере устойчивости стремятся повернуться на опорах-стрингерах.

[2] При одинаковых $E_{s\,\text{общ}}$ и $E_{s\,\text{стр}}$. При различных секущих модулях

$$\sigma_{\text{общ}} = \sigma_{\text{стр}}\,\frac{E_{s\,\text{общ}}}{E_{s\,\text{стр}}}.$$

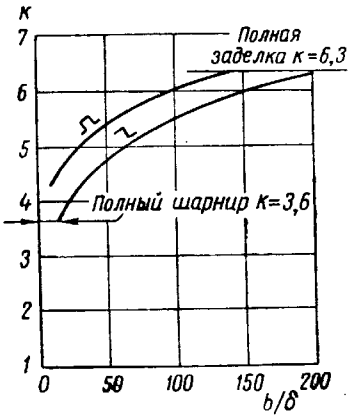
Опыты показывают, что даже при потайной головке за длину обшивки, вводимую в расчет, надо брать не шаг заклепок, а величину $l=t-d$ (фиг. V. 59); тогда при опертых кромках [1]

$$\sigma_{кр}=\frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i}\right)^2}=\frac{9{,}87\,E}{12\left(\frac{l}{\delta}\right)^2}=\frac{0{,}82\,E}{\left(\frac{l}{\delta}\right)^2}.$$

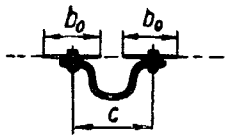
Например, если $t=30$ *мм*, $d=3$ *мм*, $\delta=1{,}5$ *мм*, то для Д16 при $E=0{,}72\cdot10^6$ *кг/см²*

$$\sigma_{кр}=\frac{0{,}82\cdot0{,}72\cdot10^6}{\left(\frac{30-3}{1{,}5}\right)^2}\approx1800\ кг/см^2.$$

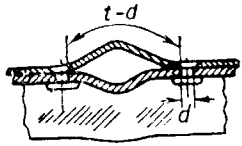
Следовательно, при $\sigma_{стр}=3000$ *кг/см²* площадь $b_0\delta$, присоединяемую к стрингеру, надо уменьшить в отношении $\frac{1800}{3000}=0{,}6$. Затем вся суммарная площадь (стрингера плюс $0{,}6\,b_0\delta$) умножается на редукционный коэффициент



Фиг. V. 57. Кривая коэффициента k для закрытых и открытых профилей.



Фиг. V. 58. Приведенная ширина обшивки.



Фиг. V. 59. Расчетная длина обшивки.

стрингера, т. е. приводится к $\sigma_{кр}$ стрингера[2]. Величина $\sigma_{кр}$ стрингера при наличии обшивки, строго говоря, будет отличаться от $\sigma_{кр}$ стрингера, взятого по кривой продольного изгиба как для изолированного стержня (см. ч. I. гл. VII), так как, во-первых, обшивка не дает стрингеру закручиваться при сжатии и, во-вторых, ориентирует плоскость выпучивания стрингера по нормали к своей плоскости. Первое особенно выгодно для открытых профилей с большим расстоянием между ц. т. и ц. ж. сечения, второе позволяет совместить плоскость наибольшей жесткости стрингера с плоскостью выпучивания. Обе эти причины увеличивают $\sigma_{кр}$ профиля, но первую пока не удалось

---

[1] Радиус инерции обшивки (прямоугольник) $i=\frac{\delta}{\sqrt{12}}=0{,}289\delta$.

[2] Если за 100% взято $\sigma_b=4000$ *кг/см²*, то редукционный коэффициент стрингера $\varphi=\frac{3000}{4000}=0{,}75$.

обосновать теоретически. Чтобы учесть влияние второй причины, надо, если $\sigma_{кр}$ определяется по кривой $\sigma_{кр}$ по $\frac{l}{i}$ изолированного профиля, под величиной i подразумевать радиус инерции профиля совместно с присоединенной обшивкой относительно оси, параллельной линии обшивки, или параллельной касательной к обшивке в точке ее соединения со стрингером, если обшивка криволинейная.

С другой стороны, кривая $\sigma_{кр}$ по $\frac{l}{i}$ изолированного профиля при испытании его на продольный изгиб естественно соответствует плоскости i_{min}. Кроме того, $\sigma_{кр}$ несколько понижается вследствие закручивания профиля, поскольку при заторцованных концах сжимающая сила проходит через ц. т. профиля, а наибольшее значение эйлерово критическое напряжение продольного изгиба получает при силе, проходящей через ц. ж. профиля[1].

Таким образом $\sigma_{кр}$ профиля, работающего совместно с обшивкой, будет, как правило, больше $\sigma_{кр}$ изолированного профиля, за исключением случая очень тяжелой обшивки, когда приведенная площадь[2] ее $b_0\delta > F_{стр}$. Особенно этого следует остерегаться в случае открытых гнутых (а не прессованных) профилей, которые легко подсекаются обшивкой, потерявшей устойчивость, приводя к преждевременному разрушению конструкции.

Известное влияние на величину $\sigma_{кр}$ профиля имеет также способ присоединения его к обшивке (фиг. V. 60,*а*). Даже если у сечения профиля i одинаково в обоих случаях, $\sigma_{кр}$ для профиля, приклепанного к обшивке стенкой (фиг. V. 60,*а*), будет выше, чем для профиля, приклепанного полкой (фиг. V. 60,*б*), так как расстояние между ц. т. и ц. ж. в первом случае меньше и распределение напряжений благоприятнее. Однако теоретическая зависимость в подобных случаях еще не получена.

При местной потере устойчивости от сжатия осевая линия профиля, как правило, сохраняет прямолинейность, в то время как его стенки гофрируются, теряя устойчивость. В этом случае $\sigma_{кр}$ может быть определено по правилу смешения:

$$\sigma_{кр}=\frac{\sum \sigma_i F_i}{\sum F_i}, \tag{43}$$

где σ_i и F_i — критические напряжения и площади элементов профиля, а $\sum F_i$ — общая площадь профиля. Если профиль работает совместно с обшивкой, то в подсчет надо также ввести площадь обшивки $F_{обш}=b_0\delta$ с ее критическим напряжением. Величины критических напряжений σ_i отдельных элементов, составляющих профиль, для дуралюмина Д16 можно брать по фиг. V. 61, а размеры b_i так, как показано на фиг. V. 62.

Для примера определим $\sigma_{кр}$ местной потери устойчивости профиля с обшивкой из Д16, показанного на фиг. V. 63. Допустим, что $\sigma_{кр}$ обшивки определено из расчета на потерю устойчивости между заклепками, как было показано выше, и равно 1800 *кг/см*².

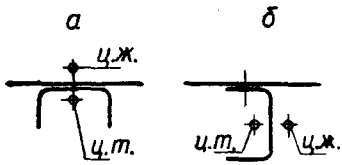
При $b_0=30\delta=30$ *мм* критическая сила, которую способна держать обшивка $P_1=1800\cdot 3\cdot 0,1=540$ *кг*. Элемент № 2, т. е. плоскую полку профиля площадью $F_2=1,1\cdot 0,15=0,165$ *см*², пренебрегая поддержкой заклепочного шва, считаем

---

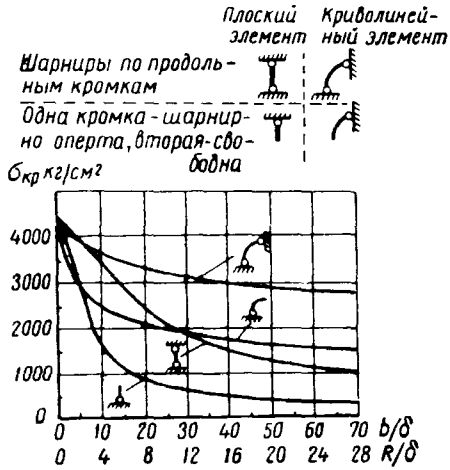
[1] См. В. З. Власов, Тонкостенные упругие стержни, Госстройиздат, 1940.

[2] По опытам наибольшее суммарное сопротивление панели сжатию при заданном типе профилей получается при отношении фактических площадей $\frac{F_{стр}}{b\delta}\approx 2$.

как пластинку, свободную с одной стороны и шарнирно опертую с другой, по нижней кривой фиг. V. 61 и при $\frac{b}{\delta}=\frac{11}{1,5}\approx 7,3$ находим $\sigma_{кр}=2200$ *кг/см²*, т. е. $P_2=2200\cdot 0,165=360$ *кг*. Элемент № 3, как имеющий $\frac{b}{\delta}>1$, можно считать на $\sigma_{кр}=4000$ *кг/см²*, т. е. при его площади $F_3\approx 0,1$ *см²* $P_3=4000\cdot 0,1=400$ *кг*. Элемент № 4 — пластинка с шарнирно опертыми кромками при $\frac{b}{\delta}=\frac{14}{1,5}\approx 9,3$ имеет $\sigma_{кр}=3500$ *кг/см²* и $P_4=3500\cdot 1,4\cdot 0,15=730$ *кг*. Элемент № 5—криволинейная пластинка, свободная с одной стороны, при $\frac{R}{\delta}=\frac{3}{1,5}=2$ имеет $\sigma_{кр}=3500$ *кг/см²*, т. е. $P_5=1,2\cdot 0,15\cdot 3500=630$ *кг*.



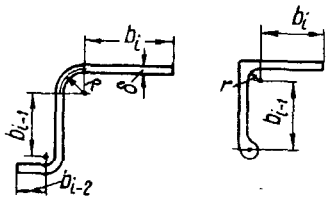
Фиг. V. 60. Влияние способа соединения обшивки и профиля.



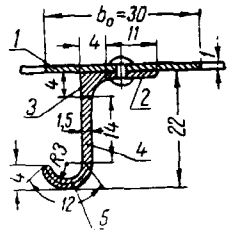
Фиг. V. 61. Критические напряжения элементов профиля из Д16.[1]

Критическое напряжение для профиля с обшивкой в целом равно

$$\sigma_{кр}=\frac{540+360+400+730+630}{0,3+0,165+0,1+0,21+0,18}=\frac{2660}{0,955}=2800\ кг/см^2.$$



Фиг. V. 62.



Фиг. V. 63.

Такой подсчет не претендует на особую точность, так как не учитывает соотношения длин полки и стенки и другие параметры, но достоинством подобных формул является их простота и наглядность. В сомнительных случаях следует проверять подсчеты испытаниями образцов, подобных рассчитываемой панели.

[1] JAS, Nov. 1942.

Для высокопрочных алюминиевых сплавов можно пользоваться кривыми, подобными фиг. V. 61, вводя переходный коэффициент, равный отношению пределов прочности Д16 и высокопрочного алюминиевого сплава на сжатие, т. е. $k=1,1 \div 1,2$ для $\frac{b}{\delta}=\frac{R}{\delta}=0$, и уменьшая его по закону прямой до 1 (эйлерова область) при $\frac{b}{\delta}=15\left(\text{или } \frac{R}{\delta}=6\right)$ для элементов со свободной кромкой и при $\frac{b}{\delta}=30\left(\text{и } \frac{R}{\delta}=12\right)$ для элементов с шарнирными кромками.

Аналогичным образом можно построить кривые $\sigma_{кр}$ для стали и других материалов.

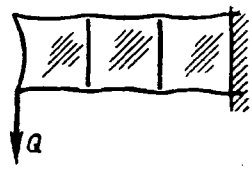
§ 4. Расчет стенок на сдвиг

Различают два типа стенок в полумонококовой конструкции:

а) стенки, потеря устойчивости от сдвига которых не приводит к разрушению конструкции;

в) стенки, потеря устойчивости которых вызывает разрушение.

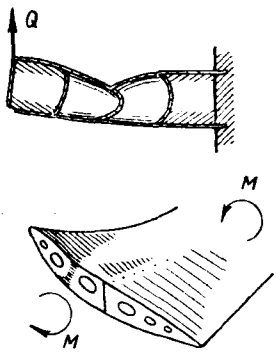
В первом случае потеря устойчивости приводит к образованию преимущественно одноосного диагонального поля растяжения и к появлению дополнительных нормальных напряжений изгиба и сжатия в элементах контура (фиг. V. 64).



Фиг. V. 64.

Во втором — к общей потере устойчивости конструкции, приводящей обычно к разрушению (фиг. V. 65).

Между этими крайними случаями имеется ряд промежуточных, определяемых так называемым несовершенным (неполным) полем, когда диагональное поле возникает лишь частично, а часть сдвигающих сил передается чистым срезом стенок.



Фиг. V. 65.

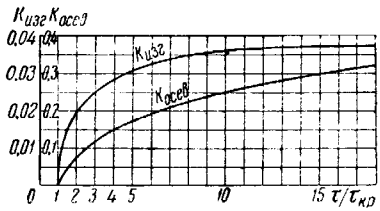
Для того чтобы появление диагонального поля в стенке не привело к общей потере устойчивости, необходим замкнутый контур, т. е. каркас из жестких элементов, способный воспринять добавочные нормальные напряжения от натяжения обшивки после потери ею устойчивости. При этом крайние элементы (т. е. стрингеры или пояса лонжеронов и стойки), окаймляющие лист обшивки, начинают работать на изгиб и сжатие как многоопорные или двухопорные балки (фиг. V. 64). Промежуточные элементы (стойки), расположенные внутри панели, практически не работают на изгиб и нагружаются только силами сжатия и моментами эксцентриситета от этих сил. Опытами установлено, что в процессе нагружения происходит смещение погонной нагрузки к узлам, и момент, изгибающий пояс, получает почти одинаковые по абсолютной величине значения как в пролетах по середине между стойками, так и на опорах

$$M_{max}=\varphi k_{изг}\tau\delta l^2. \tag{44}$$

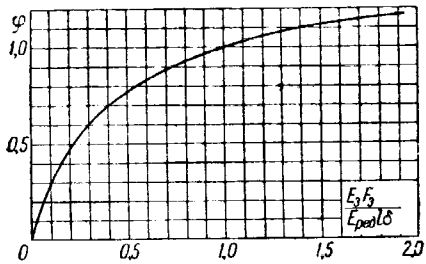
Напряжения изгиба в полках $\sigma_{изг}=\frac{M_{max}}{W_{1,2}}$ [моменты сопротивления W_1 и W_2 верхней или нижней полки берутся с учетом приведенной ширины b_0

обшивки, как по горизонтали, если к полке приклепана обшивка (например крыла), так и в плоскости стенки[1].

Коэффициент $k_{изг}$ берется по фиг. V. 66 в зависимости от отношения действующего напряжения сдвига $\tau=\frac{Q}{h\delta}$ к критическому напряжению сдвига $\tau_{кр}=\frac{kE}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2}$, где b — меньший из двух размеров: высоты h балки или расстояния l между стойками. Величину $\tau_{кр}$ можно взять по фиг. V. 73 или подсчитать по формулам (5)—(8) части IV.



Фиг. V. 66. Коэффициенты $k_{изг}$ и $k_{осев}$ в зависимости от отношения $\frac{\tau}{\tau_{кр}}$.



Фиг. V. 67. Редукционный коэффициент φ в зависимости от соотношения жесткостей стойки и стенки[2].

Редукционный коэффициент φ, учитывающий упругость стойки и стенки, берется по фиг. V. 67 в зависимости от соотношения жесткостей $\frac{E_з F_з}{El\delta}$, где $E_з$, $F_з$ — модуль упругости и площадь сечения стойки (с учетом приведенной ширины обшивки по фиг. V. 82); $E_{ред}$, $l\delta$ — модуль упругости и площадь сечения участка стенки длиной l. Модуль E надо брать редуцированный, в соответствии с отношением $\frac{\tau}{\tau_{кр}}$, например, полагая $E_{ред}=E\frac{G_{ред}}{G}$ по фиг. V. 68 (E — нередуцированный модуль упругости материала стенки) или воспользовавшись другой зависимостью подобного вида.

Однако не следует забывать, что взаимодействие полей нормальных и касательных напряжений в стенке, а также наличие других неучтенных параметров (конечная жесткость полок, эксцентриситет оси стойки относительно плоскости стенки и т. д.) очень усложняют картину; поэтому не имеет практического смысла уточнять расчет[3].

Аналогично горизонтальные составляющие погонных нагрузок от обшивки вызывают дополнительные напряжения сжатия (растяжения), определяемые по формуле

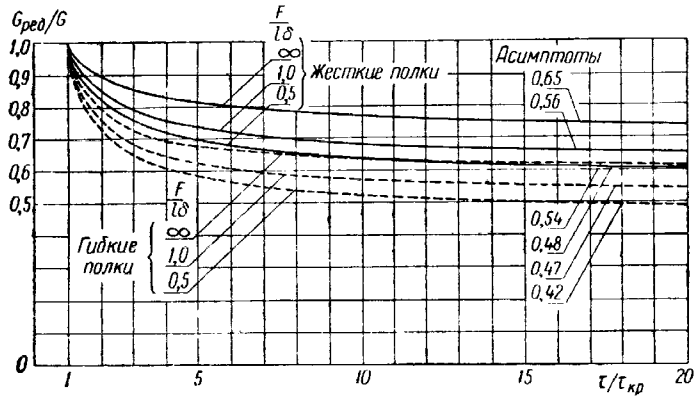
$$\sigma_{осев}=\frac{k_{осев}Q}{F_п}, \tag{45}$$

[1] Эти напряжения должны быть добавлены к общей величине $\sigma_{сум}$, определяемой формулой (8) в § 5 гл. I ч. V.

[2] Data sheets RAS, 1948—50.

[3] Более подробно об этом см. JAS, Apr., 1950.

где коэффициент $k_{осев}$ — по фиг. V. 66; Q — секущая сила в панели; $F_п$ — площадь сечения соответствующей полки (верхней или нижней). При непараллельных поясах надо учесть разгрузку от осевых сил в полках [см., например,



Фиг. V. 68. Редуцированный модуль сдвига плоской стенки.

формулу (50)]. Угол наклона гребней волн к нейтральной оси балки определяется в общем случае из уравнения

$$(R+1)\,\mathrm{tg}^2\,\alpha=\frac{1-\frac{\tau_{кр}}{\tau}\,\mathrm{tg}\,\alpha}{\mathrm{tg}\,\alpha-\frac{\tau_{кр}}{\tau}}, \tag{46а}$$

где параметр $R=l\delta E\left[\frac{l^3}{720hE_1}\left(\frac{1}{J_1}+\frac{1}{J_2}\right)+\frac{1}{E_3F_3}\right]$, или графически по фигуре V. 69.

Для случая одноосного диагонального поля ($\tau_{кр}\approx 0$) и гибких полок[1], если расстояние между стойками $l\leqslant kh$,

$$\mathrm{tg}\,\alpha=\sqrt[4]{\frac{1+\frac{Eh\delta}{4E_1}\left(\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_2}\right)}{1+\frac{Eb\delta}{E_3F_3}}}, \tag{46б}$$

где[2]

$$k=\frac{2{,}26}{\sin\alpha\sqrt[4]{h^3\delta\left(\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_2}\right)}}\approx\frac{3}{\sqrt[4]{h^3\delta\left(\frac{1}{J_1}+\frac{1}{J_2}\right)}}; \tag{47}$$

[1] А. И. Ромашевский, Труды ЦАГИ № 206, 1935; Trans. of ASME. Oct. 1943; JAS, Jan. 1944; Aircraft Engineering, Apr. 1947.

[2] Если приближенно принять $\alpha=45°$ и $\sin\alpha=0{,}7$.

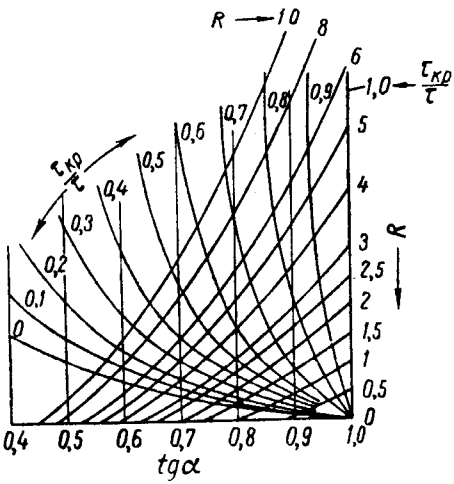
E, E_1, E_V и $h\delta$, F_1, F_2, F_V — модули упругости, площади сечения стенки, полок и стойки;

J_1 и J_2 — моменты инерции сечений верхней и нижней полок относительно их собственных центральных осей[1].

Для жесткого контура, если $l > kh$

$$\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{\frac{\frac{2h}{l} + \frac{l}{h}}{\frac{2l}{h} + \frac{h}{l}}}. \qquad (46в)$$

По формуле (47) можно назначать рациональные расстояния между стойками.



Фиг. V. 69. График для определения параметра R.

При конструктивных соотношениях размеров, употребительных на практике, $\alpha = 35$—$45°$ и для стенок из дуралюмина имеет пределы: $25° < \alpha < 50°$. В этих пределах угол α близок к углу γ диагонали панели с осью балки (фиг. V. 70, положение стойки *1*). Если же угол $\gamma < 25°$ (фиг. V. 70, положение стойки *2*), то $\alpha \approx 25°$, а если $\gamma > 50°$, то $\alpha \approx 50°$ для жесткого контура и тонкой стенки[2]. В формулу (46б) не входит отношение сторон $\frac{h}{l}$ контура, в то время как в формуле (46в) угол α определяется именно этим отношением, причем:

$$\text{при } \frac{l}{h} \to \infty \text{ угол } \alpha \approx 35°,$$

$$\text{при } \frac{l}{h} \to 0 \text{ угол } \alpha \approx 55°,$$

т. е. углы α близки к тем, которые получаются по опытам. Так как пределы изменения угла α сравнительно невелики, то часто в приближенных расчетах считают в среднем $\alpha = 45°$.

При непараллельных поясах необходимо учитывать разгрузку, если пояса сходятся в той стороне, с которой приходит секущая сила Q, или догрузку при обратной картине. Секущая сила, приходящаяся на стенку (фиг. V. 71), в сечении x может быть выражена следующим образом[3]:

$$Q_x = \frac{h}{h_x} Q, \qquad (48)$$

где

$$h_x = h + x(\operatorname{tg}\beta_1 + \operatorname{tg}\beta_2).$$

---

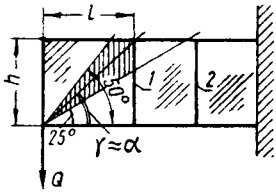
[1] С учетом приведенной ширины обшивки b_0.

[2] При обычных поясах балки и нормальной толщине стенки верхний предел не превышает 45°.

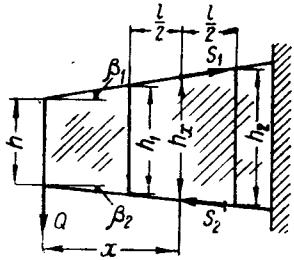
[3] JAS, Apr. 1941.

Если сечение x взято по середине рассчитываемой панели длиной l, так что $h_x=\frac{h_1+h_2}{2}$, то интенсивность потока касательных напряжений $q=\frac{Qh}{h_1h_2}$ и, следовательно, напряжение сдвига в этой панели

$$\tau_x=\frac{q}{\delta}=\frac{Q}{h_1h_2\delta}\left[h_x-x(\operatorname{tg}\beta_1+\operatorname{tg}\beta_2)\right]. \tag{49}$$



Фиг. V. 70. Максимальный и минимальный углы волн у плоской стенки.



Фиг. V. 71.

Непараллельность полок изменяет также и осевые усилия S_1 и S_2 в полках так, что в сечении, лежащем на расстоянии x от равнодействующей секущей силы Q отсеченной части (фиг. V. 71), получаем:

$$\left.\begin{aligned}&\text{в верхней полке}\quad S_1=\sqrt{\left(Q\frac{x}{h_x}\right)^2+\left(Q-Q\frac{h}{x+x\operatorname{tg}\beta_1}\right)^2}\\&\text{и в нижней полке}\quad S_2=\sqrt{\left(Q\frac{x}{h_x}\right)^2+\left(Q-Q\frac{h}{x+x\operatorname{tg}\beta_2}\right)^2}.\end{aligned}\right\} \tag{50}$$

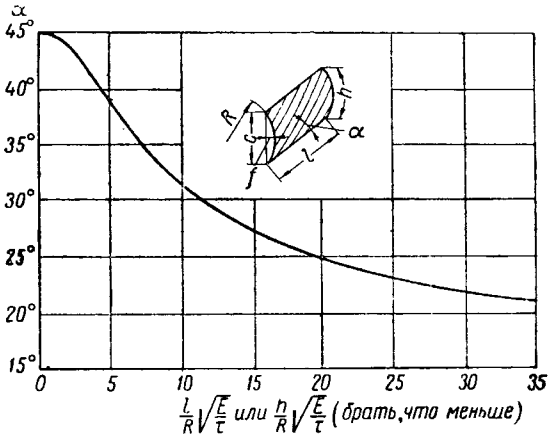
Для криволинейных стенок при наличии жесткого контура угол α можно определить по фиг. V. 72 в зависимости от параметра $\frac{l}{R}\sqrt{\frac{E}{\tau}}$ или $\frac{h}{R}\sqrt{\frac{E}{\tau}}$ (берется меньшее значение). Здесь τ — действующее напряжение сдвига и $R=\frac{c^2}{8f}$ — средний радиус кривизны стенки (см. также фиг. V. 125). Для упругого контура угол α несколько меняется, но существующие формулы ненадежны и здесь не приводятся. Если для плоской стенки угол α в среднем близок к 40 — 45°, то для криволинейной стенки при тех же конструктивных пропорциях он обычно не превосходит половины указанного значения, т. е. близок к 20 — 25°.

До появления волн, т. е. до потери устойчивости стенкой, работающей на чистый сдвиг, действующее в ней напряжение сдвига равно каждому из двух взаимно перпендикулярных диагональных напряжений сжатия и растяжения. После потери устойчивости напряжение сжатия становится равным критиче-

скому и остается более или менее постоянным по мере роста секущей силы, а напряжение растяжения σ продолжает расти вплоть до разрушения. При осях x и y, направленных по нейтральной оси балки и по перпендикуляру к ней, нормальные напряжения σ_x и σ_y вдоль этих осей и диагональное напряжение растяжения σ выражаются следующими формулами:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_x &= \tau \operatorname{ctg} \alpha - \tau_{кр}, \\ \sigma_y &= \tau \operatorname{tg} \alpha - \tau_{кр}, \\ \tau &= (\sigma + \tau_{кр}) \sin \alpha \cos \alpha. \end{aligned}\right\} \qquad (51)$$

Так как величина $\sigma \not> \frac{k_{осл}}{k} \sigma_b$, где $k_{осл}$ и k — коэффициенты ослабления и концентрации [см. формулы (52) и (53)], то по формуле (51) можно полу-



Фиг. V. 72. Угол волн для криволинейных стенок.

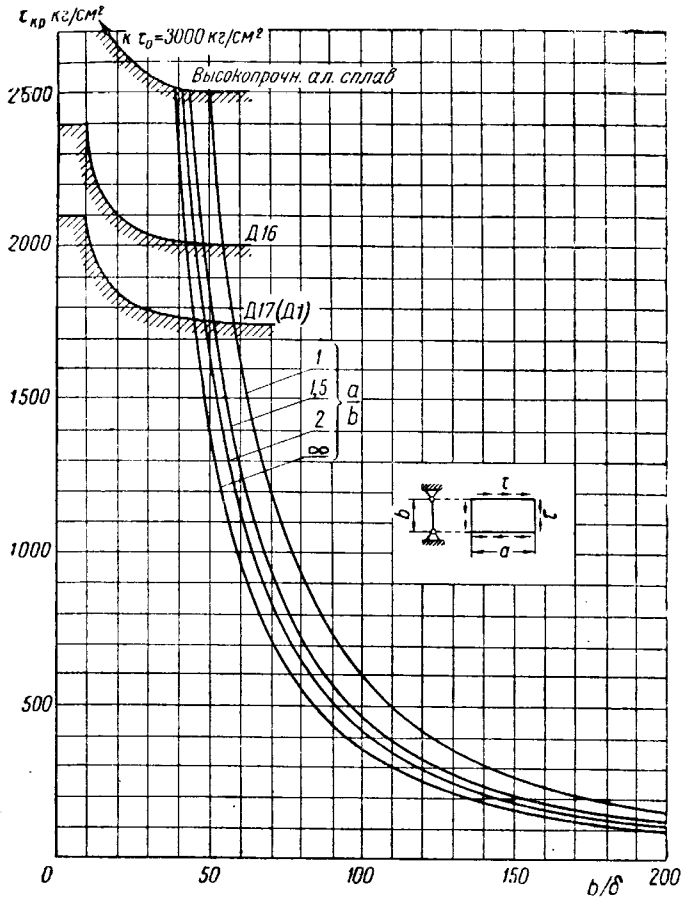
чить разрушающее напряжение сдвига. Критические напряжения сдвига берутся по фиг. V. 73, для которой они подсчитаны по формуле

$$\tau_{кр} = \frac{kE}{\left(\frac{b}{\delta}\right)^2},$$

где коэффициент[1] $k = 4{,}9 + \frac{3{,}6}{\left(\frac{a}{\delta}\right)^2}$, а размеры a и b равны соответственн размерам h и l балки так, чтобы больший из них был равен a. Меньш размер b следует брать, как показано на фиг. V. 74. Обычно даже однорядн заклепочный (или болтовой) шов создает для тонкой стенки условия заде так что при $\frac{b}{\delta} > 100$ почти всегда можно брать $\tau_{кр}$ для случая всех за ланных кромок, увеличивая значения $\tau_{кр}$ по фиг. V. 73 (подсчитанные шарнирных кромок) в 1,75 раза. Однако при слабом контуре иногда пр

[1] Блейх, Стальные конструкции, т. I, стр. 207. Госстройиздат, 1938.

дится брать величину b так, как показано на фиг. V. 75, считая кромки шарнирными. Значения $\tau_{кр}$ не должны превосходить $\tau_{тек}$, т. е. значений, соответствующих пределам текучести на сдвиг (на фиг. V. 73 границы, соответствующие $\tau_{тек}$, заштрихованы). При большом отношении $\frac{\tau}{\tau_{кр}}$ величиной



Фиг. V. 73. Критические напряжения сдвига плоской стенки из дуралюминового листа.

$\tau_{кр}$ в формуле (51) можно пренебречь (случай одноосного диагонального поля)

$$\tau = \sigma \sin\alpha \cos\alpha. \tag{51а}$$

При $\alpha = 45°$ значения $\sin\alpha = \cos\alpha = 0{,}707$ и величина $\tau = \frac{\sigma}{2}$, т. е.

$$\sigma = 2\tau. \tag{51б}$$

Напряжения сдвига подсчитывают в общем случае по известной формуле

$$\tau = \frac{QS_{\text{ред}}}{J_{\text{ред}}\delta},$$

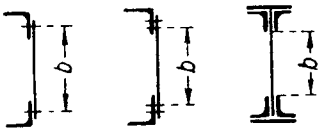
где Q — секущая сила, приходящаяся на стенку[1];

$S_{\text{ред}} = \sum F_{\text{ред}} y = \sum \varphi F y$ — статический момент относительно нейтральной оси редуцированной (на изгиб) внешней части поперечного сечения, состоящей из $\sum$ элементов с площадями F вплоть до точки, в которой определяется напряжение сдвига;

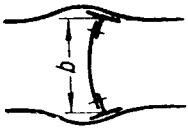
$J_{\text{ред}} = \sum \varphi F y^2$ — редуцированный момент инерции всего сечения относительно нейтральной оси;

δ — толщина стенки или полки в рассматриваемой точке.

Чем мощнее полки и тоньше стенка, тем равномернее распределение τ по высоте сечения. Это значит, что величина коэффициента $\beta = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\text{сред}}} = \frac{J_{\text{ред}}}{S_{\text{ред}} h}$ стремится к 1. Высота стенки h берется, как показано на фиг. V. 76[2]. Для



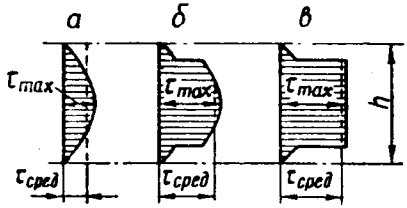
Фиг. V. 74.



Фиг. V. 75. Величина b при слабом контуре стенки.

балки прямоугольного сечения $\beta = 1{,}5$ и эпюра τ — квадратная парабола (фигура V. 77, *а*); для ходовых сечений $\beta = 1{,}2 \div 1{,}3$ (фиг. V. 77, *б*), а для тонкой стенки, у которой $\tau \gg \tau_{\text{кр}}$, т. е. для стенки, не работающей на изгиб, $\beta \approx 1$ (фиг. V. 77, *в*).

Фиг. V. 76.



Фиг. V. 77.

Так как в кессонных конструкциях обычно наблюдается случай, когда $\frac{b}{\delta} > 100$, то для расчета таких конструкций применяется упрощенная формула, получаемая из основной, если положить $\frac{J_{\text{ред}}}{S_{\text{ред}}} = h$ и $\beta = 1$, т. е.

$$\tau = \frac{k}{k_{\text{осл}}} \tau_{\text{брутто}} = \frac{kQ}{k_{\text{осл}} F_{\text{брутто}}} = k \frac{Q}{F_{\text{нетто}}}, \tag{52}$$

[1] За вычетом разгрузки от наклона поясов — см. выше формулу (49).

[2] Это идет в небольшой запас прочности.

где k — коэффициент концентрации напряжений при сдвиге по отверстиям, причем для Д16 коэффициент $k=1{,}1$; для высокопрочных алюминиевых сплавов $k=1{,}05$ и для конструкционных сталей $k\approx 1$;

$F_{брутто}=h\delta$ — полная площадь сечения стенки;

$F_{нетто}$ — площадь сечения стенки нетто за вычетом всех отверстий. если стенка имеет ослабление от равномерного заклепочного шва, то

$$F_{нетто}=k_{осл}F=k_{осл}h\delta,$$

где коэффициент ослабления

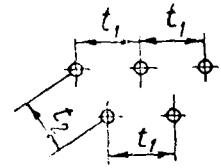
$$k_{осл}=\frac{t\delta-F_{зк}}{t\delta}; \qquad (53)$$

$F_{зк}$ — площадь отверстия под заклепку (или болт) с учетом раззенковки, если таковая имеется; за величину шага t при двухрядном шве берется меньший из двух размеров t_1 или t_2 (фиг. V. 78).

В заклепочных швах без раззенковки $k_{осл}=\frac{t-d_0}{t}$,

причем d_0 — диаметр не заклепки, а сверла под заклепку (например, при $d_{зк}=5$ *мм* $d_0=5{,}3$ *мм*).

Для шва без раззенковки обычно $k_{осл}=0{,}7\div 0{,}8$; шов с раззенковкой значительно ослабляет лист, так что нередко $k_{осл}\approx 0{,}5$ и менее.



Фиг. V. 78. Расчетный шаг при двухрядном шве.

Величина напряжения τ, полученная по формуле (52), естественно, не должна превышать разрушающего напряжения τ_0 при сдвиге с потерей устойчивости. Вследствие неизбежной нежесткости контура и появления добавочных напряжений от волнообразования величина τ_0 меньше разрушающего напряжения при чистом сдвиге (τ_b), равного для дуралюмина $0{,}6\div 0{,}7\sigma_b$, и имеет тенденцию к уменьшению при возрастании отношения $\frac{\tau_{брутто}}{\tau_{кр}}$.

$$\left.\begin{array}{lll} \text{При } \frac{\tau_{брутто}}{\tau_{кр}} \text{ порядка 10 можно принять} & \tau_0=0{,}4\sigma_b. \\ \text{При } \frac{\tau_{брутто}}{\tau_{кр}} \text{ порядка 1 } \quad " \quad " & \tau_0=0{,}55\sigma_b. \end{array}\right\} \qquad (54)$$

В этих пределах допустима интерполяция по верхней кривой фиг. V. 68.

Таким образом, например, для стенки из листа Д16 с $\sigma_b=4000$ *кг/см*², при $\frac{\tau_{брутто}}{\tau_{кр}}=2$ и $k_{осл}=0{,}7$ разрушение от сдвига произойдет при среднем напряжении брутто (считая по фиг. V. 68, что $\tau_0=0{,}9\cdot 0{,}55\sigma_b\approx 0{,}5\sigma_b$).

$$\tau_{брутто}=\frac{Q}{h\delta}=\frac{k_{осл}}{k}\tau_0=\frac{0{,}7}{1{,}1}0{,}5\sigma_b=0{,}318\sigma_b=0{,}318\cdot 4000=1270 \text{ кг/см}^2.$$

График фиг. V. 79, по которому можно производить предварительный подбор толщины δ стенки и площадей сечения F стоек, соответствует именно этим напряжениям $\tau_{брутто}=\tau_{доп}$. График построен по опытам на балках со стенкой из Д16, подкрепленной стойками симметричного относительно плоскости стенки сечения, состоящими из двух углобульбовых профилей[1].

Расчет заклепок, соединяющих полки и стенку, или расчет вертикальных швов ведется следующим образом.

[1] График построен В. И. Фигуровским по опытам (см. JAS, ноябрь 1939 г.).

Если стенка до самого разрушения не теряет устойчивости, то усилие среза на каждую заклепку при однорядном заклепочном шве

$$P_{зк}=\tau t\delta=\frac{QtS_{ред}}{J_{ред}}=\beta Q\frac{t}{h}, \tag{55}$$

где τ — напряжение сдвига в стенке по линии шва;

$S_{ред}$ — редуцированный статический момент относительно нейтральной оси всех элементов полки, присоединяемых к стенке рассчитываемым швом (на фиг. V. 80 эти элементы зачернены);

коэффициент $\beta=\frac{J_{ред}}{S_{ред}h}=\frac{\tau_{max}}{\tau_{ср}}$, близкий к единице (1,1÷1,2), для случая двутавровой балки с тяжелыми поясами;

t — шаг заклепок;

h — высота сечения без горизонтальных полок (см. фиг. V. 76).

При двухрядном или трехрядном шве усилие $P_{зк}$ будет в два или три раза меньше. Если заклепка двухсрезная, то на каждую плоскость среза придется половина $P_{зк}$.

Если стенка теряет устойчивость при сдвиге, то сила на каждую заклепку будет несколько больше, чем по формуле (55), а именно

$$P_{зк}=t\delta\sqrt{\tau^2+(\tau\operatorname{tg}\theta-\tau_{кр})^2}=k_1\beta Q\frac{t}{h} \tag{55а}$$

или при несколько иных теоретических предположениях

$$P_{зк}=t\delta\tau\sqrt{1+\left[\left(1-\frac{\tau_{кр}}{\tau}\right)\operatorname{tg}\theta\right]^2}=k_2\beta Q\frac{t}{h}, \tag{55б}$$

где коэффициенты k_1 и $k_2>1$. Величины k_1 и k_2 зависят от угла наклона θ гребня волны к линии заклепочного шва и соотношения τ и $\tau_{кр}$. По линии стыка полок со стенкой угол $\theta=\alpha$, т. е. углу наклона волн к полке, а для стыка стойки со стенкой угол $\theta=90°-\alpha$[1]. При $\theta=45°$ напряжение $\tau_{кр}\to 0$ и $\beta=1$ (тонкая стенка, и мощные полки) обе формулы дают одинаковые значения для $P_{зк}$, поскольку $k_1=k_2=1,41$. Это значит, что потеря устойчивости стенкой вызывает догрузку заклепочного шва по сравнению со стенкой, не теряющей устойчивости, в 1,41 раза. Величина $\tau_{кр}$, строго говоря, переменна как вдоль линии шва (вследствие конечной жесткости поясов на изгиб), так и по высоте стенки (вследствие интерференции силовых полей сдвига и изгиба в стенке). Однако в запас прочности значения $\tau_{кр}$ можно брать по фиг. V. 73. При нормальном напряжении растяжения σ в стенке (или в обшивке крыла, если рассчитывается заклепочный шов на крыле) из формулы (55б) следует, что на каждую заклепку придется сила

$$P_{зк}=\sqrt{1+\left[\frac{\sigma}{\tau}+\left(1-\frac{\tau_{кр}}{\tau}\right)\operatorname{tg}\theta\right]^2}\cdot \tag{55в}$$

В данном случае принято, что заклепочный шов перпендикулярен линии действия напряжений растяжения σ. Как σ, так и τ берутся номинальными, т. е. без учета увеличения вследствие наличия отверстий.

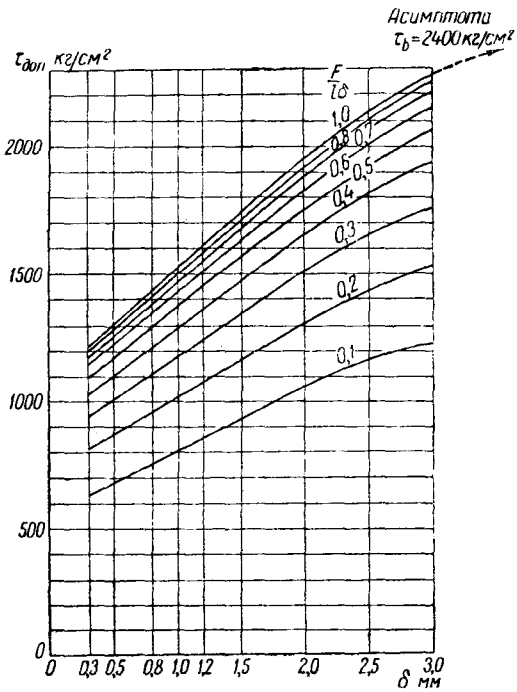
Вследствие прогибов полок от натяжения обшивки наиболее нагруженными будут заклепки, расположенные вблизи вертикальных опор — стоек, так что средняя сила среза, подсчитанная по формулам (55а и 55б), должна быть

[1] Если лист имеет на стойке стык. Если этого нет, то см. формулы (62) и (64).

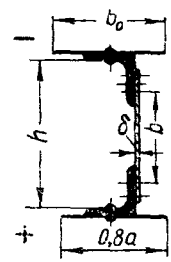
величена на коэффициент $\gamma > 1$, взятый по фиг. V. 81 в зависимости от величин $\frac{J_1}{l^3\delta}$ и $\frac{J_2}{l^3\delta}$, пропорциональных жесткостям верхней и нижней полок на изгиб, т. е.

$$P_{зк}^{расч} = \gamma P_{зк}. \qquad (55г)$$

Вспомогательная величина $\frac{b_0}{l}$ (b_0 — работающая ширина листа и l — расстояние между стойками) берется по фиг. V. 82. Эта поправка за пределом текучести стенки дает завышенные значения γ вследствие вытягивания стенки и выравнивания погонных сил сдвига по длине пролета l. Следовательно, расчет заклепок по формуле (55г) идет в запас надежности. Соответственно в середине пролета l расчетные силы среза на каждую заклепку будут меньше определяемых по формулам (55а и 55б), но к моменту разрушения $P_{зк}$ стремятся к величинам, получаемым по этим формулам.



Фиг. V. 79. Предельно допустимое напряжение сдвига $\tau_{доп} = \tau_{брутто}$ плоской стенки.



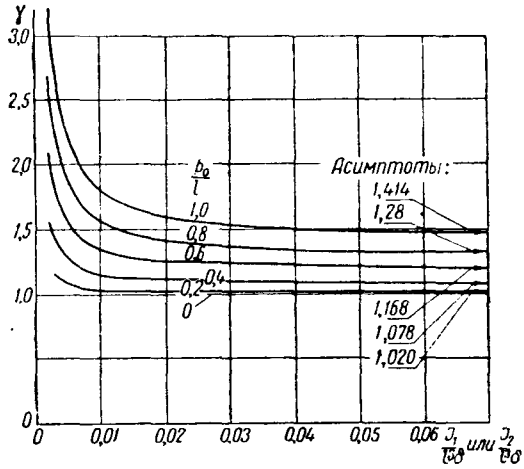
Фиг. V. 80. К подсчету $S_{ред}$ (a—расстояние между соседними стенками).

При наличии в стенке отверстия диаметром D (фиг. V. 83) формула сдвига $\tau = \frac{QS}{J\delta}$ неприменима, и можно расчет вести следующим образом[1].

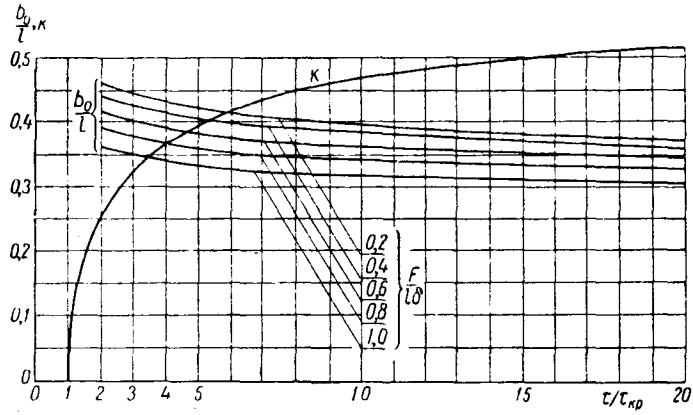
Площадь нетто, воспринимающая касательные напряжения при сдвиге,

$$F_0 = (h - D)\delta.$$

[1] Способ автора. Формула выведена в предположении, что к моменту разрушения эпюра главных нормальных напряжений σ имеет вид двух треугольников (см. фиг. V. 83).



Фиг. V. 81. Значения коэффициента γ в зависимости от $\frac{J_1}{l^3\delta}$ и $\frac{J_2}{l^3\delta}$.



Фиг. V. 82. График для подсчета работающей ширины листа и коэффициента k.

Напряжение сдвига по отверстию

$$\tau_{отв}=\frac{kQ}{F_0}, \tag{56}$$

где поправочный коэффициент

$$k=\frac{2\cos\alpha\,(h-D)}{\frac{h}{\cos\alpha}-D}\approx\frac{1{,}41\,(h-D)}{1{,}41\,h-D}, \tag{57}$$

если угол волны с полкой $\alpha=45°$.

Очевидно, что при отсутствии отверстия $k=1$, площадь $F_0=h\delta$, следовательно,

$$\tau_{отв}=\frac{Q}{h\delta}=\tau,$$

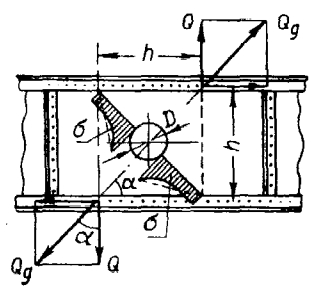
как обычно, а при диаметре отверстия, близком ко всей высоте балки, напряжение в сечении по отверстию равно

$$\tau_{отв}=\frac{kQ}{(h-D)\,\delta}\approx\frac{3{,}5Q}{h\delta}=3{,}5\tau. \tag{56a}$$

Таким образом, напряжение сдвига при наличии отверстия диаметром $D\to h$ лишь в 3,5 раза превышает напряжение в сплошной стенке, а не бесконечно велико, как это следует из обычной формулы $\tau=\frac{QS}{J\delta}$. В формулу надо вводить величину Q за вычетом части секущей силы ΔQ, передаваемой изгибом полок и равной (при наличии справа и слева пролетов без отверстий)

$$\Delta Q=\frac{2\,(\sigma_1 W_1+\sigma_2 W_2)}{b}, \tag{58}$$

где $\sigma_1 W_1$ и $\sigma_2 W_2$ — доли изгибающих моментов, которые могут воспринять верхние и нижние полки с моментами сопротивления W_1 и W_2 относительно своих ц. т. Величины σ_1 и σ_2 берутся как дополнения до 100% максимально допустимых напряжений в полках. Если стенка работает на чистый срез, т. е. если нормальные напряжения в полках равны нулю, то σ_1 и σ_2 равны максимально допустимым напряжениям при изгибе каждой полки (например, если полка имеет редукционный коэффициент $\varphi=1$, то $\sigma_1=k\sigma_b$, где k — коэффициент пластичности[1], больший 1.



Фиг. V. 83. К расчету стенки с отверстием.

Расчет промежуточных стоек, усиливающих стенку, ввиду отсутствия надежных формул рекомендуется проверять статическими испытаниями. Приводимые формулы и графики в основном могут быть использованы для прикидок.

Даже при очень тонкой стенке $\left(\frac{b}{\delta}\text{ порядка }500\right)$, когда $\tau_{кр}$ стремится к нулю, усилие в стойке будет заведомо меньше, чем то, которое определяется формулой (51) для одноосного диагонального поля (фиг. V. 84):

$$P=Q\,\mathrm{tg}\,\alpha=Q \qquad (\text{если } \alpha=45°), \tag{59}$$

[1] См. стр. 492.

поскольку часть секущей силы снимается поясами, а часть секущей силы вследствие того, что $\tau_{кр}>0$ проходит непосредственно по стенке, минуя стойку. Поэтому равенство $P=Q$ надо считать верхним пределом, не достижимым на практике. При наличии двухосного диагонального поля и при жестком контуре более надежные результаты дает формула[1]

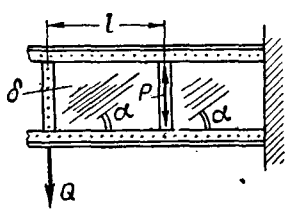
$$P=(\tau-\tau_{кр})\,l\delta\,\mathrm{tg}\,\alpha. \tag{60}$$

При контуре конечной жесткости можно воспользоваться графиком фигуры V. 82, по которому усилие в стойке, т. е. коэффициент k, является функцией двух величин: $\frac{\tau}{\tau_{кр}}$ и $\frac{F}{l\delta}$, где F — площадь сечения одной стойки (без добавления работающей ширины обшивки b_0); l — расстояние между стойками; δ — толщина стенки; таким образом, усилие в стойке

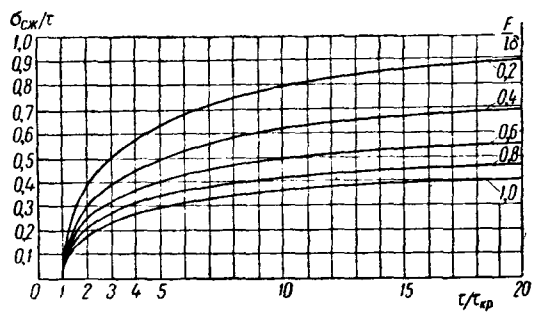
$$P=k\tau l\delta. \tag{61}$$

Напряжение сжатия в стойке $\sigma_{сж}=\frac{P}{F+b_0\delta}$ берется по фиг. V. 85 в зависимости от величины τ и по $\frac{F}{l\delta}$ при заданном отношении $\frac{\tau}{\tau_{кр}}$.

Как видно из графика, при обычных соотношениях $\frac{\tau}{\tau_{кр}}=1{,}5\div2$ и $\frac{F}{l\delta}=0{,}4\div0{,}6$ величина P составляет лишь $0{,}2\div0{,}3$ всей секущей силы Q, идущей по стенке балки. Сжатая осевой силой P стойка должна быть проверена на продольный изгиб или даже как сжато-изогнутая балка, если она имеет несимметричное сечение относительно срединной плоскости стенки.



Фиг. V. 84.



Фиг. V. 85. Напряжение сжатия в стойке.

Так как стенка даже после потери устойчивости оказывает стойке упругую поддержку и мешает стойке выпучиваться, то вместо фактической длины стойки h (величина h берется в зависимости от способа крепления стойки к полкам — см. фиг. V. 75 и V. 76) в расчет на продольный изгиб вводится приведенная длина l_0 по фиг. V. 86. Величина l_0 является функцией двух переменных: отношения $\frac{h}{l}$ сторон контура (т. е. отношения высоты стенки к расстоянию между стойками) и коэффициента k по фиг. V. 82.

Напряжение изгиба, в случае эксцентриситета e стойки, т. е. расстояния между центром тяжести ее сечения и срединной плоскостью стенки, подсчитывается по известной формуле

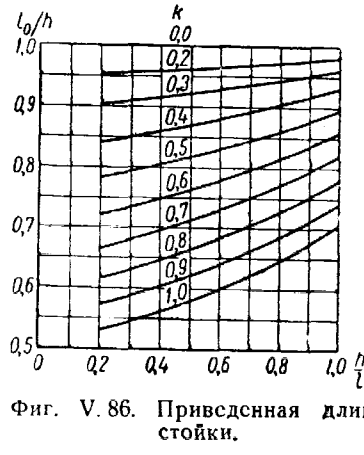
$$\sigma_{изг}=\frac{Pe}{W};$$

[1] А. А. Подорожный, Труды ЦАГИ № 454, 1939.

таким образом, суммарное напряжение в наиболее удаленном от стенки волокне равно

$$\sigma = \sigma_{сж} + \sigma_{изг}.$$

Это напряжение не должно быть больше критического напряжения сжатия, вызывающего общую или местную потери устойчивости[1]. При определении момента инерции $J_{стойки}$ сечения стойки относительно оси, проходящей через центр тяжести и параллельной стенке, если она приклепана с одной стороны стенки, можно учесть приведенную ширину $b_0 = \frac{l}{4}$ работающей на сжатие части стенки (если нет более точных формул). Если у рассчитываемой стойки стенка заканчивается, т. е. если стойка является крайним замыкающим элементом контура, то она будет, кроме того, нагружаться после потери устойчивости стенкой x-овыми составляющими[2] диагональных напряжений в стенке, лежащими в плоскости стенки. Величина этих составляющих, которые заставляют работать стойку, как балку на двух опорах (см. фиг. V. 64), может быть найдена по формуле (44) и по фиг. V. 66. В этом случае заклепки, крепящие обшивку к стойке, должны быть проверены не только на отрыв (как в случае промежуточных стоек), но и на срез по формулам (55а), (55б) и (55в). По этим же формулам следует проверять и заклепки промежуточной стойки, если листы обшивки стыкуются на этой стойке.



Фиг. V. 86. Приведенная длина стойки.

Опыты показывают[3], что приведенная ширина обшивки b_0 переменна по высоте стойки, равно как и действующее в стойке напряжение сжатия (которое на половине высоты стойки в 1,5—2 раза превышает напряжение сжатия по торцам стойки). Поэтому уточнение напряжений сжатия в стойке теоретическим путем сложно, ненадежно и не представляет особого интереса для конструктора, назначающего сечение стойки, как правило, с большим избытком.

Силу, приходящуюся на заклепки крепления стойки к поясам, если стойка пропущена до подошвы полки, можно приближенно определить по формуле

$$P_{зк} = (0,3 \div 0,5)\,\frac{n b_0 \delta}{F + b_0 \delta}\,P, \tag{62}$$

где n — число заклепочных швов и
b_0 — ширина обшивки по фиг. V. 82.

Заклепки, соединяющие стойку со стенкой, работают не столько на срез, сколько на отрыв (после потери устойчивости стенкой), когда они должны «погасить» по линии шва все волны. Эти отрывающие усилия распределены по длине стойки примерно по синусоидальному закону (число синусоид равно числу волн) и разнозначны, так что сумма погонных нагрузок по длине равна нулю. Величина этих усилий может достигать половины действующих напря-

[1] См. гл. VII, части III.
[2] Ось x параллельна оси балки.
[3] Современные методы расчета монококовых авиационных конструкций. БНТ МАП, 1946.

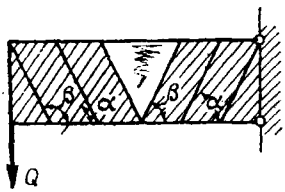
жений сдвига τ в стенке. Это значит, что на каждую заклепку будет действовать максимальная отрывающая сила (t — шаг заклепок; n — число швов), равная

$$P_{\text{отр}}=\frac{\tau\delta t}{2n}. \tag{63}$$

Кроме того, для предварительного подбора заклепок крепления стойки к стенке из Д16 существует следующая приближенная эмпирическая формула[1]:

$$P_{\text{зк}}=5400F\frac{t}{l}. \tag{64}$$

Например, при шаге $t=0{,}1l$ и $F=1$ *см*² по формуле (64) получается, что каждая заклепка должна подбираться на усилие 540 *кг*. В случае двухрядного шва и двухсрезных заклепок эту цифру надо разделить на 4.



Фиг. V. 87.

Теоретически напряжение сдвига, вызывающее общую потерю устойчивости стенки совместно со стойками, может быть оценено по формуле[2]

$$\tau_{\text{кр}}=17{,}7\frac{E}{h^2\delta}\sqrt[4]{\left(\frac{J\delta}{l}\right)^3}. \tag{65}$$

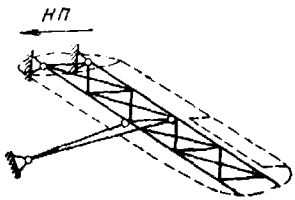
При определении момента инерции стойки J следует пользоваться указаниями, сделанными выше.

В случае наклонных стоек угол α наклона волн после потери устойчивости почти точно равен половине угла β (фиг. V. 87), если угол β отличается в любую сторону от 90° на угол порядка 30° (см. указанные на стр. 520 пределы изменения угла α для прямоугольного контура).

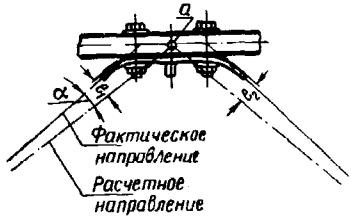
Глава III

РАСЧЕТ ПОДКОСНОГО КРЫЛА

Наиболее распространенная схема ферменно-балочного (иначе комбинированного) крыла изображена на фиг. V. 88. Если пренебречь с. н. второго порядка малости, как это обычно и делается на практике, то система будет с. о. при условии, что обшивка полотняная и внутренняя ферма — ординарная.



Фиг. V. 88.



Фиг. V. 89.

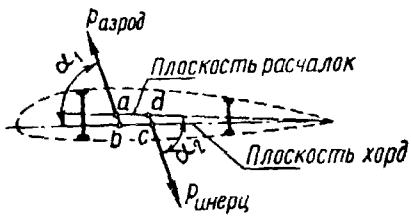
Расчет начинают с вычерчивания в масштабе $^1/_{10}$—$^1/_{20}$ в трех проекциях расчетной силовой схемы крыла, на которой лонжероны заменяются линиями ц. т. их сечений, а внутренние расчалки и раскосы — осевыми линиями, проведенными через точки пересечения a с лонжеронами (фиг. V. 89). Получаю-

[1] JAS, ноябрь 1939 г.

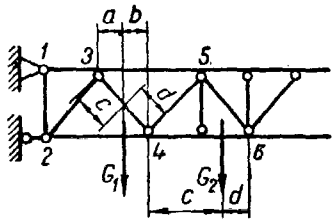
[2] Исследования прочности тонкостенных конструкций крыла и фюзеляжа. Сборник переводов, стр. 85, Оборонгиз, 1938.

щиеся при этом эксцентриситеты e_1, e_2 при нахождении осевых усилий в ферме крыла не учитываются[1], а принимаются во внимание лишь при расчете местной прочности лонжеронов и узлов.

На вычерченный план крыла наносят линию приложения погонной аэродинамической нагрузки $P_{аэрод}$ или, точнее, след a пересечения (фиг. V. 90) этой нагрузки с плоскостью внутренней фермы крыла. Эта точка, строго говоря, не совпадает с точкой b приложения аэродинамической нагрузки; точка b определяется в долях хорды предварительно в расчете нагрузок на крыло. В этом расчете должны быть найдены не только все внешние аэродинамические и инерционные нагрузки, действующие на крыло согласно нормам прочности, но и по возможности исключены явно нерасчетные случаи.



Фиг. V. 90.



Фиг. V. 91. Распределение по узлам сил, действующих в плоскости фермы.

На план крыла наносят также распределенные и сосредоточенные инерционные нагрузки $P_{инерц}$ от поступательных и угловых ускорений, причем фактическая точка c приложения $P_{инерц}$ также проектируется на плоскость фермы (точка d).

Затем находят составляющие этих нагрузок в плоскости фермы и по нормали к ней — графически или умножением на косинусы и синусы углов α_1 и α_2, которые равны между собой только в случае отсутствия угловых ускорений, поскольку последние действуют в плоскостях, нормальных к оси вращения. Силы, действующие в плоскости фермы, разносят по ее узлам по закону рычага; например, нагрузки от силы G_1 (фиг. V. 91) на узлы *3* и *4* равны

$$P_3 = G_1\left(\frac{b}{a+b}\right) = G_1\left(\frac{d}{c+d}\right)$$

и

$$P_4' = G_1\left(\frac{a}{a+b}\right) = G_1\left(\frac{c}{c+d}\right),$$

а от силы G_2 в узлах *4* и *6*:

$$P_4'' = G_2\left(\frac{d}{c+d}\right) \quad \text{и} \quad P_6 = G_2\left(\frac{c}{c+d}\right).$$

Очевидно, что нагрузка в узле *4* равна $\sum P = P_4' + P_4''$ и т. д.

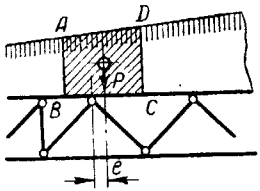
Совершенно так же разносят распределенные нагрузки в предположении, что на каждый узел действует сила P, эквивалентная площади $ABCD$ (фиг. V. 92), ограниченной серединами длин соседних пролетов. Часто можно принять, что эксцентриситет $e=0$, т. е. что сила P приложена непосредственно в рассматриваемом узле.

[1] Поскольку $\cos\alpha$ близок к 1.

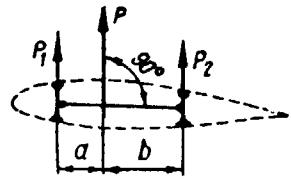
Нагрузки, действующие по нормали к плоскости фермы, распределяют между лонжеронами также по закону рычага (фиг. V. 93):

$$P_1 = P\left(\frac{b}{a+b}\right) \text{ и } P_2 = P\left(\frac{a}{a+b}\right).$$

Таким образом каждый лонжерон в плоскости фермы работает как пояс фермы, если предположить, что в каждом ее узле имеется шарнир[1], а по



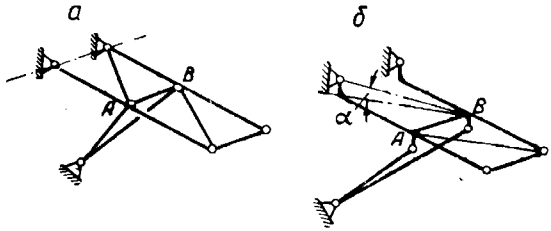
Фиг. V. 92. Распределение по узлам распределенных нагрузок.



Фиг. V. 93. Распределение нагрузок между лонжеронами.

нормали к этой плоскости — как балка на двух опорах (фюзеляж и подкос). Приступая к решению фермы, т. е. к определению осевых усилий в ее стержнях, необходимо установить, к какому из двух типов, изображенных на фиг. V. 94, можно ее отнести.

На фиг. V. 94 серия внутренних панелей фермы крыла для простоты заменена лишь двумя панелями, что не меняет схемы расчета.



Фиг. V. 94.

Если распорка AB, которая является замыкающим элементом для внешних подкосов, проходит через точки пересечения лонжеронов и подкосов, то система будет простейшей и относится к типу, показанному на фиг. V. 94,*а*. Если эксцентриситеты велики, то, строго говоря, получается пространственная рама в комбинации с фермой (фиг. V. 94,*б*). Решение по схеме фиг. 94,*а*, поскольку оба лонжерона работают на нормальные нагрузки самостоятельно, трудностей не представляет и сводится к следующему.

Определяют y-овые реакции лонжеронов[2] в точках их крепления к фюзеляжу и подкосами, деля момент всех нормальных нагрузок, действующих на лонжерон относительно, например, опоры A, на длину внутреннего пролета $AB = a$ (фиг. V. 95):

$$R_B = -\frac{M_A}{a}.$$

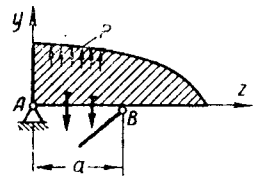
[1] С осью вращения, перпендикулярной плоскости фермы.

[2] Точнее, балочные составляющие реакций, перпендикулярные плоскости внутренней фермы.

Далее, из уравнения суммы сил, перпендикулярных лонжерону, находят

$$R_A = -\sum P - R_B.$$

Затем, если внутренняя ферма расчалочная, задаются направлением работающих расчалок (сплошные линии на фиг. V. 96) и рассчитывают (проще графически) внешнюю (консольную) часть *5—6—10—9* плоской фермы на узловые нагрузки P_9 и P_7, лежащие в плоскости фермы. Зная усилия *5—7*, *5—8* и *6—8* и косинусы углов подкосов *0—5* и *0—6* с координатными осями, решают пространственный узел *6* и затем *5* (при данном направлении расчалок). После этого решают внутреннюю (пролетную) часть *1—2—6—5* фермы. Если при заранее назначенном направлении в какой-либо расчалке получилось сжатие вместо растяжения, то необходимо взять ей обратную (например, вместо *4—5* взять *3—6*) и соответственно исправить усилия в этом отсеке.



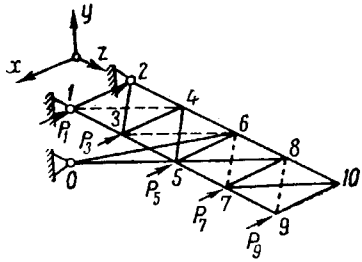
Фиг. V. 95.

При расчете узлов *5* и *6* следует учитывать поперечное V крыла, а при расчете фермы им можно пренебречь.

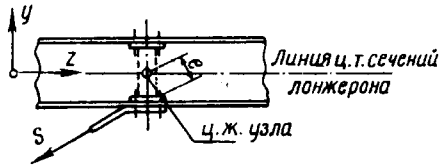
Во внешней части фермы x-овая секущая сила равна сумме сил, подходящих с конца крыла, а во внутренней — этой же сумме, минус x-овая реакция в узле O[1].

Сумма реакций в узлах крепления *0, 1* и *2* по осям x, y и z должна быть равна сумме внешних сил на те же оси.

Получив осевые усилия в лонжеронах, их рассчитывают на изгиб со сжатием в консольной части и как сжато-изогнутые балки — в пролете (см. § 4 гл. V ч. III).



Фиг. V. 96.



Фиг. V. 97.

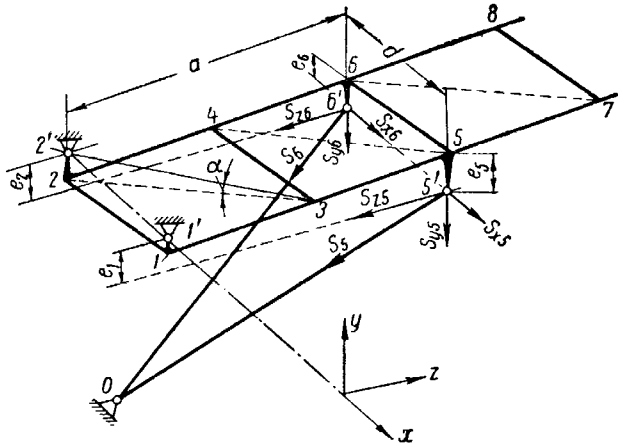
При этом у гибкого лонжерона (т. е. при эйлеровских значениях гибкостей $\frac{l}{i}$) увеличение изгибающего момента от совместного действия продольных и поперечных сил может быть очень значительным.

В случае если центры жесткости узлов крепления подкосов к лонжеронам не совпадают с плоскостью распорки, соединяющей эти подкосы (фиг. V. 97), система относится к более сложному, так называемому рамно-ферменному типу (см. фиг. V. 94,*б*). В этом случае лонжероны уже не работают самостоятельно и распорка между концами подкосов нагружается не только осевыми силами, но и изгибающими моментами.

В первом приближении можно принять, что эксцентриситет в узле $e = 0$, и решать узел также, как узел *6* на фиг. V. 96. Однако, поскольку в общем случае как e, так и усилие S в подкосе дают проекции на все три координатные оси, то и момент эксцентриситета $M_e = Se$ даст составляющие M_x,

[1] Равная сумме x-овых составляющих от подкосов в узлах *5* и *6*, взятых с обратным знаком.

M_y и M_z во всех трех плоскостях, вызывая дополнительные усилия и реакции в элементах фермы. Следовательно, необходимо вторично решить ферму на эти моменты, считая, что M_x воспринимается лонжероном в плоскости yz, работающим как балка на двух опорах (фюзеляж—подкос), M_y — лонжероном и распоркой (если последняя жестко связана с узлом) в плоскости xz и M_z — распоркой в плоскости xy. Строго говоря, после этого требуется третье приближение, но обычно можно ограничиться двумя. Для сокращения работы лучше составить два совместных уравнения для определения усилий



Фиг. V. 98.

S_5 и S_6 в подкосах, взяв последовательно момент всех сил относительно оси x, проходящей через узлы $1'$—$2'$ крепления крыла[1] для переднего и заднего лонжеронов (фиг. V. 98):

$$\left.\begin{aligned} M_{\text{пер. л-н}} - S_{z5}e_1 + \left(S_{y5} - \frac{S_{x5}e_5 + S_{x6}e_6}{d}\right)a = 0, \\ M_{\text{з. л-н}} - S_{z6}e_2 + \left(S_{y6} - \frac{S_{x6}e_6 + S_{x5}e_5}{d}\right)a = 0. \end{aligned}\right\} \quad (66)$$

Здесь для простоты принято $S_{z5} = S_{5'-0}\cos(l_{5'-0}, z)$, $S_{y5} = S_{5'-0} \times \cos(l_{5'-0}, y)$ и т. д., т. е. эти величины являются проекциями усилий в подкосах на соответствующие координатные оси. Решение уравнений (66) дает усилия в подкосах.

Следует иметь в виду, что система хотя и статически определима, но не относится к классу простейших, т. е. не может быть решена последовательным решением узлов, в каждом из которых имеется более трех неизвестных; поэтому в данном случае для определения реакций опор требуется составление всех шести уравнений или необходима замена стержней (см. способ замены стержней § 3 гл. VIII ч. III).

[1] Если ось крепления крыла к центроплану не параллельна оси x, то удобнее вести расчет, направив ось x по линии $1'$—$2'$ и пересчитав на новые координатные оси косинусы углов подкосов 0—$5'$ и 0—$6'$.

В уравнениях (66) допущена неточность, что $M_{\text{пер. л-н}}$ и $M_{\text{з. л-н}}$ являются моментами от нагрузок, уже разложенных по закону рычага по лонжеронам. В действительности же это верно для всех нервюр, за исключением распорной *5—5′—6—6′*, где имеется дополнительный фактор — опорные моменты, перераспределяющие опорные реакции распорки по условию общего равновесия статически определимой системы. При обычных конструктивных соотношениях допущенная погрешность невелика (3—5%). Несколько бо́льшую ошибку может дать пренебрежение разгрузкой от работающего носка, если он имеется, так как благодаря носку передний лонжерон способен работать на кручение, и распределять внешние нагрузки по лонжеронам по закону рычага уже нельзя (система становится статически неопределимой).

Зная усилия в точках *5′* и *6′* крепления подкосов (фиг. V. 98), можно решить узлы *5* и *6* на усилия, подходящие от подкосов. Поскольку после этого узлы в отношении осевых усилий можно считать плоскими, решение надо начинать с того узла, в котором сходятся два стержня, в данном случае с узла *6*. Предполагается, что усилия во внешних элементах (*6—7*, *6—8* и *5—7*) известны из решения плоской фермы. Согласно фиг. V. 98 имеем моменты от эксцентриситета в узле *5*:

$$M_{x5} = S_{z5} e_5$$
$$M_{z5} = S_{x5} e_5,$$

которые изгибают соответственно передний лонжерон и распорку *5—6* [1].

Аналогичные моменты возникнут в узле *6*, так что их алгебраическая сумма при переходе сил S_x с узлов *5′* и *6′* в узлы *5* и *6* (т. е. в плоскость фермы) дает секущую силу в распорке *5—6*:

$$Q_y' = \frac{M_{z5} \pm M_{z6}}{d}.$$

Вид эпюры и знаки моментов, изгибающих распорку, зависят от направления сил S_{x5} и S_{x6}. Если силы имеют разные знаки относительно оси x, то знаки опорных моментов будут одинаковыми и их эпюра будет иметь вид, показанный на фиг. V. 99,*а*; если одинаковые, то эпюра—по фиг. V. 99,*б*.

При движении секущей силы Q_x (в которую входят и силы S_{x5} и S_{x6} с узлов *5* и *6*) и продольных сил к корню крыла и при переходе их на линию опор *1′—2′* добавляются также x- и z-овые моменты с плечами e_1 и e_2, которые должны быть восприняты лонжеронами и распоркой *1—2*. Распорка *1—2* работает по схеме распорки *5—6*, но с опорными моментами разного знака [2] (фиг. V. 99,*б*). Момент M_{x1} в узле *1*, взаимодействуя с моментом M_{x5} в узле *5*, дает эпюру, показанную на фиг. V. 100, с секущей силой

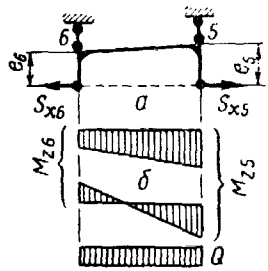
$$Q_y = \frac{M_{x1} + M_{x5}}{a}.$$

Эпюры фиг. V. 100 надо наложить на эпюры M и Q, полученные для расчета лонжерона на изгиб (см. выше). Если корневая расчалка *2′—3* присоединена к узлу *2′* так, что составляет с плоскостью фермы угол α (фиг. V. 98), то распорка *1—2* разгружается от момента, так как x-овая секущая сила переходит непосредственно в узел *2′* по расчалке *3—2′* (как составляющая

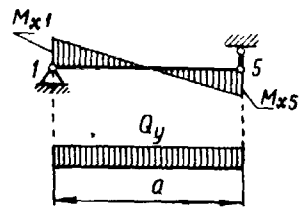
[1] Предполагается, что жесткость лонжеронов на кручение мала по сравнению с жесткостью распорки *5—6* на изгиб.

[2] При обычном устройстве опор, т. е. при эксцентриситетах в узлах *1* и *2* одного направления относительно оси *1—2* распорки.

усилия в ней). При этом, однако, передний лонжерон догружается (или разгружается) в узле *3* дополнительной нормальной силой $\Delta Q_y = S_{3-2'} \sin\alpha$, действие которой необходимо учесть при расчете этого лонжерона на изгиб, как сжато-изогнутой балки. Дальнейшее решение фермы, включая определение реакций в узлах *1'* и *2'*, не представляет затруднений и производится по общепринятым правилам. При построении диаграммы Кремоны для плоской фермы можно принимать, что *3—2'* совпадает с *3—2*, так как угол α не бывает более 6—8°, но при проверке равновесия сил на ось y ($\Sigma y = 0$) необходимо добавить в узле *2'* силу $\Delta Q_y = S_{3-2'} \sin\alpha$ (равную по величине, но обратную по знаку силе ΔQ в узле *3*).



Фиг. V. 99. Эпюра моментов и секущих сил, действующих на распорку.



Фиг. V. 100.

Учитывая точность расчетов на обычной счетной (25 *см*) линейке и графических построений, допустимой надо считать погрешность $\pm 2 \div 3\%$ (максимум 5%) при проверке уравнений равновесия (суммы сил и моментов по всем координатным осям[1]) на опорах.

Глава IV

ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА СТРЕЛОВИДНОГО КРЫЛА

Расчет стреловидного крыла на прочность при соблюдении даже минимально необходимого практически числа предпосылок является весьма трудоемкой задачей, решение которой обычно выходит за рамки заводского расчета. Это объясняется в основном тем, что такой расчет должен быть не только вполне надежным, но и давать ясное представление об «игре» сил и моментов в рассчитываемой конструкции. Так как при расчете стреловидного крыла приходится оперировать десятками переменных в каждом сечении крыла, то нетрудно сделать ошибку, которая обнаруживается подчас далеко не сразу. Решение задачи общим методом (например, потенциальной энергии) будет верно лишь при безусловном соответствии расчетных предпосылок и фактического поведения конструкции, но именно это условие часто не соблюдается. Поэтому приходится ограничиваться простейшими прикидками и данными тензиометрии, полученными как для конструкций, так и для масштабных моделей стреловидного крыла, начиная с моделей прямоугольных пластинок сплошного сечения.

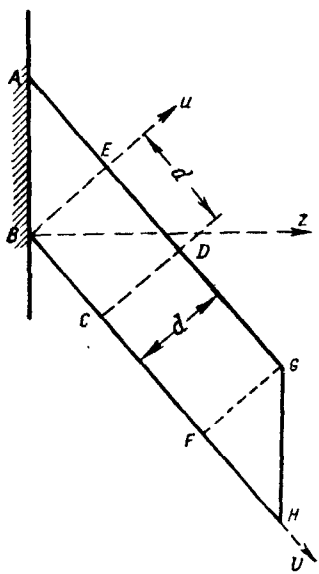
Ввиду того, что практические методы расчета различных схем стреловидных крыльев до сих пор не установились, невозможно ставить себе цель

[1] Т. е., например, $\Sigma y = (1 \pm 0{,}05) R \cos\alpha$ и т. д.

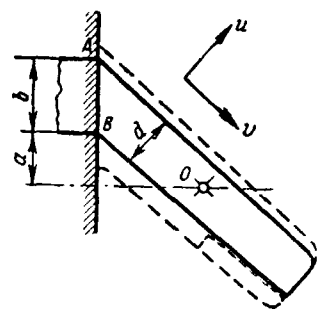
последовательно изложить все эти методы. Ниже даны лишь основные понятия и отмечены главные закономерности, характеризующие взаимодействие сил и моментов в корневом отсеке стреловидного свободнонесущего крыла.

Так как борт фюзеляжа со всеми связями, находящимися внутри фюзеляжа (лонжероны и раскосы центроплана, шпангоуты и пр.), всегда имеет конечные величины жесткостей изгиба (EJ) и сдвига (GF) крыла, а следовательно, и некоторую девиацию, не равную нулю на опорах, т. е. в плоскости предполагаемой заделки, то в данные ниже зависимости следует внести соответствующую поправку согласно общим правилам строительной механики. Стреловидность требует введения новой системы координат y, u, v, причем начало их удобно поместить у корня заднего лонжерона (точка B на фиг. V. 101).

Как показывает опыт и подтверждает теория, расчет стреловидного свободнонесущего крыла отличается от расчета обычного (прямого) крыла лишь в области Шухова $ABCDA$ (фиг. V. 101), простирающейся от исходного сечения BE (проходящего через начало заднего лонжерона) к концам крыла на длину порядка ширины d кессона. Следовательно, без зна-



Фиг. V. 101.



Фиг. V. 102.

чительной погрешности остальную часть стреловидного крыла можно рассчитывать по правилам, изложенным в гл. I и II.

На конце стреловидного крыла имеются обычно треугольники FGH, образованные прямой нервюрой FG, законцовкой GH и частью стенки FH заднего лонжерона. Решение их изложено в расчете стреловидного горизонтального оперения (см. ниже § 4 гл. IX). Для расчета свободнонесущего стреловидного крыла важно знать распределение сил и моментов в первую очередь в двух сечениях: по борту фюзеляжа (т. е. в плоскости заделки AB) и по началу заднего лонжерона (в сечении BE). Кроме того, необходимо знать y-овые реакции по переднему и заднему лонжеронам (в точках A и B), а также коэффициент распределения внешнего момента M_z между горизонтальными (обшивка) и вертикальными (стенки лонжеронов) элементами коробки в плоскости заделки.

Конструкция современных полумонококовых фюзеляжей почти всегда требует наличия сильных шпангоутов в точках A и B, способных воспринять y-овые реакции от крыла и передать их в виде секущих сил обшивке фюзеляжа. Если в некоторый запас надежности считать, что обшивка кессона в плоскости заделки не работает, то величины этих реакций можно подсчитать по обычной формуле для двухопорной балки с консолью (фиг. V. 102).

Передний лонжерон

$$Y_A = -Y\frac{a}{b}.$$

Задний лонжерон

$$Y_B = +Y\frac{a+b}{b},$$

где Y — вертикальная (y-овая) составляющая всех аэродинамических и инерционных сил, действующих на крыло.

При относительной толщине современных крыльев, равной 5—10% в плоскости фюзеляжа, и при ширине AB работающего контура кессона порядка половины хорды отношение высоты h коробки к ее ширине b, параллельной полету, будет не более $^1/_5$. Так как стенки лонжеронов, как правило, значительно толще обшивки, то вертикальная пара ($M_{верт}$), воспринимаемая стенками, значительно превышает горизонтальную ($M_{гор}$), воспринимаемую обшивкой. Например, при значении $\frac{h}{b} = \frac{1}{5}$ и стенках лонжеронов, имеющих втрое бо́льшую толщину, чем обшивка, отношение моментов[1]

$$\frac{M_{гор}}{M_{верт}} = \frac{5}{3}\left(\frac{1}{5^2}\right) = \frac{1}{15},$$

т. е. $M_{гор} < 0{,}07 M_{верт}$.

Для стреловидной коробки получим еще меньшие значения $M_{гор}$ вследствие неизбежно меньшего стеснения опорного сечения при кручении.

При указанных соотношениях не будет большой ошибкой принять $M_{верт} \approx M_z$ (всему z-овому моменту в плоскости заделки).

Типичная эпюра нормальных напряжений σ_v по сечению BE дана на фиг. V. 103. Хотя она относится к сплошной пластинке прямоугольного сечения, но ею можно пользоваться и для полых кессонов. Эта эпюра получена тензиометрированием[2] и является средней для различных случаев нагружения при угле стреловидности $\alpha = 40°$ и 60°. Разброс опытных точек таков, что позволяет сделать практически важный вывод: вид эпюры σ_v почти не зависит от способа нагружения (сосредоточенной силой на конце крыла, равномерно распределенной нагрузкой или моментом кручения M_z на конце).

Для удобства сравнения по оси ординат отложено отношение нормальных напряжений стреловидного σ_v и прямого σ крыла (когда плоскость заделки AB повернута на угол стреловидности α, т. е. совмещена с сечением BE). Назовем это отношение коэффициентом увеличения. Эпюра этого коэффициента показывает, что у стреловидного крыла значительно догружается задний лонжерон, но разгружается передний. На фиг. V. 104 дана эпюра σ_v/σ для того же сечения BE ($v=0$) для стреловидной ($\alpha=40°$ и 60°) пустотелой коробки постоянного сечения с толщиной стенки $\delta=0{,}025d$ и относительной высотой $h=(^1/_4—^1/_6)d$. Эпюры получены тензиометрированием[3] и отличаются от эпюры сплошной пластинки (фиг. V. 103) лишь несколько бо́льшим наклоном к оси абсцисс.

Как уже отмечалось, на дистанции, равной примерно ширине d пластинки, разница в нормальных напряжениях стреловидного и прямого крыла практически не ощущается, т. е. коэффициент увеличения стремится к 1. Это подтверждается эпюрой $\frac{\sigma_v}{\sigma}$ (фиг. V. 105), построенной по опытным точкам для

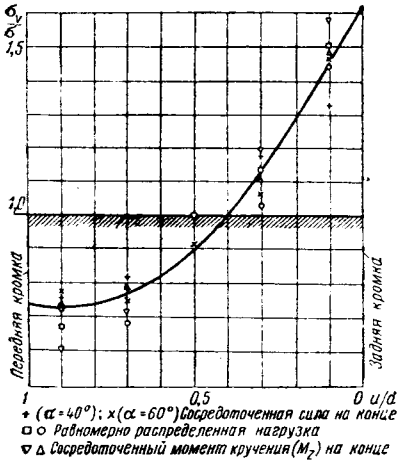
[1] См. формулу Шухова в § 10 гл. I ч. V.
[2] JAS, Oct. 1950 г.
[3] JAS, Sept. 1952 г.

той же пластинки с углом стреловидности 40° вдоль (т е. по оси v) крыла для двух продольных сечений, расположенных на $0{,}1d$ и на $0{,}9d$, где d — ширина поперечного сечения.

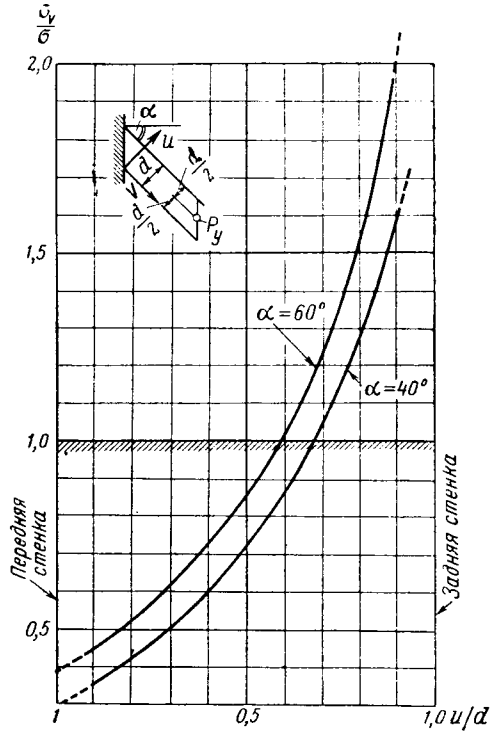
Эпюра показывает, что у корня разгрузка переднего лонжерона еще больше, чем в сечении BE (по корню заднего лонжерона).

Способ нагружения крыла играет некоторую роль, но заметную лишь у самого корня и в основном — для переднего лонжерона.

В случае кессона прямоугольного сечения, если не учитывать депланации корневых сечений от сдвига обшивки, различной упругости сжатой и растянутой зон обшивки и пренебречь деформациями нервюр в своих плоскостях, можно воспользовать-



Фиг. V. 103.



Фиг. V. 104.

ся следующими выражениями для коэффициента отклонения заднего лонжерона в месте его заделки (точка B, фиг. V. 101)[1]:

а) полки лонжерона:

$$\frac{\sigma_v}{\sigma} = 1 + \frac{\beta}{2v} N;$$

б) стенка лонжерона[2]:

$$\frac{\tau_v}{\tau} = 1 + \frac{\beta^2}{4} N,$$

где

$$N = \frac{2v + d \operatorname{tg} \alpha}{\dfrac{2}{d \operatorname{tg} \alpha} + \beta},$$

[1] JAS, Nov. 1951.

[2] Как показывает тензометрия обычно $\frac{\tau_v}{\tau} \not> 2$.

$$\beta = \sqrt{\frac{8G}{EF\left(\frac{d}{\delta_0} + \frac{h}{\delta}\right)}};$$

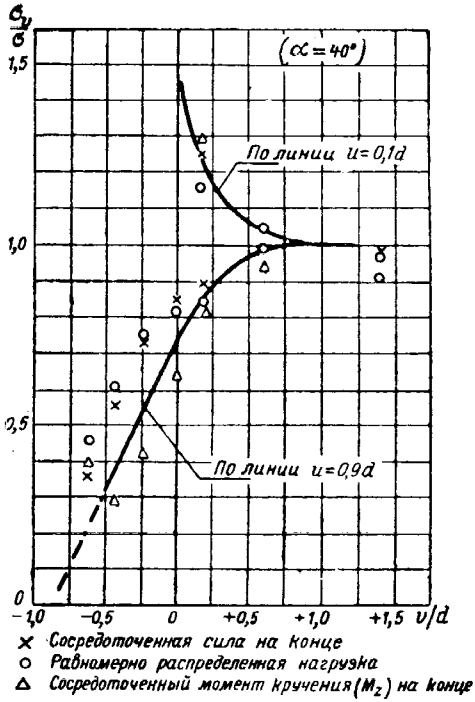
F — площадь сечения полки лонжерона;
E — модуль нормальной упругости материала этой полки;
G — модуль сдвига материала обшивки кессона;
d и h — ширина и высота кессона;
δ_0 и δ — толщина обшивки и стенки кессона.

При $G \approx 0{,}25E$

$$\beta \approx \frac{2}{\sqrt{F\left(\frac{d}{\delta_0} + \frac{h}{\delta}\right)}};$$

v — расстояние от сечения, где приложены силы (моменты) до корневого сечения BE. Для распределенных воздушных сил без большой ошибки v можно брать до ц. д. равнодействующей нагрузки.

Формулы для β имеют оценочный характер, так как не учитывают возможного на практике усиления или ослабления сечений корневой нервюры BE (фиг. V. 101). Впрочем, как показывают опыты[1], влияние конструктивных изменений этой нервюры или даже полное ее упразднение (при наличии обшивки, не теряющей устойчивости) практически не сказываются на углах кручения и прогибах и дают небольшое уменьшение (обычно порядка 10%) нормальных напряжений в переднем лонжероне и соответственное (в пределах 10%) повышение этих напряжений в заднем лонжероне.



Фиг. V. 105.

Прогибы и углы кручения можно приближенно подсчитать, заменив действительную длину стреловидного крыла некоторой приведенной (l) с заделкой, повернутой на угол стреловидности α вокруг точки O (фиг. V. 106). Для сплошной пластинки прямоугольного сечения расстояние точки O от передней кромки[2]

$$u_1 = (0{,}725 - 0{,}225 \cos 2\alpha)d.$$

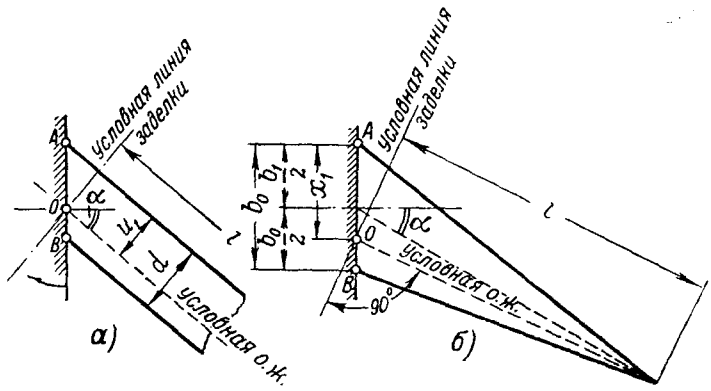
Для сплошной пластинки треугольной формы в плане (фиг. V. 106,б) координата точки O, отсчитанная вдоль корневой хорды b_0,

$$x_1 = \left(0{,}5 + \frac{\alpha^\circ}{150}\right) b_0.$$

Угол стреловидности α° по линии половин хорд берется в градусах. Эти формулы можно применить и для симметричной коробки с одинаковыми

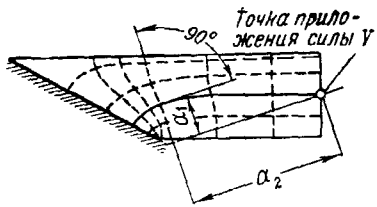
[1] JAS, Sept. 1952.
[2] JAS, Dec. 1951.

передним и задним лонжеронами. Если этого нет, то приходится вводить пропорциональное (например, моментам инерции лонжеронов) деление и передвигать точку O в сторону более сильного лонжерона. Задача осложняется тем, что понятие оси жесткости или, точнее, оси кручения, у стреловидного крыла весьма условно. Как показывают опыты, при закручивании крыла мо-



Фиг. V. 106.

ментом M_z, вектор которого нормален плоскости заделки, линия нулевых деформаций кручения (т. е. условная ось кручения) проходит вблизи заднего лонжерона, примерно перпендикулярно борту фюзеляжа. Для кессона прямоугольного сечения расстояние этой оси от заднего лонжерона по линии опор близко к $^1/_4$—$^1/_5$ корневой хорды кессона, если угол стреловидности не далек

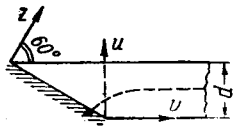
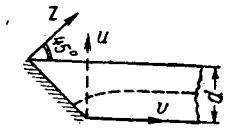
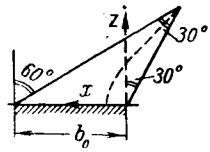


Фиг. V. 107.

от 45°. Это подтверждают подсчеты положения условной оси кручения по методу гидродинамической аналогии, согласно которому условная ось кручения отождествляется с осевой линией потока в трубе, имеющей сечение и форму, одинаковые с рассматриваемой пластинкой. В табл. V. 3 показано расположение этой оси для трех типов пластинок сплошного прямоугольного сечения, подсчитанное способом гидродинамической аналогии.

Расчет стреловидной пластинки далее ведется по обычным правилам расчета кривого бруса, т. е. подсчет крутящего и изгибающего моментов в любом сечении, нормальном к найденной криволинейной оси бруса, сводится к определению плеч a_1 и a_2 (фиг. V. 107) относительно равнодействующей сил Y, действующей на отсеченную часть.

Таблица V. 3

 для угла $\alpha=60°$		 для угла $\alpha=45°$		 для угла $\alpha_2=30°$	
v/d	u/d	v/d	u/d	x/b_0	z/b_0
−0,256	0,148	−0,219	0,219	−0,180	0
−0,214	0,206	−0,094	0,317	+0,160	0,125
−0,164	0,261	+0,049	0,385	+0,146	156
−0,098	0,306	+0,110	0,406	+0,112	219
−0,088	0,350	+0,202	0,430	+0,064	281
+0,055	0,385	+0,359	0,457	+0,014	344
+0,148	0,414	+0,421	0,465	−0,070	438
+0,252	0,437	+0,515	0,474	−0,131	0,500
+0,363	0,456	+0,577	0,479	−0,224	594
+0,485	0,469	+0,681	0,484	−0,238	656
+0,611	0,481	+0,820	0,490	−0,352	719
+0,884	0,490	+0,966	0,494	−0,416	781
+1,165	0,494	+1,076	0,496	−0,478	844
+1,446	0,497				
+1,731	0,500				

Правила распределения моментов и сил в центропланной части стреловидного крыла изложены в расчете горизонтального оперения (§ 4 гл. IX ч. V).

Глава V

РАСЧЕТ ФЮЗЕЛЯЖА ПОЛУМОНОКОКА

Расчет фюзеляжа полумонокока производится в основном по тем же правилам и формулам, что и крыла полумонокока (см. гл. II). Поэтому ниже рассмотрены лишь специфические особенности расчета такого фюзеляжа, которые могут быть сведены к следующим:

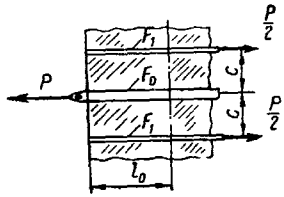
1. Определение местных напряжений в обшивке (при действии сосредоточенной силы вдоль образующей, по нормали к поверхности и в радиальном направлении).
2. Расчет конической оболочки.
3. Расчет шпангоутов.
4. Расчет вырезов и окантовок.
5. Проверка фюзеляжа на общую потерю устойчивости.

§ 1. Определение местных напряжений в обшивке

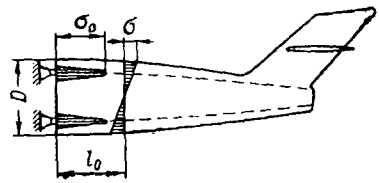
А. СОСРЕДОТОЧЕННАЯ СИЛА ДЕЙСТВУЕТ ВДОЛЬ ОБРАЗУЮЩЕЙ

В этом случае необходимо определить коэффициент концентрации напряжений, а также расстояние l_0 (фиг. V. 108) от точки действия силы до сечения, где с практически достаточной точностью (±5÷10%) можно применять обычные формулы строительной механики. Расстояние l_0 является в основном функцией

поперечного размера сечения и соотношения площадей и сечений сосредоточенного элемента и прилегающей части обшивки. Например, для лонжерона (фиг. V. 108) площадью сечения[1] F_0, лежащего между двумя стрингерами



Фиг. V. 108. Случай сосредоточенной силы, действующей вдоль образующей оболочки.



Фиг. V. 109. Длина затухания l_0.

площадью сечения[1] F_1 и связанного с ними плоской обшивкой толщиной δ, длина l_0, на которой напряжение в лонжероне $\sigma_0 = \frac{P}{F_0}$ убывает до напряжения $\sigma = \frac{P}{F_0 + 2F_1}$ (в стрингерах возрастает от нуля до этой же величины), равна[2]:

$$l_0 = 3\sqrt{\frac{EcF_0F_1}{G_{\text{ред}}\,\delta\,(F_0+2F_1)}}. \tag{67}$$

При обычном отношении модулей упругости[3] $\left(\frac{E}{G_{\text{ред}}} \approx 3\right)$ и равных площадях $F_0 = F_1 = F$ длина l_0 равна

$$l_0 = 3\sqrt{\frac{Fc}{\delta}}. \tag{67a}$$

При увеличении числа стрингеров свыше двух длина l_0 растет так медленно, что эту длину можно считать практически постоянной, т. е. определять ее по формуле (67).

При обычных соотношениях между c и δ, т. е. при $\frac{c}{\delta} = 100 \div 200$,

$$l_0 = (30 \div 40)\sqrt{F}.$$

Если при диаметре фюзеляжа $D = 1$ *м* площадь сечения полки лонжерона в месте стыка средней и хвостовой частей $F = 4$ *см*², то $l_0 = (60 \div 80)$ *см* $= (0{,}6 \div 0{,}8)\,D$. Опыты показывают, что при четырехточечном креплении фюзеляжа длина l_0, на которой происходит включение в работу на изгиб всего сечения [т. е. напряжения изгиба можно определять по формуле $\sigma = \frac{My}{J_{\text{ред}}}$ (фиг. V. 109)], равна примерно $l_0 = (1 \div 1{,}2)\,D$.

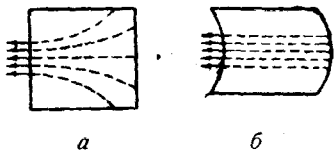
---

[1] Площадь берется с учетом приведенной ширины b_0 обшивки (т. е. с добавлением $b_0\delta$).

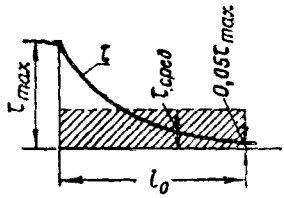
[2] Rep. & Mem., 1825, 1938.

[3] Величину редуцированного модуля сдвига $G_{\text{ред}}$ можно брать по фиг. V. 68.

Немалую роль в увеличении длины l_0 играет криволинейная форма фюзеляжа, так как в противоположность плоской пластинке, у которой сосредоточенная нагрузка, приложенная к кромке, вызывает расходящийся силовой пучок (фиг. V. 110,*а*), цилиндрическая пластинка, по крайней мере при малых деформациях, дает параллельный пучок сил (фиг. V. 110,*б*).



Фиг. V. 110. Силовой пучок в плоской и цилиндрической пластинке.



Фиг. V. 111.

Напряжение сдвига в обшивке при действии силы P (см. фиг. V. 108) будет затухающим, причем наибольшую его величину (вблизи точки приложения силы) можно определить по формуле

$$\tau_{max} = P\sqrt{\frac{G_{ред}F_1}{EF_0(F_0+2F_1)c\delta}}. \tag{68}$$

При $F_0 = F_1 = F$ и $\frac{E}{G_{ред}} = 3$ напряжение

$$\tau = \frac{P}{3\sqrt{Fc\delta}}, \tag{68a}$$

т. е. площадь среза является средней пропорциональной между площадью стрингера F и площадью одного участка панели $c\delta$ при секущей силе в панели $Q = \frac{P}{3}$.

Если задачу о τ_{max} решить приближенно, положив площадь среза с одной стороны лонжерона равной $F = l_0\delta = 3\delta\sqrt{\frac{Fc}{\delta}}$ и $Q = \frac{P}{3}$, то коэффициент k полноты эпюры (фиг. V. 111) при среднем напряжении сдвига

$$\tau_{сред} = \frac{P}{3\left(3\delta\sqrt{\frac{Fc}{\delta}}\right)} = \frac{P\sqrt{\delta}}{9\delta\sqrt{Fc}}$$

получится равным

$$k \approx \frac{\tau_{сред}}{\tau_{max}} = \frac{3\sqrt{Fc\delta}\sqrt{\delta}}{9\delta\sqrt{Fc}} = \frac{1}{3},$$

т. е. закон изменения τ по длине l_0 выражается квадратной параболой. При переходе в зону текучести этот коэффициент заметно увеличивается, доходя до 0,5 или даже до 0,7, но в настоящее время еще не установлена строго обоснованная зависимость коэффициента k от напряжения.

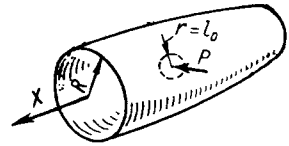
Б. СИЛА ПРИЛОЖЕНА ПО НОРМАЛИ К ОБШИВКЕ

Местные напряжения от сосредоточенной силы P, приложенной по нормали к поверхности обшивки фюзеляжа радиуса R (фиг. V. 112), быстро затухают примерно по гиперболическому закону до небольших (нерасчетных) величин на длине $l_0 = r$, отсчитанной от точки приложения силы

$$l_0 = (0{,}1 \div 0{,}2) R;$$

величина местных напряжений может быть определена по формуле

$$\sigma = \frac{kP}{\delta^2}. \qquad (69)$$



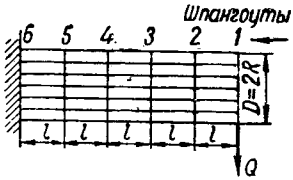
Фиг. V. 112. Сила, приложенная по нормали к обшивке.

Коэффициент $k \approx 2$ в точке приложения силы; на расстоянии $l_0 = 0{,}1R$ коэффициент $k \approx 0{,}4$. Далее k асимптотически стремится к нулю[1]. Хотя σ является суммой цепного и изгибного напряжений, основную часть составляют напряжения изгиба. При определении коэффициента k в точке приложения силы предполагалось, что сосредоточенная сила равномерно распределена по площади круга диаметром 0,65 δ.

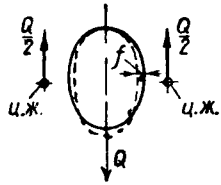
Так как при максимально возможном коэффициенте пластичности $k_{пл} = 2$, напряжение $\sigma \not> 2\sigma_b$, то из формулы (69) следует, что величина сосредоточенной силы не может быть больше $\delta^2 \sigma_b$. Например, для дуралюминового листа с $\sigma_b = 4000$ *кг/см*^{2} при $\delta = 1$ *мм* получаем $P_{max} = 0{,}1^2 \cdot 4000 = 40$ *кг*. Если представить себе силу в виде пуансона диаметром $D = 0{,}65\,\delta$, то площадь среза по окружности пуансона $F = \pi D \delta \approx 2\delta^2$ и напряжение среза τ при $\delta = 1$ *мм* равно $\tau = \frac{40}{0{,}02} = 2000$ *кг/см*^{2}, т. е. также близко к разрушающему.

В. СИЛА ПРИЛОЖЕНА В РАДИАЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Значительно медленнее выравниваются напряжения сдвига по длине цилиндрического фюзеляжа, если концевой шпангоут № 1 (фиг. V. 113), к кото-



Фиг. V. 113.



Фиг. V. 114.

рому приложена радиальная секущая сила Q, не имеет стенки, а является кольцом. Под действием силы Q этот шпангоут стремится превратиться в эллипс с отношением осей, большим первоначального, причем малая ось уменьшется на величину $2f$ (фиг. V. 114). Вследствие этого даже при обшивке, не теряющей устойчивости от сдвига, искажение формы сечения фюзеляжа передается на следующие шпангоуты № 2, 3 и т. д., которые начинают также работать на изгиб, хотя и в меньшей степени.

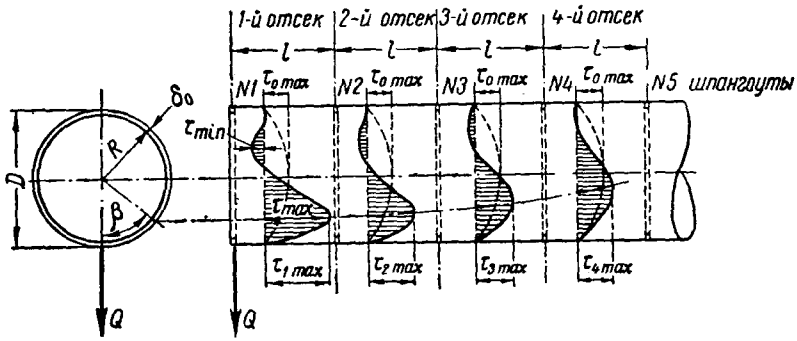
---

[1] Строго говоря, величина k зависит также от угла, который составляет образующая цилиндра с плоскостью, в которой лежит l_0, т. е. «круг затухания» является в действительности сложной кривой.

У места приложения силы Q наблюдается значительная концентрация напряжений сдвига, и максимум τ_0, определяемый вдали от силы формулой $\tau_{0\,max} = \frac{kQ}{F} = \frac{2Q}{F} = \frac{2Q}{\pi D \delta} = \frac{Q}{\pi R \delta}$, смещается с нейтральной оси по направлению к силе, увеличиваясь до величины

$$\tau_{1\,max} = \psi \tau_{0\,max}.$$

При этом угол β между направлением действия этого напряжения и силой Q (фиг. V. 115) уменьшается с 90° до 40—20° (см. фиг. V. 117). Коэффициент



Фиг. V. 115. Выравнивание напряжений сдвига по длине фюзеляжа.

концентрации $\psi \geqslant 1$ зависит от следующих параметров (случай кругового консольного цилиндра постоянного сечения):

$$\left.\begin{aligned} A &= \frac{6R^6\delta_1}{J_ш l^3}, \\ B &= 6\left(\frac{E}{G}\right)\left(\frac{\delta_0}{\delta}\right)\left(\frac{R}{l}\right)^2 \\ C &= \frac{J_ш}{F_ш R^2}, \\ N &= \frac{F_ш}{F_{сдв}}, \\ \eta &= \frac{e}{R}, \end{aligned}\right\} \qquad (70)$$

где $\delta_0 = \frac{\sum(F_{стр} + b_0\delta)}{\pi D}$ — средняя приведенная толщина обшивки, равная отношению общей площади сечения, работающей на изгиб (стрингеры, лонжероны, эффективная ширина обшивки), к периметру обшивки;

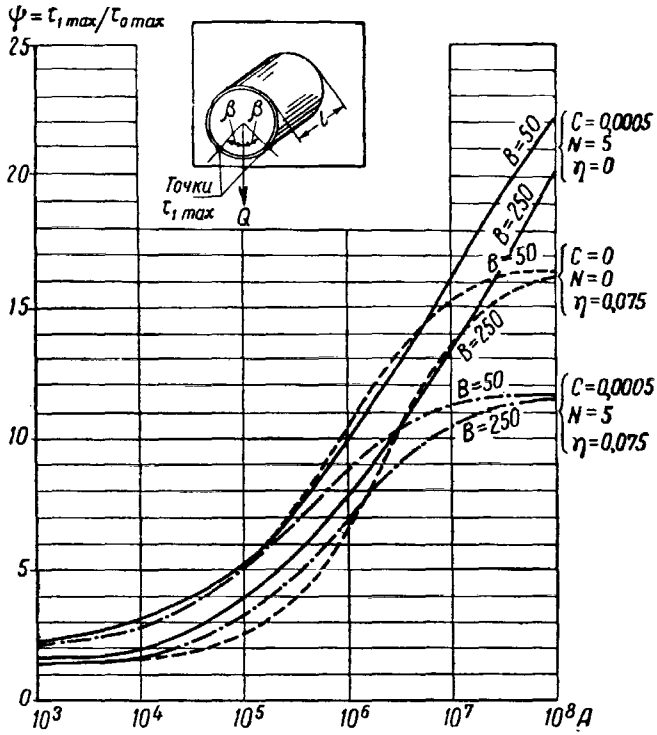
$J_ш$ — момент инерции сечения шпангоута относительно оси, проходящей через ц. т. этого сечения и параллельной образующей фюзеляжа;

l — расстояние между шпангоутами[1];

[1] Рассматривается случай цилиндра с n одинаковыми отсеками (l=const).

E — модуль нормальной упругости продольного набора;
G — модуль сдвига обшивки;
$F_ш$ — площадь сечения шпангоута;
$F_{сдв}$ — площадь сечения шпангоута, работающая на сдвиг (обычно площадь стенки шпангоута);
e — расстояние от середины толщины приведенной обшивки δ_1 до ц. т. сечения шпангоута.

Для консольного кругового цилиндра, у которого к шпангоуту № 1 приложена сосредоточенная сила, а плоскость заделки проходит по шпангоуту



Фиг. V. 116. Величина ψ в зависимости от параметров A, B, C, N и η.

№ 2 (т. е. для одного отсека), величина ψ берется по фиг. V. 116 в зависимости от параметров A, B, C, N и η. Если положить $C=N=\eta=0$ (в запас прочности), то можно пользоваться упрощенным графиком (фиг. V. 117), на котором также даны углы β, определяющие точки по окружности, в которых действует $\tau_{1_{max}}$.

Величина τ_{min} в верхней части сечения (см. фиг. V. 115) не превосходит $\tau_{0_{max}}$, и поэтому обшивку выше нейтральной оси можно в запас прочности считать по обычной формуле $\tau = \frac{QS}{J\delta}$.

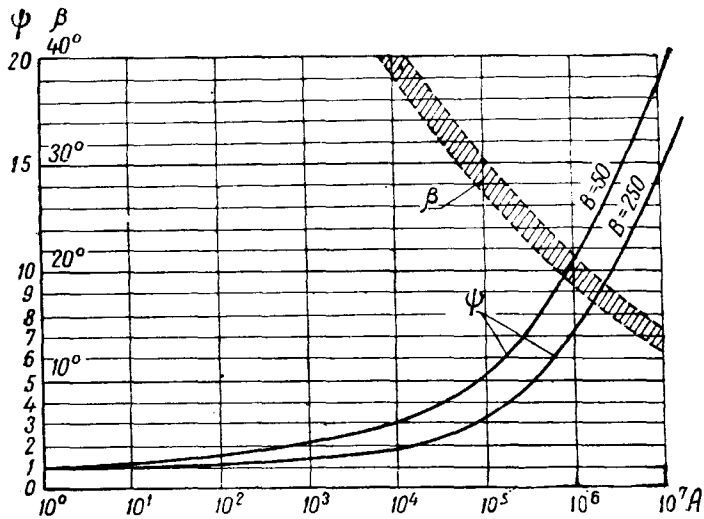
Если можно считать, что плоскость заделки проходит по шпангоутам № 2, 3 и т. д., т. е. если консольный цилиндр имеет два, три и т. д. отсеков,

то величина ψ в первом отсеке будет понижаться и напряжение сдвига в обшивке первого отсека будет равно

$$\tau_{1\,max} = k\psi\tau_{0\,max}, \tag{71}$$

где коэффициент $k<1$. Этот коэффициент в зависимости от числа отсеков в промежутке от места приложения силы до заделки дан на фиг. V. 118. Коэффициент ψ уменьшается для последующих отсеков по сравнению с его значением для отсека, где действует сосредоточенная сила, и в пределе равен 1 на расстоянии, где применима уже обычная формула $\tau_{0\,max} = \frac{Q}{\pi R\delta}$.

На фиг. V. 119 дана кривая изменения ψ по длине консольных цилиндров с 14-ю равными отсеками и с бесконечно большим числом отсеков при зна-



Фиг. V. 117. Упрощенный график для определения величины ψ.

чениях $A=10^7$ и $B=150$. Как видно по фиг. V. 119 для очень длинного цилиндра, примерно на расстоянии около двух диаметров от места приложения силы [1], $\psi\approx1{,}5$.

Величина ψ падает еще резче, если сила приложена к усиленному шпангоуту.

Если обозначить через ε отношение моментов инерции сечений усиленного и ординарного шпангоутов, то график (фиг. V. 120) дает представление о влиянии усиленного шпангоута на величину ψ в отсеке, где приложена сила, для случая консольных цилиндров.

Графики, приведенные на фиг. V. 115—120, относятся к случаю односторонней загрузки полумонококового цилиндра с секущей силой, идущей от нагруженного шпангоута в одну сторону (с консольного конца до заделки).

Концентрация напряжений сдвига, т. е. величина коэффициента ψ, уменьшится, если нагруженный сосредоточенной силой шпангоут расположен где-то посередине цилиндра, т. е. если секущая сила передается в обе стороны (по схеме двухопорной балки).

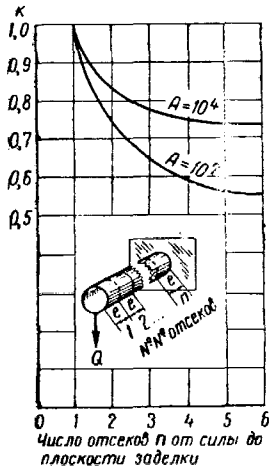
На фиг. V. 121 даны значения ψ для двух предельных случаев цилиндра с двумя отсеками, нагруженного силой посередине: при полной заделке и при

[1] В этом примере приблизительно $R=3l$.

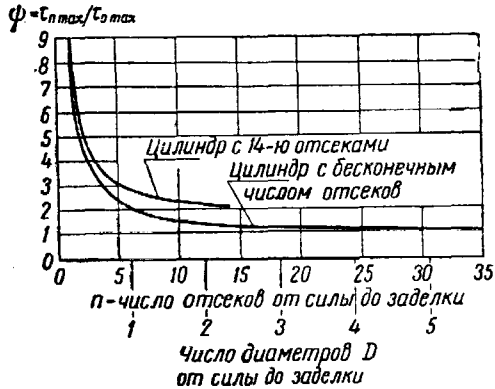
идеальных шарнирах. Очевидно, что при увеличении числа отсеков значения ψ уменьшаются.

Сравнение фиг. V. 117 с фиг. V. 121 показывает, что при одинаковых A и B значение ψ по фиг. V. 121 значительно меньше.

Концентрация напряжений сдвига в месте приложения сосредоточенной нагрузки значительно быстрее разгружает шпангоуты от изгиба, чем в класси-



Фиг. V. 118. Значения коэффициента k в зависимости от числа отсеков.



Фиг. V. 119.

ческом случае потока касательных напряжений, распределенных по закону синуса, т. е. определяемых по обычной формуле

$$\tau = \frac{Q}{\pi R \delta} \sin(90^\circ - \varphi) = \frac{Q}{\pi R \delta} \cos\varphi, \tag{72}$$

где $(90^\circ - \varphi)$ — угол между направлением силы Q и радиусом-вектором, проведенным через рассматриваемую точку обшивки[1]. В этом случае наибольший момент, изгибающий шпангоут под действием силы Q, равен[2]

$$M_{0\,\max} = \frac{3}{4\pi} QR = 0{,}239 QR.$$

Концентрация напряжений сдвига в обшивке позволяет ввести коэффициент уменьшения λ, т. е. фактический изгибающий момент под силой будет равен

$$M_{1\,\max} = \lambda M_{0\,\max} = 0{,}239\,\lambda\, QR.$$

Коэффициент $\lambda \leqslant 1$ можно взять по фиг. V. 122 (для бесконечно длинного консольного цилиндра) или по фиг. V. 123 (для двухопорного бесконечно длинного цилиндра).

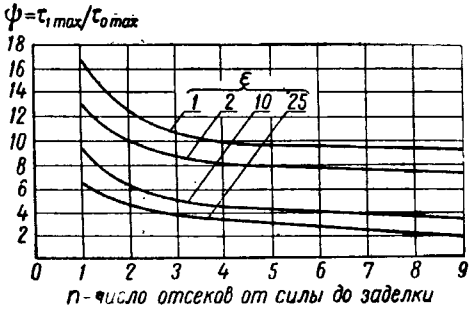
Следует помнить, что графики, показанные на фиг. V. 116—123, проверены тензиометрией лишь до напряжений, не превышающих предела текучести материала цилиндров.

Однако ими можно пользоваться в некоторый запас надежности и при расчете на разрушающие нагрузки, имея в виду, что у тонкостенных цилиндров

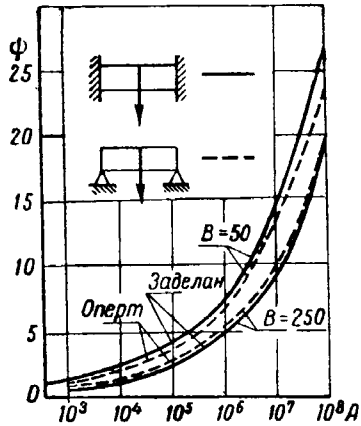
[1] При этом предполагается, что на изгиб работает лишь шпангоут, нагруженный силой Q (см. ниже фиг. V. 130).

[2] См. § 4 гл. XIII ч. III.

при наличии отверстий (под заклепки, болты и т. д.) разрушающие напряжения (как сжатия, так и растяжения) не на много превышают предел текучести.

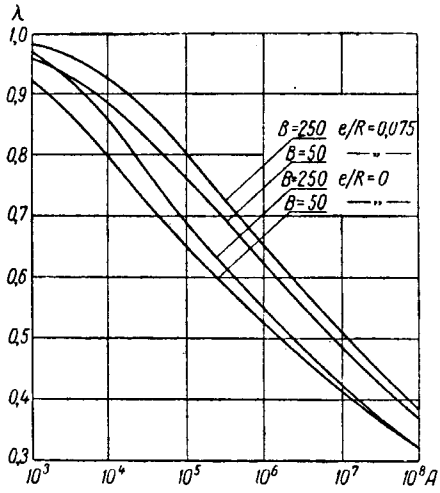


Фиг. V. 120. Влияние усиленного шпангоута на величину ψ для случая консольного цилиндра.

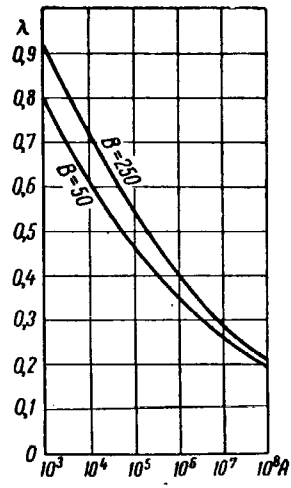


Фиг. V. 121. Значения ψ для двухопорной балки (цилиндра с двумя отсеками, нагруженного силой посередине).

Как правило, за пределом текучести $\tau_{1\,max}$ растет медленнее, чем нагрузка, что эквивалентно уменьшению коэффициента концентрации ψ, так что в пластической зоне коэффициент $\psi_{пл}$ лежит в пределах $\psi > \psi_{пл} > 1$.



Фиг. V. 122. Коэффициент λ для консольного бесконечно длинного цилиндра.



Фиг. V. 123. Коэффициент λ для двухопорного бесконечно длинного цилиндра.

В настоящее время еще нет надежных формул для определения величины $\psi_{пл}$. Поэтому приходится довольствоваться грубыми приближениями, например, считать

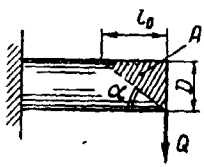
$$\psi_{пл} = \frac{1+\psi}{2}. \tag{73}$$

По формулам (67) и (67а) можно установить длину l_0, на которой на изгиб инает работать полное сечение цилиндра, т. е. становится действительной рмула $\tau_{0\max} = \frac{Q}{\pi R \delta}$.

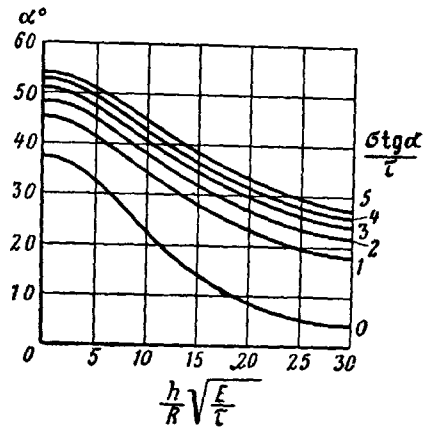
По фиг. V. 119 видно, что для длинного консольного цилиндра это расяние от силы равно примерно двум диаметрам, если считать, что точность ределения $\psi_{пл}$ порядка 20%, т. е. если положить $\psi_{пл} = 1{,}2$, а следовательно, $= 1{,}4$. Для случая двух опор (фиг. V. 121) величина l_0 будет соответвенно меньше.

Иногда на практике предпочитают пользоваться упрощениями, корректируя статическими испытаниями. Например, иногда l_0 получают так, как показа- на фиг. V. 124, проводя луч из чки приложения силы Q под лом α, который близок к углу волн шивки после потери устойчивости. гол α можно брать по графику иг. V. 125; так как обычно угол α лизок к 35—40°, то l_0 несколько льше диаметра D фюзеляжа.

После проведения луча заштрованная часть A исключается из одсчета J и W сечения (но отнюдь е исключается при подсчете τ, при отором вводится все сечение и пенапряжение учитывается коэффициентом ψ).



Фиг. V. 124.



Фиг. V. 125. Угол волн обшивки с образующей цилиндрической панели [1].

Исключение участка A в известной мере эквивалентно замене фактической эпюры σ (на фиг. V. 126 кривая $abcd$) ее заштрихованной частью bcd, причем для расчета неважно, что такая замена вообще неравноценна, важно лишь установить порядок наибольших значений σ в точках a и b.

Незаштрихованная часть ab на фиг. V. 126 остается не учтенной, что несущественно, так как значения σ в этой части эпюры много меньше, чем в заштрихованной. Характер эпюры σ показывает, что сечение имеет две нейтральных оси A и B, т. е. точный подсчет σ затруднителен.

Для сравнения на фиг. V. 126 дана обычная эпюра $\sigma_\infty = \frac{My}{J_{ред}}$, по которой видно, что при введении в расчет всего сечения напряжения оказываются в два-три раза больше фактических, что как раз и подтверждает правильность использования части сечения для подсчета $J_{ред}$ и W.

В случае сосредоточенных реакций R_1 и R_2 от шпангоутов, к которым крепятся лонжероны крыла, линии выключения сечений пойдут примерно так, как показано на фиг. V. 127, и неэффективным на изгиб от обеих реакций будет лишь заштрихованный участок.

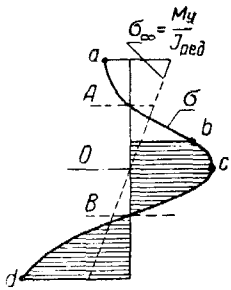
[1] JRAS, Febr. 1953.

Вопрос о законе распределения напряжений вблизи силы возникает и при расчете всевозможных узловых накладок в фюзеляже, начиная с простейших (фиг. V. 128 и 129).

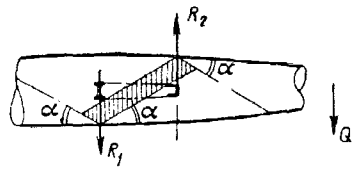
В этих случаях необходимо определить закон распределения силы $P=P_1+P_2+P_3+\ldots P_n$ между заклепками (болтами).

Опыты показывают, что детали таких соединений нагружаются особенно неравномерно, когда действующая сила P относительно невелика, т. е. составляет небольшую часть силы, разрушающей соединение.

Обычно сначала происходит весьма неравномерное обжатие зазоров, затем последовательное включение в работу болтов (или заклепок)



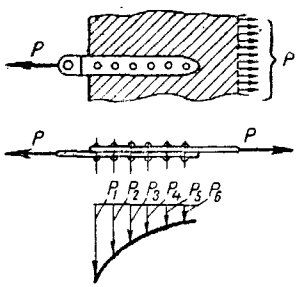
Фиг. V. 126.



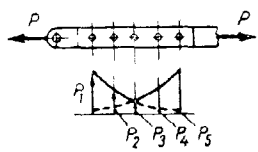
Фиг. V. 127.

примерно по параболическому закону, причем болты, лежащие ближе к силе, при прочих равных условиях нагружаются больше. При нагрузках, не превышающих предела пропорциональности материала листов на сжатие (или растяжение) или болтов на срез (берется, что меньше), распределение силы P происходит приблизительно так, как показано на фиг. V. 128—129, т. е. с коэффициентом полноты (эффективности) $k=\frac{P_1}{P_0}$ порядка $^1/_3$ (где $P_0=\frac{P}{n}$ и n — число болтов). По мере приближения к пределу текучести k начинает возрастать и в зависимости от типа соединения достигает $^2/_3$ и даже более.

К моменту разрушения коэффициенты эффективности возрастают до 0,8—0,9, но в запас надежности в расчет следует вводить их значения у предела текучести.



Фиг. V. 128.



Фиг. V. 129.

Если по конструктивным соображениям необходимо поставить в ряд большое число заклепок или болтов, например, 10, то в этом случае даже в момент разрушения трудно получить коэффициент эффективности больше 0,65—0,75 (даже если применить переменные диаметры). При подборе коэффициента полноты иногда приходится учитывать взаимную упругость (жесткость) заклепок (болтов) и листов или накладок, имея в виду два крайних случая:

1) жесткость заклепок очень велика по сравнению с жесткостью листов,

2) жесткость листов очень велика по сравнению с жесткостью заклепок.

В первом случае при нагрузках, не превышающих предела текучести, сила P распределяется практически только между крайними заклепками пропорционально GF, т. е. их жесткостям на сдвиг (срез); $F = \frac{\pi d^2}{4}$ — площадь сечения заклепки.

Во втором случае сила P распределяется между всеми заклепками пропорционально площади смятия $F_{см} = d\delta$ в листе, т. е. при одинаковых заклепках поровну между ними.

В действительности соединение работает по промежуточной схеме, и при практически употребительных соотношениях размеров заклепок и листов в момент разрушения работа соединения приближается к случаю 2.

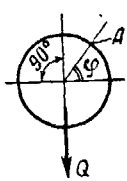
С эффектом взаимной жесткости элементов соединения приходится особенно считаться при наличии таких мало пластичных соединений, как клеевые и сварные (точечная сварка). В этих случаях коэффициент эффективности[1], как правило, не превышает 0,5.

§ 2. Расчет конической оболочки

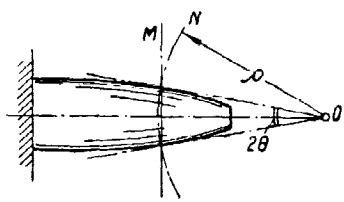
Известно, что в тонкостенном круговом цилиндре, нагруженном секущей силой Q, на дистанции большей, чем длина затухания l_0 (см. выше, § 1), напряжения сдвига выражаются формулой

$$\tau = \frac{Q}{\pi R \delta} \cos \varphi, \tag{74}$$

т. е. изменяются по закону косинуса угла φ, составляемого плоскостью, проходящей через данную точку A (фиг. V. 130) с плоскостью, нормальной к силе Q.



Фиг. V. 130.



Фиг. V. 131.

При $\varphi = 0$ и $\cos\varphi = 1$, т. е. по нейтральной оси,

$$\tau = \frac{Q}{\pi R \delta} = \frac{Q}{\frac{1}{2} F} = \frac{2Q}{F}, \tag{74a}$$

где $F = \pi D \delta = 2\pi R \delta$ — площадь сечения цилиндра.

Конический фюзеляж разгружается от нормальных сил при изгибе пропорционально углу коничности 2θ в данном сечении (фиг. V. 131), т. е. формула для напряжения сдвига двухчленная:

$$\tau = \left(\frac{Q}{\pi R \delta} - \frac{2M \operatorname{tg} \theta}{\pi R^2 \delta} \right) \cos \varphi, \tag{75}$$

где $\pi R^2 \delta = W$ — момент сопротивления сечения; второй член формулы представляет собой проекцию удвоенной составляющей нормального напряжения $\sigma = \frac{M}{W}$ на направление τ.

[1] Trans. of ASME, март 1944; SAE Journal, сент. 1944.

Если $\frac{Q}{\pi R \delta} = \frac{2M \operatorname{tg}\theta}{\pi R^2 \delta}$, т. е. если $\operatorname{tg}\theta = \frac{QR}{2M}$, то $\tau = 0$. Это значит, что ерекущая сила Q приложена в точке пересечения касательных к оболочке рассматриваемом сечении и полностью уравновешивается составляющими нормальных напряжений[1]. Для прямого конуса точка O является, очевидно, вершиной. Необходимо отметить, что напряжение, определенное по формуле (75), действует по касательной к контуру в сечении N (фиг. V. 131) конуса сферой радиуса ρ (из вершины O конуса), т. е. отнесено к фактической толщине δ оболочки. Если же сечение берется нормально к оси конуса, т. е. если сферическую поверхность N заменить плоскостью M, то в этом случае толщина обшивки $\delta_M = \frac{\delta}{\cos\theta}$, т. е. напряжение будет соответственно меньше и

$$\tau_M = \tau \cos\theta = \left(\frac{Q}{\pi R \delta} - \frac{2M \operatorname{tg}\theta}{\pi R^2 \delta}\right) \cos\varphi \cos\theta. \tag{75a}$$

Аналитическое нахождение напряжений сдвига при наборе продольных профилей даже в случае кругового конического фюзеляжа очень громоздко, и практически напряжения сдвига определяют графическим путем.

Основная формула для напряжения сдвига в конической оболочке кругового сечения, при продольных подкреплениях в виде стрингеров площадью dF каждый, имеет вид

$$\tau = \tau_{max} - \tau_u = \int_0^{\frac{\pi}{2}} A\,dt - \int_0^u A\,dt, \tag{76}$$

где подинтегральная функция

$$A = \frac{\sin\varphi}{J}\left(QR + M \operatorname{tg}\theta - \frac{\partial J}{\partial x}\frac{MR}{J}\right) \tag{77}$$

и дифференциал

$$dt = du + \frac{dF}{\delta}.$$

Оба интеграла берутся по длине дуги u, отсчитываемой от нейтральной оси сечения (фиг. V. 132), причем первый берется по всему квадранту от O до $\frac{\pi}{2}$, т. е. будет постоянной величиной, а второй берется до рассматриваемой точки и определяет закон изменения τ по высоте (точнее — по периметру) сечения. Очевидно, что для нейтральной оси $u=0$, и второй интеграл равен нулю, т. е. $\tau = \tau_{max}$. Величина

$$J = \pi R^3 \delta + \oint y^2\,dF$$

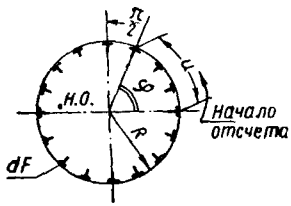
является моментом инерции всего сечения (обшивка плюс стрингеры) относительно оси, проходящей через ц. т. сечения и перпендикулярной плоскости изгиба фюзеляжа. Можно редуцировать площади сечений как стрингеров, так и обшивки, применяя соответствующие редукционные коэффициенты. Поскольку число стрингеров всегда конечно, площадь dF также имеет конечную величину, и знак интеграла можно заменить знаком Σ, т. е. просум-

[1] В исключительном случае обратной коничности ($\theta < 0$) получается догрузка.

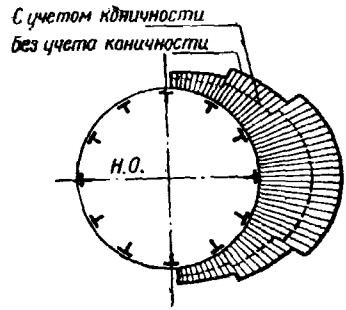
мировать моменты инерции y^2dF отдельных стрингеров. Это даст переломы на эпюре τ в местах расположения стрингеров (фиг. V. 133)[1].

Эпюра τ и при этих переломах будет косинусоидальной, т. е. формула учитывает работу обшивки на изгиб. Можно упростить расчет, приняв на участке от стрингера до стрингера $\tau = \text{const}$, т. е. положить $du=0$, соответственно увеличив dF (прибавив к ней площадь $b_0\delta$ присоединенной обшивки). Для обычных фюзеляжей полумонококов $\frac{dF}{\delta} \approx (0{,}3 \div 0{,}5)du$, т. е. $dt \approx (1{,}3 \div 1{,}5)du$, хотя иногда $dt = 2du$ (что выгоднее в отношении работы обшивки).

Производная $\frac{\partial J}{\partial x}$, характеризующая изменение эпюры моментов инерции J сечений по длине фюзеляжа, равна тангенсу угла наклона касательной к этой эпюре в точке, соответствующей (по оси x) рассматриваемому сечению[2].



Фиг. V. 132.



Фиг. V. 133. Эпюра касательных напряжений в обшивке фюзеляжа.

Второй и третий члены в скобках формулы (77) учитывают разгрузку вследствие коничности фюзеляжа, и их сумма должна иметь отрицательный знак, чтобы уменьшить величину первого члена QR. Для фюзеляжа без стрингеров $J = \pi R^3 \delta$; $\frac{\partial J}{dx} = 3\pi R^2 \delta \operatorname{tg}\theta$, и выражение в скобках равно

$$(QR - M\operatorname{tg}\theta + 3M\operatorname{tg}\theta) = (QR - 2M\operatorname{tg}\theta).$$

После интегрирования при $J = \text{const}$ и при $dt = du = R\,d\varphi$ для нейтральной оси сечения $\left(\text{где } \int\limits_0^u A\,dt = 0\right)$ получим[3]

$$\tau_{max} = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} A\,dt = \frac{QR - 2M\operatorname{tg}\theta}{J} \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\varphi\, R\,d\varphi = \left(\frac{QR^2 - 2MR\operatorname{tg}\theta}{J}\right)\cos\varphi =$$

$$= \left(\frac{Q}{\pi R\delta} - \frac{2M\operatorname{tg}\theta}{\pi R^2\delta}\right)\cos\varphi,$$

т. е. формулу (75).

[1] Эпюра τ дана лишь для одной половины сечения (для второй она идентична).

[2] Сравн. формулу (9) для τ в § 6 гл. I ч. V «Расчет монококового крыла».

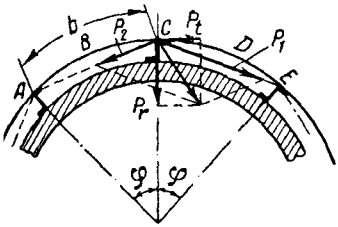
[3] При цилиндрическом фюзеляже $J = \text{const}$ только в случае неизменного числа и постоянного сечения стрингеров по длине фюзеляжа.

На фиг. V. 133 пунктиром дана эпюра τ по формуле (76), значительно ьшая эпюры τ, полученной для цилиндрического фюзеляжа (без учета узки). Для обычных углов наклона 2θ (фиг. V. 131) напряжение τ на 40% меньше, чем τ цилиндра.

§ 3. Расчет шпангоутов

Если обшивка не потеряла устойчивости от сдвига (т. е. если $\tau < \tau_{кр}$), то али от сосредоточенных сил шпангоут можно считать неработающим. пангоут в этом случае надо лишь проверить на общую потерю устойчиво- формы при изгибе (см. ниже § 5).

Расчет шпангоута на действие сосредоточенных сил и моментов произво- ся по формулам и графикам (гл. XIII ч. III) с учетом указаний о пере- распределении напряжений (см. § 2).



иг. V. 134. Радиальная нагрузка ı стрингер и схема расчета пангоута после потери устой- чивости обшивкой.

Если же обшивка потеряла устойчивость от сдвига, то шпангоут нагружается рядом сосредоточенных радиальных и касательных сил P_r и P_t (фиг. V. 134), приложенных в точках пересечения шпангоута со стрингерами.

После потери устойчивости обшивка как бы «повисает» на каркасе из шпангоутов и стрингеров, и фюзеляж становится граненым, т. е. сечение из кругового или эллиптического ($ABCDE$ на фиг. V. 134) становится многоугольным (ACE и т. д.).

Однако практически потеря устойчивости от сдвига происходит при 40—50% (и более) разрушающей нагрузки, поэтому лучается неполное (несовершенное) диагональное поле растяжения, и вместо трых переломов обшивки на стрингерах получаются более или менее плав- ые волны. Это приводит к изменению не только характера, но и знака напря- кения растяжения σ_u (фиг. V. 135), действующего по периметру оболочки в аправлении хорд CA, CE и т. д. (см. фиг. V. 134), величина которого

$$\sigma_u = (\tau - \tau_{кр}) \operatorname{tg} \alpha, \tag{78}$$

де τ и $\tau_{кр}$ — действующее и критическое напряжение сдвига (расчет- ое) в данной клетке; α — угол волн со стрингерами, который можно брать о фиг. V. 125.

Так как обычно расстояние l между шпангоутами больше удвоенного рас- тояния между стрингерами, то угол α близок к своему нижнему пределу[1], . е. к 25°.

Площадь эпюры напряжений σ_u на длине одного пролета l между шпан- оутами (фиг. V. 135), умноженная на толщину обшивки δ, даст нормальную силу в обшивке (см. фиг. V. 134):

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= \delta \int_0 \sigma_{u1} dx, \\ P_2 &= \delta \int_0^l \sigma_{u2} dx. \end{aligned}\right\} \tag{79}$$

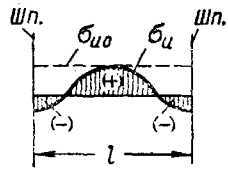
[1] См. расчет стенок на сдвиг (§ 4 гл. II ч. V).

Индексами 1 и 2 обозначены соответственно силы и напряжения в первом и втором пролетах между стрингерами. Если через σ_{u0} обозначить напряжение, постоянное по длине l при идеальном диагональном поле растяжения, когда $\frac{\tau}{\tau_{кр}} \to \infty$, то по характеру эпюры фиг. V. 135 видно, что отношения $\frac{P_1}{\sigma_{u0}\, l\, \delta}$ и $\frac{P_2}{\sigma_{u0}\, l\, \delta}$ значительно менее 1 (обычно 0,2 ÷ 0,4).

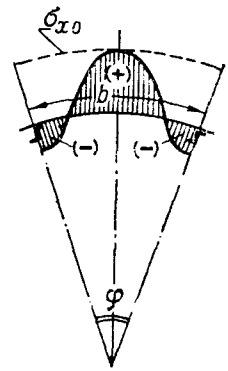
Поэтому предположение $\sigma_u = \text{const} = \sigma_{u0}$ идет в запас прочности, когда определяются радиальная и тангенциальная составляющие равнодействующей усилий P_1 и P_2 (фиг. V. 134):

$$\left.\begin{aligned} P_r &= \sigma_u' \,\delta\, l\, \varphi, \\ P_t &= (\sigma_{u1} - \sigma_{u2})\, \delta\, l, \end{aligned}\right\} \quad (80)$$

где $\sigma_u' = \frac{\sigma_{u1} + \sigma_{u2}}{2}$; φ — центральный угол (в радианах) между стрингерами. Очевидно, при $\sigma_{u1} = \sigma_{u2}$ сила $P_t = 0$.



Фиг. V. 135.



Фиг. V. 136.

Соответственно напряжения сжатия в стрингере и в шпангоуте равны

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{стр} &= \frac{\sigma_x\, \delta\, b}{F_{стр}} = \frac{(\tau - \tau_{кр})\, \operatorname{tg} \alpha\, \delta\, b}{F_{стр}}, \\ \sigma_{шп} &= \frac{\sigma_u\, \delta\, l}{F_{шп}} = \frac{(\tau - \tau_{кр})\, \operatorname{ctg} \alpha\, \delta\, l}{F_{шп}}, \end{aligned}\right\} \quad (81)$$

где $\sigma_x = (\tau - \tau_{кр}) \operatorname{tg} \alpha$ — нормальное напряжение сжатия в обшивке, которое при неполном диагональном поле растяжения, так же как и напряжение σ_u, меняет знак на протяжении одного пролета b между стрингерами (фиг. V. 136); $F_{стр}$ и $F_{шп}$ — площади сечений стрингера и шпангоута. Пунктиром на фиг. V. 136 дана эпюра $\sigma_{x0} = \text{const}$ при полном диагональном поле растяжения.

Эпюры σ_u и σ_x на фиг. V. 135 и V. 136 получены только как составляющие напряжения сдвига τ, без нормальных напряжений изгиба в обшивке и стрингерах, которые должны быть определены независимо и алгебраически сложены с напряжениями σ_u и σ_x.

Указания по расчету килевых шпангоутов

Как известно, килевые шпангоуты устанавливаются в месте, где фюзеляж переходит в киль, реже — в крыло (фиг. V. 137). С точки зрения общей прочности расчет килевых шпангоутов не отличается от расчета обычных шпангоутов; например, шпангоут киля (фиг. V. 137,*а*) рассчитывается по схеме, указанной на фиг. V. 138, т. е. на сосредоточенный момент и силу, а шпангоут, переходящий в крыло, — по той же, но симметричной схеме.

Прочность таких шпангоутов почти всегда определяется местом соединения полок со стенкой на выходе во внешнюю криволинейную часть. Осевые силы в полках лонжерона, переходя на криволинейные полки шпангоутов, вызывают большие радиальные напряжения σ_r в стенке, т. е. нормальные напряжения сжатия или растяжения, действующие по направлению радиуса (фиг. V. 139).

Напряжения σ_r можно определить по следующей формуле (знак напряжений определяется знаком силы S):

$$\sigma_r = \frac{S}{r\delta}, \tag{82}$$

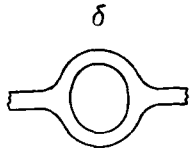
где $S = \frac{M}{h}$ — осевое усилие в полке (фиг. V. 140);

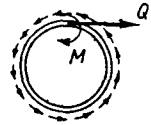
r — радиус кривизны полки в месте стыка ее со стенкой и

δ — толщина стенки.

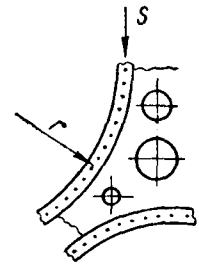
Из формулы (82) следует, что при $r=0$ напряжение $\sigma_r = \infty$. Это значит, что при конечной величине усилия S опорная площадь стенки уменьшилась до размеров точки. Во избежание этого в точке перелома O (фиг. V. 140) необходимо добавить сосредоточенный элемент — распорку или соответствующее утолщение стенки по треугольнику ODE

Фиг. V. 137.

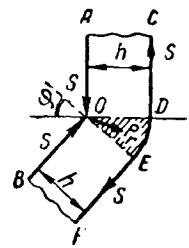




Фиг. V. 138.



Фиг. V. 139.



Фиг. V. 140. Распорка в точке перелома.

(заштрихованная площадь). Радиальное усилие P_r, действующее в растворе угла перелома $DOE = \varphi$, равно

$$P_r = S\varphi; \tag{83}$$

угол φ берется в радианах.

В точке O потребуется распорка сечением

$$F_{\text{расп}} = \frac{P_r}{\sigma_{\text{доп}}},$$

где $\sigma_{\text{доп}}$ — допускаемое напряжение материала распорки на сжатие или растяжение (проверку приходится производить на то и на другое, если не очевидно, какой случай будет расчетным).

С противоположной стороны усилие P_r уравновешивается такой же силой, но распределенной на длине дуги DE, равной φr, т. е. по площади сечения стенки $F_{\text{ст}} = \varphi r \delta$, вызывая радиальные напряжения:

$$\sigma_r = \frac{P_r}{\varphi r \delta} = \frac{S\varphi}{\varphi r \delta} = \frac{S}{r\delta}. \tag{84}$$

Применив схему сил по фиг. V. 140 к фиг. V. 139, можно установить характер распределения радиальных напряжений в стенке шпангоута. Если стенка соединена с полкой болтами или заклепками, шаг которых равен t, то усилие на каждый болт (заклепку)

$$P_\delta = \sigma_r \delta t. \tag{85}$$

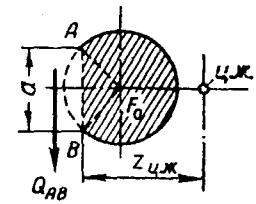
Так как в стенке обычно действует еще секущая сила, то к этой радиальной силе, равно как и к напряжениям, определенным по формуле (82), должны быть добавлены силы и напряжения из расчета общей прочности шпангоута. Однако обычно эти последние бывают невелики, и прочность шпангоута решается в основном радиальными напряжениями.

§ 4. Расчет вырезов и окантовок

Теоретически, при хотя бы очень малом вырезе в свободно депланирующей оболочке, центр жесткости сечения, ослабленного вырезом, лежит на расстоянии $z_{ц.ж}=\frac{2F_0}{a}$ от хорды a, стягивающей концы выреза (фиг. V. 141), в сторону выпуклости контура.

В оболочке, сечения которой по концам выреза при закручивании остаются плоскими, находится не ц. ж., а ц. с. (см. § 6 и § 10 гл. I)[1]. При конечной жесткости фюзеляжа с вырезом ось кручения располагается между ц. ж. и ц. с. и обычно не выходит за габарит фюзеляжа.

Условие отсутствия секущих сил при чистом кручении требует, чтобы секущая сила Q_{AB}, воспринимавшаяся вырезанной частью оболочки, уравновешивалась перераспределением потока касательных напряжений на остальной части контура, который вследствие этого перестает быть постоянным и принимает вид, изображенный на фиг. V. 142.

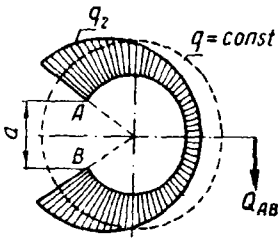


Фиг. V. 141.

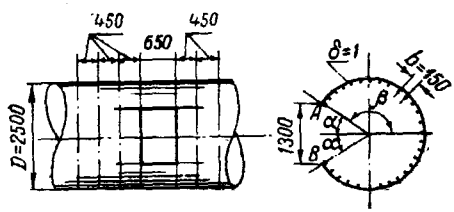
Расчет напряжений сдвига у выреза легче проследить на числовом примере[2] (фиг. V. 143).

Рассмотрим вырез для двери размером $l_1 \times a = 650 \times 1300$ *мм* в фюзеляже круглого сечения диаметром $D=2500$ *мм*. Стрингеры по окружности фюзеляжа расположены равномерно с интервалом $b \approx 150$ *мм* и имеют площадь сечения $F_{стр}=0{,}9$ *см*² каждый. При добавлении работающей площади обшивки $b_0\delta=30\ \delta^2$ толщиной $\delta=1$ *мм* общая площадь, сосредоточенная в стрингере, увеличится до $F_{сумм}=0{,}9+0{,}3=1{,}2$ *см*². Тогда приведенная толщина обшивки фюзеляжа

$$\delta_0=\frac{F_{сумм}}{b}=\frac{1{,}2}{15}=0{,}08\ см.$$



Фиг. V. 142. Поток касательных напряжений оболочки с вырезом.



Фиг. V. 143. К расчету напряжений сдвига у выреза фюзеляжа.

Пренебрегая небольшими различиями величин $b_0\delta$, а следовательно, и δ в сжатой и растянутой зоне, получаем момент инерции сечения без выреза (относительно ц. т.)

$$J_0=\pi R^3\delta_0=3{,}14\cdot 125^3\cdot 0{,}08=490\,000\ см^4.$$

Допустим, что площадь каждого из стрингеров, окаймляющих вырез, включая работающую ширину обшивки, $F_A=F_B=6$ *см*². Так как косинус половины центрального угла $\alpha=31°20'$ близок к единице, то можно принять момент инерции дуги AB равным моменту инерции ее хорды AB, т. е.

$$J_{AB}=\frac{\delta_0 h^3}{12}=0{,}08\,\frac{130^3}{12}=15\,000\ см^4.$$

[1] См. статью В. А. Марьина в сборнике «Расчет пространственных конструкций» под редакцией А. А. Уманского, вып. 1, Машстройиздат, 1950.

[2] JAS, апрель 1947 г.; Т. В. Ф. № 10, 1937.

Тогда момент инерции всего сечения с вырезом будет равен

$$J = J_0 - J_{AB} + 2y^2F_A = 490\,000 - 15\,000 + 2\cdot 65^2\cdot 6 = 525\,700 \ см^4.$$

Площадь контура фюзеляжа в сечении по вырезу равна

$$F_0 = F - F_c = \frac{\pi D^2}{4} - \frac{R^2}{2}(2\alpha - \sin 2\alpha) = \frac{3{,}14}{4}250^2 - \frac{125^2}{2}(1{,}09 - 0{,}89) =$$

$$= 49\,100 - 1560 = 47\,500 \ см^2.$$

Положение ц. ж. контура F_0 относительно хорды AB

$$z_{ц.ж} = \frac{2F_0}{a} = \frac{2\cdot 47\,500}{130} = 730 \ см.$$

Положение ц. ж. контура вырезанной части AB относительно хорды AB

$$z'_{ц.ж} = \frac{2F_c}{a} = \frac{2\cdot 1560}{130} = 24 \ см.$$

Высота (стрелка) сегмента площади, отрезанного от фюзеляжа хордой AB, равна

$$f = R(1 - \cos\alpha) = 125(1 - 0{,}855) = 18 \ см.$$

Координаты ц. ж. контура F_0 относительно оси фюзеляжа

$$z_0 = z_{ц.ж} - (R - f) = 730 - (125 - 18) = 623 \ см.$$

Так как угол $\beta = 180° - \alpha = 180° - 31°20' = 148°40'$, то вспомогательная величина

$$C_1 = D\,\frac{\sin\beta - \beta\cos\beta}{\beta - \frac{1}{2}\sin 2\beta} = 250\,\frac{0{,}52 + 2{,}6\cdot 0{,}855}{2{,}6 + \frac{1}{2}\cdot 0{,}9} = 250\cdot 0{,}9 = 225 \ см.$$

Зная, что момент инерции окантовывающих стрингеров A и B относительно ц. т. сечения равен $J_{ок} = 2y^2F_A = 50\,700$ $см^4$ (см. выше), определим следующую вспомогательную величину:

$$C_2 = C_1 + \frac{J_{ок}}{J}\left(z_0 - C_1\right) = 225 + \frac{50\,700}{525\,700}(623 - 225) = 264 \ см.$$

Плечо C внутренней пары $Q_{AB}C$ будет равно

$$C = C_2 + (R - f) + z'_{ц.ж} = 264 + (125 - 18) + 24 = 395 \ см.$$

При заданном моменте кручения $M_{кр} = 3\,680\,000$ *кгсм* интенсивность (фиктивная) потока напряжений сдвига по дуге выреза

$$q_{AB} = \frac{M_{кр}}{2F - aC} = \frac{3{,}68\cdot 10^6}{2\cdot 49\,100 - 130\cdot 395} = \frac{3{,}68\cdot 10^6}{46\,700} \approx 80 \ кг/см;$$

результирующий поток напряжений в сечении по вырезу

$$q_2 = q_{AB}\left[1 - \frac{J_{ок}}{J} - \frac{aR^2\delta_0}{J}\left(\cos\alpha - \cos\varphi\right)\right], \qquad (86)$$

где φ — текущий угол радиуса с осью z.

В данном примере

$$q_2 = 80\left[1 - \frac{50\,700}{525\,700} - \frac{130\cdot 125^2\cdot 0{,}08}{525\,700}(0{,}855 - \cos\varphi)\right] = 80\,[1 - 0{,}096 -$$

$$- 0{,}265 + 0{,}31\cos\varphi] = 51 + 25\cos\varphi.$$

Эпюра q_2 показана на фиг. V. 142. Наибольшее значение q_2 на кромках выреза будет, очевидно, при $\varphi = \alpha = 31°20'$

$$(q_2)_{\max} = 51 + 25\cdot 0{,}855 = 72{,}3 \text{ кг/см}$$

и наименьшее — по нейтральной оси сечения при $\varphi = 180°$

$$(q_2)_{\min} = 51 + 25(-1) = +26 \text{ кг/см}.$$

Если бы выреза не было, то мы имели бы

$$q = \text{const} = \frac{M}{2F} = \frac{3{,}68\cdot 10^6}{2\cdot 49\,100} = 37{,}4 \text{ кг/см},$$

т. е. вырез дает увеличение напряжения сдвига почти в два раза:

$$\frac{(q_2)_{\max}}{q} = \frac{72{,}3}{37{,}4} = 1{,}94.$$

Напряжения сдвига в пролетах (панелях) между шпангоутами, прилегающих к пролету с вырезом длиной $l_1 = 650$ *мм* (соседние пролеты l — по 450 *мм*), можно найти из выражения

$$q_1 = \frac{l_1}{2l} q_2 + \left(1 - \frac{l_1}{2l}\right) q, \tag{87}$$

$$q_1 = \frac{650}{2\cdot 450} q_2 + \left(1 - \frac{650}{2\cdot 450}\right) q = 0{,}722 q_3 + 0{,}278 q = 0{,}722 q_2 +$$

$$+ 0{,}278\cdot 37{,}4 = 0{,}722 q_2 + 10{,}4.$$

Следовательно, на одном уровне с вырезом, т. е. при $\varphi < \alpha$, когда $q_2 = 0$, получаем $q_1 = 10{,}4$ *кг/см*. Так как $q_1 < q$, то на кромках выреза q_1 будет больше q, т. е. при $\varphi = \alpha = 31°21'$, получим

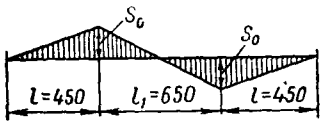
$$(q_1)_{\max} = 0{,}722\cdot 72{,}3 + 10{,}4 = 52{,}1 + 10{,}4 = 62{,}5 \text{ кг/см}.$$

С другой стороны, при $\varphi = 180°$

$$q_1 = 26 + 10{,}4 = 36{,}4 \text{ кг/см}.$$

Соотношение между q_1 и q должно быть таким, чтобы величина $R\int_0^{2\pi R} q_1 du$, т. е. площадь эпюры q_1 по всему периметру и окружности, умноженная на плечо (радиус) относительно центра жесткости, была равна внешнему моменту кручения $M_{\text{кр}}$. Это значит, что по линии, проходящей через середину выреза, обязательно должно быть $q_1 < q$, на кромках выреза $q_1 > q$ и $q_2 > q$; но с противоположной стороны, где q_1 и q_2 минимальны, не обязательно условие $q_1 > q$ и $q_2 > q$, так как эти неравенства определяются несколькими параметрами [см. выражение (86)].

Наибольшие значения осевых усилий в окантовках выреза, считая в запас, что по длине окантовки они меняются по закону прямой (фиг. V. 144), определяются по формуле



Фиг. V. 144. Осевые усилия в окантовках выреза.

$$S_0 = (q_2)_{max}\frac{l}{2} = 72,3\,\frac{65}{2} = 2350\ кг,$$

если итти от выреза, или по формуле

$$S_0 = [(q_1)_{max} - q_1]l, \qquad (88)$$

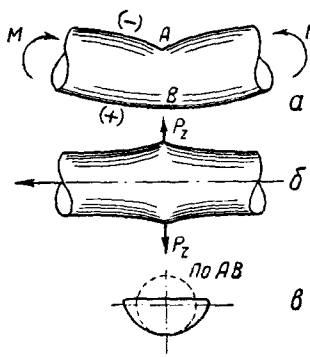
$$S_0 = (62,5 - 10,4)45 = 2350\ кг,$$

если итти от соседнего пролета.

При определении напряжений сдвига следует руководствоваться формулами, данными в § 6, 10 и 13 гл. I ч. V.

§ 5. Расчет фюзеляжа монокока на общую потерю устойчивости

Общая потеря устойчивости (общая неустойчивость) монокока и полумонокока характеризуется значительным искажением формы сечения. Например, круглое сечение превращается в эллиптическое, в многоугольник, часто неправильный, образованный комбинацией прямых и кривых линий. Изгиб длинных и относительно нежестких фюзеляжей обычно сопровождается общей потерей устойчивости по схеме фиг. V. 145,*а*, причем сжатая сторона, входя внутрь контура, одновременно распрямляется под действием радиальных сил P_z (фиг. V. 145,*б*), так что в месте разрушения сечение принимает форму сегмента (фиг. V. 145,*в*).



Фиг. V. 145. Общая потеря устойчивости длинных и относительно не жестких фюзеляжей.

Очевидно, что наивыгоднейшим с точки зрения удельной прочности типом полумонококового фюзеляжа будет такой, у которого значения критических напряжений на общую и местную потерю устойчивости равны.

Наиболее употребительные соотношения размеров современных фюзеляжей таковы, что проверка на общую неустойчивость, как правило, не требуется.

Однако увеличение диаметра фюзеляжа при сохранении размеров шпангоутов приводит к необходимости дополнительного расчета на общую неустойчивость. В настоящее время обычно ограничиваются определением критерия устойчивости по формуле[1]

$$\Gamma = \left(\frac{R_{шп}}{l}\right)^3 \frac{R_{шп}}{b}\,\frac{EJ_{стр}}{EJ_{шп}}, \qquad (89)$$

где $R_{шп} = R - e$ — радиус кривизны нейтральной линии шпангоута (R — радиус оболочки и e — расстояние от нейтральной оси шпангоута до оболочки), l — расстояние между шпангоутами, b — расстояние между стрингерами, $EJ_{стр}$ — жесткость стрингера на изгиб в радиальном направлении (с учетом эффективной ширины обшивки) и $EJ_{шп}$ — жесткость шпангоута на изгиб — также в радиальном направлении. Формула (89) выведена для длинного цилиндра и равномерно расположенных стрингеров и шпангоутов, но ее можно применять как оценочную и при наличии усиленных шпангоутов.

[1] Journal of RAS, № 328, 1938 г.

Если в плоскости усиленного шпангоута имеется стенка, то вопрос об общей потере устойчивости в этом месте отпадает, так как величина Г становится малой.

Опасность общей потери устойчивости формы фюзеляжа при изгибе становится реальной, если величина Г приближается к 100. Напротив, фюзеляж разрушится вследствие местной потери устойчивости продольного набора, если Г уменьшится до 10. Практически можно считать, что у наивыгоднейшего фюзеляжа

$$20 < \Gamma < 80.$$

При величине Г, находящейся в этих пределах, фюзеляж будет приблизительно равнопрочным на местную и общую потерю устойчивости. Таким образом при $\Gamma < 20$ будет происходить местная потеря устойчивости обшивки и стрингеров между шпангоутами, а при $\Gamma > 80$ фюзеляж должен разрушиться от общей неустойчивости. Внутри этих пределов возможно разрушение от любого из этих видов потери устойчивости.

Для фюзеляжа (см. § 4) со следующими исходными данными[1]:

$$R_{шп} = \frac{2500}{2} - 50 = 1200 \text{ мм},$$

$$l = 450 \text{ мм}; \; b = 150 \text{ мм}.$$

Следовательно,

$$\Gamma = \left(\frac{1200}{450}\right)^3 \frac{1200}{150} \frac{EJ_{стр}}{EJ_{шп}} = 150 \frac{EJ_{стр}}{EJ_{шп}}.$$

Чтобы фюзеляж был равнопрочным на общую и местную потерю устойчивости, критерий Г должен быть близок к 50, т. е. жесткость шпангоута должна превышать жесткость стрингера в три раза.

Общая неустойчивость при кручении, при сжатии и т. п. обычно не является опасной для современного фюзеляжа, имеющего небольшое удлинение. Надежные формулы для этих типов потери устойчивости до сих пор еще не разработаны.

Глава VI

РАСЧЕТ ФЕРМЕННОГО ФЮЗЕЛЯЖА

§ 1. Практические указания

Ферменный фюзеляж является пространственной, обычно многократно статически неопределимой, ферменно-рамной конструкцией, точное решение которой не только чрезвычайно громоздко, но и ненадежно. Поэтому в практике заводских расчетов принято упрощать расчетную схему фюзеляжа так, чтобы число лишних стержней не превышало двух, максимум трех. И даже при наличии двух, а тем более трех неопределимостей рекомендуется проверять влияние лишних стержней, понижая степень с. н. выбрасыванием того или иного лишнего стержня. Основой надежного расчета следует считать правильный выбор расчетной схемы. Погрешность в процессе упрощения может возрасти до $\pm 10\%$ определяемых значений сил и моментов, но решающими в расчете являются знак и порядок величины, а не ее вторая цифра. Расчетная схема должна дать правильную оценку характера распределения и передачи сил и моментов по всему фюзеляжу.

Случаи преждевременного разрушения конструкции как при статических испытаниях, так и в натуре происходят именно вследствие неправильно принятой схемы передачи сил и моментов.

---

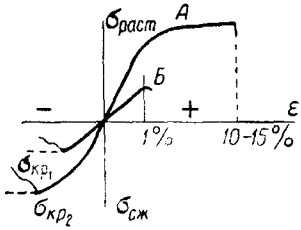
[1] Расстояние от нейтральной оси шпангоута до поверхности обшивки фюзеляжа $e = 50$ *мм*.

Поэтому после расчета конструкции на общую прочность необходим расчет ее на местную прочность.

При определении истинных деформаций элементов необходимо иметь в виду следующее:

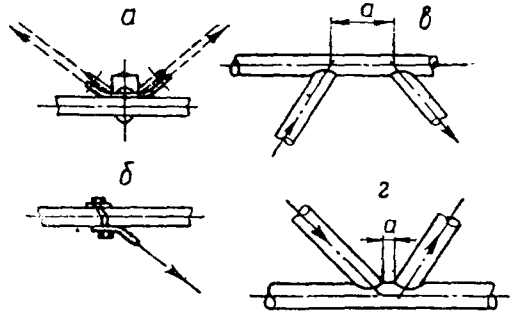
1) Напряжения очень быстро растут в упругой области и очень медленно — в пластической зоне.

Например, удлинение на 2 *мм* стального стержня длиной 1 *м* вызывает в нем напряжение 4000 *кг/см²*, что для материала, имеющего $\sigma_b = 5000 \div 6000$ *кг/см²*, соответствует пределу упругости. Но в пластической области этот же стержень можно вытянуть на 20÷30 *мм*, а напряжение в нем повысится еще только на 20—30%.



Фиг. V. 146. Диаграмма напряжение—деформация для сжатых и растянутых стержней.

А — металл; *Б* — дерево.

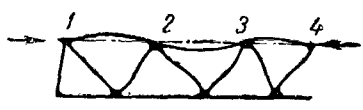


Фиг. V. 147. К учету дополнительных перемещений ферменного фюзеляжа.

2) Диаграммы напряжение — деформация различны для сжатых и растянутых стержней (фиг. V. 146).

Точки $\sigma_{кр}$, как правило, являются максимально возможными для данного стержня и лежат тем ниже, чем гибкость стержня $\frac{l}{i}$ больше.

3) Общая деформация систем нередко определяется не только удлинениями стержней от осевых напряжений $\left(\text{по формуле } \varepsilon = \frac{Pl}{EF}\right)$, но в значительной мере перемещениями от сдвига, изгиба и смятия в узлах (фиг. V. 147,*а*, *б*, *в*, *г*). Пояс фермы (фиг. V. 147,*в*) будет изгибаться, поскольку $a \neq 0$. На фиг. 147,*г* зазор $a > 0$, т. е. непосредственная связь между стержнями решетки отсутствует и секущая сила переходит со стержня на стержень через пояс, вызывая его местное сплющивание.



Фиг. V. 148. Уменьшение коэффициента заделки среднего стержня (*2—3*) вследствие выпучивания соседних стержней.

4) В фюзеляжах, сваренных из стальных труб, вследствие большей жесткости поясов, чем стержней решетки, эффект заделки у поясов гораздо меньше, чем у решетки.

Практически разрушение пояса от сжатия нередко происходит вследствие одновременного выпучивания двух и более пролетов (фиг. V. 148).

Очевидно, что в узлах *1* и *4* нельзя считать полную заделку, хотя узлы *2* и *3* в свою очередь не являются шарнирными. Если считать, что одно компенсирует другое, т. е. предположить в узлах *1* и *4* полную заделку, а в узлах *2* и *3* — шарнирное присоединение стоек к неразрезному лонжерону, то для среднего пролета *2—3* коэффициент заделки $c = 1{,}51$. Если же предположить, что во всех четырех узлах стойки присоединены к лонжерону шарнирно, то для

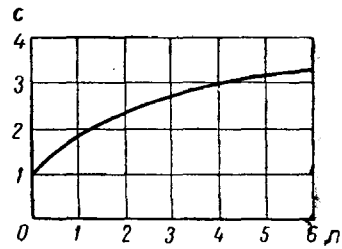
среднего пролета $c=1{,}26$. Величина c зависит от степени упругого защемления концов стержня в узлах фермы и пропорциональна выражению

$$\frac{kl_1 \sum^{n} \frac{EJ}{l}}{E_1 J_1}, \tag{90}$$

где E_1, J_1 и l_1 — жесткость изгиба и длина рассматриваемого стержня;
EJ, l — те же величины для n опорных стержней, лежащих в плоскости выпучивания рассчитываемого стержня;
$k=6$ — коэффициент в формуле углов поворота. Под знак $\sum$ лучше вводить только растянутые стержни, так как сжатые обычно нагружены до предела и не могут оказать заметной поддержки.

На фиг. V. 149 дан график для коэффициента c в случае равных длин, сечений и модулей стержней, т. е. для фермы, подобной изображенной на фиг. V. 148. Так как знаки усилий в решетке чередуются, то сжатый лонжерон будет поддерживаться только одним элементом решетки, т. е. $n=1$ и $c=1{,}9$. Это значение c следует считать несколько завышенным, так как практически почти всегда стойки имеют меньшее сечение, чем лонжероны. В таком случае величина $c=1{,}5$ будет близка к истинной. Для лонжеронов значение $c=2$ надо считать предельным.

Потеря устойчивости стоек и раскосов с меньшим сечением, чем у лонжеронов, происходит без поворота лонжеронов, и значение $c=3$ не будет чрезмерно большим, а $c=2$ идет в запас прочности.



Число стержней, сходящихся в узле и лежащих в плоскости рассчитываемого стержня

Фиг. V. 149. График коэффициента заделки c для раскосной фермы (типа фиг. V. 148).

5) Во всех случаях, где это только возможно, необходимо использовать результаты, полученные при испытаниях аналогичных ферм. Если опытных данных нет, то перемещения в ферме по классическим формулам для осевых деформаций (см. «Расчет статически неопределимых ферм» § 4 гл. VIII ч. III) допустимо определять только в случае, когда поперечными деформациями типа, показанного на фиг. V. 147, можно пренебречь.

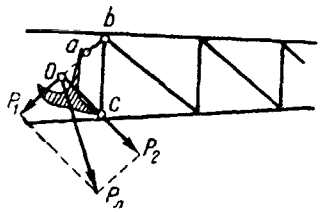
§ 2. Расчет ферменного фюзеляжа на симметричные случаи нагружения

Нагрузки на ферму фюзеляжа определяются согласно действующим нормам прочности. Нагрузки разносят по узлам фермы обычно по закону рычага (см. гл. III «Расчет подкосного крыла»). Для расчета фюзеляжа необходимо вычертить в масштабе $^1/_{10}$—$^1/_{20}$ боковую и вертикальную проекции фермы, или, точнее, ее расчетной схемы. Кроме того, обычно необходимы два-три, а иногда и более поперечных сечения (по узлам крепления крыла, моторамы, хвостового колеса и пр.).

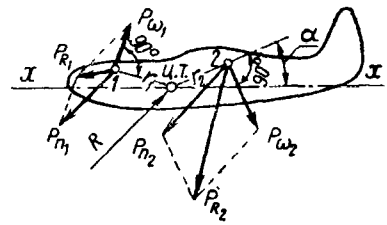
Подводя опорные нагрузки от агрегатов к тем узлам фюзеляжа, к которым эти части крепятся, необходимо убедиться, что положение равнодействующих аэродинамических сил, приложенных к каждой части (например, к оперению, капоту), соответствует положению равнодействующей всех воздушных сил для рассматриваемого случая. При распределении инерционных нагрузок необходимо, кроме того, соблюдать два условия: 1) равнодействующая сил от поступательных ускорений должна проходить через ц. т. самолета, 2) момент всех инерционных сил (как от угловых, так и от поступательных ускорений) отно-

сительно оси z, проходящей через ц. т. самолета, должен быть равен произведению момента инерции J_z самолета относительно той же оси и углового ускорения рассматриваемого случая[1]. Этот момент должен быть равен моменту аэродинамических сил, взятому с обратным знаком. Во избежание расхождений при распределении инерционных нагрузок по узлам надо величины грузов и их координаты брать из расчета «Определение моментов инерции самолета».

Вес фермы фюзеляжа, приложенный по центровке самолета в двух-трех, а у небольших самолетов даже в одной точке, нужно распределить по отдельным узлам. Эта разбивка должна быть произведена по тому же закону, какой был принят при нахождении момента инерции данной части. Например, если при подсчете J_z ферма фюзеляжа была принята за треугольник, то узловые нагрузки тоже надо распределить по закону треугольника, разрезав последний на трапеции.



Фиг. V. 150.



Фиг. V. 151.

Если деталь имеет относительно небольшой вес (1÷2÷3% общего веса самолета) и размеры ее не очень велики, то ее собственный момент инерции можно принять равным нулю, а вес ее приложить в одной точке. Далеко не всегда можно все грузы по длине фюзеляжа располагать на одном уровне, например, на продольной оси фюзеляжа. Лучше сначала проверить допустимость этого по y-овым координатам грузов.

Сосредоточенные грузы в фюзеляже разносят по тем узлам, к которым они крепятся при помощи промежуточных элементов. Например, вес летчика $P_л$ с парашютом и сиденьем (фиг. V. 150), которое крепится к узлам b и c, надо разложить на силы P_1 и P_2, поскольку стержень ab с шарнирами по концам a и b делает задачу статически определимой. Инерционные силы P_ω от угловых ускорений действуют всегда по перпендикуляру к радиусу вращения, а от поступательных ускорений $P_п$ — в направлении равнодействующей R удара (фиг. V. 151). Равнодействующие P_R каждой пары этих двух сил будут, очевидно, иметь различные направления[2]. При достаточно большом удалении груза от ц. т., когда $\cos\alpha$ может быть принят равным 1, можно приближенно принимать силы P_ω перпендикулярными не радиусам (плечам) r, а продольной оси x самолета.

Обычно небольшая коничность ферменного фюзеляжа в плане позволяет свести его расчет в симметричных случаях[3] к расчету одной плоской фермы на половинную нагрузку. Поэтому от агрегатов прикладываются только нагрузки, лежащие в плоскости xy, а z-овые погашаются поперечными связями (распорками) и учитываются особо при расчете последних (см. ниже). Когда все нагрузки нанесены на схему фюзеляжа, строится многоугольник внешних сил, а затем диаграмма Кремоны для всей боковой проекции фермы, если она

[1] Имеются в виду случаи вращения в плоскости симметрии самолета и только относительно одной оси.

[2] Эта задача аналогична задаче о распределении сил по болтам узла при вращении последнего вокруг ц. ж.

[3] Т. е. в случаях, когда равнодействующая лежит в плоскости симметрии фюзеляжа.

статически определима, или для с. о. части ее, если она статически неопределима. В последнем случае строятся также диаграммы по числу лишних стержней, на единичные усилия от этих стержней.

Если построение производится одноцветным карандашом, то лучше выделить многоугольник внешних сил, обведя его жирными линиями. Чтобы не страдала точность построения, эти линии не доводят до пересечения на 1—2 *мм*, а на пересечении сил ставят небольшой кружок диаметром 1—2 *мм* непосредственно от руки.

Как нагрузки на ферму, так и получаемые усилия округляются до 10—50—100 и более *кг*, в зависимости от принятого масштаба сил, но так, чтобы погрешность не превышала 1÷2%, максимум 3% определяемых величин. Масштаб сил зависит всецело от их величины и частично лимитируется размером листа, на котором строится диаграмма. Наиболее употребительный масштаб (для самолетов весом 1÷2÷3 *т*) 20, 50 и 100 *кг* в 1 *мм*. Полная симметрия нагрузок не гарантирует полной симметрии напряжений в стержнях фермы. Результаты тензиометрии при статических испытаниях показывают, что практически всегда возможен разброс ±10%, т. е. если в правом стержне напряжение равно 0,95 расчетного, то в левом оно может быть 1,05 расчетного. Эта неточность объясняется не столько нарушением общей геометрической симметрии фермы, сколько неодинаковой жесткостью (EF) образующих ее стержней. Вследствие этого обе половины фермы начинают работать совместно (с помощью поперечных крестов и распорок), т. е. система перестает быть с. о. и происходит перераспределение сил, приводящее к отклонениям.

Это следует иметь в виду при оценке практической точности расчета.

Усилия, полученные на диаграмме, лучше писать непосредственно на схеме фермы (у каждого стержня). Этим облегчается анализ усилий и уменьшается вероятность ошибки.

Если схема фермы используется для нескольких расчетных случаев, то надписи можно делать разноцветными карандашами, или лучше делать небольшие отдельные эскизы (непосредственно у диаграмм Кремоны).

Если часть фермы фюзеляжа состоит из расчалок, то надо задаться таким направлением расчалок, чтобы они работали на растяжение, и при построении многоугольника внешних сил следить за тем, чтобы какая-либо из них не оказалась сжатой. Если это случится, то надо продолжать построение диаграммы, заменив сжатую расчалку растянутой.

Боковая проекция фюзеляжа включает собственно две плоские фермы (правую и левую); поэтому нагрузки надо уменьшать вдвое. Иногда сильная коничность фюзеляжа на конце заставляет отказываться от построения диаграммы Кремоны для последних отсеков и начинать последнюю лишь с того места, где кривизной в плане уже можно пренебречь. В таком случае для последних отсеков составляется таблица геометрических соотношений и ферма решается как пространственная система. Усилия, приходящие к узлам, с которых можно начинать построение диаграммы Кремоны, суммируются по их проекциям на оси x и y. Желательно сделать проверку, равна ли нулю сумма моментов всех сил относительно какого-нибудь узла. Для быстрой прикидки усилий в лонжеронах фюзеляжа пользуются способом Риттера.

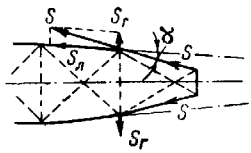
Полученные усилия заносят в таблицу. В случае фермы с расчалками усилия от предварительной затяжки во внимание не принимаются, так как практически деформации фермы достаточны, чтобы обратить первоначальное натяжение расчалок в нуль.

Усилия в горизонтальных поперечных распорках при симметричной нагрузке появляются не только вследствие переломов фермы в плане[1], как показано на фиг. V. 152, но и вследствие работы системы расчалки — распорки на растяжение (фиг. V. 153). Однако, поскольку деформация растяжения двух лонжеронов обычно значительно меньше деформации растяжения системы, изобра-

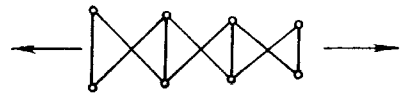
---

[1] Усилие $S_л$, полученное из решения плоской фермы, строго говоря, неравно фактическому, но разницей можно пренебречь вследствие малости угла между $S_л$ и плоскостью xy.

женной на фиг. V. 153, в небольшой запас надежности для лонжеронов считают, что эта система не работает (расчетным случаем для нее будет кручение). Если фюзеляж опирается на крыло в двух точках (в боковой проекции), т. е. ферма статически определима относительно опор, то опорные реакции находятся легко. Если опор три, то необходимо знать коэффициенты их упругости в плоскости xy. Эти коэффициенты желательно взять по данным статических испытаний ферм, аналогичных рассчитываемой и испытанных совместно с крылом. Если этих данных нет, то величины опорных реакций берутся из расчета крыла, в котором коэффициенты упругости учитывались.



Фиг. V. 152.



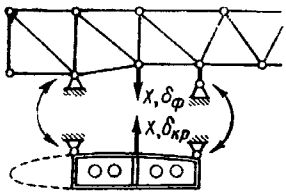
Фиг. V. 153.

В зависимости от взаимной жесткости фюзеляжа и крыла могут быть три случая:

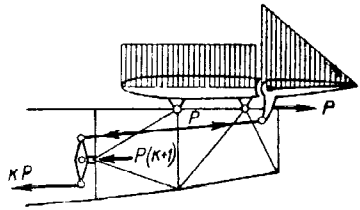
1) жесткость фюзеляжа значительно (раз в 10) превосходит жесткость крыла;

2) жесткость крыла значительно (раз в 10) превосходит жесткость фюзеляжа;

3) жесткости крыла и фюзеляжа — одного порядка.



Фиг. V. 154.



Фиг. V. 155. Дополнительные нагрузки от качалки руля высоты.

Сравнить жесткости можно путем приложения единичной силы $X=100\div1000$ *кг* к одной из опор, например, к средней, приняв две другие за бесконечно жесткие как у фюзеляжа, так и у крыла (фиг. V. 154). Отношение полученных прогибов $\left(\frac{\delta_ф}{\delta_{кр}}\right)$ и будет характеризовать отношение жесткостей.

В случае (1) фюзеляж, как правило, можно считать бесконечно жестким, т. е. реакции опор определяются только деформацией крыла и берутся из расчета крыла, а в случае (2) опоры фюзеляжа можно считать бесконечно жесткими, т. е. опорные реакции будут зависеть только от деформации фюзеляжа.

В случае (3), строго говоря, фюзеляж надо решать совместно с крылом [1]. Если это уже сделано при расчете крыла, то к опорам фюзеляжа подводятся реакции, взятые из расчета крыла. Если же при расчете крыла предполагалось, что опоры бесконечно жесткие, то необходимо внести поправку на их фактическую упругость хотя бы в первом приближении, если нет данных, проверенных статическими испытаниями.

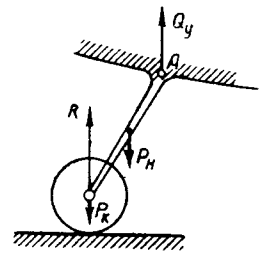
В случаях, когда нагружены рули высоты, к фюзеляжу прикладывают

[1] При ферменном фюзеляже — только его центральную часть, которая связывает между собой узлы крепления крыла.

усилия P, $P(1+k)$ и т. д.[1] от качалок управления (фиг. V. 155). Так как сила P порядка 1000 *кг*, то у небольших самолетов она может заметно изменить усилия в стержнях. При составлении схемы статических испытаний эти силы также должны быть учтены.

При расчете на пикирование следует, кроме сил P, $(1+k)P$ и т. д., учесть силы от веса конструкции фюзеляжа, умноженные на коэффициент безопасности и действующие в направлении силы тяжести.

Расчет посадки отличается от других случаев тем, что перегрузка $n_E^э$ для шасси не равна перегрузке для фюзеляжа, так как с крыла передается аэродинамическая нагрузка, увеличивающая $n_E^э$ на величину 0,75. Следовательно, расчетная перегрузка при посадке для фюзеляжа равна $n_ф = (n_E^э + 0{,}75)f$, где f — коэффициент безопасности для фюзеляжа.



Фиг. V. 156.

Таким образом сумма вертикальных сил, равная $(n_E^э + 0{,}75)fG$, уравновешивается не только реакциями шасси и хвостового (или переднего) колеса, дающими $n_E^э G$, но и подъемной силой крыла, равной $0{,}75fG$. С точки зрения динамики не только в ц. т. самолета, но и в любой его точке перегрузка равна $n_ф$ (если, как обычно, считать самолет бесконечно жестким телом) и величина n_E является здесь, строго говоря, не перегрузкой, а просто коэффициентом увеличения реакции на колеса. Следовательно, если эта реакция по расчету шасси равна R и отношение коэффициентов безопасности фюзеляжа и шасси равно $\frac{f}{f_ш}$, то вертикальная секущая сила в точке крепления A шасси к фюзеляжу (фиг. V. 156) равна

$$Q_y = \frac{f}{f_ш} R - \left(n_E^э + 0{,}75\right) f \left(P_к + P_н \right), \tag{91}$$

где $P_к$ и $P_н$ — вес колеса и вес ноги шасси.

Если определяемые из расчета амортизации перегрузки для главных и хвостового (или переднего) колес различны, то появляется неуравновешенный момент относительно ц. т. самолета

$$M = R_1 l_1 - R_2 l_2, \tag{92}$$

где $R_1 l_1$ и $R_2 l_2$ — соответственно реакции и плечи главных колес и хвостового (или переднего) колеса относительно ц. т.

Этот момент надо уравновесить инерционными силами, как указано выше (см. фиг. V. 151), зная, что он создает угловое ускорение

$$\omega = \frac{M}{J_z},$$

и, следовательно, инерционные нагрузки в каждой точке весом P

$$P_\omega = \frac{\omega r}{g} P, \tag{93}$$

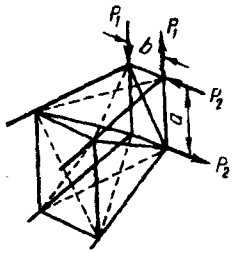
где r — радиус вращения этой точки, а g — ускорение силы тяжести (9,81 *м/сек*²).

[1] k — передаточное число.

§ 3. Расчет ферменного фюзеляжа на кручение

В отличие от симметричных случаев нагружения при кручении фюзеляжа особенно сильно работают внешние диагональные расчалки, а также стойки и распорки. Лонжероны нагружаются лишь вблизи точек приложения сосредоточенных сил, т. е. в области Шухова.

В средней части фюзеляжа, где обычно применима формула $\tau = \frac{M_{кр}}{2F\delta}$, т. е. в области Бредта, лонжероны работают лишь в случае коничности фюзеляжа [1], создающей эффект стеснения (т. е. добавочные осевые силы при кручении).



Фиг. V. 157.

Однако, как правило, коничностью фюзеляжа можно пренебречь и в средних сечениях крутящий момент распределять по боковым фермам фюзеляжа с размерами a и b по формуле

$$M_{кр} = k_1 S_1 b \cos \alpha_1 + k_2 S_2 a \cos \alpha_2. \qquad (94)$$

Здесь S_1 и S_2 — усилия в диагоналях вертикальных и горизонтальных граней, составляющих с плоскостью сечения углы α_1 и α_2; a и b — размеры контура сечения; k_1, k_2 — коэффициенты распределения $M_{кр}$ по граням фермы. В области Бредта $k_1 = k_2 = 0{,}5$, т. е. момент делится по граням поровну. В области Шухова, в первом отсеке, где приложены силы, надо учитывать способ приложения $M_{кр}$. Если $M_{кр} = P_1 b$, т. е. если силы приложены к боковым граням (фиг. V. 157), то $k_1 = 1$ и $k_2 = 0$; если $M_{кр} = P_2 a$, то $k_1 = 0$ и $k_2 = 1$. Так как коэффициенты k_1 и k_2 уже в третьем отсеке выравниваются, стремясь к 0,5, то для второго отсека можно в некоторый запас считать $k_1 = k_2 = 0{,}6 \div 0{,}7$, т. е. рассчитать отсек на $120 \div 140\%$ $M_{кр}$. Если же требуется уточнение, то для распределения $M_{кр}$ по граням в области Шухова следует воспользоваться правилами, изложенными в § 10 гл. I ч. V (стр. 477)[2]. При наличии выреза где-нибудь по середине длины фермы ход расчета в принципе остается тем же, так как вырез неизбежно приведет к появлению сосредоточенных сил, т. е. превратит область Бредта в область Шухова. В отсеке с вырезом для панели, в которой нет диагонального элемента, и ей противоположной, очевидно, $k_1 = 0$, а для второй пары панелей $k_2 = 1$, т. е. весь момент кручения воспринимается только одной парой граней. Влияние области Шухова на предыдущий и последующий отсеки можно учесть, как уже было указано, приняв $k_1 = k_2 = 0{,}6 \div 0{,}7$, т. е. рассчитывать сечение на $120 \div 140\%$ $M_{кр}$ (конечно, если нет необходимости уточнять кривую коэффициента распределения $k = k_1 + k_2$).

§ 4. Расчет фюзеляжа на боковую нагрузку

Распределение секущей силы, действующей по нормали к плоскости симметрии фюзеляжа, например, в случае нагрузки на вертикальное оперение, в общем случае очень громоздко и ненадежно[3]. Поэтому на практике довольствуются различными приближениями. Прежде всего надо установить точки приложения внешних сил. Например, в случае, если лонжерон киля является замыкающим элементом фермы (фиг. V. 158), равнодействующая Q вызывает в верхней и нижней горизонтальных панелях первого отсека секущие силы Q_1 и Q_2 при условии, что разгрузкой от расчалок A и B можно пренебречь. Подобное разложение, как правило, допустимо, поскольку косинусы углов, со-

[1] Если пренебречь проекцией усилия от расчалки (раскоса) на лонжерон.
[2] Используя формулу (96), приведенную ниже (стр. 573).
[3] См. указания в § 1.

ставляемых направлением расчалок с силами Q_1 и Q_2, невелики, а жесткости расчалок на растяжение (EF) обычно малы. Величины этих сил

$$\left.\begin{aligned} Q_1 &= +\left(\frac{a+c}{a}\right)Q, \\ Q_2 &= -\frac{c}{a}Q. \end{aligned}\right\} \qquad (95)$$

Кроме того, у расчетчика обычно нет уверенности в надлежащем соотношении фактических жесткостей EF стержней и расчалок, которое может сильно изменяться под влиянием местных деформаций[1]. Поэтому допустимо расчалки A и B последнего отсека считать на условные секущие силы сверх 100% действующей силы Q. Следовательно, допустимо считать верхнюю и нижнюю панели первого отсека на Q_1 и Q_2, т. е. на 100% Q, а расчалки A и B, кроме того, соответственно на $0{,}1Q_1$ и на $0{,}1Q_2$. Так как Q_1 по абсолютной величине больше Q_2, то верхняя панель нагружается больше нижней. Второй (с конца) отсек можно считать для верхней и нижней панелей соответственно на следующие секущие силы:

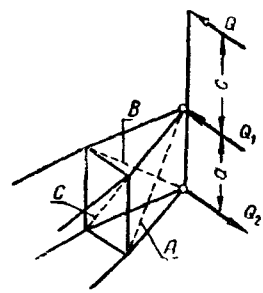
$$Q_в = +\frac{0{,}5Q+Q_1}{2}; \qquad Q_н = -\frac{0{,}5Q+Q_2}{2}. \qquad (95а)$$

При таком способе разложения арифметическая сумма $Q_в + Q_н$ будет больше Q, но меньше такой же суммы, нагружающей предыдущий отсек.

В третьем и последующих отсеках, как правило, можно принимать $Q_в + Q_н = Q$ и распределять Q пропорционально жесткостям диагоналей на сдвиг, т. е. при их углах наклона α к плоскости сечения пропорционально величинам

$$GF = EF_р \sin^2\alpha\cos\alpha, \qquad (96)$$

где $EF_р$ — жесткость диагонали на растяжение (сжатие); $F_р$ — площадь сечения этой диагонали.



Фиг. V. 158.

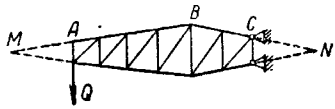
Следовательно, при одинаковых расчалках и их углах наклона α секущая сила Q разделится пополам, и, начиная с третьего отсека для верхней и нижней плоских ферм, можно строить диаграммы Кремоны, считая эти фермы изолированно работающими каждая на половину секущей силы Q. Усилия от $M_{кр} = Q\left(c+\frac{a}{2}\right)$ в третьем отсеке и далее определяются в соответствии с § 3 и добавляются к усилиям от Q. Если диагонали представляют собой ленты, тросы или проволоки, то нет нужды заниматься уточнениями[2] и можно определять запас прочности при разрушении как сумму проекций предельных (разрушающих) нагрузок расчалок на плоскость сечения, деленную на расчетную секущую силу Q, действующую в этом сечении. При непараллельных поясах проекции осевых сил в поясах дадут разгрузку, если пояса сходятся в стороне силы (точка M и участок AB на фиг. V. 159) или догрузку в обратном случае (точка N и участок BC). Если в одной из плоских ферм имеется вырез (*1—2—3—4*, фиг. V. 160), то секущую силу Q_1, идущую по этой ферме, надо передать на вторую ферму без выреза.

Таким образом на участке *5—6—7—8* диагональ *5—7* должна воспринять всю секущую силу $Q = Q_1 + Q_2$. При этом часть Q_1 переходит на нижнюю панель

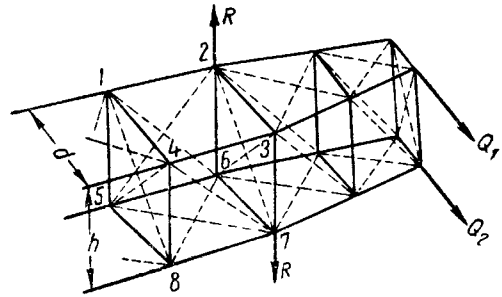
[1] См. более подробно об этом выше в § 1.

[2] Так как гибкие элементы хорошо тянутся, выравнивая нагрузку.

через внутренние поперечные кресты. В запас прочности обычно принимают, что сила Q_1 проходит только через один поперечный крест[1] *2—7—3—6*, как наиболее нагруженный. Соответственно и далее эта сила поднимется вверх в основном по первому торцевому кресту *1—8—4—5*. Проделав этот «омегообразный» путь, сила Q_1 вызовет добавочный момент $\Delta M = Q_1 h$, трансформирующийся в пару сил $R = \pm \frac{\Delta M}{h} = Q_1 \frac{h}{d}$, которая нагружает узлы *2* и *7*, вызывая добавочные усилия в элементах *6—2*, *2—1* и *2—5*, а также *3—7*, *7—8* и *7—4*. Эти усилия в конце отсека уравновешиваются в узлах *4* и *5* реактивной парой сил R, имеющей знак, обратный паре, приложенной в начале отсека (узлы *2* и *7*). Следовательно, вырез создает внутреннюю самоуравновешивающуюся группу из четырех



Фиг. V. 159.



Фиг. V. 160.

сил (двух пар), т. е. приводит к появлению области Шухова, причем влияние этого выреза почти всегда ощутительно лишь для предыдущего и последующего отсеков и должно быть учтено указанным выше[2] перераспределением коэффициентов k_1 и k_2, не равных 0,5.

Глава VII

РАСЧЕТ ШАССИ

§ 1. Расчетные схемы[3]

1. Консольное (одностоечное) шасси, жестко заделанное (фиг. V. 161) и с осью вращения (фиг. V. 162) (фиксируется жестким стержнем-поводком *A*).

2. Консольно-подкосное (фиг. V. 163) и консольно-двухподкосное шасси (фиг. V. 164).

Если на концах подкосов имеются шаровые опоры, то все эти типы шасси будут статически определимыми.

3. Пирамидальное шасси статически определимое (фиг. V. 165,*а*, *б*) и однажды статически-неопределимое (фиг. 165,*в*, *г*).

4. Призматическое шасси симметричное, статически определимое (фиг. V. 166,*а*) и статически неопределимое (на боковую нагрузку) (фиг. V. 166,*б*).

5. Вильчатое шасси (фиг. V. 167), по расчетной схеме аналогичное показанному на фиг. V. 166,*б*.

6. Классическое шасси с неразрезной осью (фиг. V. 168,*а*) (статически определимое, если шарниры на концах стержней шаровые) и с разрезной осью (фиг. V. 168,*б*).

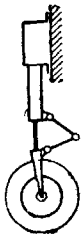
7. Шасси с рычажной подвеской (фиг. V 169).

---

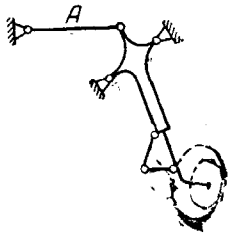
[1] Точнее — диагональ *3—6* при направлении Q_1, показанном на фиг. V. 160.

[2] В этом же параграфе.

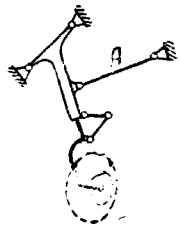
[3] На схемах кружком обозначены шаровые опоры, а кружком с крестом — карданные опоры.



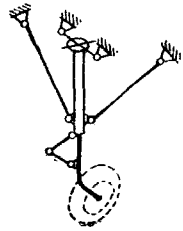
Фиг. V. 161. Неподвижное консольное шасси.



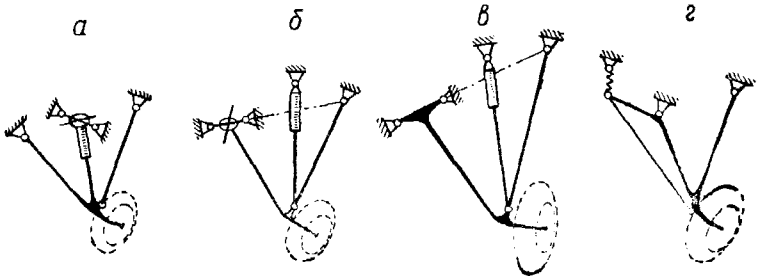
Фиг. V. 162. Убирающееся консольное шасси.



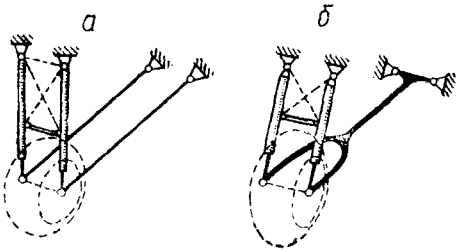
Фиг. V. 163. Консольно-подкосное шасси.



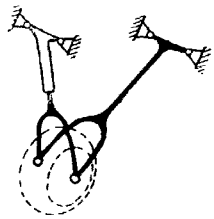
Фиг. V. 164. Консольно-двухподкосное шасси.



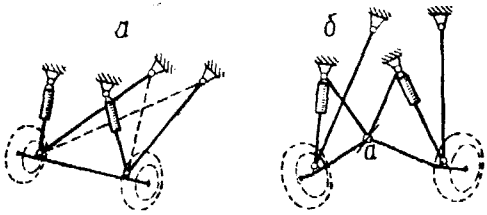
Фиг. V. 165. Пирамидальное шасси.



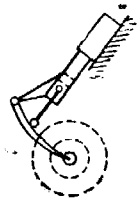
Фиг. V. 166. Призматическое шасси.



Фиг. V. 167. Вильчатое шасси.



Фиг. V. 168. Классическое шасси.

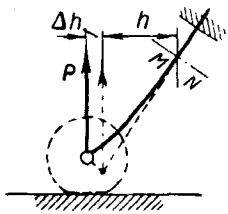


Фиг. V. 169. Шасси с рычажной подвеской.

§ 2. Способы расчета

Следует различать системы, симметричные относительно диаметрально плоскости колеса и несимметричные. Симметричную систему можно решать ка плоскую по схеме консольной балки, нагруженной на одном конце. Необходим лишь учесть прогиб ноги в процессе нагружения, который дает заметное увели чение Δh плеча h внешней силы P (фиг. V. 170).

Кроме того (независимо от типа шасси), должны быть учтены деформаци пневматика и обжатие амортизатора (все деформации берутся при максимал ной эксплуатационной нагрузке). Эпюра изгибающи моментов имеет вид треугольника с вершиной в точк приложения силы. Если добавляется момент торможе ния, то к треугольнику добавляется прямоугольни Равнодействующую P раскладывают на составляющи по направлению оси ноги и по нормали к ней, т. е. деформированном положении — по касательной[1] и пер пендикуляру к ней. При гибкости ноги $\frac{l}{i}$ порядка 5 следует уже учитывать увеличение плеча силы вслед ствие продольного изгиба, т. е. рассчитывать ногу над как сжато-изогнутую балку. При этом важно помнит что стойка шасси работает на продольный изгиб ка консоль с одним свободным концом, т. е. с наименьши коэффициентом заделки $c=1/4$. При нагрузке, перпен дикулярной плоскости симметрии, стойка, кроме изгиба, подвергается и кру чению. Например, при силе P_z, приложенной в точке O (фиг. V. 171) для вилки момент кручения $M_{кр}=P_z e$, а для стойки $M_{кр}=P_z h$.



Фиг. V. 170. Увеличение плеча внешней силы при нагрузке консольного шасси.

Кроме того, момент $M=P_z c$ даст пару сил $P_1=\pm\frac{M}{d}=\pm\frac{P_z c}{d}$, действую щую на каждую сторону вилки (фиг. V. 172). Очевидно, что при симметри $P_2=\frac{P_z}{2}$. Наконец, момент кручения вызывает силы P_3, нормальные плоскост вилки $P_3=\frac{P_z e}{d}$. Под действием этих нагрузок каждая половина вилки буде находиться в условиях сложно напряженного состояния. Наиболее опасно сечение будет в криволинейной части AB вилки и устанавливается двумя тремя пробами[2]. В точке перелома B (см. фиг. V. 171) величины моменто изменятся. Выше этой точки удобнее определять эти моменты, отсчитыва плечо силы P_z непосредственно от точки ее приложения O. Например, заделке сечение ноги нагружено моментом изгиба:

$$M_{изг}=P_z \cdot l,$$

моментом кручения:

$$M_{кр}=P_z \cdot h \qquad (97$$

и секущей силой $Q=P_z$.

Так как в стойке обычно устанавливают амортизатор, то получается со ставная балка (фиг. V. 173). Шток поршня OAB работает по схеме двух

---

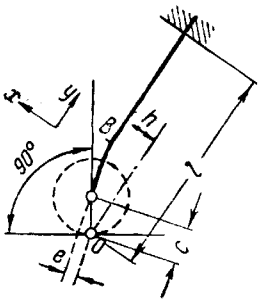
[1] К упругой линии деформированной стойки в рассматриваемом сечении.

[2] Т. е. двумя-тремя прикидками, устанавливающими максимум величин приведенного напряжения $\sigma_0=\sqrt{\sigma+4\tau^2}$. Сечение надо брать по радиус кривизны вилки.

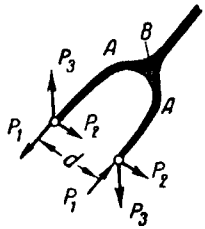
опорной балки с консолью (эпюра *I*), а цилиндр по схеме балки, нагруженной двумя силами разного знака,— реакциями штока (эпюра *II*).

Сложив эпюры *I* и *II*, получим эпюры для консоли, нагруженной одной силой $P_\perp$ на конце, т. е. для Q — прямоугольник с высотой, равной $P_\perp$, а для M — треугольник с максимальной ординатой, равной $P_\perp l$.

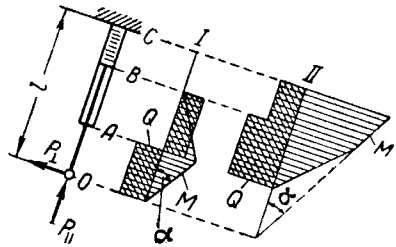
Осевая сила $P_\parallel$ сжимает шток на всей его длине OB, но далее на участке BC сила воспринимается жидкостью и передается на днище цилиндра, так что на цилиндр на всей длине AC не действуют напряжения сжатия. На участке BC в цилиндре возникают цепные растягивающие напряжения, как в сосуде, подвергающемся внутреннему давлению.



Фиг. V. 171.



Фиг. V. 172. Силы, действующие на каждую сторону вилки шасси.



Фиг. V. 173. Эпюра для консоли, нагруженной одной силой.

Однако в отличие от сосуда цилиндр не нагружен осевыми напряжениями, так как сила сжатия от поршня передается через жидкость непосредственно на днище цилиндра, минуя стенки. Поэтому стенки цилиндра испытывают только растягивающие цепные напряжения, действующие по касательной к окружности, величина которых определяется по формуле Лапласа

$$\sigma = \frac{p \cdot R}{\delta}, \tag{98}$$

где $R = \frac{D+d}{4}$ — средний радиус цилиндра;

$\delta = \frac{D-d}{2}$ — толщина стенки цилиндра;

p — внутреннее давление в амортизаторе в конце хода, которое берется из расчета амортизации и умножается на коэффициент безопасности.

Эти напряжения геометрически складывают с напряжениями изгиба.

Часть BA цилиндра будет нагружена цепными напряжениями, затухающими по длине (от найденной выше величины в точке B до нуля в точке A).

При наличии какого-либо момента (например, торможения) в точке O характер напряжений не изменится, а расчетный изгибающий момент увеличится на этот момент. Соответственно изменятся реакции в точках A и B $\left(R_A = -R_B = \frac{M}{l_{AB}}\right)$, а следовательно, и эпюры Q и M на участке AB (на всей остальной длине на эпюру M накладывается прямоугольник с ординатой, равной моменту торможения). Таким образом, как сжато-изогнутая балка работает только шток цилиндра, и, если гибкость его $\frac{l}{i}$ порядка 50, то надо учесть увеличение момента (см. § 4 гл. V ч. III).

Момент кручения со штока на цилиндр передается, как правило, шлиц-шарнирным звеном (фиг. V. 174), выполняемым обычно из двух плоских деталей, которые могут работать на изгиб в своих плоскостях. Так как угол α между звеньями, а следовательно, и размер b не равны нулю, то при подходе к звену момент $M_{кр}$ разложится на нормаль к плоскости звена и на нормаль к оси штока (фиг. V. 175):

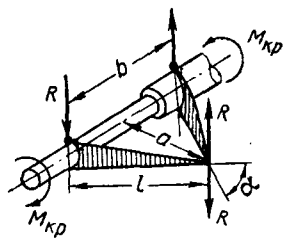
$$\left.\begin{aligned} M_{зв} &= \frac{M_{кр}}{\cos\frac{\alpha}{2}}, \\ M_{шт} &= M_{кр}\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}. \end{aligned}\right\} \qquad (99)$$

Оба эти момента будут изгибающими как для звена, так и для штока. Реакции в начале и конце звена

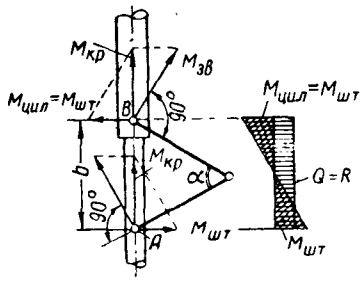
$$R = \pm\frac{M_{зв}}{l} = \pm\frac{M_{кр}}{l\cos\frac{\alpha}{2}} = \pm\frac{M_{кр}}{a} \qquad (100)$$

вызывают срез болта, соединяющего оба звена, и смятие ушков звеньев.

Реакция R, нагрузив второе звено, переходит как секущая сила в точку B, где создает изгибающий момент, равный исходному моменту первого звена ($M_{зв}$), но с наклоном в другую сторону (относительно оси стойки). О



Фиг. V. 174. Передача момента кручения со штока на цилиндр через шлиц-шарнир.



Фиг. V. 175. Разложение моментов при наличии шлиц-шарнира.

точки A в точку B подходит, кроме $M_{шт}$, еще секущая сила, равная реакции R первого звена и погашающая ее. Если момент $Rb = -M_{шт}$, изгибающий пролет AB, геометрически сложить в точке B с изгибающим моментом $M_з$, то получим один крутящий момент $M_{кр}$, который и доходит до заделки.

Угол раствора α звеньев шлиц-шарнира (см. фиг. V. 174) берется в соответствии с рассматриваемым случаем в зависимости от обжатия амортизатора (при эксплуатационной нагрузке). Ось колеса рассчитывают как двухопорную балку, свободно лежащую на опорах или с частичной заделкой, если на концах ее поставлены втулки, длина которых не меньше половины диаметра оси (фиг. V. 176,*а*). Силы от колеса прикладываются в середине поверхности смятия (втулки, обоймы). По мере нарастания прогиба следует иногда учесть перемещение точки опоры с середины втулки к ее кромке (фиг. V. 176,*б*) [1].

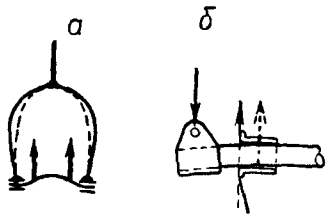
[1] В сочетании с надлежащей величиной коэффициента пластичности это уменьшение может объяснить необычно большую прочность оси, нередко получаемую при статических испытаниях.

Несимметричное консольное шасси отличается от симметричного иной работой оси и нижней части вилки.

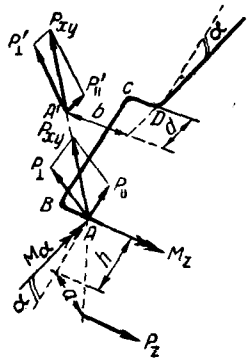
Поскольку нормированные нагрузки задаются в направлении координатных осей, удобнее рассмотреть отдельно xy-овые и z-овые составляющие. Первые приводятся к равнодействующей силе P_{xy} (фиг. V. 177) и моменту M_z, лежащим в плоскости xy.

Вторые обычно представлены одной силой P_z, находящейся от плоскости вилки на расстоянии a. Кроме того, нормами прочности задается момент кручения M_a, вектор которого проходит через точку A параллельно оси амортизатора (т. е. под углом α к плоскости вилки).

Силу P_{xy} раскладывают на составляющие: нормальную плоскости вилки — $P_\perp$ и параллельную ей — $P_\parallel$. Затем вилку и ось считают на изгиб и кручение от моментов, вызванных этими силами. Момент торможения M_z, вектор которого направлен вдоль оси колеса, вызывает изгиб части BC вилки и кручение ее участка CD. Этот момент надо добавить к эпюрам M от сил $P_\perp$ и $P_\parallel$. Так как в точке D иногда имеется перелом, так что верхняя часть



Фиг. V. 176. Учет деформаций оси колеса.



Фиг. V. 177. Схема сил и моментов, действующих на консольное шасси.

ноги составляет с плоскостью вилки угол α, то суммарный момент и секущая сила, подходящие от вилки, снова должны быть разложены на направление ноги и по нормали к ней. Таким образом получают изгиб, кручение, секущую и осевую силы для расчета остальной части ноги. Можно, однако, найти все нагрузки непосредственно, перенеся силу P_{xy} по линии ее действия в точку A', т. е. в точку пересечения силы на xy-овой (т. е. боковой) проекции с направлением оси ноги. Затем разложить на нормаль $P'_\perp$ и направление оси ноги $P'_\parallel$ (на боковой проекции шасси). Так как сила P_{xy} и ось ноги лежат в параллельных плоскостях, то плечо b силы находится непосредственно по xz-овой проекции шасси (т. е. по виду шасси спереди). Таким образом, в точке D действуют:

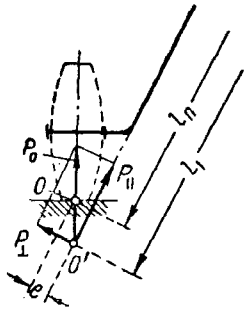
$$\left.\begin{array}{lll}
\text{момент, крутящий ногу,} & M_0=P'_\perp b & \\
\quad\text{„ изгибающий „} & M_1=P'_\perp d+M_z & \\
\quad\text{„ „ „} & M_2=P'_\parallel b & \\
\text{секущая сила} & Q=P'_\perp & \\
\text{осевая „} & S=P'_\parallel &
\end{array}\right\} \qquad (101)$$

Если сечение круглое, то моменты M_1 и M_2 геометрически складывают $\left(M=\sqrt{M_1^2+M_2^2}\right)$ без приведения к сопряженным осям.

Сила P_z (если она имеется) при переходе в плоскость вилки вызыва опрокидывающий момент $P_z a$, а при переходе на ось колеса также и изг бающий момент $P_z h$. Равнодействующий момент

$$M=\sqrt{(P_z a)^2+(P_z h)^2}=P_z\sqrt{a^2+h^2}. \quad (10$$

Расчет вилки на эти моменты и секущую силу $Q=P_z$, приложенну вдоль оси колеса, производится в том же порядке, как и на рассмотренн выше нагрузки.



Фиг. V. 178.

Для облегчения расчета вилки на момент круч ния M_α следует предварительно разложить его плоскость вилки и на нормаль к ней. Начиная с точ D согласно нормам на ось ноги действует чист момент кручения M_α, воспринимаемый шлиц-шарнир (см. фиг. V. 175).

Расчет Г-образного консольного шасси (фиг. V. 17 без вилки, ось которого примыкает непосредственно стойке, значительно проще. Как и ранее, силы раскл дывают в плоскости, проведенной через ось колеса ось стойки.

Если стойка шасси не лежит в вертикальной пло кости, то это не изменяет хода расчета. Равнодейс вующую xy-овых сил (P_{xy}) надо разложить, как ранее (на xy-овой проекции шасси), на плоскост проходящую через ось колеса и стойки (сила P_0), на нормаль к этой плоскости (сила P_n). Затем силу P_0 раскладывают направление оси стойки и на нормаль к ней, причем плечо l_1 силы $P_\perp$, да щей изгибающий момент в сечениях самой стойки, отсчитывается от точ $0'$. Сила P_n, нормальная плоскости и приложенная в точке 0, создает плече e момент, крутящий ногу, $M_{кр}=P_n e$. Эта же сила на плече l_n дает и гибающий момент для лежащих выше сечений ноги. Если момент тормож ния отсутствует, то точка 0 переходит на ось колеса. В обоих случаях о рассчитывают, как консольную балку на силы и моменты, приложенные обы но в двух точках.

Консольное шасси (фиг. V. 161 и 162) отличается от рассмотренных сх только расчетом верхней части ноги. Усилие в поводке или подкосе лег определить, взяв момент всех сил относительно оси качания (уборки) шас и поделив его на плечо этого подкоса относительно той же оси. Так как поч всегда ось уборки шасси направлена по оси x или почти параллельна ей, величина плеча замеряется по yz-овой (передней) проекции шасси.

Если ось уборки наклонна, то плечо можно найти по формулам, опред ляющим расстояние между двумя непересекающимися (перекрещивающимис прямыми. Иногда это расстояние проще найти графически, пользуясь име щейся схемой шасси. Почти всегда ось уборки, составляющая угол с осью лежит в одной из плоскостей проекции (xy и xz) и задача упрощается, т как совмещение проекций производится поворотом относительно оси, пара лельной оси z и y. Полученное усилие прикладывается к той точке ноги шас где крепится подкос (или поводок), и дальнейший расчет производится с у том эффекта этого усилия на ногу (изменяющего эпюры Q, S, $M_{кр}$ и $M_{изг}$

Расчет подкосного и пирамидального шасси (см. фиг. V. 164 и 165,*а* и производится по одному методу. Карданная опора может воспринять, кро реакции, только крутящий момент M_0, вектор которого нормален обеим ос кардана[1].

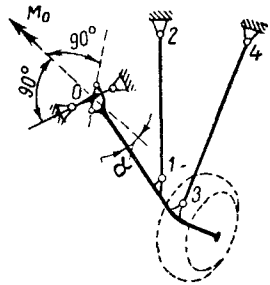
[1] Практически оси часто не пересекают друг друга (карданная сережк что не меняет способа расчета.

При этом если угол α ноги с нормалью $\neq 0°$ (фиг. V. 179), то момент M_0 вызывает в ноге шасси не только кручение, но и изгиб:

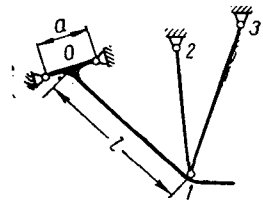
$$\left.\begin{aligned} M_{кр} &= M_0 \cos\alpha, \\ M_{изг} &= M_0 \sin\alpha. \end{aligned}\right\} \qquad (103)$$

Если в узлах *1, 2, 3, 4* — шаровые шарниры, то система статически определима, так как направления усилий в стержнях *1—2* и *3—4* будут совпадать с направлениями стержней, а в узле *0* — четыре неизвестных (момент M_0 и все три составляющие реакции R_0). Практически из-за люфта в болтовом соединении почти всегда можно считать обычный болт с ушком шаровым шарниром.

Удобнее начать расчет с составления уравнения $\sum M=0$ относительно такой оси, чтобы оставалось только одно неизвестное. Например, для определения



Фиг. V. 179.



Фиг. V. 180.

усилия в стержне *1—2* надо взять $\sum M$ относительно оси, не только проходящей через стержни *0—3* и *3—4*, но и лежащей в плоскости кардана, так как лишь в последнем случае вектор момента M_0, действующий в узле *0*, не даст проекции на ось моментов, т. е. в уравнение $\sum M=0$ будет входить только одно неизвестное — усилие S_{1-2}. Для определения усилия в стержне *3—4* нужно взять $\sum M$ относительно оси, проходящей через точку *0* и стержень *1—2*. Для получения величины M_0 можно воспользоваться уравнением $\sum M=0$ относительно вектора M_0 (нормального плоскости кардана).

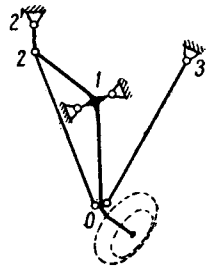
В уравнение $\sum M=0$ войдут, кроме M_0, уже известные проекции усилий S_{1-2} и S_{3-4}. Чтобы определить x, y, z-овые составляющие реакции R_0 в узле *0*, следует взять $\sum M$ относительно наклонной оси, лежащей в одной из плоскостей проекции (например, в плоскости xy, если определяется z-овая составляющая) и не проходящей через точку *0*. Тогда в уравнение $\sum M=0$ войдут уже известные проекции усилий S_{1-2} и S_{3-4} на плоскость, нормальную оси моментов, т. е. получится одно уравнение с одним неизвестным. Размеры плеч и проекций сил берут непосредственно с чертежа. Если эти размеры взять затруднительно, составляют два совместных уравнения моментов относительно осей, параллельных соответствующим координатным осям и не проходящих через точку *0*.

После определения всех сил и моментов рассчитывают ногу шасси, сведя все силы и моменты к двум группам осевых и нормальных векторов. Если в схеме по фиг. V. 179 кардан в узле *0* заменить гребенкой или двухушковым шарниром, то получится однажды статически неопределимая система (см. фиг. V. 165,*в*). Лишней неизвестной в этом случае будет изгибающий момент в плоскости, проходящей через ось ноги и гребенки[1]. Иногда размеры люфтов

[1] Вектор момента будет нормален этой плоскости.

в ушках гребенки по сравнению с перемещениями нижнего узла шасси таковы, что гребенка не успевает включиться в работу при максимальной эксплуатационной нагрузке и система работает, как статически определимая — по схеме предыдущего случая (фиг. V. 179). Например, если база гребенки $a=0{,}1l$ (фиг. V. 180), то при люфте $\pm 0{,}1$ *мм* в ушках перемещения узла *1* будут равны 2 *мм*. Если деформация узла *1* от осевых сил в стержнях *1—2* и *1—3* менее 2 *мм*, то, очевидно, гребенку можно считать карданом. Таким образом, прежде чем включать лишнее неизвестное в решение, необходимо убедиться, что перемещения позволяют это сделать.

Если нет возможности сравнить перемещения, то лучше систему решить два раза, приняв сначала в узле *0* кардан, а затем положив люфт в плоскости гребенки равным нулю, т. е. предположив в этой плоскости полную заделку. В последнем случае, поскольку влияние момента на осевые усилия невелико, можно не решать полностью всю систему, а ограничиться нахождением момента в заделке, который будет расчетным для гребенки. Для этого момент, подходящий от колеса к узлу *1*, нужно спроектировать на нормаль к плоскости, проходящей через ось гребенки и ногу. Эта составляющая момента вызовет в гребенке реактивный момент, равный ее половине, если принять заделку гребенки абсолютно жесткой. Несмотря на то, что при этом не учитывается вторая составляющая момента (вектор которой лежит в плоскости, проходящей через ось гребенки), также воздействующая на гребенку[1], величину коэффициента, равную 0,5, для случая полной заделки можно обычно уменьшить вдвое, так как практически почти всегда имеется нечто среднее между шарниром и полной заделкой. Коэффициент 0,25 надо увеличить на 25% при расчете самого узла и гребенки.



Фиг. V. 181. Статически определимое пирамидальное шасси.

Пирамидальное шасси (см. фиг. V. 165,*г*), применяемое для легких самолетов, в зависимости от конструкции его элементов может быть многократно статически неопределимым, но может быть и с. о. Например, в случае, показанном на фиг. V. 181, система будет с. о., если в узле *1* принять момент, изгибающий гребенку, равным нулю. Иногда стержни *0—2* и *0—3* в узле *0* жестко соединены с ногой *0—1* шасси. Получающуюся при этом многократную с. н. можно понизить до двух- и даже однократной с. н. Почти всегда жесткость стержней *0—2* и *0—3* на изгиб, а тем более на кручение, невелика по сравнению с жесткостью ноги *0—1*, и поэтому можно упростить схему, приняв, что изгибающий и крутящий моменты, подходящие к узлу *0* от колеса, воспринимаются только ногой *0—1*. Усилие в опорном элементе *2—2'* (амортизатор), а следовательно, и в стержнях *2—0* и *2—1* получается из уравнения $\sum M=0$ относительно оси качания *1—3* шасси. Если в узле *2* — шаровой шарнир (или ординарное ушко[2], то участок *1—2* ноги не работает на кручение, которое целиком поглощается узлом *1*. В этом случае элемент *1—2* нужен только, чтобы воспринять изгибающий момент в плоскости *0—1—2*, когда расчалка *0—2* работает на сжатие. Если вместо расчалки стоит стержень, то можно учесть разгрузку от него, уменьшающую изгибающий момент в ломаной балке *0—1—2*. Для этого надо определить критическую силу стержня *0—2* и, приложив ее в точке *0*, определить разгружающий момент по длине балки *0—1—2*. При нагрузке обратного знака получается однажды с. н. система. От этой неопределимости можно освободиться, сопоставив деформацию ленты (стержня) *0—2* с прогибом ноги *0—1—2* и убедившись, что первая значительно меньше

[1] Это и делает задачу статически неопределимой.

[2] Или любое соединение, допускающее относительно большой люфт на кручение.

второго. Например, при ленте № 10, сечение которой $F \approx 0{,}4$ *см*², а длина $l = 1000$ *мм*, имеем от силы $P = 2500$ *кг* удлинение

$$\lambda = \frac{Pl}{EF} = \frac{2500 \cdot 100}{2 \cdot 1 \cdot 10^6 \cdot 0{,}4} = 0{,}3 \text{ см} = 3 \text{ мм}.$$

Для ноги, изготовленной из стальной трубы диаметром 50/45 ($J = 10{,}55$ *см*⁴) постоянного сечения при $l_{0-1} = l_{1-2} = 600$ *мм*, прогиб точки *0* (считая проекцию силы P на нормаль к l_{0-1} равной $P_\perp = 0{,}5 \cdot 2500 = 1250$ *кг*), подсчитанный по формуле

$$f = \frac{P_\perp l_{0-1}^2 (l_{0-1} + l_{0-2})}{3EJ} = \frac{2}{3} \frac{P_\perp l_{0-1}^3}{EJ}, \tag{104}$$

равен

$$f = \frac{2 \cdot 1250 \cdot 60^3}{3 \cdot 2{,}1 \cdot 10^6 \cdot 10{,}55} = 8 \text{ см} = 80 \text{ мм}.$$

Из сравнения λ с f видно, что разгрузкой ленты от ноги можно пренебречь, т. е. при определении усилия в ленте в точке *1* можно принять шарнирное сочленение элементов *0—1* и *1—2*. Расчетным изгибающим моментом для балки *0—1—2* обыкновенно оказывается момент от предварительной затяжки ленты, поскольку расчетное усилие затяжки довольно велико и составляет $1{,}5 \cdot 0{,}25 = 0{,}375$ усилия, разрушающего ленту.

Хотя на x-овую нагрузку в плане шасси (фиг. V. 181) однажды с. н., но легко убедиться подсчетом, подобным приведенному, что разгрузка стержня *0—3* изгибом балки *0—1—2* (при наличии гребенки в узле *1*) при обычных конструктивных соотношениях невелика. Тогда усилие в стержне *0—3* получается из единственного уравнения $\sum M = 0$ относительно оси *1—2*.

При переходе внешней силы, приложенной на колесе, в узел *0* возникает момент, вектор которого нормален к плоскости перемещения силы. Если в точке *1* предположить кардан, нормаль к плоскости которого составляет угол α с осью ноги *0—1*, то для нахождения реакций от изгиба стержня *0—1* как балки, надо вектор момента разложить на эту нормаль и на нормаль[1] к оси ноги.

Первый компонент момента, перемещаясь к опоре *1* и составляя с осью ноги *0—1* угол $90° - \alpha$, будет вызывать в ней изгиб и кручение (только при $\alpha = 0$ получим чистое кручение ноги). Второй компонент $M_{изг}$ дает чистый изгиб ноги. Реакции в узлах *0* и *1* от первого компонента равны нулю, так как он целиком поглощается карданом. Реакция от второго компонента равна $\pm \frac{M_{изг}}{l_{0-1}}$.

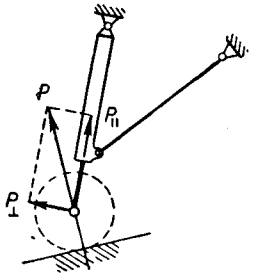
Если эту реакцию геометрически сложить с внешней силой, которая пришла в узел *0* от колеса, и решить узел *0*, как трехстержневой (по уравнениям $\sum x = \sum y = \sum z = 0$), то полученные осевые усилия в стержнях *0—2* и *0—3* должны быть равны определенным из условий $\sum M = 0$ относительно осей *1—2* и *1—3*. По второму варианту решения непосредственно узла *0*, нагруженного внешней силой и моментом, надо для построения эпюр крутящего и изгибающего моментов в ноге *0—1* вектор момента разложить на ось ноги *0—1* и на нормаль к ней, т. е. умножить его на косинус и синус угла, который он составляет с осью ноги.

Поскольку в узле *1* не кардан, а только ось качания, то требуется поправка на лишнее неизвестное — момент на опоре *1*, так как балка *0—1—2* — неразрезная. Часто это уточнение излишне, так как догрузка узлов *0*, *1* и *2* невелика и не изменяет значительно осевые усилия. Чтобы иметь представле-

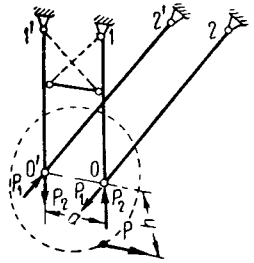
[1] Последняя находится из условия, что все три вектора лежат в одной плоскости.

ние о величине возникающей от этого погрешности, можно элемент *0—1*— принять за равнопролетную трехопорную балку постоянной жесткости. Тог момент M_1 на средней опоре будет равен $^1/_4$ момента на крайней опоре, взято с обратным знаком.

Реакция от момента M_1 при длине каждого пролета l равна $\pm\frac{M_1}{8l}$ Если балка разрезана на опоре *1*, то реакции от момента, приложенного опоре 0, равны $\pm\frac{M}{l}$. Таким образом, момент на средней опоре измен общую реакцию всего на $^1/_9$, т. е. примерно на 10%; так как обычно догруз от момента составляет в свою очередь небольшую часть общего осевого усил в каждом подходящем стержне, то пренебрежение моментом на средней опо



Фиг. V. 182.



Фиг. V. 183. Работа призматического шасси на боковую нагрузку.

при определении осевых усилий приводит к погрешности всего лишь в несколько процентов; тем более уместно такое упрощение, что расчетным для гребен и сечений, близких к узлу *1*, является момент от нагрузки обратного зна (когда расчалка *0—2* работает на сжатие).

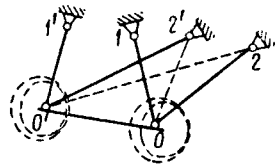
Призматическое шасси (см. фиг. V. 166,*а*), симметричное относитель плоскости вращения колеса, решается на *xy*-овую нагрузку, как плоск система, причем амортизационная стойка в общем случае оказывается консол ной сжато-изогнутой балкой (фиг. V. 182). При боковой нагрузке P_z схема фиг. 166,*а* является с. о., и сила P_z переходит полностью в плоскость аморт зационных стоек (фиг. V. 183), а момент переноса $M=P_zh$ разложится на д составляющих (по правилу параллелограмма): $M_1=P_1a$ и $M_2=P_2a$, котор воспримутся соответственно плоскостями *1—0—2* и *1'—0'—2'*, вызвав в обр зующих их стержнях усилия растяжения и сжатия. При наличии в плоскос *0—2—2'—0'* диагонального элемента или вилки (см. фиг. V. 166,*б*) задача р пределения *z*-овой силы становится с. н. В этом случае распределение секущ силы по плоскостям *0—1—1'—0'* и *0—2—2'—0'* производится обратно проп циональнo прогибам заключенных в этих плоскостях систем от действ единичной силы, приложенной по линии *0—0'* (фиг. V. 183). Эти прогибы ходят обычно графически, так как стержни *0—1* и *0—2* часто имеют перем ное сечение.

Классическое шасси (см. фиг. V. 168,*а*) — с. о. система на симметричн нагрузку, если в небольшой запас прочности предположить, что расчалки *0*— и *0'—2* не работают (фиг. V. 184). Разгрузка будет лишь в том случае, ко подкосы *0—2* и *0'—2'* работают на растяжение, а ось *0'—0* на сжат (фиг. V. 185); эту разгрузку легко найти, так как силы в плоской систе *0—0'—2'—2* раздаются пропорционально жесткостям *EF* элементов на рас жение (сжатие).

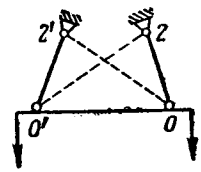
На боковую нагрузку работает тот из узлов (*0* или *0'*), к которому подхо расчалка, работающая на растяжение. Например, если работает расчалка *0*—

(фиг. V. 184), то узел *0*, в котором сходятся стержни *0—1*, *0—2* и *0—2'*, решается как пространственный по уравнениям $\sum x = \sum y = \sum z = 0$.

Поскольку ферма шасси работает и на *xy*-овые нагрузки, т. е. узел *0'* также работает, надо сначала решить его, так как в нем сходятся только три стержня (амортизационная стойка, подкос и ось). После этого ось *0—0'* для узла *0* будет направлением действующей в ней силы и можно решить узел *0*. Момент торможения $M_т$ воспринимается обыкновенно изгибом стойки или подкоса и догружает узлы *0* и *0'* составляющими $\frac{M_т}{l}$, где *l* — плечо того элемента, на котором закреплен тормозной фланец.



Фиг. V. 184.



Фиг. V. 185.

Шасси с разрезной осью (см. фиг. V. 168, *б*) решается по той же схеме, как и классическое, с той лишь разницей, что расчет можно начинать с любого узла. Средний узел, где сочленяются обе половины оси, воспринимает нагрузки, нормальные плоскости кабана, если эти оси не лежат на одной прямой, и потому должен конструироваться и рассчитываться, как пространственный.

Шасси с рычажной подвеской, подобное данному на фиг. V. 169, обычно является с. о. системой, решение которой не представляет каких-либо особенностей и может быть легко выполнено при помощи уже изложенных приемов.

Глава VIII

РАСЧЕТ ПОДМОТОРНЫХ РАМ

§ 1. Общие указания

Термин «подмоторная рама» или, короче, моторама применяется в дальнейшем изложении к любой балочно-стержневой системе, связывающей двигатель с самолетом.

Моторамы под реактивные двигатели, как правило, представляют собой комбинацию простых кронштейнов и узлов. Расчет их проводится по обычным правилам решения отдельных узлов, затруднений не представляет и потому здесь не рассматривается.

Моторамы делятся на две группы:

1) под радиальные (звездообразные) двигатели,

2) под рядные (блоковые) двигатели.

В свою очередь каждая из этих групп может быть разделена на ферменные, ферменно-балочные и рамные системы.

Необходимой частью моторамы под радиальный двигатель является кольцо, а в случае блокового двигателя — пара продольных стержней-мотобрусьев.

С одной стороны к кольцу или к мотобрусьям крепится двигатель, а с другой подходят опорные стержни.

Основные типы моторам (собственно их боковые проекции) показаны на фиг. V. 186.

Моторамы для радиальных двигателей ферменного типа (фиг. V. 186,*а*), ферменно-балочного типа (фиг. V. 186,*б*), рамного типа (фиг. V. 186,*в*).

Моторамы для рядных двигателей также могут быть ферменные (фиг. V. 186,*г*), ферменно-балочные (фиг. V. 186,*д*[1]) и рамные.

Существуют другие менее употребительные типы моторам, но их расчет может быть сведен к решению перечисленных типов. Особым типом моторамы

[1] Из двух отдельных у-образных половин.

надо считать конструкцию, в которой моторама представлена одним кольцом, приклепанным непосредственно к коку мотогондолы или фюзеляжа. Расчет подобной системы сводится к расчету кольца и кока на местные нагрузки, он весьма прост и здесь не приводится.

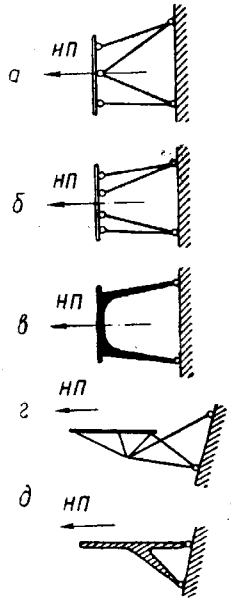
Расчет моторамы любого типа начинается с составления таблицы для определения координат ц. т. всех грузов, опирающихся на моторраму. Для этого по центровке самолета и чертежу установки двигателя выбирают все грузы, вес которых полностью или частично приходится на моторраму. В отличие от центровки самолета в таблицу против названия груза вписывают не весь его вес, а только ту часть, которая приходится на кольцо. Например, из части P_1 (фиг. V. 187) веса маслобака $G_{мб}=P_1+P_2$ на моторраму придется только вес

$$P_3=P_1\frac{b}{a+b}=G_{мб}\frac{c}{a+b}.$$

Нельзя вносить в таблицу грузов, ц. т. которых хотя и находится впереди плоскости крепления AB моторамы, но приходится на кронштейны, закрепленные на фюзеляже (вооружение и т. д.). На фюзеляж должна быть отнесена половина веса стержней моторамы, если она подобна изображенной на фиг. V. 187. Вес $G_{мр}$ моторамы под рядный двигатель (фиг. V. 188) надо распределить по закону рычага на узлы A и B; в суммарную силу P_y войдет лишь часть

$$P_A=\frac{b}{a+b}G_{мр}.$$

Необходимо подчеркнуть, что при таком распределении грузов расчетный вес установки двигателя уменьшается, а ее ц. т. сдвигается вперед; это соответствует фактическому положению нагрузки, вызывающей усилия в стержнях моторамы.



Фиг. V. 186. Основные типы моторам.

Форма таблицы для определения суммарной силы P_y[1])

№ по пор.	Название груза	Полный вес в *кг*	Вес, приходящийся на моторраму P, в *кг*	Координаты груза в *см*		Моменты в *кгсм*		Примечание
				x	y	Px	Py	
1	Винт							
2	Двигатель							
3	Моторама							
4	Маслобак							
5	Маслофильтр							
6	Туннель карбюратора							
7	Капот							
8	Спецгруз							
9	Прочие грузы							
	Итого		$\Sigma P=P_{му}$			ΣPx	ΣPy	

[1]) За оси координат удобно взять: x—ось вращения винта и y—линию пересечения плоскости симметрии двигателя с плоскостью крепления моторамы (см. фиг. V. 187).

Так как все x-овые координаты будут иметь знак +, y-овые знаки ±, а веса P — только знак +, то и произведения Px будут положительными, а Py — получат знак координаты y. Просуммировав величины в графах Px и Py, находят координаты точки приложения силы $P_{му}$:

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= \frac{\sum Px}{\sum P}, \\ y_0 &= \frac{\sum Py}{\sum P}. \end{aligned}\right\}$$

Ввиду весовой симметрии системы координата z обычно равна нулю.

Затем составляется таблица геометрических соотношений (т. г. с.) для стержней по форме табл. III.30. После этого устанавливается способ решения моторамы.

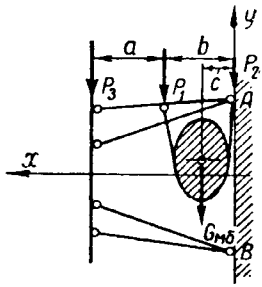
Любая моторама подвергается трем различным видам нагрузок:

1) нагрузка в плоскости симметрии моторамы (плоскость xy);

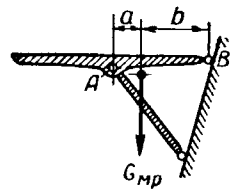
2) нагрузки перпендикулярно плоскости симметрии;

3) крутящий момент двигателя (относительно оси x).

Расчет моторамы на каждую из этих нагрузок имеет свои особенности.



Фиг. V. 187. Нагрузка на моторраму от веса маслобака.



Фиг. V. 188. Распределение по узлам веса моторамы под рядный двигатель.

Нагрузки в плоскости симметрии моторамы, очевидно, создают одинаковые усилия в правой и левой половинах моторамы.

Нагрузки перпендикулярно плоскости симметрии, так же как и нагрузки от крутящего момента, создают усилия в обеих половинах моторамы, равные по абсолютной величине, но обратные по знаку.

Эти дополнительные условия понижают степень статической неопределимости системы на единицу, так что однажды с. н. моторама может быть решена, как с. о.

§ 2. Моторамы под радиальные двигатели

Моторама, изображенная на фиг. V. 189, является с. о. системой[1]. Перед ее решением следует проверить, не пересекаются ли все ее шесть стержней на одной прямой (лежащей в плоскости симметрии). Если случайно это происходит, то система является механизмом (см. исключительные случаи в § 2 гл. VIII ч. III) и может работать только в том случае, если равнодействующая пересекает эту линию. Значит, надо изменить направление хотя бы пары стержней. Чтобы не составлять трех совместных уравнений равновесия, необходимых для решения трехстержневого узла, можно взять сумму моментов

[1] Предполагается, что на концах всех стержней имеются шаровые шарниры.

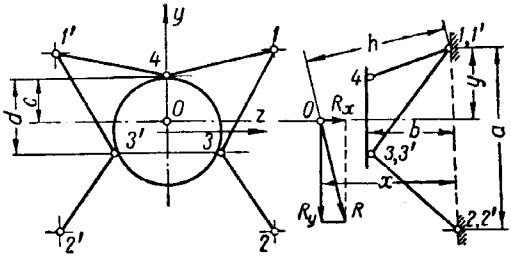
относительно оси, проходящей сразу через четыре стержня. Например, если взять $\sum M$ относительно оси *1—1'*, то получим уравнение для определения усилий в стержнях *2—3* и *2'—3'* (вследствие симметрии нагрузок эти усилия равны)

$$\left.\begin{aligned} &\sum M_{1-1'} = Rh + 2S_{2-3}\cos(l_{2-3}, x)\,a = 0 \\ \text{или}\quad & R_y x + R_x y + 2S_{2-3}\cos(l_{2-3}, x)\,a = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (105)$$

Так как косинус угла стержня *2—3* с осью x известен из таблицы геометрических соотношений, а величина R (а следовательно, и ее составляющие R_x и R_y) равна $n\sum P$, где n — перегрузка, соответствующего случая расчета мотоустановки, то из уравнения (105) можно найти усилие $S_{2-3} = S_{2'-3'}$. Аналогичным образом можно найти усилия в стержнях *1'—4* и *1—4*, если взять $\sum M$ относительно оси *3—3'*. Наконец, усилия в стержнях *1—3* и *1'—3'* находят из уравнения суммы сил на ось y в узле *1* (или *1'*):

$$\sum Y = R_y + 2S_{2-3}\cos(l_{2-3}, y) + 2S_{1-4}\cos(l_{1-4}, y) + 2S_{1-3}\cos(l_{1-3}, y) = 0. \qquad (106)$$

Так как усилия S_{2-3} и S_{1-4} известны, то можно определить неизвестное $S_{1-3} = S_{1'-3'}$. Для получения сил, сжимающих и растягивающих распорки фюзеляжа и нагружающих узлы крепления моторамы, достаточно умножить полученные усилия в подходящих к этим узлам стержнях на косинусы их углов с осью z.



Фиг. V. 189. К расчету моторамы под радиальный двигатель.

Чтобы избавиться при расчете моторамы на случай боковой нагрузки от составления трех совместных уравнений, например, при решении узлов *3* и *3'*, надо выбрать такие оси моментов, чтобы получить не более двух уравнений (при двух неизвестных).

Выбрать ось, которую пересекали бы четыре стержня, как в предыдущем случае, в этом случае невозможно. Поэтому приходится составлять два уравнения. Первым будет $\sum M_x$ относительно оси, параллельной оси x и проходящей через узел *4* (равнодействующая P_z внешних нагрузок, проходящая через точку *0*, на фиг. V. 189 не показана):

$$\sum M_{x4} = R_z c + 2S_{3-1}\left[\cos(l_{3-1}, y)\frac{l_{3-3'}}{2} + \cos(l_{3-1}, z)\,d\right] +$$
$$+ 2S_{3-2}\left[\cos(l_{3-2}, y)\frac{l_{3-3'}}{2} + \cos(l_{3-2}, z)\,d\right] = 0. \qquad (107)$$

Коэффициент 2 перед неизвестными введен потому, что от силы R_z, перпендикулярной плоскости xy, имеем (как указано выше): $S_{3-1} = -S_{3'-1'}$ и т. д.

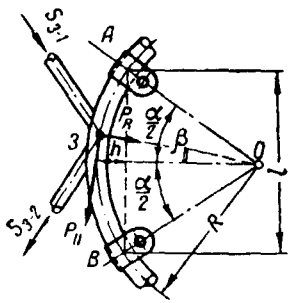
Второе уравнение $\sum M_y$ относительно оси, параллельной оси y и проходящей через тот же узел 4, имеет вид

$$\sum M_{y4}=R_z(x-b)+2S_{3-1}\cos(l_{3-1'},x)\frac{l_{3-3'}}{2}+2S_{3-2}\cos(l_{3-2},x)\frac{l_{3-3'}}{2}=0. \quad (108)$$

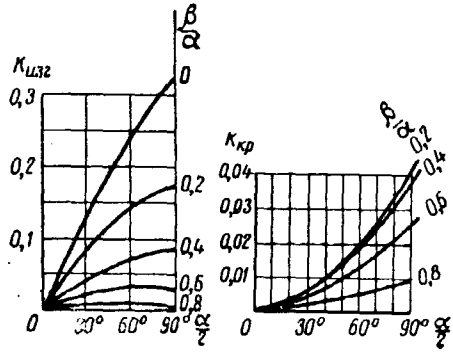
Определив из уравнений (107) и (108) усилия S_{3-1} и S_{3-2}, легко найти и S_{4-1}, воспользовавшись уравнением суммы сил в узле 1 на ось z:

$$R_z+2S_{4-1}\cos(l_{4-1},z)=0. \quad (109)$$

Это уравнение справедливо, так как силу R_z может воспринять только параллельная ей плоскость 1—4—1, а плоскости 1—3—2 и 1'—3'—2' могут воспринимать только y-овые пары сил от моментов, т. е. дают на ось z взаимно уничтожающиеся проекции.



Фиг. V. 190.



Фиг V. 191. Коэффициенты $k_{изг}$ и $k_{кр}$.

Расчет моторамы на x-овый момент кручения (M_x) упрощается благодаря тому, что этот момент могут воспринять только плоскости 1—3—2 и 1'—3'—2'. Достаточно разделить M_x на расстояние $l_{3-3'}$ между узлами 3 и 3' и полученные силы разложить (лучше графически, по правилу параллелограмма на совмещенной проекции) по стержням 3—1 и 3—2.

Усилия в стержнях 4—1 и 4—1', очевидно, равны нулю.

В расчет кольца, которое обычно изготовляется из трубы круглого сечения, вводят ряд упрощений.

Считая в запас прочности, что в точках A и B стержни заделаны (фиг. V. 190), можно рассмотреть балку с заделанными концами, нагруженную в точке 3 тремя составляющими $P_{\perp}$ $P_{\parallel}$ P_R усилий S_{3-1} и S_{3-2}, подходящих от стержней 3—1 и 3—2. Сила $P_{\perp}$, перпендикулярная плоскости кольца моторамы, изгибает и закручивает трубы моментами

$$\left.\begin{aligned} M_{изг}&=k_{изг}PR;\\ M_{кр}&=k_{кр}PR.\end{aligned}\right\} \quad (110)$$

Коэффициенты $k_{изг}$ и $k_{кр}$ берутся по фиг. V. 191.

Сила $P_{\parallel}$, действующая по касательной к оси кольца, вызывает изгибающий момент на опорах (если даже считать полную заделку в точках A и B и угол $\beta=\frac{\alpha}{2}$) не более[1] $M_x=\frac{P_{\parallel}h}{8}$, т. е. имеет в среднем величину $0{,}1P_{\parallel}h$;

[1] Как у арки с заделанными концами.

это можно принять, если, как обычно, особая точность не требуется. В оп рах A и B можно считать секущие силы равными $\frac{P_{\parallel}}{2}$, так как если учес пластичность, то эффект различных длин A—3 и B—3 сглаживается. Ради альная сила P_R вызывает изгибающий момент, который примерно раве $\frac{Pl}{6}$ как под силой, так и на опорах, если считать заделку на опорах A и упругой и пренебречь небольшой кривизной дуги AB (так как число болто крепления обычно не менее 7—9). Реакции опор от силы P_R можно найти распределив силу P_R в первом приближении по закону рычага или по схе ме балки с заделанными концами.

Если требуется уточнение, то можно перейти к схеме арки, помня, чт сила распора не будет больше 0,195 $\frac{Pl}{h}$ (двухопорная арка с шарнирным концами).

Моторама, показанная на фиг. V. 192, получается из моторамы фиг. V. 18 путем добавления стержней *2—5* и *2′—5′*. Очевидно, что полученная система — дважды с. н., но вследствие симметрии она становится однажды с. н.[1]. Е статически определимая часть, после того как удалены лишние стержни *2—* и *2′—5′*, решается совершенно так же, как в предыдущем примере. Расчет н единичные силы необходимо произвести дважды: один раз на симметричны силы, действующие в стержнях *2—5* и *2′—5′* для случая симметричной нагруз ки, и один раз на антисимметричные силы для случая боковой и крутяще нагрузок (которые вызывают антисимметричные усилия).

Решение на антисимметричные единичные силы необходимо потому, чт если для случая боковой и крутящей нагрузки взять единичные симметричны силы S_1 в сочетании с действующими антисимметричными S_0, то сумма произ ведений $\frac{S_1 S_0 l}{EF}$ обратится в нуль.

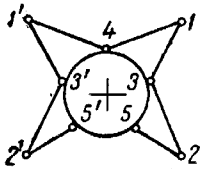
Перед решением необходимо проверить возможность дополнительных пере мещений, которые не учитываются классическими формулами, отражающим только осевые деформации стержней. Если картер двигателя обычно можн принять за бесконечно жесткое тело, то при наличии резиновых или ины упругих прокладок между картером и кольцом расчет меняется. Действительн при толщине прокладок 10 *мм* и предварительной затяжке болтами при сборк на 50%, т. е. на 5 *мм*, останется упругая среда 5 *мм*, еще способная деформи роваться. Так как напряжения сжатия в прокладках при максимальны эксплуатационных перегрузках достигают 500 *кг/см*² и даже более, то возможн еще дальнейшее обжатие на 15—20%, т. е. в данном примере еще на 1,5—2 *м* Поскольку условному пределу текучести $\sigma_{0,2}$ соответствует удлинение толь 0,2% длины стержня, то, например, при $l=500$ *мм* удлинение $\delta_{0,2}=0{,}002\cdot 500=$ $=1$ *мм*. Таким образом деформация опоры, равная 2 *мм*, может полность разгрузить стержень, напряжение в котором достигает не только предел текучести, но и превышает его.

Однако воздействие нагрузок и реакций на моторамy типа, показанного н фиг. V. 192, таково, что, пренебрегая упругостью опор, мы не вносим больш погрешности. Действительно, наибольшие по абсолютной величине силы, де ствующие в плоскости симметрии моторамы, вызывают в стержнях *1—4* и *2—* усилия одного порядка, но разного знака. То же можно сказать и про стержн *1—3* и *2—3*, равнодействующая которых в узле *3* лежит приблизительно плоскости кольца. Следовательно, дугу *4—3—5* кольца можно считать прибл женно как двухопорную балку, и вопрос об упругости опор отпада Те же соображения относятся и к реакциям, возникающим при боковых н грузках. Поскольку в случае крутящих сил все опоры оказываются равноупр гими, вопрос об упругости также отпадает.

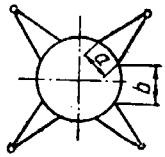
[1] Попрежнему предполагается, что на концах стержней шаровые шарнир

Наконец, данные тензиометрии подтверждают эти положения, по крайней мере для рассматриваемых типов моторам, и позволяют достаточно надежно при расчете моторамы считать опоры жесткими.

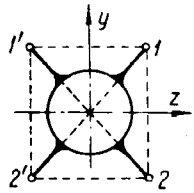
Расчет на симметричные единичные силы прост, так как z-овые составляющие этих сил в узлах *5* и *5'*, имея разные знаки, взаимно уничтожаются,



Фиг. V. 192.



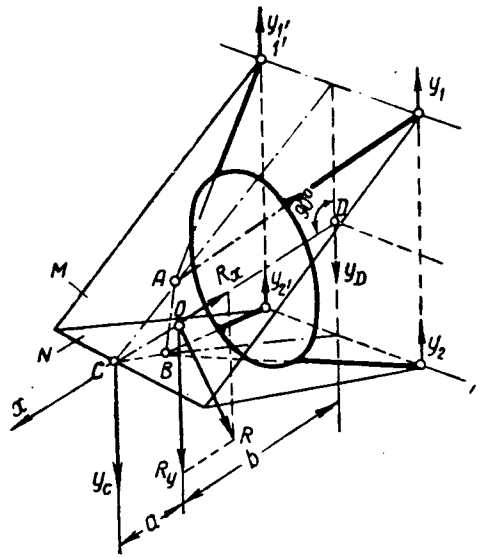
Фиг. V. 193.



Фиг. V. 194.

а оставшиеся xy-овые составляющие дают равнодействующую, лежащую в плоскости симметрии. Нахождение усилий в этом случае аналогично изложенному выше (от силы R, см. фиг. V. 189). Расчет на антисимметричные единичные силы также несложен, так как равнодействующая этих сил, точка приложения которой лежит на оси симметрии и является точкой пересечения направлений *2—5* и *2'—5'* (фиг. V. 192), направлена по оси z и, следовательно, решение аналогично решению на боковую нагрузку, данному выше.

При составлении таблицы для нахождения неизвестных (см. табл. III. 32 в ч. III) следует включать в графу S усилия $X=1$; 100; 1000 *кг* (сколько принято в расчете) и вычислять произведения[1] $\frac{S_1^2 l}{EF}$ для лишних стержней по их длинам l и жесткостям EF.



Фиг. V. 195.

Моторама (фиг. V. 193), по виду сходная с показанной на фиг. V. 192, принципиально отличается от нее появлением изгибающих напряжений в стержнях, работающих, кроме того, на осевые усилия[2]. Значит, это — ферменно-балочная система.

Если уменьшить базу a каждой пары стержней до нуля, то получим чисто рамную систему (фиг. V. 194). Если же размер b уменьшится до нуля, то система обратится в ферменную (только что рассмотренную).

Расчет моторамы, показанной на фиг. V. 194, если длины и сечения всех ее стержней одинаковы, несложен, так как в этом случае симметрия системы относительно плоскостей xy и xz уничтожает неопределимость[3].

---

[1] В графе этого же наименования.

[2] Если не считать исключительный случай, когда равнодействующая проходит через точку пересечения биссектрис углов между стержнями верхних и нижних ног моторамы.

[3] Принято, что в точках *1*, *1'*, *2* и *2'* — шаровые шарниры.

Однако если моторама имеет одну плоскость симметрии (xy), то она буд статически неопределимой (фиг. V. 195).

Решается такая моторама следующим образом. На боковой проекции м торамы находят линию пересечения плоскостей M и N, проходящих чер верхнюю и нижнюю пару стержней. Затем проводят линию CD нормально плоскости крепления моторамы, приняв ее за ось x.

Находят точку пересечения 0 x-овой равнодействующей R внешн сил с линией CD и раскладывают R на составляющие R_x и R_y по осям x и

Силу R_x раскладывают в точке C по плоскостям M и N, а затем в точка A и B — по стержням моторамы (графически или аналитически).

Силу R_y раскладывают по закону рычага на составляющие $Y_C = R_y \frac{b}{a+b}$ $Y_D = R_y \frac{a}{a+b}$ и затем силу Y_C раскладывают по плоскостям M и N и стер жням моторамы, так же как силу R_x.

Составляющую Y_D, создающую с. н. моторамы, надо раздать по опорам $1'$, $2'$, 2 пропорционально жесткости стержней на изгиб и обратно пропор ционально их длинам, т. е. по уравнениям

$$\left.\begin{aligned} Y_1 + Y_2 &= \frac{Y_D}{2}; \\ \frac{Y_1}{Y_2} &= \frac{E_1 J_1 l_2}{E_2 J_2 l_1}. \end{aligned}\right\} \qquad (111$$

Так как косинусы углов, составляемых стержнями с осью y, известны, т каждую силу Y_1 и Y_2 нетрудно разложить по стержню и по нормали к нему Нормальная составляющая $P_\perp$, вызывающая изгиб стержня, например, дл узла 1 равна

$$P_\perp = Y_1 \sin(l_{1,2}, y);$$

добавочное осевое усилие

$$S_\perp = Y_1 \cos(l_{1,2}, y).$$

Величину $S_\perp$ надо алгебраически сложить с осевыми усилиями от си R_x и Y_C, чтобы получить полное усилие в стержне.

Умножая нормальную составляющую $P_\perp$ на истинную длину l стержн можно найти изгибающий момент в любой точке стержня и его прогибы. Есл EJ и $EF = \text{const}$ по длине l стержня, то максимальный прогиб (фиг. V. 196

$$f_{\max} = \frac{P_\perp l^3}{3EJ} + \frac{P_\perp lce}{3GJ} + l \operatorname{tg} \alpha, \qquad (11$$

где c — расстояние между заделками (болтами крепления кольца к двигателю между которыми данный стержень подходит к кольцу[1]; $^2/_3\, e$ — эксцентрисит составляющей перпендикулярной плоскости кольца (коэффициент $^2/_3$ учитыва кривизну кольца); GJ_0 — жесткость кольца на кручение (равная $2GJ$, есл кольцо из круглой трубы); α — угол поворота плоскости заделки стерж в заделке из-за деформации упругих (резиновых) шайб-прокладок между ка тером двигателя и кольцом моторамы или от наличия зазора во втулке кре ления (фиг. V. 197).

[1] В формуле для $f_{\max}$ принято, что стержень подходит к середине пр лета c.

Этот угол следует брать, выбирая меньшее из следующих двух его значений:

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\delta}{D_ш},$$

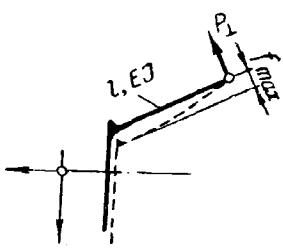
$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{D-d}{h}.$$

В первой формуле предполагается, что максимально возможное обжатие для резиновой прокладки при расчетной нагрузке равно половине ее толщины δ (при базе $\frac{D_ш}{2}$).

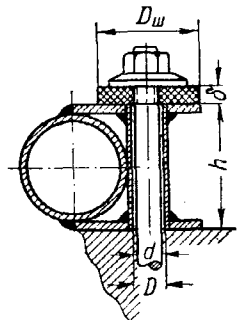
Если EJ и EF переменны по длине стержня, то прогиб от изгиба (первый член в формуле 112) определяется по формуле

$$f_{изг}=\frac{F_0 a}{E}, \tag{113}$$

где моментная площадь $F_0=\int_0^e \frac{M}{J}\,dl$ и величина a — координата ц. т. этой площади, которую обычно определяют на глаз или балансировкой на лезвии ножа бумажной вырезки этой площади. Это верно при условии, что плоскость



Фиг. V. 196.



Фиг. V. 197.

изгиба совпадает с одной из главных плоскостей инерции стержня или что стержень круглого или квадратного (а также многоугольного) сечения; в противном случае все подсчеты надо вести относительно сопряженных плоскостей.

Зная f_{max}, можно построить деформированное положение моторамы.

Для этого, пренебрегая деформациями сдвига[1] и удлинением (укорочением) стержня от осевых сил, радиусами, равными $1—a$ и $2—b$ (фиг. V. 198), делают засечки и перемещают по ним ломаную $ba1$ (сохраняя, конечно, неизменным угол $ba1$) так, чтобы получить отрезок $1—c$ равным f_{max} При этом должно быть $\angle ba1=\angle b'a'c$ и $ab=a'b'$. Затем находится новое положение точки приложения R — точка O' (по новому положению $a'b'$ кольца при неизменном треугольнике aOb). Далее можно построить кривую $a'1$ прогибов (пунктир на фиг. V. 198). Поскольку нужно определить лишь вторичные напряжения изгиба, которые обычно меньше нормальных напряжений от

[1] От той же силы $P_\perp$, которая вызывает прогиб f_{max} от изгиба.

осевой силы, можно ограничиться проведением плавной кривой по лекалу та чтобы $f_0=0{,}18\div0{,}19f_{max}$ (если $EJ=\text{const}$), причем f_0 откладывается пример из середины[1] a'—l.

Так как гибкость $\frac{l}{i}$ стержня может быть велика (порядка 50 и боле то приходится учитывать влияние продольного изгиба на увеличение изгиба щего момента.

Предположим, что нога изготовлена из дуралюминовой трубы диаметр 30/28, длиной $l=500$ *мм*. Пусть осевое усилие в стержне $S\approx S_R=200$ *кг* балочная составляющая (т. е. секущая сила в стержне) $P_\perp=25$ *кг*.

Для этой трубы момент инерции

$$J\approx0{,}96\ см^4;\ E=0{,}72\cdot10^6\ кг/см^2.$$

По формулам табл. III. 29 гл. VII ч. III определяем параметр

$$\frac{1}{j}=\sqrt{\frac{S_R}{EJ}}=\sqrt{\frac{200}{0{,}72\cdot10^6\cdot0{,}96}}=0{,}017.$$

Величина $u=\frac{l}{j}=0{,}017\cdot50=0{,}85$; $\operatorname{tg}u=1{,}14$; у заделки (в плоскости ко ца) имеем максимальный изгибающий момент в стержне (предполагая, показано на фиг. V. 198, что f_{max} именно у заделки[2]) равен

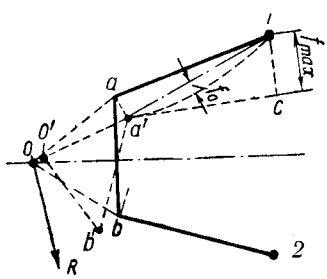
$$M_{max}=P_\perp\frac{\operatorname{tg}u}{j},\qquad (1$$

$$M_{max}=25\frac{1{,}14}{0{,}017}=1680\ кгсм.$$

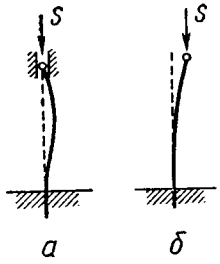
Без учета продольного изгиба момент будет, конечно, меньше:

$$M=P_\perp l=25\cdot50=1250\ кгсм.$$

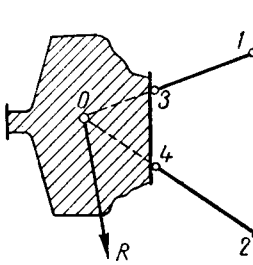
Кроме того, не следует забывать, что вследствие возможно перемещения кольца относительно опорной плоскости моторамы стержни



Фиг. V. 198. Построение деформированного положения моторамы.



Фиг. V. 199. Схема работы стержней моторамы на продольный изгиб.



Фиг. V. 200. Исключит ный случай нагрузки торамы, при которо стержнях нет изги

продольный изгиб подбираются не по схеме фиг. V. 199,*а*, где коэффиц заделки $c=2$, а по схеме фиг. V. 199,*б*, где $c=1/4$. Отсюда можно заключ что длинные стержни, работающие с таким малым значением c как сж изогнутые балки, в подобных случаях чрезвычайно невыгодны.

---

[1] По правилу, что даже при переменном EJ максимальный прогиб вс близок к середине пролета.

[2] При других случаях нагружения (см. табл. III. 29 в гл. V ч. III).

Можно избавиться от изгиба в стержнях, подобрав направление их так, чтобы они пересекались в ц. т. мотоустановки (фиг. V. 200).

В этом случае с теоретической точки зрения в точках *3* и *4* могут быть шарниры, т. е. моторама может быть механизмом, однако работающим на данную нагрузку.

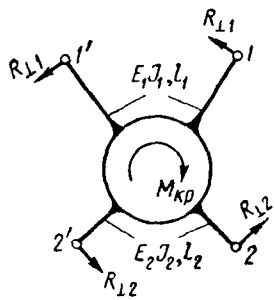
Системы рамного типа рассчитываются на крутящий момент $M_{кр}$ следующим образом. Условие одинакового угла поворота всех стержней при постоянной жесткости EJ на изгиб каждого из них и симметрии (фиг. V. 201) дает основное уравнение деформации

$$\frac{M_1}{M_2}=\frac{E_1J_1l_2}{E_2J_2l_1}, \tag{115}$$

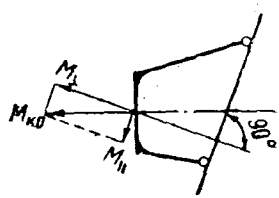
т. е. моменты по стержням раздаются пропорционально жесткостям и обратно пропорционально длинам стержней.

Уравнение $\sum M_x=0$ дает, кроме того,

$$M_{кр}=2(M_1+M_2). \tag{116}$$



Фиг. V. 201.



Фиг. V. 202.

Очевидно, что для каждого стержня M_1 и M_2 являются изгибающими моментами, дающими в узлах *1* и *2* реакции

$$R_{\perp_1}=\frac{M_1}{l_1},\ R_{\perp_2}=\frac{M_2}{l_2}, \tag{117}$$

лежащие в плоскости, параллельной плоскости действия внешнего момента. Эти же реакции возникнут в точке пересечения стержней и вызовут в них осевые усилия, которые, однако, дают небольшие напряжения, обычно не учитываемые.

Если плоскость действия крутящего момента не параллельна опорной плоскости моторамы (фиг. V. 202), то вектор $M_{кр}$ надо разложить на нормальный ($M_{\perp}$) опорной плоскости и параллельный ей ($M_{\parallel}$). Последний будет опрокидывать моторраму, и расчет на него производится так же, как на боковую нагрузку.

При переменной жесткости стержней отношения моментов равны:

$$\frac{M_1}{M_2}=\frac{f_1l_2}{f_2l_1}, \tag{118}$$

где прогибы подсчитываются по формуле (113) $f_1=\frac{F_1a_1}{E_1}$ и $f_2=\frac{F_2a_2}{E_2}$.

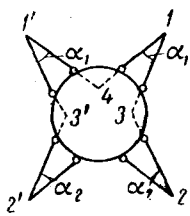
Как уже отмечалось (см. фиг. V. 193), моторама типа, изображенного на фиг. V. 203, является промежуточной между чисто ферменной моторамой и моторамой по фиг. V. 201.

Если углы α_1, α_2 велики (например, порядка 20—30° и более), то в первом приближении можно пренебречь способностью стержней работать на изгиб и, считая, что в точках их крепления к кольцу имеются шаровые

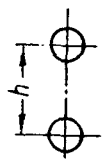
шарниры, решить систему, как ферму. Разница будет лишь в том, что $\sum M$ придется брать относительно осей, проходящих через точки *3*, *3'* и *4*, лежащие на пересечении продолжения стержней, впереди плоскости моторамы. Эти точки без затруднений находятся по боковому виду моторамы. Если же углы α_1, α_2 настолько малы, что восприятие внешних нагрузок только осевыми усилиями становится нерациональным, то следует учесть работоспособность каждой пары стержней в направлении, нормальном их плоскости (например *3—1—4*). В плоскости стержней жесткость на изгиб, по крайней мере вблизи кольца, является обычно величиной второго порядка. Например, при $h=80$ *мм* и трубах диаметром 30/28 (фиг. V. 204) момент инерции сечения (площадь каждой трубы $F=0{,}91$ *см*²)

$$J = 2\ (0{,}91 \cdot 4^2) \approx 29\ см^4,$$

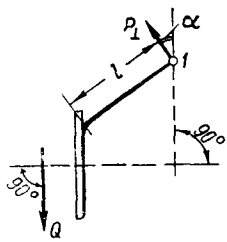
а собственный момент инерции обеих труб $2J_{ц.т} = 2 \cdot 0{,}96 = 1{,}9$ *см*⁴, т. е. менее 7% общего момента инерции. В направлении, нормальном плоскости каждой



Фиг. V. 203.



Фиг. V. 204.



Фиг. V. 205.

пары стержней, переносный момент инерции равен нулю, т. е. $J = 2J_{ц.т} = \text{const}$; в своей плоскости каждая пара стержней работает, как ферма. Это позволяет заметно разгрузить стержни.

В этом случае удобнее вести расчет по предельной несущей способности стержней на изгиб. Для этого достаточно подсчитать по разрушающему моменту силу $P_\perp$, спроектировать ее на направление внешней силы сдвига Q (фиг. V. 205) и подсчитать, какую часть Q сможет воспринять стержень.

Предположим, например, что угол $\alpha = 45°$ (истинное значение угла, а не его проекция), так что

$$Q_1 = \frac{P_\perp}{\cos\alpha} = \frac{P_\perp}{0{,}707} = 1{,}4\,P_\perp.$$

Допустим, что для пары стержней, которая образует одну ногу моторамы, имеем, как и выше, $2J_{ц.т} = 1{,}9$ *см*⁴, т. е. $2W = \frac{1{,}9}{1{,}5} = 1{,}25$ *см*³; $l = 500$ *мм*, и что эта пара стержней изготовлена из дуралюмина с коэффициентом крепости $\sigma_b = 3600$ *кг/см*². Пусть сила $Q = 5000$ *кг*. Полагая коэффициент пластичности $k = 1{,}2$, получим разрушающий момент

$$M = 3600 \cdot 1{,}2 \cdot 1{,}25 = 5400\ кгсм.$$

Следовательно, при чистом изгибе

$$Q_1 = 1{,}4\,\frac{5400}{50} \approx 150\ кг.$$

Предполагая для простоты, что все ноги одинаковы и что они догружаются на 50% осевыми силами, получим

$$\frac{4Q_1}{Q} = \frac{4\,\frac{150}{1{,}5}}{5000} = 0{,}08.$$

Подсчет показывает, что в данном случае можно не усложнять расчет, учитывая эту небольшую поддержку от изгиба стержней. Однако, если она достигнет 0,2÷0,3 и более, подчас стоит учесть эффект изгиба. В таком случае расчет производят так же, как расчет чисто рамной системы (см фиг. V. 194), имея в виду, что обычно можно ввести упрощение, приняв, что каждая пара стержней изгибается в плоскости, перпендикулярной собственной их плоскости. Это тем более допустимо, что наиболее нагруженные сечения вблизи кольца моторамы имеют как раз наиболее вытянутый эллипс инерции, позволяющий заменить изгиб относительно сопряженной оси изгибом относительно оси $J_{\min}$.

Подобным же образом можно доказать, что обычно, несмотря на то, что в опорных точках моторамы почти всегда имеются двойные ушки, которые могут работать на кручение, предположение о шаровых шарнирах не вносит большой погрешности вследствие относительно большой гибкости стержней моторамы. Для этого достаточно закрутить каждый стержень на угол θ всей моторамы (полученный по статическим испытаниям или подсчетом, по деформациям моторамы) и подсчитать напряжения кручения по формуле

$$\tau=\frac{\theta G r}{l}k, \tag{119}$$

где r — радиус точки, в которой определяется τ относительно центра вращения;

k — коэффициент формы, который для круглого и эллиптического сечения равен 1.

§ 3. Моторамы под рядные двигатели

Первый вопрос, который возникает при расчете моторам под рядные двигатели,— это распределение внешней нагрузки по опорам (стержням), на которые опираются мотобрусья.

Различают два вида болтового крепления картера к мотобрусьям:

1) сосредоточенное (фиг. V. 206,*а*),

2) распределенное (фиг. V. 206,*б*).

В первом случае мотобрус работает, как упруго заделанная балка с пролетом[1] l, нагруженная сосредоточенными силами, подходящими от стержней, а во втором — как упруго заделанная балка со значительно меньшим пролетом l, нагруженная обычно в одной точке.

Степень заделки зависит от двух факторов: конструкции прокладок и величины люфта $\delta=D-d$ между диаметром D втулки в мотобрусе и диаметром d болта крепления. Углы поворота на опорах подсчитывают по тому же способу, как для кольца моторамы радиального двигателя. Однако обычно достаточно рассчитать мотобрус на момент[2] $M_{\text{сред}}=\frac{M_1+M_2+M_p}{3}$ (фиг. V. 207) именно потому, что в пластической зоне моменты в заделке и в пролете имеют тенденцию к уравниванию. При силе P, приложенной по середине пролета, это допущение справедливо и в упругой зоне, так как в этом случае

$$M_1=M_2=M_p=\frac{Pl}{8}.$$

Следует помнить, что ввиду малости пролета по сравнению с размерами поперечных сечений элементов (т. е. ввиду небольших значений $\frac{l}{i}$) расчет на

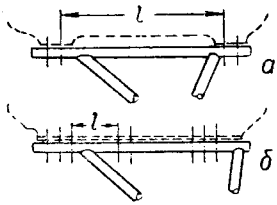
[1] В случае если прокладки сжаты, границами l служат края прокладок, а в случае растягивающих сил — оси первых болтов.

[2] Среднее абсолютных значений моментов.

изгиб часто бывает условным[1]. Если еще можно считать на изгиб балку, у которой наименьшее расстояние между силой и реакцией равно $10i$ (т. е. примерно равно $3d$ для трубы), то при дальнейшем уменьшении решающее значение приобретают местные деформации (смятие стенки трубы и пр.), т. е. трубу необходимо проверять на местную прочность. Часто в подобных случаях достаточно ограничиться определением напряжений среза, зная, что коэффициент повышения β наибольших касательных напряжений по сравнению с их средним значением в случае круглой трубы равен 2, т. е.

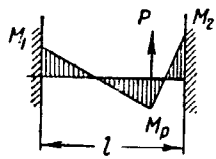
$$\tau = 2\frac{Q}{F}, \tag{119а}$$

где Q — секущая сила в мотобрусе сечением F. При наличии косынки (площадью не меньшей площади подкрепляемого ею стержня) эпюру моментов можно срезать так, как показано на фиг. V. 208 (треугольник A), причем



Фиг. V. 206. Типы болтового крепления картера к брусьям моторамы.

а—сосредоточенное; *б*—распределенное.



Фиг. V. 207. Расчет мотобруса на момент $M_{сред}$.

вместо полной ординаты M_p при подсчете $M_{сред}$ надо взять бо́льшую из двух крайних ординат получившейся площадки.

В то время как при двух опорных стержнях (в боковой проекции) распределение веса двигателя по узлам мотобрусьев производится по закону рычага, три опоры делают задачу статически неопределимой. Если крепление двигателя — сосредоточенное, то мотобрус решается, как балка на трех опорах, нагруженная двумя сосредоточенными силами. Если крепление распределенное, то расчет обычно не усложняется, так как нагрузки почти всегда имеют один знак, т. е. все прокладки (если они имеются) либо сжимаются,— следовательно, имеют равную упругость, либо растягиваются — тогда работают болты и система опор становится бесконечно жесткой. В этом случае надо лишь заменить вес мотоустановки распределенной нагрузкой (трапецевидной или двумя равномерно распределенными по пролетам), но так, чтобы ц. т. ее совпадал с ц. т. мотоустановки, а сумма погонных нагрузок равнялась равнодействующей внешних сил. Трехопорная балка, нагруженная подобным образом, считается по общепринятым методам.

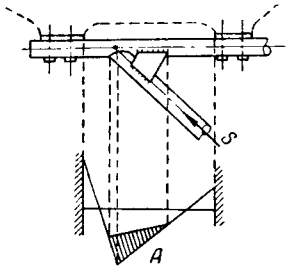
Некоторое перераспределение усилий при увеличении нагрузки будет происходить за счет деформации системы, например, от увеличения плеча x вследствие перемещения вперед треугольника *1—3—4* (фиг. V. 209). Точка O приложения силы R опишет при этом некоторую траекторию, близкую к дуге круга радиуса r. Это не следует упускать из вида, если требуется уточнение усилий в стержнях, особенно когда речь идет о сравнении расчетных данных с данными тензиометрии.

Деформацию надо подсчитывать в соответствии с процентом загрузки, при котором производились замеры. Расчет же следует вести на деформацию при

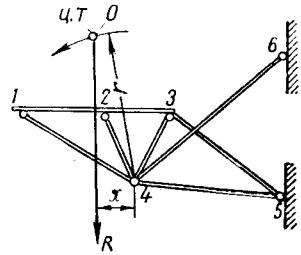
[1] Имеется в виду равномерное распределение напряжений изгиба по длине стержня, справедливость чего в данном случае может подвергаться сомнению.

максимальных эксплуатационных нагрузках, а затем ее умножать на коэффициент безопасности.

В конструкции, подобной изображенной на фиг. V. 209, не менее $^2/_3$ всей силы придется на среднюю опору, а остальная $^1/_3$ должна распределиться по крайним опорам так, чтобы равнодействующая всех трех реакций совпала с равнодействующей внешних сил.



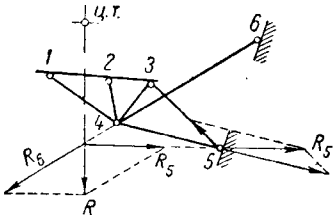
Фиг. V. 208.



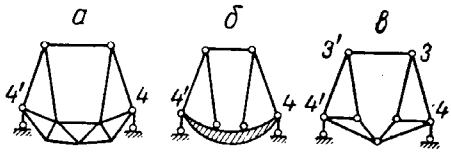
Фиг. V. 209.

Поскольку такая моторама статически определима относительно опор, усилия в стержнях *4—6* (и ему симметричном *4′—6′*) находятся из уравнения $\Sigma M=0$ относительно оси, параллельной оси *z* и проходящей через узлы *5* и *5′*.

Если расчет ведется аналитическим способом, то из уравнения $\Sigma M=0$ относительно оси *4—4′* находят усилия в стержнях *3—5* и *3′—5′*. Если же пользоваться графическим методом, то усилия в стержнях *3—5* и *4—5* находят раскладывая реакции R_5 в узле *5* по направлениям этих стержней (фиг. V. 210). Если плоскость *3—4—5* не параллельна



Фиг. V. 210.



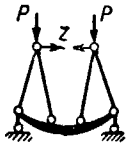
Фиг. V. 211.

плоскости чертежа, то для совмещения с последней, нужно R_5 разложить на совмещенное положение и на нормаль к плоскости чертежа (это удобно делать на плане). Если плоскость *1—3—4* не параллельна плоскости чертежа, то появятся составляющие, направленные по линиям *1—1′*, *2—2′* и *3—3′* и сжимающие или растягивающие картер двигателя. Таким образом при решении узлов *1*, *2*, *3* надо ввести эти фиктивные стержни.

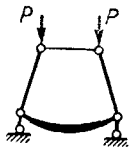
Для поперечной жесткости моторамы обычно применяется поперечная рамка в одной из плоскостей *1—4*, *2—4* или *3—4*. Эта рамка[1] может иметь одну из форм, показанных на фиг. V. 211. Рамки (фиг. 211,*а* и *б*) при нагрузках в их плоскости — однажды с. н., а рамка (фиг. 211,*в*) — с. о. Так как затяжкой у каждой из этих рамок служит картер, который, как правило, соединяется с мотобрусьями болтами, установленными во втулках с зазором 1÷2÷3 *мм*, то перед введением элемента в расчет надо убедиться в невозможности боковых перемещений (которые могут быть уничтожены или по крайней мере сильно ограничены предварительной затяжкой болтов). Только при отсутствии подоб-

[1] Этот термин неточен, так как включает и фермочку, но оставлен как установившийся.

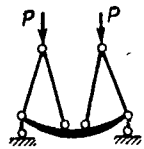
ных ненормированных изменений расстояния между мотобрусьями можно считать картер бесконечно жестким элементом. Иногда это допущение может быть принято вследствие относительно большой гибкости рамки. Для проверки справедливости этого допущения достаточно задаться максимально возможным перемещением в направлении z (фиг. V. 212), например, 4 *мм*, если зазор в каждой



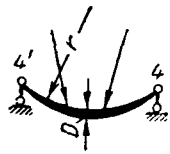
Фиг. V. 212.



Фиг. V. 213.

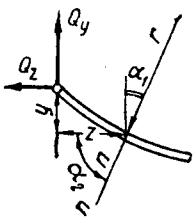


Фиг. V. 214.



Фиг. V. 215.

втулке 2 *мм*, и найти силы z, вызывающие этот прогиб. Если рамка достаточно гибка, то может получиться, что подобная деформация дает пренебрежительно малые усилия в стержнях, и тогда рамка на симметричные нагрузки P решается по схеме фиг. V. 213 в предположении, что внутренние стержни (см. фиг. V 212) не работают. Если же, наоборот, сближение концов рамки дает значительные силы, приходится решать рамку, как с. н. систему. Иногда вследствие невозможности учесть сближение концов имеет смысл рассчитать рамку без затяжки по схеме фиг. V. 214, тем более что обычно имеющиеся избытки прочности позволяют это сделать. Криволинейный элемент (дуга) рассчитывается как арка с шарнирными опорами, так как заделка обеспечивается жесткостью продольных элементов *4—5* (см. фиг. V. 210) на кручение, обычно слишком малой, чтобы ее учитывать. Так как отношение $\frac{r}{D}$ (фиг. V. 216), где D — диаметр трубы, больше 5, то эффектом кривизны можно пренебречь и считать дугу на изгиб по формуле[1] $\sigma=\frac{M}{kW}$. В каждом радиальном сечении дуги, кроме изгиба, действуют нормальные силы. Например, в сечении nr, кроме изгибающего момента (фиг. V. 216)



Фиг. V. 216.

$$M=Q_y z-Q_z y \tag{120}$$

и секущей силы

$$Q=Q_y \cos\alpha_1-Q_z \cos\alpha_2, \tag{121}$$

действует еще осевая сила

$$N=Q_y \sin\alpha_1+Q_z \sin\alpha_2. \tag{122}$$

Рамка, показанная на фиг. V. 211,*а*, рассчитывается подобным же образом, поскольку дуга эквивалентна фермочке, решаемой без труда графическим путем.

Рамка (см. фиг. V. 211,*в*) без затяжки становится механизмом; следовательно, при симметричных нагрузках она будет с. о. системой.

Катки в узлах *4* и *4'* должны лежать в плоскостях боковых ферм *5—4—6* и *5'—4'—6'* (см. фиг. V. 210), т. е. не обязательно должны быть параллельными. В случае их наклона к плоскости симметрии при решении дуги (фиг. V. 216) надо соответственно изменить направление реакции (которая уже не будет Q_y). Если, например, у рамки (фиг. V. 211,*в*) направление катков

[1] Коэффициент пластичности k можно брать по фиг. IV. 26.

совпадает с осями стержней *3—4* и *3′—4′*, то при симметричной нагрузке будут работать лишь стержни *3—3′*, *3—4* и *3′—4′*, а все восемь внутренних стержней окажутся нулевыми.

Расчет остальных узлов производится последовательно, обычным образом, т. е. путем составления трех уравнений $\sum X=0$, $\sum Y=0$, $\sum Z=0$.

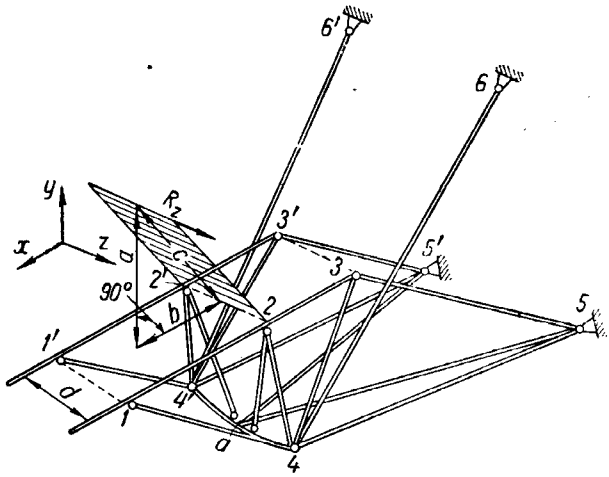
При боковой нагрузке внешняя сила R_z (фиг V. 217), переходя в плоскость мотобрусьев, создает опрокидывающий момент

$$M=R_z c=\sqrt{M_x^2+M_y^2}=\sqrt{(R_z a)^2+(R_z b)^2}. \qquad (123)$$

Момент M_x вызывает опрокидывающие, взаимно обратные силы

$$P_y=\pm\frac{M_x}{d}=\pm\frac{R_z a}{d}, \qquad (124)$$

которые распределяются по узлам так же, как при симметричной нагрузке. Момент M_y вызывает перекос картера двигателя в плане и в данном случае



Фиг. V. 217.

воспринимается стержнями *3—5*, *3′—5′* (поскольку момент всех остальных стержней относительно оси, проходящей через узел *a* и параллельной оси *y*, равен или близок нулю).

В запас прочности для мотобрусьев взаимно обратные силы $X=\pm\frac{M_y}{d}$ можно приложить к узлам *1*, *1′*, хотя они нарастают постепенно, на всей длине мотобрусьев, где поставлены болты крепления.

Перемещаясь к опорам, сила R_z из плоскости мотобрусьев идет к узлу *4* через рамку *2—4*, если рамка одна, или разбивается на две части, если рамок — две. В последнем случае задача становится с. н., и расчленение силы R_z на части производится пропорционально жесткостям этих рамок на сдвиг, т. е. обратно пропорционально их прогибам в направлении *z*.

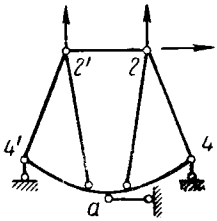
Рамки решаются по схеме (фиг. V. 218) с горизонтальным катком в точке *a*, куда подходят диагональные стержни *a—5* и *a—5′* (см. фиг. V. 217).

Вследствие симметрии сила R_z разделяется между узлами *2* и *2'* пополам, и стержень *2—2'* оказывается нулевым.

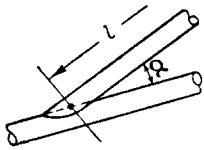
Реакция катка в узле *a*, очевидно, будет равна всей нагрузке R_z. Так как стержни *a—5* и *a—5'* работают только на *z*-овую нагрузку, то усилие в каждом из них равно силе $\frac{R_z}{2}$, деленной на $\cos(l_{a5}, z)$ с соответствующим знаком.

Реакции двух других катков в узлах *4* и *4'* воспринимаются треугольниками *5—4—6* и *5'—4'—6'*, в плоскостях которых лежат эти катки. Решение остальных узлов трудностей не представляет. На опорах необходимо проверить равенства $\sum X = \sum Y = 0$ и $\sum Z = R_z$.

При определении степени с. н. надо помнить, что плоские рамки являются плоскими системами, требующими при *n* узлах *2n* стержней, так что общее число необходимых стержней при наличии *m* пространственных узлов будет равно $2n+3m$ (включая опорные). Балочный элемент *4—4'* (фиг. V. 218) заменяется эквивалентным числом стержней так, как показано на фиг. V. 211,*а* и *б*.



Фиг. V. 218.



Фиг. V. 219.

Существуют другие модификации моторам под рядные двигатели, но по схеме расчета они не отличаются заметно от рассмотренной.

При любой схеме следует учитывать эффект поперечных нагрузок, приложенных не в узлах и вызывающих дополнительный изгиб, так что сжатый стержень начинает работать по схеме сжато-изогнутой балки. В сварных моторамах обычно можно считать при этом оба конца стержня заделанными. При небольших углах α приварки стержней длину можно брать так, как показано на фиг. V. 219. Если схема не имеет каких-либо особенностей, то сжатые стержни у сварной моторамы подбираются на продольный изгиб с коэффициентом $c=2$. Это справедливо и для опорных стержней, поскольку у них один конец шарнирный, а второй — жестко заделанный[1].

Глава IX

РАСЧЕТ ОПЕРЕНИЯ, ЭЛЕРОНОВ, ЗАКРЫЛКОВ И УПРАВЛЕНИЯ

§ 1. Силовой расчет оперения

Силовой расчет оперения производят в следующем порядке:

1. Составляют таблицы нагрузок и расчетную схему оперения. Выбирают расчетные случаи.
2. Определяют погонную нагрузку по размаху и по хорде стабилизатора (киля) и по хорде руля.
3. Определяют реакции в шарнирах крепления руля.
4. Строят эпюры секущих сил, изгибающих моментов и крутящих моментов для руля, стабилизатора (киля).
5. Определяют секущие силы по стенкам лонжеронов и по обшивке.
6. Определяют нагрузки на узлы крепления к фюзеляжу.
7. Составляют сводку результатов силового расчета.

[1] Более подробно о величине коэффициента *c* см. гл. VI, ч. V.

Рули часто представляют собой неразрезные балки на нескольких упругих опорах. Упругость опор вызывается прогибом и закручиванием стабилизатора и киля от воздушной нагрузки и от реакций в шарнирах. Поэтому для точного определения реакций необходимо знать величину перемещений в шарнирах стабилизатора (киля) и рулей. Практически обычно применяют приближенные способы определения реакций в шарнирах: рули считают как балки на жестких опорах и приближенно оценивают влияние упругости на величины реакций в шарнирах.

Методика силового расчета вертикального и горизонтального оперения одинакова. Наиболее прост силовой расчет разрезного руля, когда каждый пролет решается как балка на двух опорах.

А. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГОННОЙ НАГРУЗКИ ПО РАЗМАХУ ОПЕРЕНИЯ

В расчетных случаях, для которых нагрузка по размаху распределяется пропорционально хордам, значения погонной нагрузки в любом сечении вычисляют по формуле

$$q = pb, \tag{125}$$

где $p = \frac{P}{S}$ — удельная нагрузка в *кг/см*²;

b — хорда в *см*.

Интеграл погонной нагрузки руля и стабилизатора по всему размаху должен удовлетворять равенству

$$P_{г.о} = 2\int_0^l q\,dl. \tag{126}$$

В этом равенстве надо обязательно убедиться в начале расчета и в случае если оно не удовлетворяется, уточнить либо эпюры погонных нагрузок либо площади руля и стабилизатора.

Б. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКЦИЙ В ШАРНИРАХ КРЕПЛЕНИЯ РУЛЯ

Реакции в шарнирах можно определять методом прогибов или энергетическим методом. Метод прогибов более нагляден и поэтому им чаще пользуются.

Метод прогибов

а) Свободнонесущее оперение с двумя упругими опорами

Расчетная схема свободнонесущего горизонтального оперения показана на фиг. V. 220. Руль высоты представляет собой неразрезную многоопорную балку. Опору в шарнире № 1 обычно считают жесткой, опоры в шарнирах № 2 и 3 — упругими. Стабилизатор рассматривается как консольная балка, заделанная в узлах *A* и *B*. Подсчет реакций должен производиться тщательно. Возможны случаи, когда при уменьшении реакции в крайнем шарнире на 10% изгибающие моменты в других сечениях могут измениться в несколько раз (см. ниже фиг. V. 236).

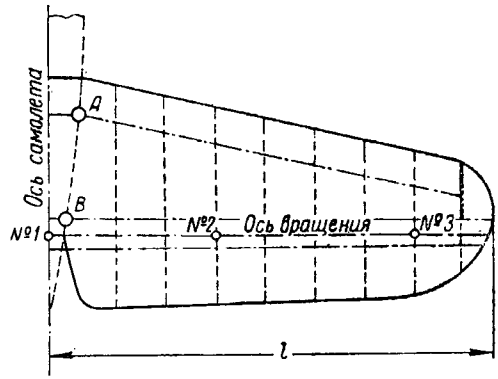
Прогибы шарниров (фиг. V. 221) зависят от изгиба стабилизатора, угла закручивания стабилизатора и деформаций кронштейнов и нервюр. В расчетах обычно учитывают только прогибы от изгиба, а остальными деформациями ввиду их малости пренебрегают. В случае если жесткость стабилизатора неизвестна, строят эпюру изгибающих моментов от всей нагрузки на оперение и вычисляют потребные моменты инерции сечений стабилизатора по формуле

$$J = \frac{0{,}5\,hM}{\sigma_{доп}}, \tag{127}$$

где h — максимальная высота дужки стабилизатора в *см*;
M — изгибающий момент в *кгсм*;
$\sigma_{доп}$ — допустимое напряжение на изгиб в *кг/см²*.

Для сжатой зоны $\sigma_{доп}$ часто значительно меньше σ_b материала.

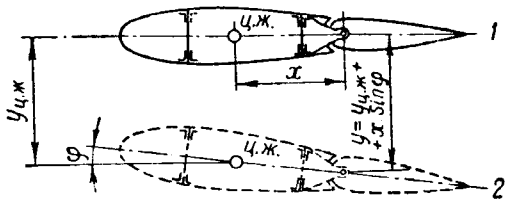
Жесткость руля на изгиб можно предварительно определить, рассчитав руль как разрезную балку.



Фиг. V. 220. Типовая расчетная схема горизонтального оперения.

Типовая расчетная схема руля, показанная на фиг. V. 220, дважды статически неопределима. Для определения реакций в упругих шарнирах составляют уравнения, удовлетворяющие условию связи руля и стабилизатора в шарнирах. Шарниры являются общими точками для руля и стабилизатора, т. е.

$$f_2^{руля} = f_2^{ст\text{-}ра}; \quad f_3^{руля} = f_3^{ст\text{-}ра}. \tag{128}$$



Фиг. V. 221. Прогиб и закручивание стабилизатора.

1—положение без нагрузки; *2*—положение с нагрузкой.

1) Прогиб руля высоты в шарнире № 2 подсчитывают по формуле

$$f_2^{руля} = y_{2P} - R_2 y_{22} - R_3 y_{23}, \tag{129}$$

где y_{2P} — прогиб от воздушной нагрузки при отброшенных шарнирах № 2 и 3;
y_{22} — прогиб от единичной силы, приложенной в шарнире № 2;
y_{23} — прогиб от единичной силы, приложенной в шарнире № 3;
R_2 и R_3 — неизвестные реакции в шарнирах № 2 и 3. Направление их принято против воздушной нагрузки.

2) Прогиб руля высоты в шарнире № 3 подсчитывают по формуле

$$f_3^{руля} = y_{3P} - R_2 y_{32} - R_3 y_{33}, \tag{130}$$

где y_{3P} — прогиб от воздушной нагрузки;

y_{32} — прогиб от единичной силы в шарнире № 2;

y_{33} — прогиб от единичной силы в шарнире № 3.

3) Прогиб стабилизатора в шарнире № 2 равен

$$f_2^{\text{ст-ра}}=y'_{2P}+R_2y'_{22}+R_3y'_{23}, \tag{131}$$

где y'_{2P} — прогиб от воздушной нагрузки при отброшенных шарнирах;

y'_{22} — прогиб от единичной нагрузки в шарнире № 2, шарнир № 3 отброшен;

y'_{23} — прогиб от единичной нагрузки в шарнире № 3.

Неизвестные реакции R_2 и R_3 и собственную воздушную нагрузку стабилизатора принимают действующими в одну сторону, что дает одинаковые знаки для всех слагаемых. В тех случаях, когда воздушные нагрузки на руль и стабилизатор направлены в разные стороны, знак прогиба от реакций меняется на обратный.

4) Прогиб стабилизатора в шарнире № 3 равен

$$f_3^{\text{ст-ра}}=y'_{3P}+R_2y'_{32}+R_3y'_{33}, \tag{132}$$

где y'_{3P} — прогиб от воздушной нагрузки;

y'_{32} — прогиб от единичной силы в шарнире № 2;

y'_{33} — прогиб от единичной силы в шарнире № 3.

Подставляя значения прогибов в равенства (128), получим:
для шарнира № 2

$$y_{2P}-y'_{2P}=(y_{22}+y'_{22})R_2+(y_{23}+y'_{23})R_3; \tag{133}$$

для шарнира № 3

$$y_{3P}-y'_{3P}=(y_{32}+y'_{32})R_2+(y_{33}+y'_{33})R_3. \tag{134}$$

Реакция в шарнире № 2

$$R_2=\frac{(y_{2P}-y'_{2P})(y_{33}+y'_{33})-(y_{3P}-y'_{3P})(y_{23}+y'_{23})}{(y_{22}+y'_{22})(y_{33}+y'_{33})-(y_{32}+y'_{32})(y_{23}+y'_{23})}. \tag{135а}$$

Реакция в шарнире № 3

$$R_3=\frac{(y_{3P}-y'_{3P})(y_{22}+y'_{22})-(y_{2P}-y'_{2P})(y_{32}+y'_{32})}{(y_{22}+y'_{22})(y_{33}+y'_{33})-(y_{32}+y'_{32})(y_{23}+y'_{23})}. \tag{135б}$$

Здесь y — прогибы руля, y' — прогибы стабилизатора; первая цифра индекса указывает точку, в которой определен прогиб, а вторая — место приложения единичной нагрузки.

Определив реакции R_2 и R_3, можно строить эпюры расчетных секущих сил и изгибающих моментов руля и стабилизатора. При этом надо обязательно учитывать усилие от тяги управления рулем.

По формулам (135а) и (135б) определяют реакции для случая двух упругих опор на полуразмахе.

б) Схема с подкосом в сечении по шарниру № 2

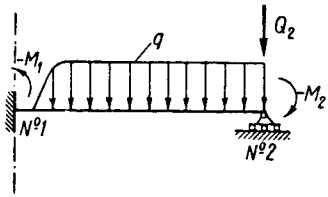
В этом случае упругой опорой будет только шарнир № 3, и его реакция определится по формуле

$$R_3=\frac{y_{3P}-y'_{3P}}{y'_{33}+y_{33}}. \tag{136}$$

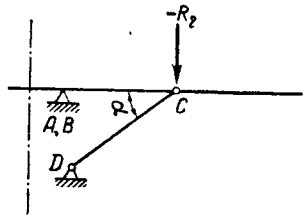
Так как в шарнире № 1 по оси самолета сечение лонжерона руля не поворачивается в случае симметричного нагружения изгибающим моментом, то реакции в шарнирах № 1 и 2 определяют по расчетной схеме фиг. V. 222, где

Q_2 — секущая сила с учетом R_3;

M_2 — изгибающий момент от нагрузки на руль на участке от шарнира № 2 до конца руля и от R_3.

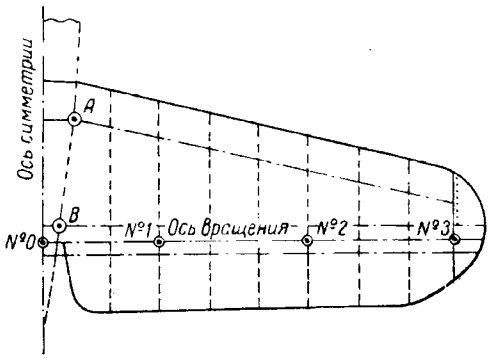


Фиг. V. 222. Случай жестких опор на стабилизаторе.



Фиг. V. 223. Нагрузка на подкос.

Реакцию в шарнире № 1, определенную по схеме фиг. V. 222, надо удвоить для учета нагрузки от второй половины оперения. Если опорный момент M_1 увеличивает реакцию в шарнире № 2, то выгодно иметь руль разрезным в опоре № 1 для уменьшения усилия в шарнире № 2.



Фиг. V. 224. Неразрезной руль на семи опорах.

После определения реакций в шарнирах стабилизатор решают по схеме фиг. V. 223.

Усилие в подкосе $S_{C-D}=\frac{R_2}{\sin\alpha}$ создает дополнительную сжимающую или растягивающую нагрузку на стабилизатор, равную

$$S_{A-C}=S_{C-D}\cos\alpha.$$

в) Свободнонесущее оперение с тремя упругими опорами (фиг. V. 224). В этом случае для определения прогибов пользуются формулами:

$$y_{1P}-y'_{1P}=(y_{11}+y'_{11})R_1+(y_{12}+y'_{12})R_2+(y_{13}+y'_{13})R_3, \qquad (137а)$$

$$y_{2P}-y'_{2P}=(y_{21}+y'_{21})R_1+(y_{22}+y'_{22})R_2+(y_{23}+y'_{23})R_3, \qquad (137б)$$

$$y_{3P}-y'_{3P}=(y_{31}+y'_{31})R_1+(y_{32}+y'_{32})R_2+(y_{33}+y'_{33})R_3. \qquad (137в)$$

Систему трех уравнений первой степени с тремя неизвестными можно решать любыми способами. Проще всего такая система решается при помощи определителей (детерминантов). Если в уравнениях 137,а, б и в обозначить коэффициенты при неизвестных буквами a, b и c с соответствующими индексами, а свободный член — буквой d, то эти уравнения примут вид

$$a_1R_1+b_1R_2+c_1R_3=d_1;$$

$$a_2R_1+b_2R_2+c_2R_3=d_2;$$

$$a_3R_1+b_3R_2+c_3R_3=d_3.$$

Отсюда

$$R_1=\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} : D;$$

$$R_2=\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix} : D;$$

$$R_3=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix} : D,$$

где $D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=a_1\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}-a_2\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}+a_3\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}=$

$$=a_1(b_2c_3-b_3c_2)-a_2(b_1c_3-b_3c_1)+a_3(b_1c_2-b_2c_1). \qquad (138)$$

$$DR_1=d_1\begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}-d_2\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}+d_3\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}=$$

$$=d_1(b_2c_3-b_3c_2)-d_2(b_1c_3-b_3c_1)+d_3(b_1c_2-b_2c_1); \qquad (139а)$$

$$DR_2=a_1\begin{vmatrix} d_2 & c_2 \\ d_3 & c_3 \end{vmatrix}-a_2\begin{vmatrix} d_1 & c_1 \\ d_3 & c_3 \end{vmatrix}+a_3\begin{vmatrix} d_1 & c_1 \\ d_2 & c_2 \end{vmatrix}=$$

$$=a_1(d_2c_3-d_3c_2)-a_2(d_1c_3-d_3c_1)+a_3(d_1c_2-d_2c_1); \qquad (139б)$$

$$DR_3=a_1\begin{vmatrix} b_2 & d_2 \\ b_3 & d_3 \end{vmatrix}-a_2\begin{vmatrix} b_1 & d_1 \\ b_3 & d_3 \end{vmatrix}+a_3\begin{vmatrix} b_1 & d_1 \\ b_2 & d_2 \end{vmatrix}=$$

$$=a_1(b_2d_3-b_3d_2)-a_2(b_1d_3-b_3d_1)+a_3(b_1d_2-b_2d_1). \qquad (139в)$$

Заменяя буквы в уравнениях величинами прогибов, получим следующие формулы для подсчета реакций в шарнирах:

$$
\left.
\begin{aligned}
R_1 = {} & \frac{(y_{1P} - y'_{1P})\,[(y_{22} + y'_{22})\,(y_{33} + y'_{33}) - (y_{32} + y'_{32})\,(y_{23} + y'_{23})]}{D} - \\
& - \frac{(y_{2P} - y'_{2P})\,[(y_{12} + y'_{12})\,(y_{33} + y'_{33}) - (y_{32} + y'_{32})\,(y_{13} + y'_{13})]}{D} + \\
& + \frac{(y_{3P} - y'_{3P})\,[(y_{12} + y'_{12})\,(y_{23} + y'_{23}) - (y_{22} + y'_{22})\,(y_{13} + y'_{13})]}{D}; \\
R_2 = {} & \frac{(y_{11} + y'_{11})\,[(y_{2P} - y'_{2P})\,(y_{33} + y'_{33}) - (y_{3P} - y'_{3P})\,(y_{23} + y'_{23})]}{D} - \\
& - \frac{(y_{21} + y'_{21})\,[(y_{1P} - y'_{1P})\,(y_{33} + y'_{33}) - (y_{2P} - y'_{3P})\,(y_{13} + y'_{13})]}{D} + \\
& + \frac{(y_{31} + y'_{31})\,[(y_{1P} - y'_{1P})\,(y_{23} + y'_{23}) - (y_{2P} - y'_{2P})\,(y_{13} + y'_{13})]}{D}; \\
R_3 = {} & \frac{(y_{11} + y'_{11})\,[(y_{22} + y'_{22})\,(y_{3P} - y'_{3P}) - (y_{32} + y'_{32})\,(y_{2P} - y'_{2P})]}{D} - \\
& - \frac{(y_{21} + y'_{21})\,[(y_{12} + y'_{12})\,(y_{3P} - y'_{3P}) - (y_{32} + y'_{32})\,(y_{1P} - y'_{1P})]}{D} + \\
& + \frac{(y_{31} + y'_{31})\,[(y_{12} + y'_{12})\,(y_{2P} - y'_{2P}) - (y_{22} + y'_{22})\,(y_{1P} - y'_{1P})]}{D}; \\
D = {} & (y_{11} + y'_{11})\,[(y_{22} + y'_{22})\,(y_{33} + y'_{33}) - (y_{32} + y'_{32})\,(y_{23} + y'_{23})] - \\
& - (y_{21} + y'_{21})\,[(y_{12} + y'_{12})\,(y_{33} + y'_{33}) - (y_{32} + y'_{32})\,(y_{13} + y'_{13})] + \\
& + (y_{31} + y'_{31})\,[(y_{12} + y'_{12})\,(y_{23} + y'_{23}) - (y_{22} + y'_{22})\,(y_{13} + y'_{13})].
\end{aligned}
\right\} \quad (140)
$$

В уравнениях (137)—(140) y_{1P}, y_{2P} и y_{3P} — прогибы руля от воздушной нагрузки при отброшенных шарнирах, а y с двумя цифрами в индексе — прогибы руля от единичных нагрузок; первая цифра означает номер шарнира, а вторая — место приложения единичной нагрузки, например, y_{23}—прогиб в шарнире № 2 от единичной нагрузки, приложенной в шарнире № 3.

Для прогибов стабилизатора обозначения те же, но с добавлением штриха вверху.

Систему с тремя упругими опорами рассчитывать с помощью счетной линейки очень трудно. Надо пользоваться счетными машинами.

§ 2. Энергетический метод определения реакций в упругих опорах руля

Пользуясь теоремой, по которой частная производная энергии деформации по силе дает перемещение, соответствующее этой силе, можно подсчитать все прогибы.

Количество графиков при этом методе сокращается[1], но решение статически неопределимой системы получается менее наглядным, чем при графо-аналитическом способе.

Для случая двух упругих опор (см. фиг. V. 220) имеем

а) для шарнира № 2

$$f_2^{\text{руля}}=\frac{\partial U_{\text{руля}}}{\partial R_2};\quad f_2^{\text{ст-ра}}=\frac{\partial U_{\text{ст-ра}}}{\partial R_2};\tag{141а}$$

б) для шарнира № 3

$$f_3^{\text{руля}}=\frac{\partial U_{\text{руля}}}{\partial R_3};\quad f_3^{\text{ст-ра}}=\frac{\partial U_{\text{ст-ра}}}{\partial R_3};\tag{141б}$$

так как руль и стабилизатор связаны между собой шарнирами, то на основании равенства (128) получим

$$\frac{\partial U_{\text{ст-ра}}}{\partial R_2}-\frac{\partial U_{\text{руля}}}{\partial R_2}=0;\quad \frac{\partial U_{\text{ст-ра}}}{\partial R_3}-\frac{\partial U_{\text{руля}}}{\partial R_3}=0.\tag{142}$$

Изгибающий момент в любом сечении стабилизатора

$$M_{\text{ст-ра}}=M_P+M'R_2+M''R_3,\tag{143а}$$

где R_2 и R_3 — реакции в упругих опорах (шарнирах);

M_P — изгибающий момент от воздушной нагрузки;

M' — изгибающий момент от единичной силы, приложенной в шарнире № 2;

M'' — изгибающий момент от единичной силы, приложенной в шарнире № 3.

Изгибающий момент для руля

$$M_{\text{руля}}=M_P-M'R_2-M''R_3.\tag{143б}$$

Если пренебречь потенциальной энергией сдвига от перерезывающей силы Q и от крутящего момента, то потенциальная энергия стабилизатора равна

$$U_c=\int_0^l\frac{(M_P+M'R_2+M''R_3)^2}{2EJ_c}\,dl.\tag{144}$$

Прогибы в шарнирах № 2 и 3 от всех нагрузок, действующих на стабилизатор, можно найти с помощью следующих выражений:

$$f_2^{\text{ст-ра}}=\frac{\partial U_c}{\partial R_2}=\frac{\partial}{\partial R_2}\int_0^l\frac{(M_P+M'R_2+M''R_3)^2}{2EJ_c}\,dl=$$

$$=\int_0^l\frac{(M_P+M'R_2+M''R_3)\,M'\,dl}{EJ_c}=$$

$$=\int_0^l\frac{M_PM'}{EJ_c}\,dl+R_2\int_0^l\frac{M'^2}{EJ_c}\,dl+R_3\int_0^l\frac{M'M''}{EJ_c}\,dl;\tag{145а}$$

[1] Не строятся графики, показанные на фиг. V. 229—V. 235.

$$f_3^{\text{ст-ра}}=\frac{\partial U_b}{\partial R_3}=\frac{\partial}{\partial R_3}\int\limits_0^l\frac{(M_P+M'R_2+M''R_3)^2\,dl}{2EJ_c}=$$

$$=\int\limits_0^l\frac{M_PM''}{EJ_c}\,dl+R_2\int\limits_0^l\frac{M'M''}{EJ_c}\,dl+R_3\int\limits_0^l\frac{M''^2}{EJ_c}\,dl. \qquad (145б)$$

Для руля высоты прогибы в тех же точках определяются по аналогичным формулам[1]

$$f_2^{\text{руля}}=\int\limits_0^l\frac{M_PM'}{EJ}\,dl-R_2\int\limits_0^l\frac{M'^2}{EJ}\,dl-R_3\int\limits_0^l\frac{M'M''}{EJ}\,dl; \qquad (146а)$$

$$f_3^{\text{руля}}=\int\limits_0^l\frac{M_PM''}{EJ}\,dl-R_2\int\limits_0^l\frac{M'M''}{EJ}\,dl-R_3\int\limits_0^l\frac{M''^2}{EJ}\,dl. \qquad (146б)$$

Для вычисления интегралов в формулах (145) и (146) надо построить для руля и стабилизатора эпюры изгибающих моментов от действующей нагрузки, от единичных сил в шарнирах № 2 и 3 и график значений моментов инерции по размаху. Интегралы вида

$$\int\limits_0^l\frac{M_1M_2}{EJ}\,dl$$

вычисляются в таблицах по формуле

$$\int\limits_0^l\frac{M_1M_2}{EJ}\,dl=\frac{1}{E}\sum_1^n\frac{M_{1i}M_{2i}}{J_i}\,\Delta l_i, \qquad (147)$$

где n — число участков, на которые разбивается полуразмах оперения;
Δl_i — длина участка;
M_{1i} и M_{2i} — среднее значение моментов M_1 и M_2 на участке;
J_i — среднее значение момента инерции на участке.

При постоянных моментах инерции эти интегралы легко подсчитать по правилу Верещагина. Затем составляют уравнения вида

$$a_1R_2+b_1R_3=c_1,$$
$$a_2R_2+b_2R_3=c_2,$$

из которых находят реакции в шарнирах. Правильность реакций надо проверить, подставляя их значения в формулы (145а и 146а) или (145б и 146б).

§ 3. Построение эпюр для расчета горизонтального оперения

А. ИЗГИБАЮЩИЕ НАГРУЗКИ

Наибольшее количество графиков приходится строить в тех случаях, когда сечения руля и стабилизатора имеют переменный момент инерции, а для решения применяется метод прогибов (см. выше § 1).

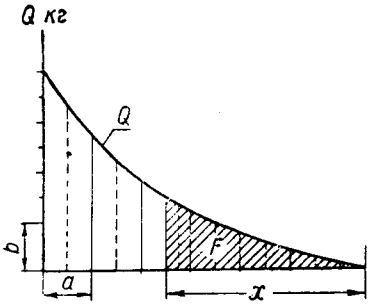
[1] Если модули упругости стабилизатора и руля различны, то в эти выражения подставляется значение E, соответствующее рулю.

При построении эпюр пользуются графическим интегрированием (можно по способу трапеций на миллиметровке). Для кривых линий основание трапеций должно быть не более $\frac{1}{5} \div \frac{1}{10}$ полуразмаха. Если на графике (фигура V. 225) масштаб длин принят равным $\frac{1}{a}$, для секущей силы Q размер 1 *см* соответствует b *кг*, то изгибающий момент в сечении x равен

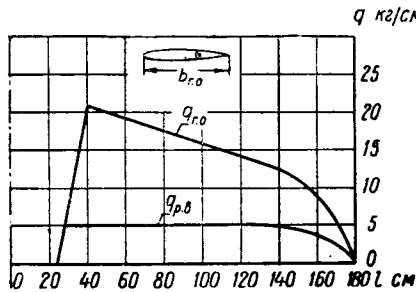
$$M_x = abF \text{ кгсм}, \tag{148}$$

где F — площадь заштрихованной части эпюры в *см*².

При разных расстояниях от оси самолета до опор A и B (см. фиг. V. 220) сначала определяют реакции R_A и R_B, а затем строят эпюры Q и M (при небольшой разнице в расстоянии обе опоры считают расположенными на среднем расстоянии).



Фиг. V. 225. Разбивка эпюры на трапеции при графическом интегрировании.



Фиг. V. 226. Распределение погонной нагрузки по размаху горизонтального оперения.

Для проверки правильности графика распределения погонной нагрузки на горизонтальное оперение (фиг. V. 226) пользуются следующим выражением:

$$\int_0^l q_{г.о}\, dl = abF = 0{,}5P_{г.о}.$$

В нашем случае $a = 20l$; $b = 5$ *кг/см*; $5 \cdot 20 = 100$ *кг* соответствует 1 *см*² площади эпюры;

F — площадь всей эпюры в *см*².

Интегрируя нагрузки, показанные на фиг. V. 226, получают данные для эпюр Q и M (фиг. V. 227 и V. 233).

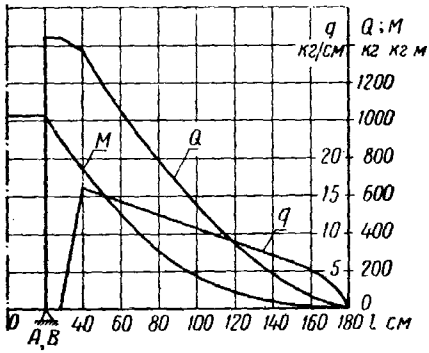
Графическое изображение моментов инерции дано на фиг. V. 228, а графическое определение прогибов — на фиг. V. 229, 235.

Кроме собственной воздушной нагрузки, на стабилизатор действует сосредоточенная сила (см. фиг. V. 220) от шарнира № 1. Эта сила равна полной воздушной нагрузке на руль, так как для решения статически неопределимой системы шарниры № 2 и 3 считают отброшенными. За счет этого в рассматриваемом случае прогибы стабилизатора от воздушной нагрузки будут уменьшаться. Дополнительные прогибы определяют по схеме фиг. V. 230.

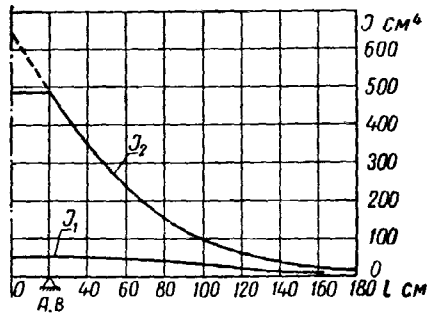
Когда моменты инерции сечений стабилизатора на участке между опорами постоянны, прогибы Δy определяют аналитически.

При определении прогибов стабилизатора учитывают, что единичные нагрузки руля и стабилизатора направлены в разные стороны. Нагрузка от руля передается на стабилизатор через шарнир № 1 (фиг. V. 231, 232, 233, 234, 235 и 236).

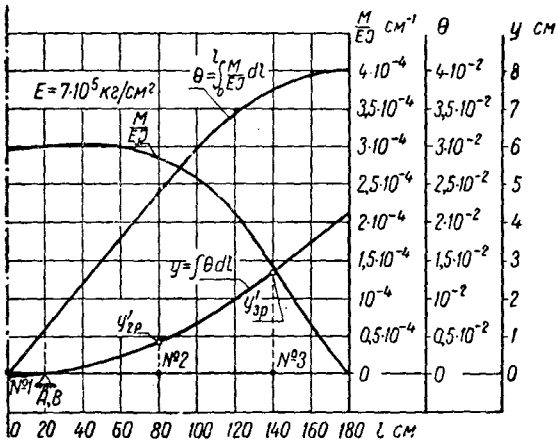
Расчетные эпюры для стабилизатора даны на фиг. V. 237.



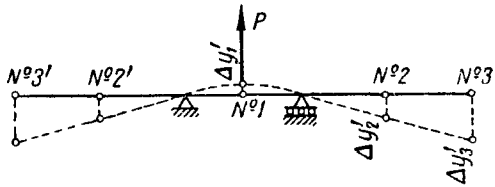
Фиг. V. 227. Эпюры для стабилизатора без учета нагрузок от руля.



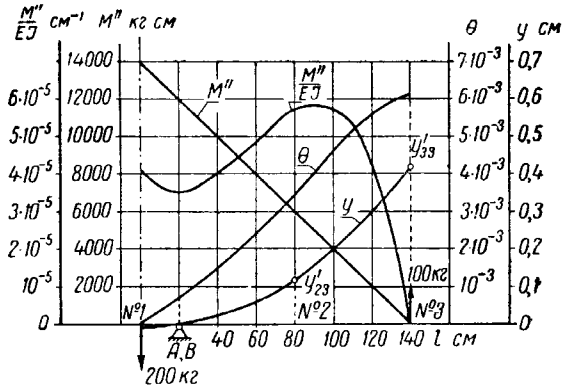
Фиг. V. 228. Моменты инерции сечений руля J_1 и стабилизатора J_2.



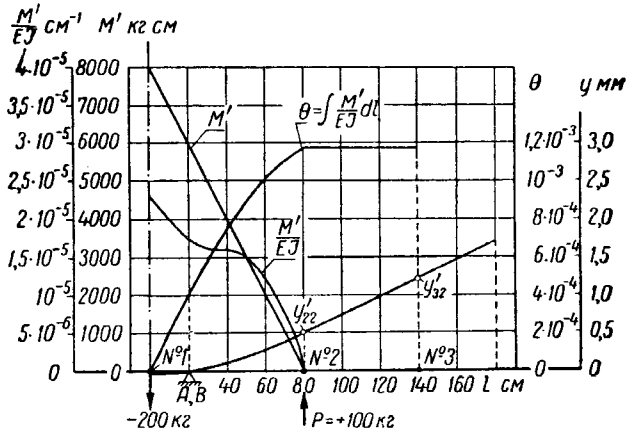
Фиг. V. 229. Определение прогибов стабилизатора от воздушной нагрузки.
Заданные условия:
1) При $l=0$ (ось самолета) $\theta=0$;
2) При $l=20$ *см* (опора) $y=0$.



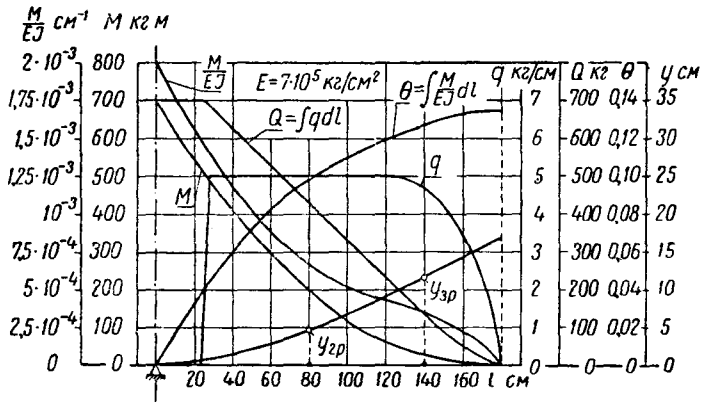
Фиг. V. 230. Влияние нагрузки от руля в шарнире № 1 на прогиб стабилизатора.



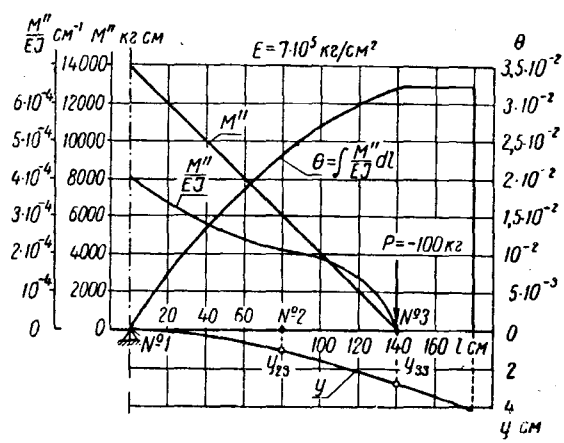
Фиг. V. 231. Определение прогибов стабилизатора от нагрузки $P=+100$ *кг* в шарнирах № 3 стабилизатора и $P=-100$ *кг* в шарнирах № 3 руля.



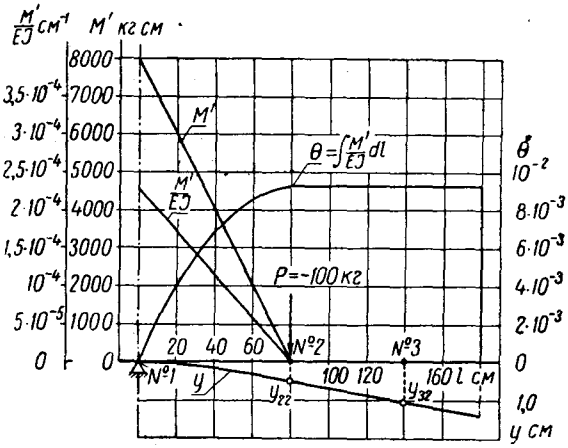
Фиг. V. 232. Определение прогибов стабилизатора от нагрузки в шарнирах № 2.



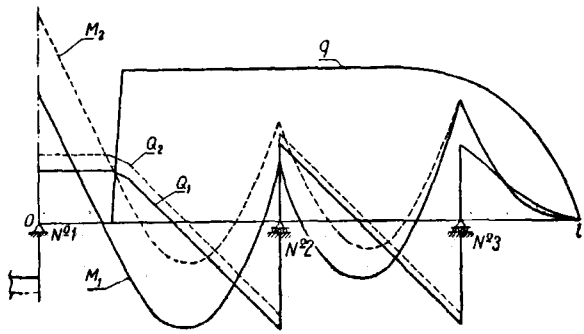
Фиг. V. 233. Определение прогибов руля от воздушной нагрузки.



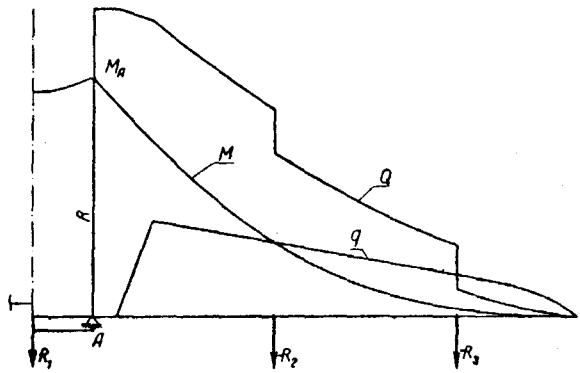
Фиг. V. 234. Определение прогибов руля от нагрузки $P = -100$ *кг* в шарнире № 3.



Фиг. V. 235. Определение прогибов руля от нагрузки $P=-100$ *кг* в шарнире № 2.



Фиг. V. 236. Влияние упругости опор на расчетные эпюры руля. За счет упругости реакция в шарнире № 3 уменьшена на 5%, а в шарнире № 2—на 3%. Пунктиром показаны эпюры с учетом упругости опор. При построении расчетных эпюр делается проверка суммы сил и учитываются местные нагрузки от управления и от триммера.



Фиг. V. 237. Расчетные эпюры для стабилизатора.

При построении проверяется равенство R_A фюзеляжа нагрузке на полуразмах оперения и учитываются местные нагрузки от управления.

Силы $-R_1$; $-R_2$ и $-R_3$ направлены соответственно нагрузкам, действующим на шарниры руля.

Б. ПОСТРОЕНИЕ И ПЕРЕСЧЕТ ЭПЮР КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ РУЛЯ

Крутящие моменты руля можно вычислять относительно оси жесткости руля и относительно оси шарниров (шарнирные моменты). Легче и быстрее определяются шарнирные моменты. При расчете сечений руля на кручение расчетные моменты определяются относительно центра жесткости сечения (фиг. V. 238) по формуле

$$M_{кр}=M_{шарн}-aQ, \qquad (149)$$

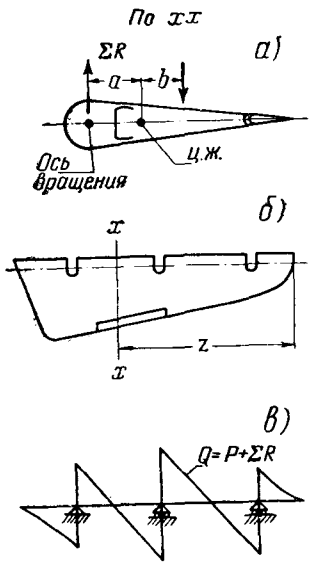
где

$$Q=P_{возд}-\sum R.$$

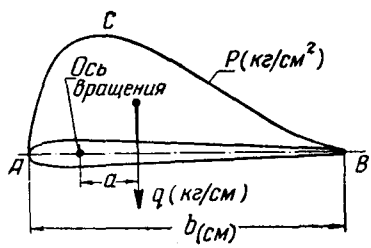
При $Q=0$ имеем $P_{возд}=\sum R$.

Отсюда получаем для сечений, где $Q=0$, равенство

$$M_{шарн}=M_{кр}.$$



Фиг. V. 238. Крутящие нагрузки руля.



Фиг. V. 239. Погонная крутящая нагрузка на руль.

Погонная нагрузка q приложена в ц. т. площади ACB (фиг. V. 239). Погонный шарнирный момент вычисляется по формуле

$$m=a\int_A^B pdb=aq \ кг/см\,см. \qquad (150)$$

Шарнирный момент от воздушной нагрузки на руль в любом сечении $x—x$ (см. фиг. V. 238,*б*) равен

$$M_{шарн}=\int_0^z mdz. \qquad (151)$$

Интегрирование проще делать графическим способом. В местах вырезов в руле под узлы шарниров (фиг. V. 238) положение ц. ж. сечений руля может сильно меняться в зависимости от конструкции. При определении нагрузок и расчете на прочность на это должно быть обращено внимание (см. § 3 гл. I и § 4 гл. V).

В. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШАРНИРНОГО МОМЕНТА РУЛЯ БЕЗ ТРИММЕРА

Для определения шарнирного момента руля без триммера пользуются графиком, показанным на фиг. V. 240.

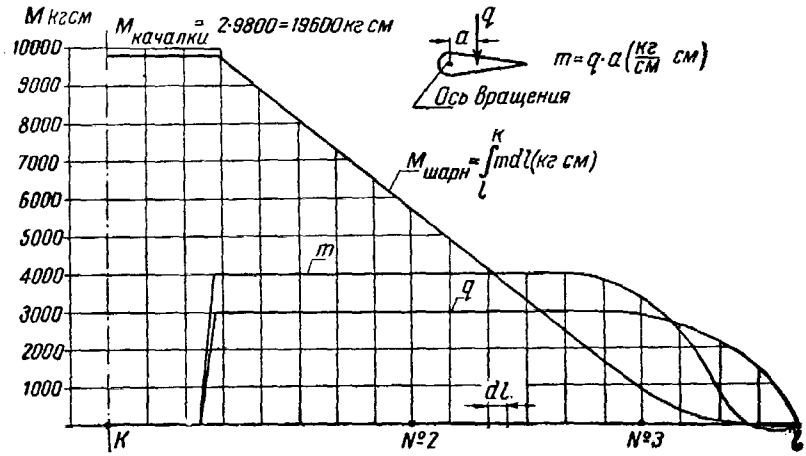
Необходимо иметь в виду следующее.

1) При расчете рычага управления нужно брать шарнирный момент от полного размаха оперения и учитывать усилия от тяг управления.

2) При расчете руля на прочность учитывают коэффициент n, определяемый по формуле

$$n=\frac{M_{\text{шарн от управления}}}{M_{\text{шарн от нагрузки}}},$$

а также догрузку и разгрузку от триммера.



Фиг. V. 240. Определение шарнирного момента руля без триммера.

Г. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УГЛА ЗАКРУЧИВАНИЯ РУЛЯ

Угол закручивания руля (фиг. V. 241) определяется по формуле

$$\varphi=\int_l^0 \frac{d\varphi}{dl}\,dl=\sum_1^n \frac{d\varphi}{dl_{\text{сред}}}\,\Delta l=10\cdot 10^{-4}F, \tag{152}$$

где F — площадь эпюры $\frac{d\varphi}{dl}$, выраженная в $см^2$.

Д. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР КРУТЯЩИХ МОМЕНТОВ СТАБИЛИЗАТОРА

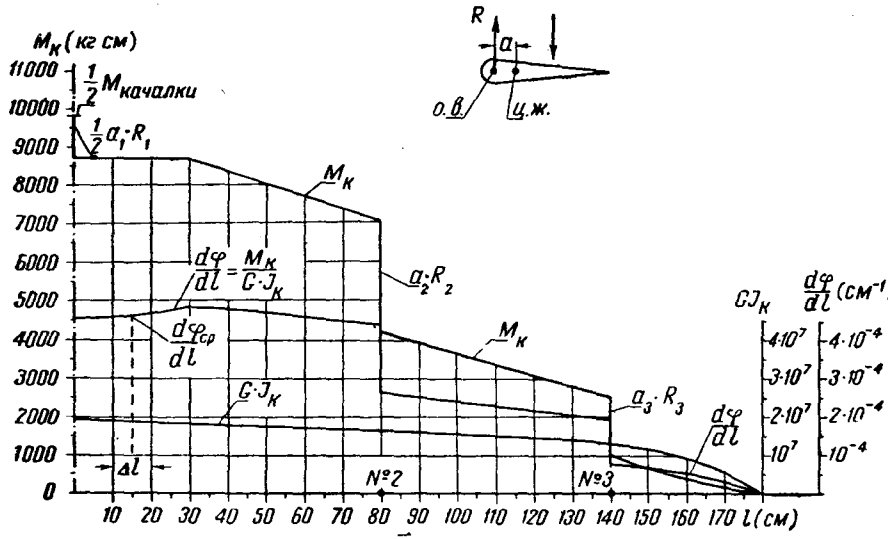
Погонная нагрузка приложена в ц. т. эпюры ACB распределения удельной нагрузки по хорде (фиг. V. 242).

Погонный крутящий момент в $\frac{кг}{см}$ $см$ от распределенной нагрузки в любом сечении

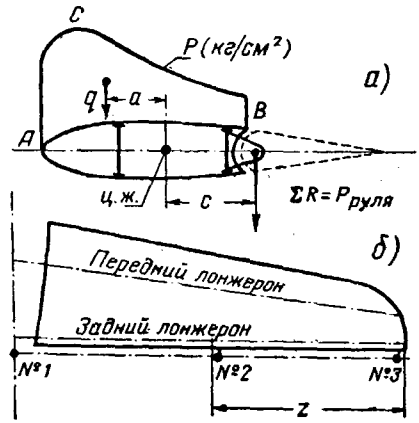
$$m=-qa. \tag{153}$$

Крутящий момент в $кгсм$ от распределенной воздушной нагрузки в сечении z

$$M'_{кр}=-\int_{z=0}^{z} m dz. \tag{154}$$



Фиг. V. 241. Определение угла закручивания руля.



Фиг. V. 242. Крутящие нагрузки стабилизатора.

Полный крутящий момент в сечении с координатой z с учетом действия реакций в шарнирах *2* и *3* равен

$$M_{кр} = -\int_{z=0}^{z} m\,dz \pm (c_2R_2 + c_3R_3), \tag{155}$$

где c_2 и c_3 — расстояния от ц. ж. до шарниров № 2 и № 3.

Двойной знак перед скобкой учитывает разные направления реакций в шарнирах крепления руля.

Е. РАСЧЕТНЫЕ КРУТЯЩИЕ МОМЕНТЫ СТАБИЛИЗАТОРА

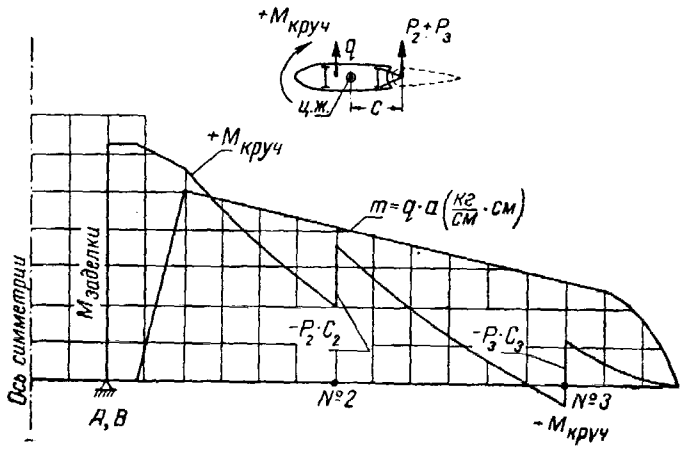
Эпюры расчетных крутящих моментов стабилизатора изображены на фиг. V. 243.

При построении эпюр надо принимать во внимание следующее:

1. Положение оси жесткости определяют так же, как для крыла.

2. В случае полотняной обшивки нагрузка (см. фиг. V. 242) распределяется на лонжероны по правилу рычага, и эпюры крутящих моментов не строят.

3. Заделка обшивки в опорах A и B (см. фиг. V. 220) может нагружаться одновременно усилиями от кручения и от изгиба.



Фиг. V. 243. Расчетные эпюры крутящих моментов стабилизатора.

4. В зависимости от знака усилий в шарнирах может увеличиться и уменьшиться крутящий момент стабилизатора.

Для удобства пользования расчетными данными рекомендуется составлять сводную таблицу результатов расчета по следующей форме.

Таблица V. 4

Сводка расчетных величин

№ по пор.	Расчетные случаи	Расчетные нагрузки			Реакции в шарнирах руля			Нагрузка на опоры		Изгиб	Кручение	Угол закручивания руля	Примечание
		$P_{г.о}$ кг	P_c кг	P_p кг	R_1 кг	R_2 кг	R_3 кг	A кг	B кг	M_{max} кг·м	M_{max} кг·м	φ°	
1													
2													
...													

§ 4. Особенности расчета стреловидного оперения

Расчетной длиной стреловидного оперения считают длину по оси жесткости. Положение оси жесткости определяют аналогично расчету крыла. Два типичных случая перелома оси жесткости показаны на фиг. V. 244.

а) *Перелом оси жесткости по оси самолета.* Векторы изгибающего и крутящего моментов в точке перелома оси жесткости раскладываются на две составляющие, действующие на стык продольного набора и на нервюру № 0:

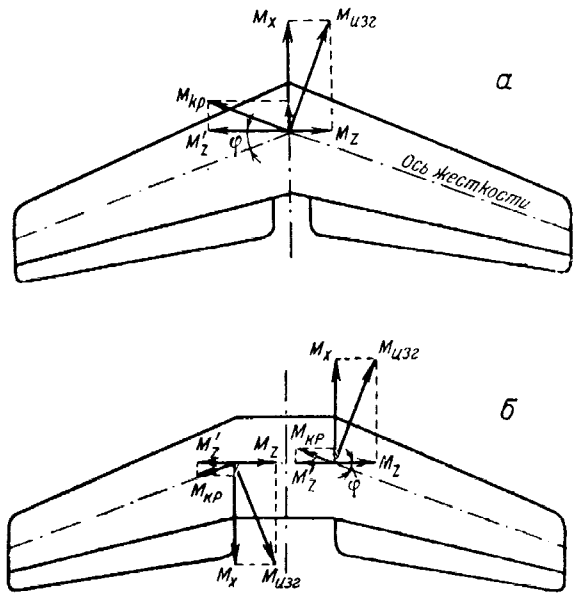
1) Момент, действующий на стык продольного набора, определяют по формуле

$$M_x = M_{изг} \cos\varphi \pm M_{кр} \sin\varphi. \qquad (156)$$

2) Момент, действующий на нервюру № 0, по формуле

$$M_z = 2\,(M_{изг} \sin\varphi \pm M_{кр} \cos\varphi). \qquad (157)$$

Выражение в скобках умножено на 2 для учета нагрузки, действующей на правый и левый полуразмахи.



Фиг. V. 244. Переломы оси жесткости стреловидного оперения.

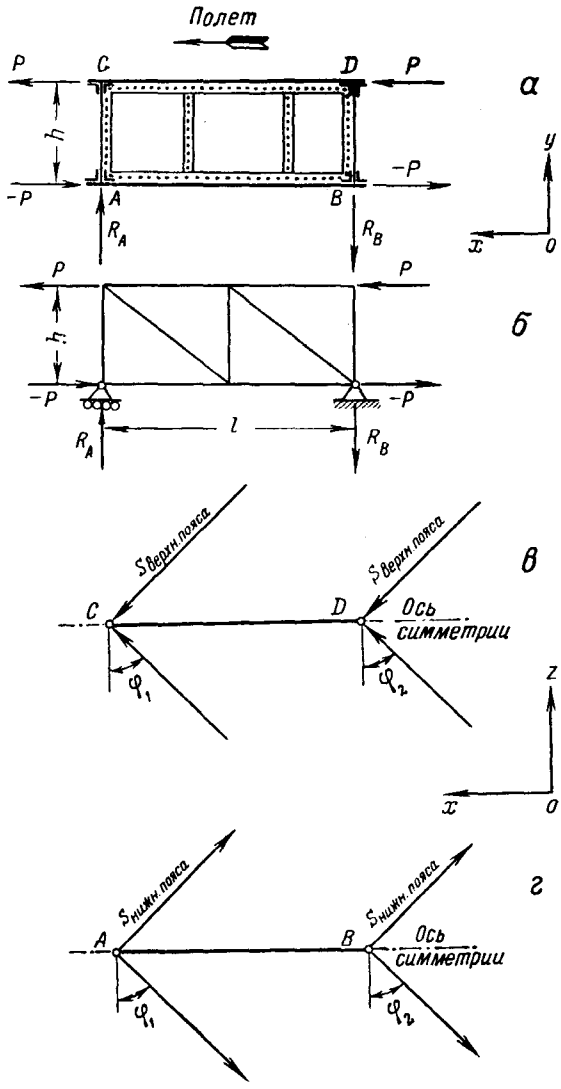
Схема с переломом оси жесткости по оси симметрии применяется при малых базах крепления, например, при установке стабилизатора на киль.

б) *Перелом оси жесткости в двух точках по бортам.* Такая схема выгодна с точки зрения уменьшения в два раза очень больших местных нагрузок M_z от перелома оси жесткости. Схема применяется при наличии достаточно больших расстояний между бортовыми нервюрами. Расчетные изгибающие M_x и крутящие M_z моменты определяются по формулам

$$M_x = M_{изг} \cos\varphi \pm M_{кр} \sin\varphi,$$

$$M_z = M_{изг} \sin\varphi \pm M_{кр} \cos\varphi. \qquad (158)$$

Изгибающий момент M_x уравновешивается осевыми усилиями сжатия и растяжения в продольном наборе. Крутящий момент M_z создает местные нагрузки на нервюры и узлы крепления лонжеронов. Нервюра оперения, в котором

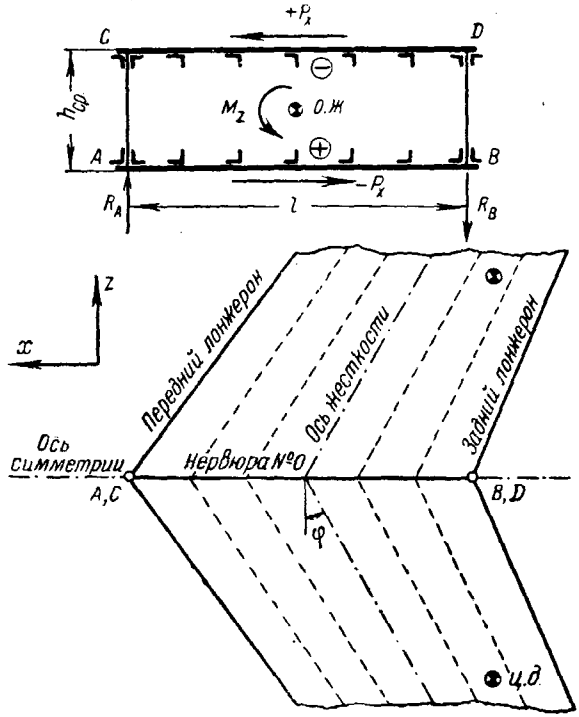


Фиг. V. 245. Нагрузки на нервюры от перелома поясов лонжеронов стреловидного оперения.

изгиб воспринимается усилиями в поясах лонжеронов, рассчитывается по схеме, показанной на фиг. V. 245, *а* и *б*.

При жесткой на сдвиг обшивке момент $M_{изг}$ распределяется между лонжеронами пропорционально их моментам инерции (при $E=\text{const}$):

$$M_{пл}=\frac{J_{пл}}{J_{пл}+J_{зл}}M_{изг};\quad M_{зл}=\frac{J_{зл}}{J_{пл}+J_{зл}}M_{изг}. \tag{159}$$



Фиг. V. 246. Нагрузки от перелома продольного набора стреловидного оперения.

Если аэродинамическая нагрузка направлена вверх, то усилия в поясах лонжеронов свободнонесущего оперения будут иметь направление, изображенное на фиг. V. 245, *в* и *г*. Нагрузка на узлы нервюры № 0 в точках перелома поясов лонжеронов вычисляют по формулам

$$\left.\begin{aligned} P_C=-P_A&=2S_{вп}\sin\varphi_1,\\ P_D=-P_B&=2S_{нп}\sin\varphi_2.\end{aligned}\right\} \tag{160}$$

Кроме нагрузок от лонжеронов на нервюру № 0, надо еще учесть силы от обшивки, нагруженной крутящим моментом стабилизатора и лобовыми силами.

Нервюра № 0 (фиг. V. 246) нагружается парой сил, возникающей вследствие перелома поясов лонжеронов, и силами от обшивки и стрингеров. Реакции лонжеронов, на которые надо проверить крепление нервюры к лонжерону, находят по формуле

$$R_A=-R_B=\frac{(P_C+P_D\pm Q_{обш})\,h}{l}, \tag{161}$$

де $Q_{общ}$ — нагрузка от обшивки. Возможны случаи, когда она не действует а нервюру, а передается на обшивку фюзеляжа или на обшивку киля. При вух переломах по бортам местные нагрузки (реакции) будут в два раза меньше определенных по формуле (161).

Оперение со стрингерным продольным набором, легкими поясами лонжеронов и с толстой обшивкой рассчитывается на нагрузки от перелома оси жесткости аналогично. Местные нагрузки, возникающие от каждого стрингера присоединенным к нему участком обшивки, вычисляются по формуле

$$\Delta P_x = (F_{стр} + \Delta F_{общ})\,\sigma \sin\varphi, \tag{162}$$

де σ — напряжение в стрингере;
$F_{стр}$ — площадь стрингера;
$F_{общ}$ — площадь присоединенной обшивки.

Кроме того, действует нагрузка от обшивки

$$\Delta P'_x = \Delta F_{общ}\tau.$$

Общую нагрузку P_x, действующую от продольного набора на нервюру № 0, подсчитывают по формуле

$$P_x = \pm\frac{M_z}{h_{ср}} = \pm\frac{2\,(M_{изг}\sin\varphi \pm M_{кр}\cos\varphi)}{h_{ср}}, \tag{163}$$

де $h_{ср}$ — средняя высота нервюры № 0 на длине $A - B$ (см. фиг. V. 246).

Для подсчета реакций нервюры от нагрузки M_z пользуются выражением

$$R_A = -R_B = \pm\frac{M_z}{l} = \pm\frac{2\,(M_{изг}\sin\varphi \pm M_{кр}\cos\varphi)}{l}. \tag{164}$$

Если ось жесткости имеет перелом в двух точках по бортовым нервюрам, агрузки уменьшаются в два раза.

§ 5. Особенности расчета руля с V-образной осью вращения

Схема руля высоты с переломами оси вращения показана на фиг. V. 247. точках перелома K ставят карданы.

Зависимость между моментами, приложенными к ведущему (O_1—O) и ведомому (O_2—O) валам карданной передачи (фиг. V. 248), определяют из равнения работы

$$\Delta\varphi_1 M_1 - \Delta\varphi_2 M_2 = 0, \tag{165}$$

де M_1 — момент на ведущем валу от задаваемых сил;
$\Delta\varphi_1$ — угол поворота ведущего вала;
M_2 — момент, возникающий на ведомом валу (учитываются потери на трение);
$\Delta\varphi_2$ — угол поворота ведомого вала.

Решение уравнения (165) дает следующие результаты:

а) Связь между углами поворотов

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \cos\alpha\,\operatorname{tg}\varphi_2. \tag{166}$$

б) Момент на ведомом валу (O_2—O)

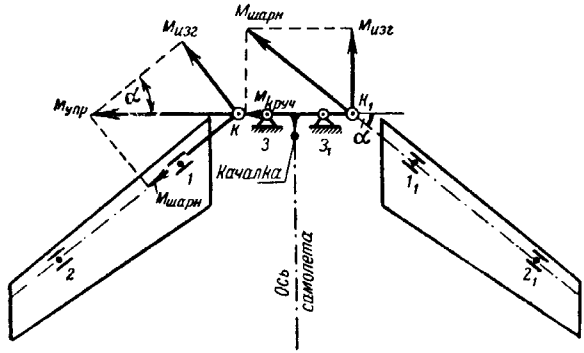
$$M_2 = M_1\left(\cos\alpha + \frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}\sin^2\varphi_1\right), \tag{167}$$

при $\varphi_1=0$ момент M_2 имеет минимальное значение

$$M_{2\min}=M_1\cos\alpha. \tag{167а}$$

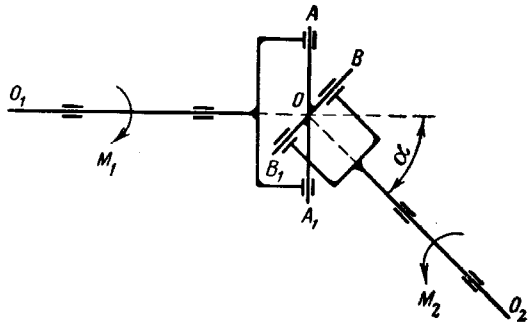
При $\varphi_1=\frac{\pi}{2}$ момент M_2 имеет максимальное значение

$$M_{2\max}=\frac{M_1}{\cos\alpha}. \tag{167б}$$



Фиг. V. 247. Влияние кардана руля стреловидного оперения.

Из уравнений (167) видно, что рули с карданной передачей надо рассматривать в нейтральном и в отклоненном положениях. Для примера рассмотрим руль (фиг. V. 247) в нейтральном положении при двух вариантах установки крестовины ABA_1B_1 (фиг. V. 248):



Фиг. V. 248. Схема карданной передачи.

1) Для левого руля ось $A—A_1$ крестовины установлена в плоскости чертежа. В этом случае шарнирный момент, возникающий на руле от управления, определяют по уравнению (167а):

$$M_{\text{шарн}}=M_{\text{упр}}\cos\alpha.$$

Кроме того, на руль действует изгибающий момент

$$M_{\text{изг}}=M_{\text{упр}}\sin\alpha. \tag{168}$$

2) Для правого руля ось $A—A_1$ крестовины установлена перпендикулярно

плоскости чертежа. Для этого случая моменты, возникающие от действия управления, вычисляются по формулам:

шарнирный момент на руле

$$M_{шарн}=\frac{M_{упр}}{\cos\alpha};$$

изгибающий момент на качалке управления (ведущий вал)

$$M_{изг}=\frac{M_{упр}}{\cos\alpha}\sin\alpha=M_{упр}\operatorname{tg}\alpha.$$

Эти свойства карданной передачи дают конструктору возможность выбора следующих вариантов при больших значениях угла α:

а) для облегчения управления рулем крестовина устанавливается в положение, при котором углы отклонения руля меньше. Этот случай соответствует формуле (167б);

б) для увеличения угла отклонения руля крестовина устанавливается в положение, при котором управление рулем тяжелее, но момент M_2 будет минимальным [см. формулу (167а)].

Изгибающие моменты (см. фиг. V. 247) можно уравновешивать парой сил в точках *1* и *K* или в точках *3* и 3_1.

§ 6. Расчет деталей оперения

Расчет деталей оперения состоит в проверке прочности всех силовых элементов: продольного набора, лонжеронов, обшивки, нервюр, кронштейнов, стыковых узлов, качалки управления, крепления балансира и триммера. Расчетные нагрузки берут из силовых расчетов оперения, триммера и управления.

А. РАСЧЕТ ЛОНЖЕРОНОВ

Ферменные лонжероны рассчитывают как плоскую ферму. Сжатые стержни проверяют на устойчивость, а стержни, для которых расчетным является растяжение, проверяют на разрыв с учетом ослабления площади сечения отверстиями и с учетом концентрации напряжений в зоне отверстий.

Расчет балочных лонжеронов (фиг. V. 249) более сложен. Допустимые напряжения в стенках, площади сечения стоек и их крепления зависят от геометрических размеров и часто требуют экспериментальной проверки. Расчет балочного лонжерона начинают с определения критических напряжений, при которых стенка теряет устойчивость. Усилия в поясах определяют по формуле

$$S=\pm k\frac{M_{изг}}{h}, \tag{169}$$

где h — высота лонжерона, отсчитываемая между ц. т. полок;

k — коэффициент, определяемый[1] по табл. V. 5.

Таблица V. 5

Коэффициенты k

Пояса	Стенка	
	устойчивая	неустойчивая
Сжатый	1,0	1,04
Растянутый	1,0	0,96

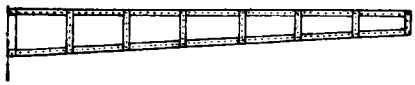
[1] Более подробно см. расчет стенок в § 4 гл. II ч. V.

Практически можно принимать $k=1$.

Напряжение в стенке определяют по формуле

$$\tau=\frac{Q\pm\Delta Q}{F}, \tag{170}$$

где F — площадь среза стенки.

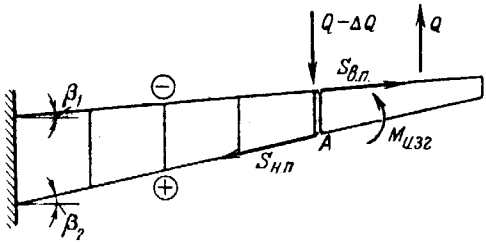


Фиг. V. 249. Балочный лонжерон.

Проекцию на нормаль к оси лонжерона (фиг. V. 250) усилий в поясах можно подсчитать по формуле

$$\Delta Q=+S_{\text{вп}}\sin\beta_1-S_{\text{нп}}\sin\beta_2. \tag{171}$$

Стойки подбирают в зависимости от толщины стенки и расстояния между стойками.



Фиг. V. 250. Схема для определения влияния на секущую силу наклона поясов. В сечении по стойке A показаны направления реакций, уравновешивающих консоль.

Площадь стойки определяют по формуле

$$F=\alpha\,\delta\,l, \tag{172}$$

где α — коэффициент, обычно равный 0,3—0,4. Чем больше α, тем выше разрушающее напряжение в стенке толщиной δ;

l — расстояние между стойками.

Крепление стойки к поясам лонжеронов проверяют на напряжения в стойке, равное 5÷6 *кг/мм²* (для дуралюминового лонжерона). При этом в расчет вводят заклепки, непосредственно крепящие стойку к поясу. При стенке, теряющей устойчивость при высоких значениях τ, можно учитывать заклепки крепления стенки к поясам, по одной с каждой стороны стойки. Нагрузка на заклепки, крепящие стенки лонжерона к поясам, равна[1]

$$P=a\,\tau\,\delta\,t, \tag{173}$$

где a — коэффициент, равный 1,2—1,4 для стенки, теряющей устойчивость. Для устойчивой стенки $a=1{,}0$—$1{,}2$;

τ — напряжение сдвига стенки;

δ — толщина стенки;

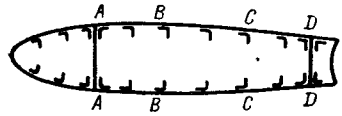
t — шаг заклепок.

Б. РАСЧЕТ СЕЧЕНИЙ СТАБИЛИЗАТОРА (КИЛЯ)

Расчет сечений стабилизатора и киля аналогичен расчету сечений крыла. Напряжения определяют от изгибающего и крутящего моментов. В детальных расчетах следует особенно тщательно проверять прочность заклепочных швов и обшивки в зонах A—B и C—D (фиг. V. 251). При легких поясах лонжеронов напряжения сдвига по стенкам почти полностью воспринимаются обшивкой стабилизатора, поэтому ее толщина на участках A—B и C—D и крепление к

[1] См. также расчет стенок § 4 гл. II ч. V.

поясам лонжеронов должны быть по прочности близкими к стенкам лонжеронов. Допустимые напряжения в зависимости от толщины обшивки, сечений

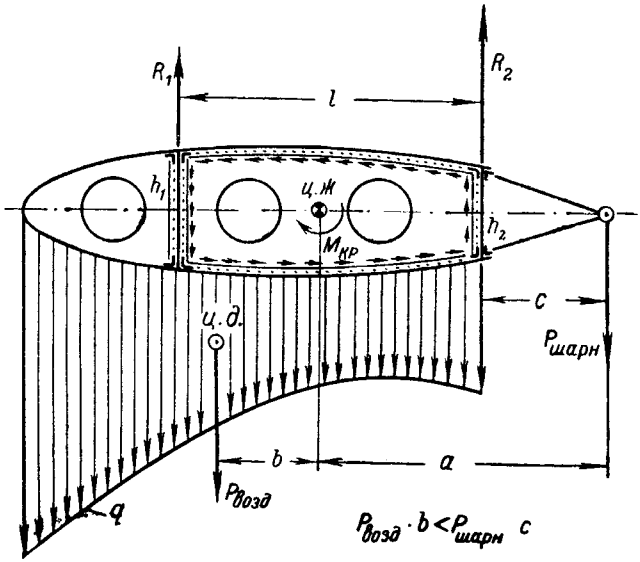


Фиг. V. 251. Сечение стабилизатора.

стрингеров и расстояний между нервюрами и стрингерами определяются по данным, приведенным в гл. I ч. IV и в § 4 гл. II ч. V.

В. РАСЧЕТ НЕРВЮР[1]

Если обшивка неработающая, то нервюра считается как консольная балка на двух опорах.



Фиг. V. 252. Схема нагрузок на усиленные нервюры стабилизатора (киля).

При работающей обшивке (фиг. V. 252) расчет нервюры можно производить по формуле (12)

$$\tau = \frac{M_{кр}}{2F\delta},$$

где F — площадь работающего контура;
δ — толщина обшивки стабилизатора или стенки лонжерона.
Реакция на заднем лонжероне

$$R_{зл} = \frac{J_{зл}}{J_{пл} + J_{зл}} (P_{возд} + P_{шарн}) \pm \tau_2 \delta_2 h_2. \qquad (174а)$$

[1] См. также расчет нервюр крыла § 12 гл. I ч. V.

Реакция переднего лонжерона

$$R_1 = P_{возд} + P_{шарн} - R_2. \qquad (174б)$$

Нагрузка на крепление средней части нервюры к заднему лонжерону

$$P_2 = R_2 - P_{шарн}. \qquad (175а)$$

Нагрузка на крепление средней части нервюры к переднему лонжерону

$$P_1 = P_2 - \Delta P, \qquad (175б)$$

где $\Delta P = \int_0^l q dl$ — воздушная нагрузка, приходящаяся на среднюю часть нервюры;

l — длина средней части нервюры;

$q = p\Delta z$ — погонная нагрузка по хорде нервюры;

Δz — расстояние между нервюрами;

p — давление по хорде нервюры.

§ 7. Расчет рулей

Рули рассчитываются на одновременное действие изгибающих и крутящих нагрузок. Напряжения изгиба определяются по формуле

$$\sigma = \frac{My}{J},$$

а напряжения кручения в случае работающего носика или всего контура — по формулам, приведенным в § 7 гл. I ч. V. Рули в местах вырезов под шарниры рассчитываются либо на распределенный поток напряжений по формуле (12), либо на пару сил

$$P = \pm \frac{M_{кр}}{l},$$

где l — расстояние между силовыми элементами, передающими крутящий момент. В зависимости от конструкции руля в местах вырезов пользуются другими вариантами расчета.

Нервюры руля (фиг. V. 253) рассчитываются на изгиб с учетом обшивки по сечениям $A—A$ и $B—B$ и на сдвиг по сечению $B—B$. При расчете на сдвиг надо принимать во внимание разгрузку стенки от влияния наклона поясов нервюры. Нагрузки на заклепки крепления нервюры к лонжерону определяются следующим образом.

а) Вариант крепления по фиг. V. 253,*а*.

Расчетная нагрузка на одну заклепку крепления нервюры к фланцу

$$P = \frac{P_{возд}}{n} \pm \frac{M}{nr}, \qquad (176а)$$

где $P_{возд}$ — воздушная нагрузка на нервюру;

M — момент силы $P_{возд}$ относительно оси трубы;

n — число заклепок;

r — расстояние от оси заклепок до оси трубы.

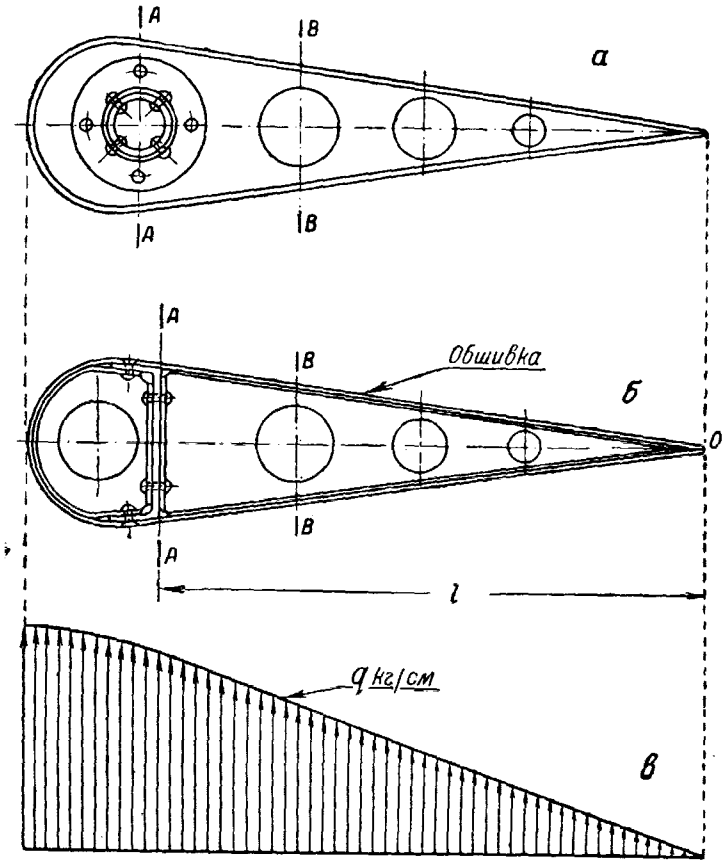
Расчетная нагрузка на одну заклепку крепления фланца к лонжерону равна

$$P = \frac{2M}{nD}, \qquad (176б)$$

где D — наружный диаметр трубы; M — момент силы $P_{возд}$.

Можно считать, что секущая сила воспринимается площадью соприкосновения фланца с трубой лонжерона.

б) Вариант крепления по фиг. V. 253,*б*.



Фиг. V. 253. Нагрузка и расчетные схемы нервюр руля.

В этом случае заклепки крепления хвостика нервюры к стенке лонжерона рассчитываются на нагрузку

$$P=\int_0^l q\,dl. \qquad (176в)$$

Крепление балансиров. Нагрузки от веса балансиров, даже рассчитываемых с перегрузкой $n=40—50$, малы и обычно для креплений не являются расчетными. Надежность креплений в этом случае определяется жесткостью крепления и отсутствием резонансных колебаний балансира.

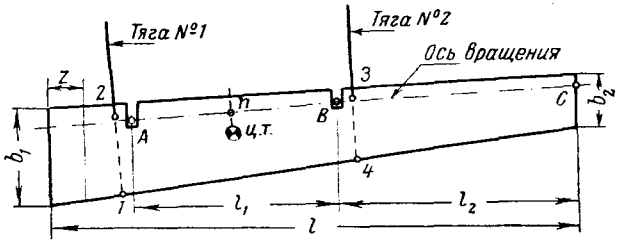
§ 8. Расчет элеронов, щитков и закрылков

Элерон почти всегда рассчитывается как неразрезная балка на жестких опорах (фиг. 254), поскольку его жесткость на изгиб много меньше жесткости на изгиб заднего лонжерона, к которому он крепится. Для упрощения расчета

погонную нагрузку в пролетах можно заменить равномерной нагрузкой, величина которой эквивалентна заданной (фиг. V. 257). Переменные значения моментов инерции сечений элерона можно не учитывать. Реакции в шарнирах подвески элерона и опорные моменты для неразрезной балки определяются по теореме о трех моментах

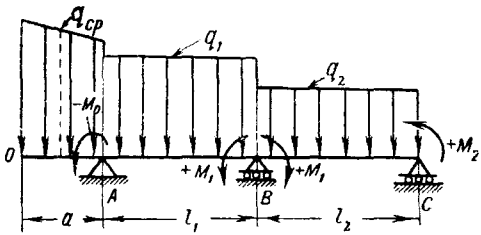
$$M_0 l_1 + 2M_1 (l_1 + l_2) + M_2 l_2 = -\frac{q_1 l_1^3}{4} - \frac{q_2 l_2^3}{4},$$

где M_0 — изгибающий момент в сечении по шарниру A;
M_1 — изгибающий момент в сечении по шарниру B;
M_2 — изгибающий момент в сечении по шарниру C.

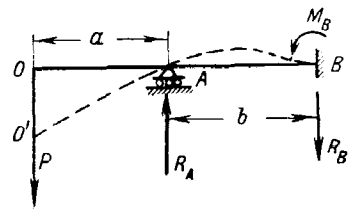


Фиг. V. 254. Схема расчета элерона.

При решении уравнения трех моментов знаки моментов определяются по фиг. V. 255. Положительным считается момент, изгибающий балку выпуклостью вниз. Если опорный момент M_1 уменьшает прогиб в пролете, то его знак будет



Фиг. V. 255. Знаки опорных моментов, действующих на неразрезную балку.



Фиг. V. 256. Схема для определения приращения реакций ΔR_A и ΔR_B от влияния момента заделки.

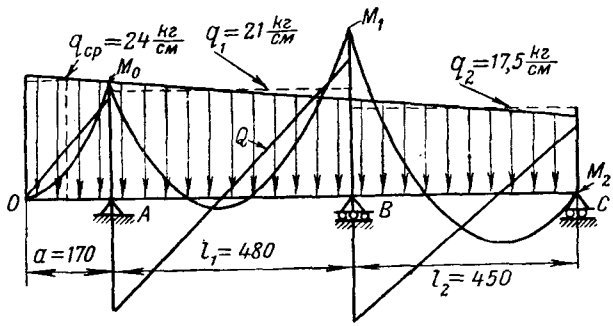
отрицателен и реакции опор A и C уменьшатся на величины $\Delta R_A = \frac{M_1}{l_1}$ и $\Delta R_C = \frac{M_1}{l_2}$, а реакция опоры B увеличится на

$$\Delta R_B = \frac{M_1}{l_1} + \frac{M_1}{l_2}.$$

При больших значениях консольного момента M_0 момент на средней опоре M_1 может изменить знак, и тогда реакции на крайних опорах увеличатся. Действие момента M_1 в этом случае аналогично действию момента заделки для балки на фиг. V. 256. Для такой балки при $J = \text{const}$ реакция на опоре A равна

$$R_A = P\frac{a+b}{b} + \frac{M_B}{b} = \frac{a+b}{b}P + \frac{aP}{2b},$$

где величина $\frac{a+b}{b}P$ — реакция в опоре A для схемы консольной балки на шарнирных опорах, а слагаемое $\frac{aP}{2b}$ — увеличение реакции за счет влияния момента заделки, равного $M_B=\frac{aP}{2}$. Момент M_B обеспечивает отсутствие угла поворота балки в заделке B.



Фиг. V. 257. Расчетные эпюры для элерона.

Реакции опор балки на трех опорах (фиг. V. 255) вычисляются по формулам

$$R_A=aq_{cp}+\frac{l_1q_1}{2}+\frac{M_0}{l_1}\pm\frac{M_1}{l_1};$$

$$R_B=\frac{l_1q_1+l_2q_2}{2}-\frac{M_0}{l_1}\mp\frac{M_1}{l_1}\mp\frac{M_1}{l_2};$$

$$R_C=\frac{l_2q_2}{2}\pm\frac{M_1}{l_2}.$$

Проверка расчета балки производится по уравнению

$$\int_0^C Qdl=0.$$

Обязательная проверка равенства нулю суммы всех сил недостаточна для проверки правильности решения, так как от момента M_1 получается пара сил, сумма которых равна нулю при любом знаке M_1.

После подсчета реакций опор строят расчетные эпюры Q и M (фиг. V. 257).

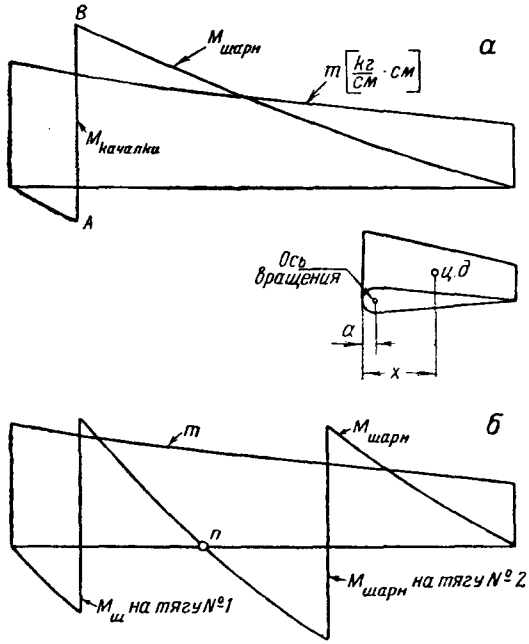
Если необходим более точный расчет (второе приближение[1]), то учитывается переменное значение жесткости на изгиб по длине элерона. В этом случае определяют для пролетов A—B и B—C средние значения моментов инерции J_1 и J_2. Для решения пользуются уравнением

$$M_0\frac{l_1}{J_1}+2M_1\left(\frac{l_1}{J_1}+\frac{l_2}{J_2}\right)+M_2\frac{l_2}{J_2}=-\frac{q_1l_1^3}{4J_1}-\frac{q_2l_2^3}{4J_2}.$$

[1] Расчетом третьего приближения является учет упругости опор элерона. Ввиду сложности расчета это обычно не делается.

А. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШАРНИРНЫХ МОМЕНТОВ ЭЛЕРОНА

Расчет элерона на кручение аналогичен расчету рулей. Если тяг управления элероном две или более, то в точке n (см. фиг. V. 254), лежащей в сечении по ц. т. трапеции *1—2—3—4*, шарнирный момент принимают равным нулю.



Фиг. V. 258. Эпюры крутящих нагрузок элерона.

а—с одной тягой управления: *б*—с двумя тягами.

Зная расчетную нагрузку на элерон и закон распределения нагрузки по размаху и по хорде элерона (фиг. V. 258), составляем таблицу, в которой в последней строке указывается искомый погонный момент. Шарнирный момент определяется графическим интегрированием или табличным способом.

Таблица V. 6

Определение погонного шарнирного момента элерона

Название	Обозначения	Сечения	
		1	2
Координата расчетного сечения	z *мм*	$z_1=0$	z_2
Хорда элерона	b *см*	b_1	b_2
Положение ц. д.	x *см*	x_1	x_2
Расстояние от передней кромки до оси вращения	a *см*	a_1	a_2
Расстояние от ц. д. до оси вращения	$c=x-a$ *см*	x_1-a_1	x_2-a_2
Погонная нагрузка в сечении	q *кг/см*	q_1	q_2
Погонный шарнирный момент	$m=cq\,\frac{кг\,см}{см}$	m_1	m_2

Б. РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ДЕТАЛЕЙ ЭЛЕРОНА

Для расчета на прочность элерона надо иметь эпюры секущих сил, изгибающих и шарнирных моментов на все расчетные случаи для отклоненного и нейтрального положения элерона. Методика и объем детальных расчетов такие же, как для рулей (см. § 7).

В. РАСЧЕТ ПОСАДОЧНЫХ ЩИТКОВ И ЗАКРЫЛКОВ

Простые щитки (фиг. V. 259) на изгиб рассчитывают как балки на жестких опорах. Погонная нагрузка на лонжерон определяется с учетом реакции в шомпольном креплении щитка к крылу.

Погонная нагрузка по размаху щитка

$$q=\frac{P}{S}b, \tag{177}$$

где P — нагрузка на щиток в *кг*;
S — площадь щитка в $м^2$;
b — хорда щитка в *м*.

Погонная нагрузка на шомпол

$$P_{ш}=-q\frac{c-a}{a},$$

где c — расстояние от оси вращения до центра давления;
a — расстояние от оси вращения до опоры.

Погонная нагрузка на лонжерон щитка

$$P_{л\text{-}н}=\frac{q(c-a)}{a}+q. \tag{177a}$$

На эту нагрузку лонжерон щитка рассчитывают по схеме фиг. V. 255.

Усилие в тягах, подходящих к щитку, определяют по формуле

$$S=-\frac{R}{\cos\varphi}, \tag{178}$$

где φ — угол между направлением тяги и нормалью к плоскости щитка в открытом положении;
R — реакция соответствующей опоры щитка. Если реакция имеет знак, противоположный нагрузке на щиток, то тяга будет сжата.

От усилий в тягах возникают составляющие, дополнительно действующие на шомпольное крепление:

а) нагрузка вдоль хорды щитка

$$P_{xy}=-S\cos\alpha,$$

где α — угол между направлением тяги и хордой щитка;

б) нагрузка вдоль оси вращения (шомпол)

$$P_z=\pm S\cos\beta,$$

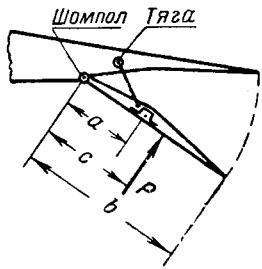
где β — угол между направлением тяги и осью вращения.

Расчет деталей щитка производится на действие воздушных нагрузок в отклоненном и неотклоненном положениях и на усилия, возникающие в тягах управления и в шомпольном креплении.

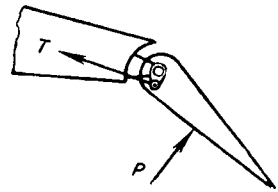
Закрылки (фиг. V. 260) в отклоненном и в нейтральном положении рассчитываются аналогично элеронам. При определении нагрузок на опоры и расчетных эпюр необходимо учитывать влияние нагрузок от управления закрыл-

ком. Закрылок надо рассчитывать в нейтральном положении, прикинув также порядок величин реакций в промежуточных положениях. Нагрузки берутся по эпюрам распределения давления по контуру нервюр.

Выдвижной подкрылок может крепиться к хвостовой части крыла различными механизмами. На фиг. V. 261 дана схема крепления подкрылка при помощи рельсов. В роликах тележки возникают радиальные усилия, пересекающиеся в центре кривизны (точка O) рельса A—B.



Фиг. V. 259. Силовая схема простого щитка.

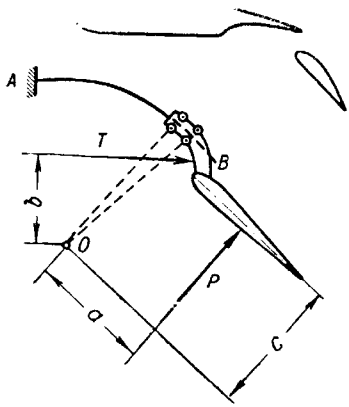


Фиг. V. 260. Схема нагружения закрылка.

Усилие T в тяге управления подкрылком определяется по формуле

$$T=\frac{a}{b}P, \tag{179}$$

где P — нагрузка, соответствующая площади, прилегающей к данной тяге. После этого вычисляют нагрузки на ролики тележки, а также изгибающие моменты и секущие силы для рельсов. Для этого усилия P и T переносят в центр кривизны O и находят равнодействующие, которые раскладываются на направления радиусов к соответствующим роликам. Величину усилий P в этом случае берут равной значениям реакций из расчета подкрылка на изгиб по схеме балки на жестких опорах.



Фиг. V. 261. Схема нагрузок на подкрылок.

Если число тяг меньше числа рельсов, то в тех местах, где тележки без тяг, расчет производится следующим способом.

1. Силу P переносят в точку O.

2. Нагрузку на подкрылок от момента $M=P\cdot a$ находят по формуле

$$P_t=\frac{Pa}{c}, \tag{180}$$

где c — длина перпендикуляра, опущенного из точки O на направление хорды подкрылка.

3. Силу P в точке O раскладывают на направления радиусов к соответствующим роликам. Нагрузки P_t, T и реакции в роликах учитывают при построении расчетных эпюр подкрылка.

Расчет деталей подкрылка аналогичен расчету деталей элерона и закрылка.

§ 9. Расчет управления самолетом

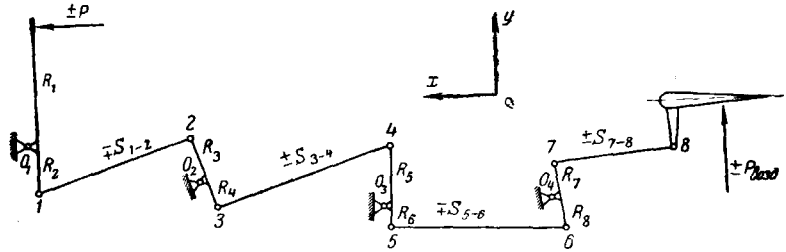
К управлению самолетом предъявляются высокие требования. Оно должно быть прочным, долговечным, удобным в эксплуатации, обладать достаточной жесткостью и не должно быть подвержено вибрациям. Поэтому расчет управления на прочность должен производиться подробно и тщательно.

Для силового расчета надо иметь чертеж общего вида схемы управления и кинематику всех качалок с направлением тяг для трех положений рулей и элеронов: нейтрального и двух крайних.

По общему виду схемы управления проверяется правильность направления углов отклонения элеронов и рулей при действии ручкой и педалями.

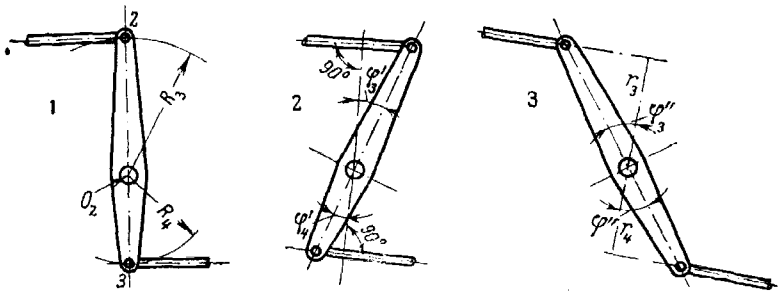
А. СИЛОВОЙ РАСЧЕТ УПРАВЛЕНИЯ РУЛЕМ ВЫСОТЫ

Подсчет усилий в проводке управления рулем высоты (фиг. V. 262) производится от нагрузок на ручку (штурвал) по нормам прочности. Подсчеты следует располагать в виде таблиц (табл. V. 7 и 8).



Фиг. V. 262. Расчетная схема управления рулем высоты.

Плечи r вычисляют или замеряют по чертежам кинематики качалок, если они выполнены точно в масштабе. Обозначения величин и индексы показаны на фиг. V. 262 и 263.



Фиг. V. 263. Кинематика качалки $2-O_2-3$.

1—нейтральное положение; *2*—положение при отклонении ручки вперед; *3*—положение при отклонении ручки назад.

Зная осевые усилия в тягах и косинусы углов α, β и γ тяг с самолетными осями координат x, y и z, определяют нагрузки на узлы крепления качалок к конструкции самолета.

Косинусы углов вычисляют по формулам

$$\cos\alpha=\frac{x}{l},$$

$$\cos\beta=\frac{y}{l},$$

$$\cos\gamma=\frac{z}{l},$$

$$l=\sqrt{x^2+y^2+z^2},$$

где x, y и z — проекции тяг на оси координат.

Таблица V.7

Определение усилий в тягах управления рулем высоты

Расчетные случаи		Нейтральное положение	Ручка вперед	Ручка назад	Расчетные усилия	
Обозначения		Нагрузка на ручку, *кг*				
		$\pm P$	$+P$	$-P$	$+S$ *кг*	$-S$ *кг*
Тяга 1—2	r_1	$r_1=R_1$	$r_1=R_1\cos\varphi_1'$	$r_1=R_1\cos\varphi_1''$		
	r_2	$r_2=R_2\cos\varphi_2$	$r_2=R_2\cos\varphi_2'$	$r_2=R_2\cos\varphi_2''$		
	$\frac{r_1}{r_2}$	n_1	k_1	m_1		
	S_{1-2} *кг*	$S_{1-2}=\mp n_1P$	$S_{1-2}=-k_1P$	$S_{1-2}=+m_1P$		
Тяга 3—4	r_3	$r_3=R_3\cos\varphi_3$	$r_3=R_3\cos\varphi_3'$	$r_3=R_3\cos\varphi_3''$		
	r_4	$r_4=R_4\cos\varphi_4$	$r_4=R_4\cos\varphi_4'$	$r_4=R_4\cos\varphi_4''$		
	$\frac{r_3}{r_4}$	n_2	k_2	m_2		
	S_{3-4} *кг*	$S_{3-4}=\pm n_2S_{1-2}$	$S_{3-4}=+k_2S_{1-2}$	$S_{3-4}=-m_2S_{1-2}$		
Тяга 5—6	r_5	$r_5=R_5\cos\varphi_5$	$r_5=R_5\cos\varphi_5'$	$r_5=R_5\cos\varphi_5''$		
	r_6	$r_6=R_6\cos\varphi_6$	$r_6=R_6\cos\varphi_6'$	$r_6=R_6\cos\varphi_6''$		
	$\frac{r_5}{r_6}$	n_3	k_3	m_3		
	S_{5-6} *кг*	$S_{5-6}=\mp n_3S_{3-4}$	$S_{5-6}=-k_3S_{3-4}$	$S_{5-6}=+m_3S_{3-4}$		
Тяга 7—8	r_7	$r_7=R_7\cos\varphi_7$	$r_7=R_7\cos\varphi_7'$	$r_7=R_7\cos\varphi_7''$		
	r_8	$r_8=R_8\cos\varphi_8$	$r_8=R_8\cos\varphi_8'$	$r_8=R_8\cos\varphi_8''$		
	$\frac{r_8}{r_7}$	n_4	k_4	m_4		
	S_{7-8} *кг*	$S_{7-8}=\pm n_4S_{5-6}$	$S_{7-8}=+k_4S_{5-6}$	$S_{7-8}=-m_4S_{5-6}$		

Таблица V.8

Определение нагрузок на узлы крепления качалок управления рулем высоты. Нейтральное положение

Узлы	Нагрузка кг	Обозначение					
		cos (l, x)	cos (l, y)	cos (l, z)	P_x кг	P_y кг	P_z кг
0_1	$\pm P$	$a=1$	$b=0$	$c=0$	$\pm P$	0	0
	$\mp S_{1-2}$	a_1	b_1	c_1	$\pm a_1 S_{1-2}$	$\mp b_1 S_{1-2}$	$\pm c_1 S_{1-2}$
	Σ	—	—	—	$\pm P \pm a_1 S_{1-2}$	$\mp b_1 S_{1-2}$	$\pm c_1 S_{1-2}$
0_2	$\mp S_{1-2}$	$-a_1$	$-b_1$	$-c_1$	$\mp a_1 S_{1-2}$	$\pm b_1 S_{1-2}$	$\pm c_1 S_{1-2}$
	$\pm S_{3-4}$	a_2	b_2	c_2	$\mp a_2 S_{3-4}$	$\pm b_2 S_{3-4}$	$\pm c_2 S_{3-4}$
	Σ	—	—	—	$\mp a_1 S_{1-2} \mp a_2 S_{3-4}$	$\pm b_1 S_{1-2} \pm b_2 S_{3-4}$	$\pm c_1 S_{1-2} \pm c_2 S_{3-4}$
0_3	$+S_{3-4}$	$-a_2$	$-b_2$	$-c_2$	$+a_2 S_{3-4}$	$-b_2 S_{3-4}$	$+c_2 S_{3-4}$
	$-S_{5-6}$	a_3	b_3	c_3	$+a_3 S_{5-6}$	$+b_3 S_{5-6}$	$+c_3 S_{5-6}$
	Σ	—	—	—	$+a_2 S_{3-4} + a_3 S_{5-6}$	$-b_2 S_{3-4} + b_3 S_{5-6}$	$+c_2 S_{3-4} + c_3 S_{5-6}$
0_4	$-S_{5-6}$	$-a_3$	$-b_3$	$-c_3$	$-a_3 S_{5-6}$	$-b_3 S_{5-6}$	$+c_3 S_{5-6}$
	$+S_{7-8}$	a_4	b_4	c_4	$-a_4 S_{7-8}$	$+b_4 S_{7-8}$	$+c_4 S_{7-8}$
	Σ	—	—	—	$-a_3 S_{5-6} - a_4 S_{7-8}$	$-b_3 S_{5-6} + b_4 S_{7-8}$	$+c_3 S_{5-6} + c_4 S_{7-8}$

Примечания. 1. Нагрузки на узлы 0_3 и 0_4 даны для одного значения силы на ручке управления, равного $+P$ (сила направлена вперед).

2. Нагрузки P_z приняты положительными при действии силы $+P$.

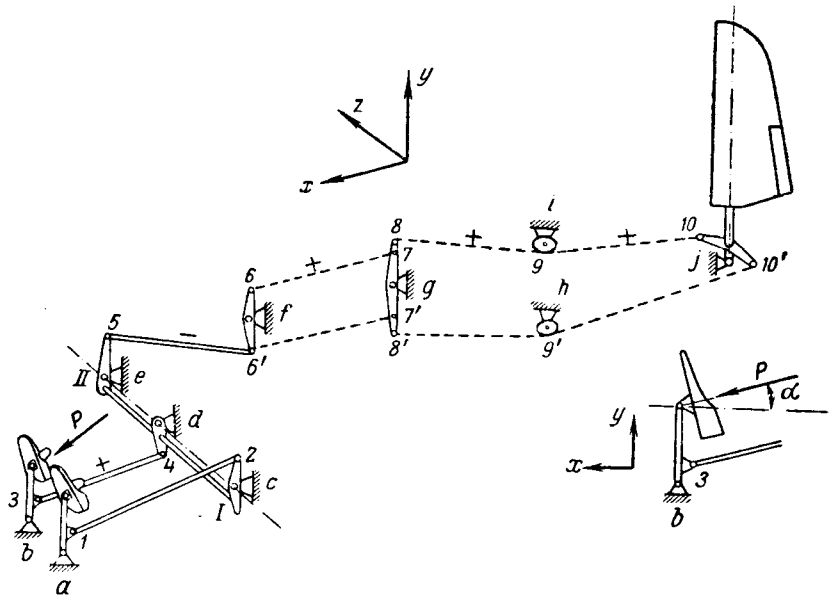
Таким же способом вычисляют нагрузки на узлы для отклоненных положений руля высоты и после этого составляют сводную таблицу нагрузок на все случаи.

Равнодействующие определяются по формуле

$$P=\sqrt{P_x^2+P_y^2+P_z^2}.$$

Б. РАСЧЕТ НОЖНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Управление рулем поворотов рассчитывается при нейтральном положении педалей и при отклонении вперед правой и левой педалей. Определение осевых усилий в тягах аналогично расчету управления рулем высоты. На фиг. V. 264



Фиг. V. 264. Расчетная схема ножного управления. Пунктиром показаны участки тросовой проводки.

показаны знаки осевых усилий в проводке при нагрузке на правую педаль. При нагрузке на левую педаль на растяжение будут работать тяги *1—2*, *5—6* и трос на участках *6'—7'* и *8'—9'—10'*.

Нагрузка на узлы крепления роликов от усилий S по тросу (фиг. V. 265) определяется по формуле

$$P=2S\cos\frac{\alpha}{2}, \tag{181}$$

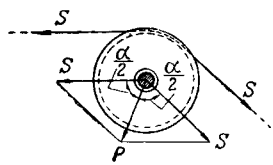
где α — угол между направлениями троса.

Определение нагрузок на узлы крепления педалей и качалок аналогично расчету управления рулем высоты.

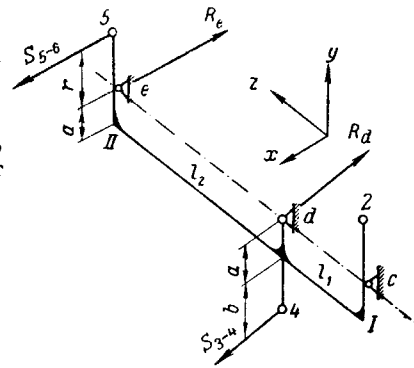
Основная качалка *I—II* в схеме, показанной на фиг. V. 266, решается как статически определимая система при помощи равенств

$$\left.\begin{aligned}(a+b)\,S_{3-4}&=rS_{5-6};\\ R_c&=0;\\ R_d&=S_{3-4};\\ R_e&=S_{5-6}\end{aligned}\right\}\qquad(182)$$

В более сложных случаях, когда рычаги крепления тяг расположены на некоторых расстояниях от опор и вызывают изгибающие моменты в элементе *I—II* качалки, для решения статически неопределимой системы отбрасывают, например, среднюю опору и находят перемещения от



Фиг. V. 265. Схема нагрузки от троса на крепление ролика.



Фиг. V. 266. Расчетная схема качалки.

внешних и единичных сил. Реакция опоры d определяется из уравнения прогибов по формуле

$$R_d=\frac{f^\circ-\Delta f^\circ}{f'+\Delta f'},\qquad(183)$$

где

$$f^\circ=\frac{S_{3-4}l_1^2l_2^2}{3EJ\,(l_1+l_2)};\quad \Delta f^\circ=a\sin\varphi^\circ;$$

$$\varphi^\circ=\frac{M_\text{к}l_2}{GJ_\text{р}}=\frac{S_{3-4}bl_2}{GJ_\text{р}}$$

Прогибы от единичной нагрузки f' и $\Delta f'$ вычисляют по аналогичным формулам, только вместо нагрузки S_{3-4} берут единицу.

В. РАСЧЕТ УПРАВЛЕНИЯ ЭЛЕРОНАМИ

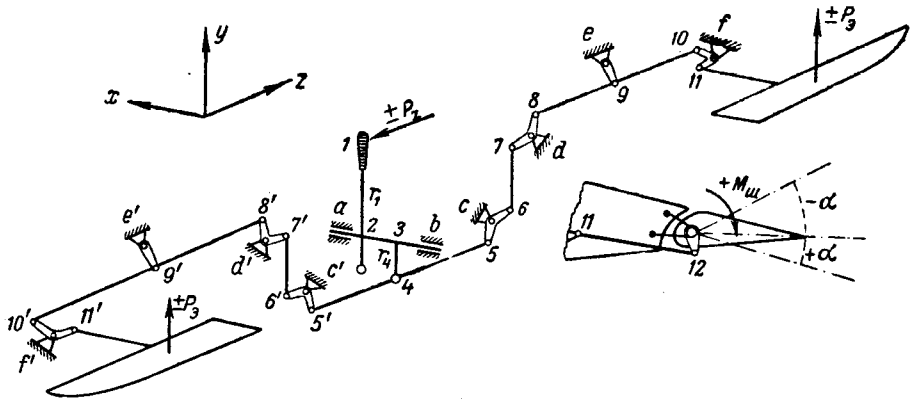
Силовой расчет управления элеронами сложнее, чем расчет управления рулями. Кроме нагрузок от ручки (штурвала), проводка управления нагружается шарнирными моментами от воздушных нагрузок $P_э$ (фиг. V. 267), действующих на элероны. Углы отклонений элеронов вверх и вниз обычно бывают неодинаковы, поэтому плечи качалок *10—11* и *10′—11′*, а также качалок на элеронах в отклоненном положении для правого и левого крыла имеют разную величину.

В нейтральном положении при действии на элероны одинаковых шарнирных моментов имеем

$$S_{12-11}=S_{12'-11'}=\frac{M_ш}{r_{12}}, \tag{184}$$

где r_{12} — плечо тяги *12—11*.

Усилия в остальных тягах проводки на правом и левом крыле тоже соответственно равны и уравновешиваются на тяге *5—4—5'*. Нагрузка на остальную проводку и на ручку (штурвал) нулевая.



Фиг. V. 267. Расчетная схема управления элеронами.

—α — угол отклонения элерона вверх;
+α — угол отклонения элерона вниз;
$\pm P_z$ — расчетная нагрузка на ручку вбок.

При определении усилий в проводке в случае отклоненных положений элеронов большое значение имеет соотношение шарнирных моментов для элерона, отклоненного вверх ($+M_ш$), и для элерона, отклоненного вниз ($-M_ш$). На методику определения усилий в проводке дифференциального управления влияет кинематика качалок.

а) Момент от нагрузки на ручку распределяется поровну на проводку в правом и в левом крыле.

Из этого условия от нагрузки $+P_z$ имеем

$$\left.\begin{aligned} S_{4-5'}&=-S_{4-5}+\frac{P_z r_1}{r_4};\\ S_{6'-7'}&=-S_{6-7}=\frac{S_{4-5}r_5}{r_6};\\ S_{8'-9'}&=-S_{8-9}=\frac{S_{6-7}r_7}{r_8};\\ S_{8'-9'}&=S_{9'-10'};\\ S_{8-9}&=S_{9-10}. \end{aligned}\right\} \tag{185}$$

Допустим, что дифференциальное управление элеронами осуществляется на последних качалках (*10—11* и *10′—11′*). Тогда при $|-\alpha|>|+\alpha|$ от нагрузки $+P_z$ на ручку в крайнем положении будем иметь

$$S_{11'-12'}=\frac{S_{9'-10'}r'_{10}}{r'_{11}}<S_{11-12}=\frac{S_{9-10}r_{10}}{r_{11}}, \tag{186}$$

так как $r'_{11}>r_{11}$.

б) Шарнирный момент на правом элероне, отклоненном вниз, будет больше, чем на левом элероне:

$$M_{ш}=S_{11-12}r_{12}>M'_{ш}=S_{11'-12'}r'_{12}. \tag{187}$$

То же самое следует и из равенства работ:

$$A=S_{4-5}h=S_{4-5'}h=M'_{ш}|-\alpha|=M_{ш}|+\alpha|. \tag{188}$$

Здесь h — линейное перемещение тяг *4—5* и *4—5′*;

α — угол поворота в радианах;

$M_{ш}$ — шарнирный момент на правом элероне;

$M'_{ш}$ — шарнирный момент на левом элероне.

Так как $|-\alpha|>|+\alpha|$, то $M_{ш}>M'_{ш}$.

в) Шарнирный момент от элерона, отклоненного вниз, равен шарнирному моменту от элерона, отклоненного вверх.

Усилия в проводке управления в этом случае определяются либо от шарнирных моментов, полученных в силовом расчете элерона, либо от единичных шарнирных моментов. При этом кинематика качалок управления на одном крыле берется для элерона, отклоненного вверх, а на другом крыле — для элерона, отклоненного вниз.

Усилия в тягах определяются по формулам

$$S_{12-11}=\frac{M_{ш}}{r_{12}};\quad S_{12'-11'}=\frac{M_{ш}}{r_{12'}};\quad S_{10-9}=\frac{S_{12-11}r_{11}}{r_{10}}\ \text{и т. д.} \tag{189}$$

Усилие на ручке от шарнирных моментов правого и левого элеронов равно

$$P_{ш}=\frac{r_4(S_{5'-4}+S_{5-4})}{r_1}. \tag{190}$$

Окончательные усилия в элементах проводки равны

$$S_i=kS_{ш},$$

где k — коэффициент пересчета, равный отношению расчетного усилия P_z на ручке к усилию, возникающему на ручке от действия шарнирных моментов на правом и левом элеронах;

$S_{ш}$ — усилие в данном элементе проводки от действия шарнирного момента.

Учитывая, что элерон отклоняется и вверх и вниз, усилия в каждой тяге имеют два значения, отличающиеся по знаку и по величине, соответственно направлению угла отклонения элерона.

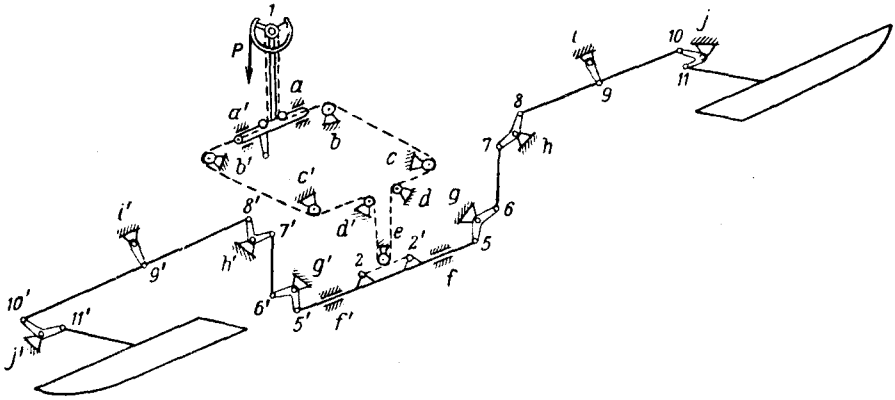
Усилие по тросу постоянно, и в случае, показанном на фиг. V. 268, равно

$$S_{тр}=+\frac{PR}{r}, \tag{191}$$

где R — радиус штурвала;

r — радиус кольца с зубьями под цепь.

Нагрузки на ролики и узлы крепления качалок определяются, как в расчетах управления рулями.



Фиг. V.268. Расчетная схема управления элеронами. Пунктиром показана тросовая проводка от штурвала до тяги $5-5'$.

Г. РАСЧЕТ ДЕТАЛЕЙ УПРАВЛЕНИЯ

Детали управления проверяются, кроме прочности, и на жесткость в тех местах самолета, где крепятся кронштейны для нагруженных качалок. Жесткие тяги (трубы) проверяют на резонансные колебания, вызываемые работой двигателя. Частота основного тона колебаний тяги должна удовлетворять выражению

$$\nu \gtrless n \pm 300, \tag{192}$$

где ν — частота основного тона колебаний в минуту;

n — число оборотов двигателя или винта в минуту.

Для тяг с шарнирно опертыми концами и при отсутствии осевых усилий частота собственных колебаний в минуту равна

$$\nu = \frac{94{,}2}{l^2}\sqrt{\frac{EJ}{m}}, \tag{193}$$

где EJ — жесткость тяги на изгиб в $кг\,см^2$;

m — погонная масса тяги в $\frac{кг \cdot сек^2}{см^2}$;

l — длина тяги в $см$.

Усилия сжатия тяги уменьшают частоту ν, а усилия растяжения — повышают.

Для тяг, опирающихся на роликовые направляющие, частота собственных колебаний равна

$$\nu = 9{,}55\frac{k^2}{l^2}\sqrt{\frac{EJ}{m}},$$

где k — коэффициент, определяемый по экспериментальным графикам.

Влияние упругости опор на частоту собственных колебаний надежно определяется только экспериментом. Сосредоточенные грузы, укрепленные на тягах, эффективно изменяют частоту колебаний. В табл. V.9 даны значения $\sqrt{\frac{EJ}{m}} \cdot 10^{-5}$ для труб.

Таблица V.9

Сечения труб в *мм*	$\sqrt{\frac{EJ}{m}} \cdot 10^{-5}$ $\left[\frac{см^2}{сек}\right]$		Сечения труб в *мм*	$\sqrt{\frac{EJ}{m}} \cdot 10^{-5}$ $\left[\frac{см^2}{сек}\right]$		Сечения труб в *мм*	$\sqrt{\frac{EJ}{m}} \cdot 10^{-5}$ $\left[\frac{см^2}{сек}\right]$	
	Дюралюмин	Сталь		Дюралюмин	Сталь		Дюралюмин	Сталь
19×17	3,13	3,19	26×23	4,26	4,34	32×28	5,22	5,32
			26×24	4,34	4,42	32×29	5,30	5,40
20×16	3,14	3,20				32×30	5,38	5,48
20×17	3,22	3,28	27×23	4,35	4,43			
20×18	3,30	3,36	27×24	4,44	4,52	33×29	5,39	5,49
			27×25	4,51	4,60	33×30	5,47	5,57
21×18	3,39	3,46				33×31	5,56	5,66
			28×24	4,52	4,61			
22×18	3,48	3,55	28×25	4,61	4,70	34×30	5,56	5,66
22×19	3,57	3,64	28×26	4,69	4,78	34×32	5,73	5,84
22×20	3,65	3,72						
			29×25	4,70	4,79	35×31	5,74	5,85
23×20	3,74	3,81	29×26	4,78	4,86	35×32	5,82	5,93
23×21	3,82	3,89	29×27	4,87	4,96	35×33	5,90	6,01
24×20	3,83	3,90	30×26	4,87	4,96	36×34	6,08	6,20
24×21	3,88	3,95	30×27	4,95	5,04			
24×22	4,00	4,07	30×28	5,03	5,12	37×35	6,25	6,37
25×21	4,01	4,08	31×27	5,05	5,14	38×34	6,26	6,38
25×22	4,09	4,17	31×28	5,13	5,22	38×35	6,33	6,45
25×23	4,17	4,25	31×29	5,21	5,31			

ЧАСТЬ VI

АМОРТИЗАЦИЯ ШАССИ САМОЛЕТОВ И ЕЕ РАСЧЕТ

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

a — расстояние от проходящей через ось носового колеса нормали к земле до ц. т. самолета в *м*.

$A_{ам}$ — работа, поглощаемая амортизатором (амортизационной стойкой), в *кгм*.

$A_н$ — нормированная работа, которую должна воспринять амортизационная система (амортизатор+пневматик) одной ноги шасси, в *кгм*.

$A_{пн}$ — работа, поглощаемая пневматиком, в *кгм*.

b — расстояние по горизонтали между осями главных и носового (или хвостового) колес в *м*.

d — диаметр штока (или поршня) в *см*.

e — расстояние от проходящей через ц. т. самолета нормали к земле до оси главных колес в *м*.

f — площадь проходных отверстий для гидросмеси в $м^2$.

F — площадь штока (или поршня) в $см^2$.

$F_{пл}$ — рабочая площадь иглы (плунжера) в $м^2$.

g — ускорение силы тяжести в $м/сек^2$.

G — вес самолета в *кг*.

$h_м$ — рабочая высота манжеты в *см*.

i_z — радиус инерции самолета относительно поперечной оси z, проходящей через ц. т. самолета, в *м*.

J_z — момент инерции самолета относительно оси z в $кгмсек^2$.

$k_Y = \frac{Y_{пос}}{G}$ — коэффициент подъемной силы крыла.

$\bar{k}_Y = 1 - k_Y$.

$m = m_{ред} - m_*$ в $кгсек^2/м$.

m_* — масса подвижных частей ноги шасси в $кгсек^2/м$.

$m_{ред}$ — редуцированная масса самолета, приходящаяся на колесо (на одну ногу), в $кгсек^2/м$.

M — масса самолета в $кгсек^2/м$.

n_E — коэффициент перегрузки при посадке (случай E).

n_0 — коэффициент предварительной затяжки амортизатора.

p_0 — начальное давление, избыточное, в $кг/см^2$.

P — усилие на колесо в *кг* $P = P_{пн}$.

$P_{гл}$ — нагрузка на колесо главной ноги в *кг*.

$P_{м.д}$ — максимально допустимая нагрузка (для пневматика) в *кг*.

$P_{нос}$ — нагрузка на носовое колесо в *кг*.

$P_{нос.т}$ — нагрузка на носовое колесо шасси при торможении самолета на пробеге в *кг*.

$P_{п\,о}$ — нагрузка полного обжатия (для пневматика) в *кг*.

$P_{ред}$ — редуцированная нагрузка на колесо в *кг*.

$P_{ст}$ — нагрузка на колесо самолета на стоянке в *кг*.

$P_{хв}$ — нагрузка на костыль или хвостовое колесо в *кг*.

Q — усилие вдоль амортизатора (амортизационной стойки) в *кг*.

$Q_в$ — усилие сжатия воздуха в стойке в *кг*.

$Q_г$ — гидравлическое сопротивление в стойке в *кг*.

Q_0 — начальное усилие сдвига амортизатора (при $s=0$) в *кг*.

$Q_{т.б}$ — сила трения в направляющих штока (в буксах) в *кг*.

$Q_{т.м}$ — сила трения манжет в *кг*.

s — ход поршня, усадка или вытяжка амортизатора в *м*.

$\dot{s}$ — скорость поршня относительно цилиндра в *м/сек*.

V_0 — вертикальная скорость самолета в момент приземления в *м/сек*.

V_y — приведенная вертикальная скорость самолета в *м/сек*.

v — объем воздуха в амортизаторе в *см*³.

v_0 — начальный объем воздуха в *см*³.

x_c, y_c — текущие координаты ц. т. массы m (или $m_{ред}$) в осях, связанных с землей, в *м*.

$x_к$, $y_к$ — текущие координаты оси колеса в осях, связанных с землей, в *м*.

x_1, y_1 — текущие координаты оси колеса в осях, связанных с самолетом (с массой m), в *м*.

$Y_{пос}$ — подъемная сила крыла самолета при посадке в *кг*.

γ — удельный вес в *кг/м*³.

δ (или y_k)—обжатие пневматика в *м*.

ζ — коэффициент гидравлического сопротивления.

η — коэффициент полноты диаграммы обжатия.

$\varkappa$ — показатель политропы.

$\mu_м$ — коэффициент трения манжет.

$\mu_б$ — коэффициент трения букс.

ρ — плотность в *кгсек*²/*м*⁴.

φ_c — передаточное число от силы на оси колеса к силе вдоль амортизационной стойки (передаточное число по силам).

φ_x — передаточное число для перемещений (по ходам).

$\varphi_{cв}$, $\varphi_{xв}$, $\varphi_{cг}$, $\varphi_{xг}$ — передаточные числа по силам и ходам соответственно для вертикальных и горизонтальных усилий и перемещений на оси колеса.

$\varphi_{c,ср}$ — среднее значение передаточного числа на участке O, s.

$\varphi_{c,o}$ — передаточное число в начале хода поршня ($s=0$).

$\varphi_{c,кон}$ — передаточное число для конечного значения хода.

Глава I

АМОРТИЗАЦИЯ ШАССИ (ОБЩИЕ ДАННЫЕ)

Удар о землю при посадке, а также удары при движении самолета по неровностям аэродрома воспринимаются амортизацией шасси самолета.

Сущность амортизирования состоит в том, что живая сила самолета расходуется на деформирование амортизационной системы (пневматиков и амортизаторов) и конструкции самолета (шасси, крыла, фюзеляжа). Условно говорят, что приложенные при ударе к колесам шасси внешние силы (реакции земли) «деформируют» амортизационную систему и «совершают» тем самым работу, поглощая живую силу самолета.

Амортизация (амортизаторы и пневматики) должна поглощать эксплуатационную работу с заданной перегрузкой при некотором запасе хода (~10% полного обжатия как амортизатора, так и пневматика).

Обжатие амортизатора до упора и полное обжатие пневматика допускаются только в случае грубой посадки, при поглощении максимально допустимой работы.

Амортизация должна быть мягкой с нарастающей интенсивностью поглощения удара, т. е. работа должна поглощаться с малой эксплуатационной пере-

грузкой (в пределах 2—4) и максимальное усилие должно быть в конце хода амортизатора.

Амортизация должна погашать возможные колебания от повторных ударов; не допускать резкой отдачи на обратном ходе, а также отрыва колеса от земли.

Для этого стояночная усадка амортизаторов главных ног шасси должна быть как можно больше (до $^2/_3$ расчетного хода). Работа гистерезиса за прямой и обратный ходы должна составлять около 80% поглощенной амортизатором энергии. Суммарное время прямого и обратного ходов должно быть не больше 0,8 сек. Доля энергии удара, поглощаемая пневматиками, должна быть не больше 25—40%; на тяжелых самолетах, рассчитанных на небольшую перегрузку при посадке (порядка 2), можно допустить поглощение пневматиками до 50% нормированной работы. При этом, в случае замены колес лыжами, увеличивать поглощение работы амортизатором не требуется.

Для самолетов, снабженных жесткими пневматиками с малой усадкой, амортизация должна обеспечивать перекат самолета через препятствие (кочку) с перегрузкой, не превышающей максимальной перегрузки при посадке.

Трение пневматика о землю, инерционные силы раскрутки колеса при посадке, упругие деформации стойки под нагрузкой вызывают появление на колесе знакопеременной горизонтальной силы, достигающей 0,8÷1,0 вертикальной силы. При расчете амортизации обычно рассматривают лишь вертикальный удар самолета о землю без учета горизонтальных сил [1]; массу подвижных частей амортизационной стойки не учитывают.

Из многих видов амортизаторов наибольшее распространение получили масляно-воздушные и резиновые амортизаторы.

§ 1. Работа амортизации

а) Работа и редуцированная масса

При центральном ударе, когда равнодействующая сил удара в колеса шасси проходит через ц. т. самолета, работу, приходящуюся на шасси, можно представить в виде

$$A = \frac{MV_0^2}{2} + \bar{k}_Y G y_c = 0{,}5 M V_y^2; \tag{1}$$

$$V_y^2 = V_0^2 + 2\bar{k}_Y g y_c\,, \tag{2}$$

где M — масса самолета в *кгсек²/м*;
V_0 — вертикальная скорость самолета в момент приземления в *м/сек*;
$\bar{k}_Y$ — коэффициент, учитывающий разгрузку подъемной силой;
G — вес самолета в *кг*;
y_c — вертикальное перемещение ц. т. самолета в *м*;
V_y — приведенная вертикальная скорость в *м/сек*.

Энергия самолета слагается из живой силы самолета, соответствующей вертикальному компоненту скорости снижения в момент касания пневматиками земли, и работы доли веса самолета (не уравновешенной подъемной силой) на пути, равном вертикальному перемещению ц. т. самолета, соответствующему обжатию пневматиков и амортизаторов [2].

Коэффициент подъемной силы крыла при посадке $k_Y = \frac{Y_{пос}}{G}$ обычно принимается равным 0,75; соответственно $\bar{k}_Y = 1 - k_Y = 0{,}25$.

---

[1] При динамических испытаниях шасси иногда воспроизводят явление раскрутки.

[2] Горизонтальный компонент скорости самолета гасится сравнительно малыми силами торможения на большой длине пробега.

При внецентренном ударе, когда равнодействующая сил удара в колеса шасси не проходит через ц. т. самолета, работа амортизации шасси может быть представлена в виде

$$A = 0{,}5 M_{\text{ред}} V_y^2 , \tag{3}$$

где $M_{\text{ред}}$ — редуцированная масса самолета, т. е. масса самолета, приведенная к линии действия равнодействующей удара.

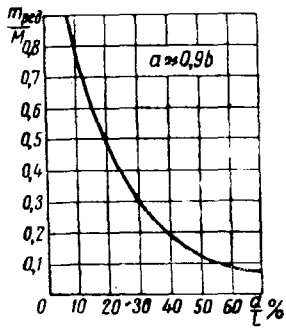
Введением $M_{\text{ред}}$ учитывается не только поступательное движение самолета, но и вращение его относительно ц. т.

Редуцированная масса $m_{\text{ред}}$, приходящаяся на одно колесо, предполагается расположенной над осью колеса на линии действия силы.

Величина нормированной работы $A_{\text{н}}$, т. е. работы, которую должна воспринять амортизация (амортизатор+пневматик) ноги шасси самолета при посадке, определяется по нормам прочности и ниже считается заданной.

Величины приведенной вертикальной скорости V_y и редуцированной массы $m_{\text{ред}}$ для каждой из ног шасси зависят от случая посадки и геометрических соотношений шасси.

Для примера на фиг. VI. 1 приведен график отношения $\frac{m_{\text{ред}}}{M}$ для передней ноги в зависимости от $\frac{a}{L}$ (a — расстояние по горизонтали между осью переднего колеса и центром тяжести самолета на стоянке, L — полная длина самолета); на фиг. VI. 2 даны кривые для того же отношения $\frac{m_{\text{ред}}}{M}$ по i_z^2 и a $\left(i_z \text{ — радиус инерции самолета относительно поперечной оси, } i_z = \sqrt{\frac{J_z}{M}}\right)$.



Фиг. VI. 1.

Кривые на фиг. VI. 2 построены по формуле

$$\frac{m_{\text{ред}}}{M} = 0{,}85\left(1 + \frac{a^2}{i_z^2}\right)^{-1}. \tag{4}$$

Вертикальная скорость в момент приземления V_0 (*м/сек*) определяется из выражения

$$V_0 = \sqrt{\frac{2A_{\text{н}}}{m_{\text{ред}}} - 2\bar{k}_Y g y_{c\,\text{кон}}} , \tag{5}$$

где $y_{c\,\text{кон}}$ — перемещение ц. т. массы $m_{\text{ред}}$ в результате суммарного обжатия амортизатора и пневматика, соответствующего поглощению нормированной работы.

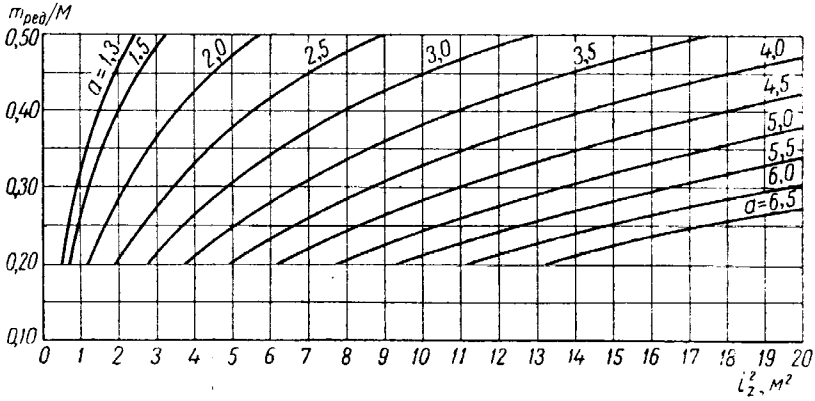
При динамических испытаниях ног шасси на копре высота сброса (от низа покрышки при необжатой амортизации до «земли») определяется по формуле

$$H_{\text{сбр}} = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{A_{\text{н}}}{m_{\text{ред}}\, g} - k_Y y_{c\,\text{кон}} .$$

При этом с момента касания «земли» должна осуществляться разгрузка подъемной силой, равной $k_Y m_{\text{ред}} g$; коэффициент k_Y задается нормами прочности.

Величина груза, расположенного при сбросе над осью колеса, равна $m_{ред}g$.

Копровые испытания окончательно определяют работоемкость амортизации и величину перегрузки.



Фиг. VI. 2. Кривые отношения $\frac{m_{ред}}{M}$ для передней ноги в функции i^2 по параметру a.

б) Коэффициент перегрузки и перегрузка при посадке

Коэффициент перегрузки при посадке равен[1]

$$n_E = \frac{P_{max}}{P_{ред}},$$

где P_{max} — максимальная эксплуатационная нагрузка на колесо; $P_{ред} = m_{ред}g$.

В случае центрального удара при посадке на три точки $P_{ред} = P_{ст}$ (стояночной нагрузке на колесо) и

$$n_E = \frac{P_{max}}{P_{ст}}.$$

Вертикальная перегрузка[2] n_i груза i, находящегося на расстоянии x_i от ц. т. самолета, в случае, например, симметричного относительно продольной оси внецентренного удара с равнодействующей P, перпендикулярной оси OX, равна

$$n_i = 1 - \frac{j_i}{g} = \frac{P + k_y G}{G} \pm \frac{P a_c x_i}{J_z g}, \qquad (6)$$

где j_i — вертикальное ускорение, которое испытывает данный груз (положительным считается направление вниз), в *м/сек*²;

a_c — расстояние силы P от ц. т. самолета в *м*.

В случае центрального удара $n_i = n_E + k_y$.

---

[1] Индекс соответствует случаю посадки.

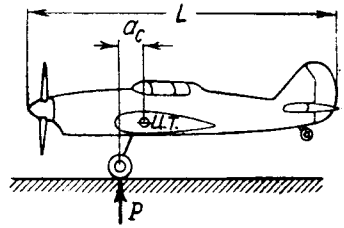
[2] Отнесена к весу груза G_i.

Равенство коэффициентов перегрузки n_E для всех трех ног шасси (если $P_{ред} \neq P_{ст}$) не означает, что самолет в случае посадки на три точки будет находиться в равновесии. Для равновесия необходимо приложить момент относительно оси z, проходящей через ц. т. самолета.

Момент этот распределяется между массами m_i частей самолета в виде инерционных сил $P_{ин\,i}$. Например, для трехколесного шасси

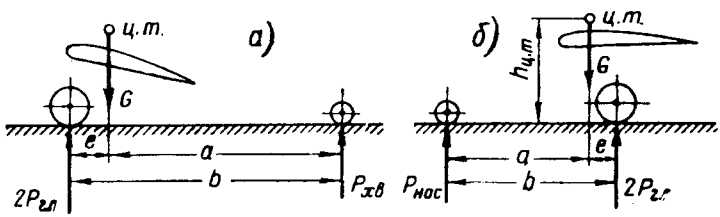
$$P_{ин\,i} = m_i r_i \frac{P_{нос\,(хв)\,max}\, a - 2P_{гл\,max}\, e}{J_z}, \quad (7)$$

где r_i — расстояние от ц. т. самолета до груза i. Расстояния a и e (фиг. VI. 4) берутся для обжатия амортизации, соответствующего максимальной нагрузке на колеса.



Фиг. VI. 3. Посадка на главные колеса.

При поглощении нормированной работы максимальная величина коэффициента перегрузки n_E ограничивается нормами прочности. В частности, максимальная нагрузка P_{max} при поглощении эксплуатационной работы не должна превышать максимально допустимой нагрузки для пневматика.



Фиг. VI. 4. Параметры трехколесного шасси.

а — шасси с хвостовым колесом; *б* — шасси с носовым колесом.

При расчете шасси на прочность ограничивают также и минимальное значение коэффициента эксплуатационной перегрузки.

§ 2. Диаграммы обжатия и работа амортизатора

а) Геометрические соотношения

На фиг. VI. 5 дана схема двойной амортизации с обозначениями сил, величин обжатий и перемещений.

Нагрузка на колесо P действует по нормали к земле и проходит через ось колеса и ц. т. массы $m_{ред}$.

Угол оси самолета с землей в процессе обжатия принимается неизменным. Если он меняется (обычно в пределах 2÷3°), то берется среднее значение.

Направление хода оси колеса h определяется кинематикой обжатия ноги шасси и образует с направлением силы P пространственный угол φ. Если $\varphi=0$, то сила P направлена по ходу оси колеса.

Амортизаторы следует располагать так, чтобы угол φ при всех нормально возможных направлениях удара (посадка на три точки, на главные колеса с опущенным хвостом и т. д.) был как можно меньше (для телескопических стоек до 25°, для рычажных порядка 30÷40°).

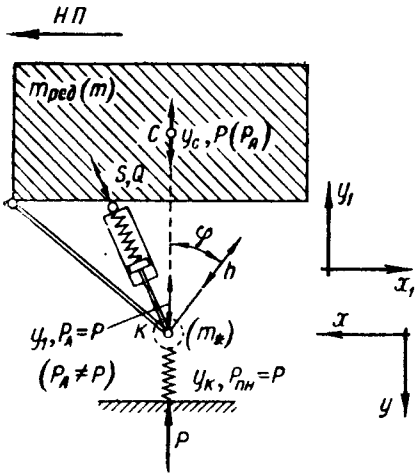
Соотношение между усилием P на оси колеса и усилием Q вдоль амортизационной стойки (амортизатора) определяется коэффициентом передачи (передаточным числом по силам)[1] φ_c:

$$\varphi_c = \frac{Q}{P}. \tag{8}$$

Вертикальные перемещения связаны равенством (см. фиг. VI. 5)

$$y_c = y_к + y_1, \tag{9}$$

где y_c — перемещение массы $m_{ред}$; $y_к$ — перемещение оси колеса (равное обжатию пневматика δ); y_1 — перемещение оси колеса по отношению к самолету, соответствующее обжатию амортизатора.



Фиг. VI. 5. Схема двойной амортизации ноги шасси (амортизатор + пневматик).

Передаточное число по силам связано с перемещениями равенством $\frac{dy_1}{ds} = \varphi_c$ (s — ход штока).

Среднее значение передаточного числа по силам равно передаточному числу по ходам, т. е.

$$\varphi_{c.\,ср} = \frac{1}{s}\int_0^s \varphi_c\, ds = \frac{y_1}{s} = \varphi_x; \tag{10}$$

таким образом,

$$y_c = y_к + s\varphi_x \tag{11}$$

и

$$\varphi_c = \varphi_x + s\frac{d\varphi_x}{ds}.$$

Если $\varphi_c = \text{const}$, то $\varphi_x = \varphi_c$.

Если в процессе обжатия амортизации передаточное число φ_c изменяется больше чем на 5—10%, то заменять его средним значением не следует.

Примером постоянного передаточного числа может служить передаточное число телескопических амортизационных стоек всех типов (вильчатых без выноса, с выносом назад, консольных). Для таких стоек

$$\varphi_c = \frac{Q}{P} = \cos\varphi,$$

где φ — угол между направлением силы и осью стойки (фиг. VI. 6). В случае вертикальной силы $\varphi = \alpha$, т. е. углу между осью стойки и нормалью к земле в стояночном положении самолета.

---

[1] При учете массы подвижных частей ноги m_* (массы колеса, вилки, штока и т. д.) $\frac{Q}{\varphi_c} = P_A + P_{пн} = P$ (см. фиг. VI. 5).

Для главных ног шасси самолетов с хвостовым колесом среднее значение $\alpha \approx 17°$; для самолетов с носовым колесом обычно $\alpha = 3 \div 8°$. Для передней ноги $\alpha = 8 \div 22°$.

Примером переменного передаточного числа может служить передаточное число ноги шасси с рычажной подвеской колес.

Для стойки с рычажной подвеской типа фиг. VI. 7,*а* имеем[1]

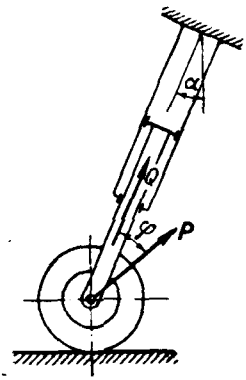
$$\varphi_c = \frac{a_1}{b_1} \cos \beta = \frac{a_1}{e_1}, \tag{12а}$$

где a_1, b_1, e_1, β и φ_c — функции s.

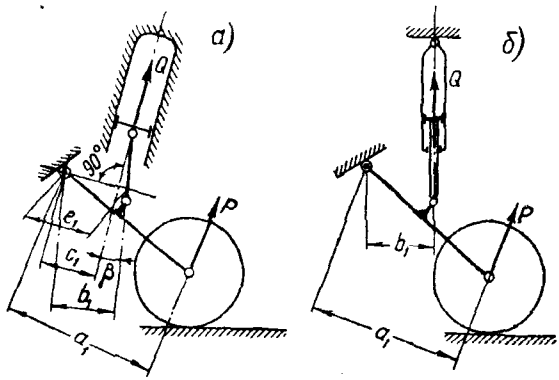
Для стойки с рычажной подвеской типа фиг. VI. 7,*б*

$$\varphi_c = \frac{a_1}{b_1}. \tag{12б}$$

Для стоек с рычажной подвеской колес желательно иметь возрастающие по ходу поршня значения φ_c, а отношение $\frac{\varphi_{c.кон}}{\varphi_{c.0}} \leqslant 2$.



Фиг. VI. 6. Телескопическая амортизационная стойка.



Фиг. VI. 7. Амортизационные стойки с рычажной подвеской колес.

б) Диаграммы обжатия

Работа амортизации характеризуется диаграммой обжатия, т. е. кривой усилий по ходу. Площадь диаграммы, заключенная между кривой обжатия, осью перемещений и начальной и конечной ординатами, равна поглощенной работе с учетом масштаба (см. фиг. VI. 10).

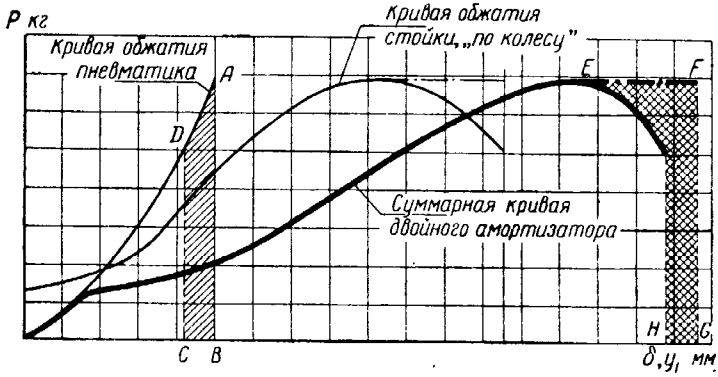
$$A_{ам} = \int_0^s Q ds = \int_0^{y_1} P dy_1.$$

Диаграмма обжатия «по стойке» — это кривая Q по s, дающая связь перемещений и усилий вдоль амортизатора.

Если пересчитать эту диаграмму на соответствующие усилия и перемещения на оси колеса, то получится диаграмма обжатия стойки «по колесу», показы-

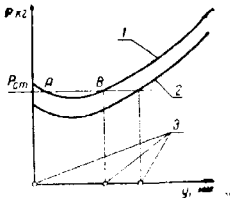
[1] Определение передаточного числа из отношения $\frac{a_1}{c_1}$ дает значительную ошибку.

вающая связь между усилием на оси колеса (в направлении действующей на колесо силы) и проекцией перемещения оси колеса на направление внешней силы (кривая P по y_1). Можно также построить кривую, связывающую усилия P на оси колеса с ходом амортизатора s.



Фиг. VI. 8. Построение суммарной кривой обжатия двойного амортизатора.

Имея кривую обжатия пневматика и суммируя перемещения y_1 из диаграммы «по колесу» с усадкой пневматика y δ для одного и того же усилия[1], можно получить общую диаграмму обжатия двойного амортизатора. Такое суммирование показано на фиг. VI. 8. Заштрихованная площадь $ABCD$ соответствует работе пневматика, отданной стойке. Рациональное течение кривой обжатия стойки показано штрих-пунктиром. Площадь $EFGH$ соответствует дополнительной работе, поглощаемой при этом амортизацией.



Фиг. VI. 9. Явление „ложки".

1—прямой ход; 2—обратный ход; 3—перемещения оси колеса, соответствующие нагрузке $P_{ст}$.

Пересчет диаграммы обжатия стойки «на ось колеса» необходим, например, для проверки течения кривой обжатия «воздух + трение» (см. гл. II) по колесу при масляно-воздушной амортизации и резко меняющихся передаточных числах (что возможно при рычажной подвеске). Нельзя допускать, чтобы усилие на колесе, соответствующее начальному сдвигу поршня, превышало усилия, потребные для дальнейшего перемещения оси колеса. Участок кривой AB на фиг. VI. 9, получающийся при больших углах φ в начале хода, может вызвать крен самолета на стоянке, при разбеге и пробеге и ухудшить условия демпфирования.

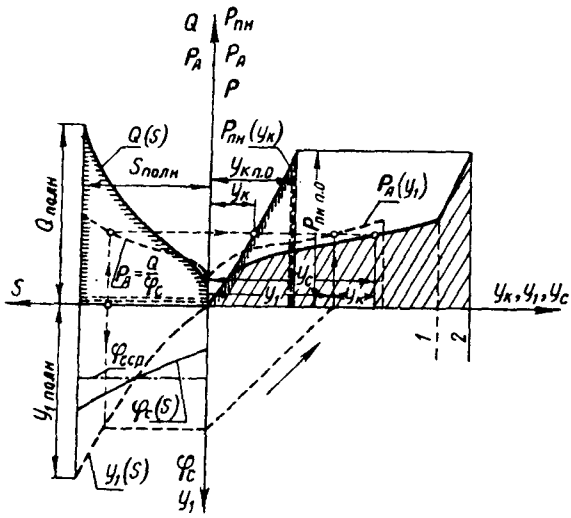
На фиг. VI. 10 показано компактное построение кривой обжатия амортизатора «по колесу» и суммарной диаграммы обжатия пневматика и амортизатора.

в) Коэффициент полноты диаграммы обжатия

Основной характеристикой диаграммы обжатия является коэффициент полноты η диаграммы (фиг. VI. 11):

$$\eta = \frac{\text{площадь } oadce}{\text{площадь } ofce}.$$

[1] Пренебрегая промежуточной массой m_*.



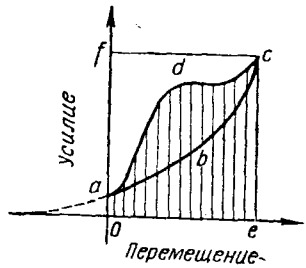
Фиг. VI. 10. Компактное построение суммарной кривой обжатия „по колесу".

1 — стойка обжата до упора; 2 — пневматик обжат до обода.

При расчете амортизации η надо задавать в соответствии с кривой $Q = P_{max}\varphi_c$, при $P_{max} = \text{const}$ (кривая *1* на фиг. VI. 28).

Связь коэффициента полноты диаграммы „по стойке" $\eta_{ам}$ с коэффициентом полноты диаграммы „по колесу" $\eta_{кол}$ дается формулой[1]

$$\eta_{кол} = \eta_{ам}\left(\frac{\varphi_c}{\varphi_{c.\,ср}}\right)_{s_{кон}}. \qquad (13)$$



Фиг. VI. 11.

г) Коэффициент предварительной затяжки

Коэффициент предварительной затяжки амортизатора

$$n_0 = \frac{P_0}{P_{ст}}, \qquad (14)$$

где $P_0 = \frac{Q_0}{\varphi_{c\,0}}$ — усилие на колесе, соответствующее началу сдвига амортизатора (при $s = 0$);

$P_{ст}$ — стояночная нагрузка на колесо.

[1] φ_c и $\varphi_{c.\,ср}$ для $s = s_{кон}$, т. е. для конечного значения хода.

Для легких самолетов $n_0=0{,}8—1{,}1$; для тяжелых $n_0 \geqslant 0{,}5$.

Для амортизаторов передней ноги шасси с носовым колесом в случае эксплуатации самолетов на неровных аэродромах или при предусмотренных посадках с торможением берут $n_0 > 1{,}0$ (обычно 1,5).

д) Работа амортизатора

Работа, фактически поглощенная амортизатором, равна

$$A_{ам} = \eta_{ам} Q_{max} s_{кон} = \eta_{ам} \varphi_c P_{max} s_{кон} = \eta_{ам} \frac{\varphi_c}{\varphi_{c.\,ср}} P_{max} y_{1\,кон} = \eta_{кол} P_{max} y_{1кон} =$$

$$= \eta_{кол} P_{ред} n_E y_{1\,кон}. \qquad (15)$$

φ_c соответствует P_{max} обычно при $s_{кон}$.

Работа, приходящаяся на амортизатор, определяется ~ разностью нормированной работы и работы, поглощаемой пневматиком при заданной перегрузке n_E:

$$A_{ам} = A_н - A_{пн}.$$

Потребный ход оси колеса определится по формуле

$$y_{1\,кон} = \frac{A_н - A_{пн}}{\eta_{кол} P_{max}} = \frac{A_н - \eta_{пн} P_{max} \delta_{кон}}{\eta_{кол} P_{max}}, \qquad (16)$$

где $\eta_{пн}$ — коэффициент полноты диаграммы обжатия пневматика.

В случае посадки на три точки с центральным ударом, считая $P_{ред} = P_{ст}$ при поглощении нормированной работы, имеем

$$P_{max} = P_{ст} n_E = \frac{Q_{max}}{\varphi_{c.\,кон}};$$

$$P_0 = P_{ст} n_0 = \frac{Q_0}{\varphi_{c.\,0}};$$

$$\frac{P_{max}}{P_0} = \frac{Q_{max}}{Q_0} \frac{\varphi_{c.\,0}}{\varphi_{c.\,кон}} = \frac{n_E}{n_0}. \qquad (17)$$

В табл. VI. 1 сведены формулы для пересчета данных диаграммы обжатия амортизатора «по стойке» на «ось колеса». Формулы эти могут быть использованы для заданной диаграммы работы стойки (т. е. для определенных V_0 и $m_{ред}$) при любом виде амортизации.

Для частного случая стальной цилиндрической пружины в таблице дан коэффициент жесткости c.

Таблица VI. 1

Параметры	„По стойке"	„По колесу"	Формулы пересчета	
			при φ_c переменном	при φ_c постоянном
Сила обжатия	Q	P	$P=\frac{Q}{\varphi_c}$	$P=\frac{Q}{\varphi_c}$
Рабочий ход	s	y_1	$y_1=\varphi_{c.cp}s$	$y_1=\varphi_c s$
Коэффициент жесткости пружины	$c=\text{const}$	c_A	$c_A=\text{const}$	$c_A=\frac{c}{\varphi_c^2}=\text{const}$
Поглощенная работа	$A_{ам}$	$A_{ам}$	Площадь диаграммы „по стойке" равна площади диаграммы „по колесу"	
Коэффициент полноты диаграммы обжатия	$\eta_{ам}$	$\eta_{кол}$	$\eta_{кол}=\eta_{ам}\left(\frac{\varphi_c}{\varphi_{c.cp}}\right)_{s_{кон}}$	$\eta_{ам}=\eta_{кол}$

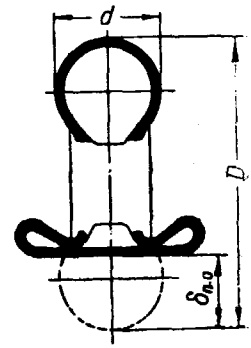
§ 3. Характеристики и выбор пневматиков

В зависимости от жесткости, начального давления p_0, отношения d/D (фиг. VI. 12), профиля и прочности пневматики разделяются на баллонные, полубалонные, арочные и высокого давления.

Колеса с пневматиками высокого давления и арочными предназначены для самолетов с большими посадочными скоростями, эксплуатируемых на подготовленных аэродромах. Полубаллоны предназначены для самолетов с посадочными скоростями до 160 *км/час* и могут эксплуатироваться на неподготовленных посадочных площадках.

Колеса-баллоны имеют низкое начальное давление (меньше 3 *кг/см*²) и отличаются высокой проходимостью. Установка баллонов целесообразна на шасси маломощных самолетов и вертолетов.

Грузоподъемность и амортизационные качества пневматиков характеризуются кривыми обжатия пневматиков при различных внутренних начальных давлениях p_0. Кривые эти определяют зависимость усилия радиального обжатия P от усадки пневматика δ и имеют вид, показанный на фиг. VI. 13. Гистерезиса пневматики практически не имеют. Работа, воспринятая ими при обжатии почти полностью возвращается после снятия нагрузки.



Фиг. VI. 12.

Техническими условиями на пневматики задается диапазон допустимых начальных давлений p_0. Обычно дается избыточное (манометрическое) давление; абсолютное значение давления на 1 *ат* больше.

Если за 100% принять высоту до кромки обода, т. е. разность между внешним радиусом пневматика и внешним радиусом обода колеса, то полное обжатие (п. о.) до соприкосновения внутренних поверхностей пневматика составит для пневматиков высокого давления 70÷75%, для остальных 75÷90%.

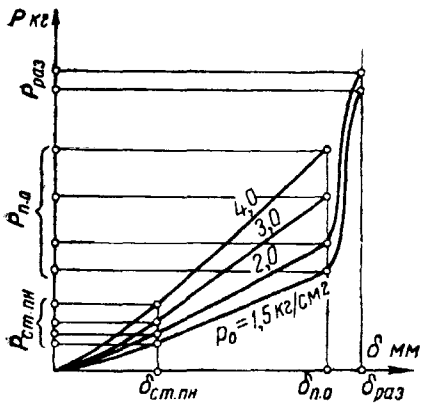
После п. о. при деформации конструкции колеса (покрышки и обода) кривая обжатия резко поднимается (см. фиг. VI. 13).

С увеличением начального давления в пневматике нагрузка полного обжатия $P_{п.о}$ увеличивается. Величина усадки полного обжатия $\delta_{п.о}$ при этом практически не изменяется.

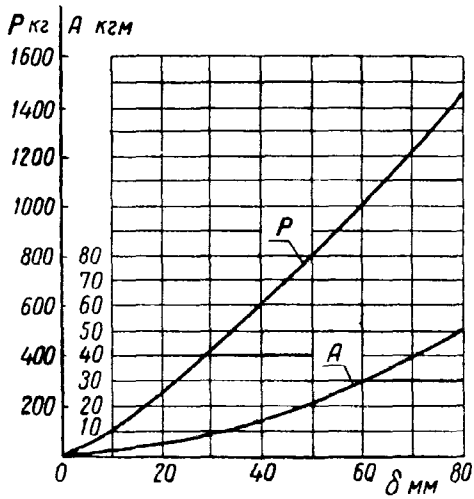
Максимально допустимая стояночная усадка пневматиков $\delta_{ст.пн} \approx 0{,}3 \div 0{,}4 \delta_{п.о}$ и не зависит от p_0. Радиальное усилие $P_{ст.пн}$, соответствующее $\delta_{ст.пн}$, с увеличением p_0 возрастает. Увеличение давления воздуха в пневматике на стоянке против начального составляет $\sim 3\%$.

Всегда должно быть $P_{ст.пн} \geqslant P_{ст}$, где $P_{ст}$ — действительное стояночное усилие (доля веса самолета, приходящаяся на колесо на стоянке).

Запас грузоподъемности пневматика, т. е. отношение $P_{п.о}$ к $P_{ст.пн}$, обычно равен $3 \div 4$.



Фиг. VI. 13. Кривые обжатия пневматика в зависимости от p_0.



Фиг. VI. 14. Кривые обжатия пневматика и поглощаемой им работы.

Разница между динамическим обжатием пневматика, получаемым при посадке, и «статическим» (медленным) обжатием изменяется в зависимости от скорости нагружения, которая в свою очередь зависит от параметров амортизатора и пневматика.

Установлено[1], что усилие динамического нагружения превосходит статическое на 7—10%.

Обычно при отсутствии опытных данных о влиянии скорости нагружения на работу пневматика (в комбинации с конкретной амортизационной стойкой для данного самолета) пользуются статической кривой обжатия пневматика.

Работа (энергия), поглощаемая пневматиком $A_{пн}$ в процессе нагружения, равна

$$A_{пн} = \int_0^{\delta} P d\delta.$$

Удобно кривую работы пневматика $A_{пн}$ по δ строить под кривой обжатия пневматика (фиг. VI. 14).

[1] А. А. Алексеев, Технические заметки ЦАГИ № 190, 1938.

При отсутствии экспериментальных кривых обжатия пневматика можно пользоваться приближенными формулами:

$$P = P_{\text{п.о}} \left(\frac{\delta}{\delta_{\text{п.о}}} \right)^{1,11}; \tag{18}$$

$$P = \frac{P_{\text{п.о}}}{\delta_{\text{п.о}}} \delta^{\nu}, \tag{19}$$

где

$$\nu = \frac{P_{\text{п.о}} \delta_{\text{п.о}}}{A_{\text{п.о}}} \approx 2,3$$

или[1]

$$P = k_1 \delta + k_2 \delta^2, \tag{20}$$

где

$$k_1 = \frac{6A_{\text{п.о}}}{\delta^2_{\text{п.о}}} - \frac{2P_{\text{п.о}}}{\delta_{\text{п.о}}}; \qquad k_2 = \frac{6}{\delta^3_{\text{п.о}}} \left(\frac{P_{\text{п.о}} \delta_{\text{п.о}}}{2} - A_{\text{п.о}} \right);$$

$A_{\text{п.о}}$ — работа, поглощаемая пневматиком при полном обжатии.

Соответственно

$$A_{\text{пн}} = \frac{1}{2} k_1 \delta^2 + \frac{1}{3} k_2 \delta^3. \tag{21}$$

Технические условия на пневматик задают так называемую максимально допустимую нагрузку $P_{\text{м.д}}$ при $\delta_{\text{м.д}}$, несколько меньшую нагрузки полного обжатия $P_{\text{п.о}}$ (при данном p_0). Обычно $\delta_{\text{м.д}} = 0,9 \div 0,95\, \delta_{\text{п.о}}$; $P_{\text{м.д}} \approx 0,9 P_{\text{п.о}}$.

При эксплуатационной перегрузке $n_E^{\text{э}}$ (соответствующей поглощению амортизацией ноги нормированной эксплуатационной работы $A_{\text{н}}^{\text{э}}$) усилие на колесо не должно быть больше $P_{\text{м.д}}$ (для выбранного p_0).

При расчете грубой посадки максимальное усилие на колесо не должно превосходить нагрузки, соответствующей пределу упругости конструкции колеса, т. е. $\sim 0,70 \div 0,75 P_{\text{раз}}$ (для выбранного p_0), где $P_{\text{раз}}$ — разрушающее радиальное усилие на колесо. $P_{\text{раз}} \approx 2P_{\text{п.о}}$.

Работу, поглощенную пневматиком при обжатии до $\delta_{\text{м.д}}$, можно определить по формуле

$$A_{\text{м.д}} \approx 0,91 \frac{P_{\text{м.д}} \delta_{\text{м.д}}}{2}. \tag{22}$$

Формулу (22) можно применять также для обжатий пневматика, близких к максимально допустимому (в частности, и для полного обжатия).

Жесткость пневматиков сильно возрастает к концу обжатия. Поэтому линейной зависимостью P от δ рекомендуется пользоваться только на начальном участке обжатия. Ошибка при определении работы по формуле

$$A_{\text{пн}} = \frac{P_{\text{ст}} \delta_{\text{ст}}}{2} (n_E^{\text{э}})^2 \tag{23}$$

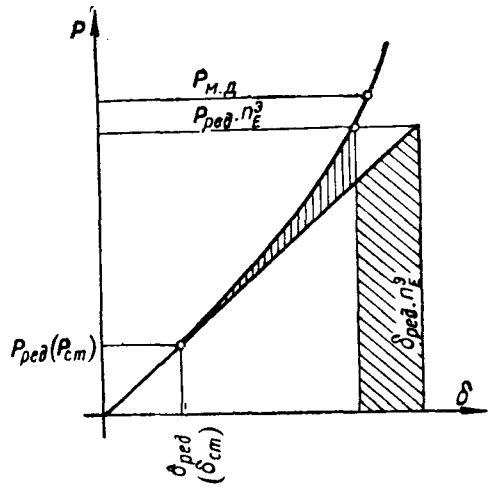
может быть значительной (см. фиг. VI. 15).

---

[1] А. А. Белоус, Методы расчета масляно-пневматической амортизации шасси самолетов. Труды ЦАГИ № 622, 1947.

При выборе пневматика сначала выбирают тип колеса по предъявляемым к самолету техническим требованиям (условия эксплуатации, скорости взлета и посадки, торможение, конструктивные возможности уборки ног шасси и т. д.).

Затем по схеме шасси (см. фиг. VI. 4) определяют нагрузку на одно колесо на стоянке.



Фиг. VI. 15.

Для главных колес

$$P_{гл.\,ст} = \frac{Ga}{2b}; \qquad (24)$$

Для носового или хвостового колес

$$P_{нос.\,ст} \text{ или } P_{хв.\,ст} = \frac{Ge}{b}, \qquad (24а)$$

где G — расчетный вес самолета.

Как у шасси с носовым колесом, так и у шасси с хвостовым колесом на главные колеса приходится обычно 85÷90% веса самолета.

Колеса главных ног и костыля выбираются так, чтобы обжатие пневматика на стоянке не превышало $\delta_{ст.\,пн}$, а $P_{ст}$ было не больше нагрузки $P_{ст.\,пн\,max}$, соответствующей максимально допустимому начальному давлению p_0 в пневматике.

Допускается линейная интерполяция по p_0 между приведенными в характеристике пневматика кривыми $P(\delta)$ и $A_{пн}(\delta)$.

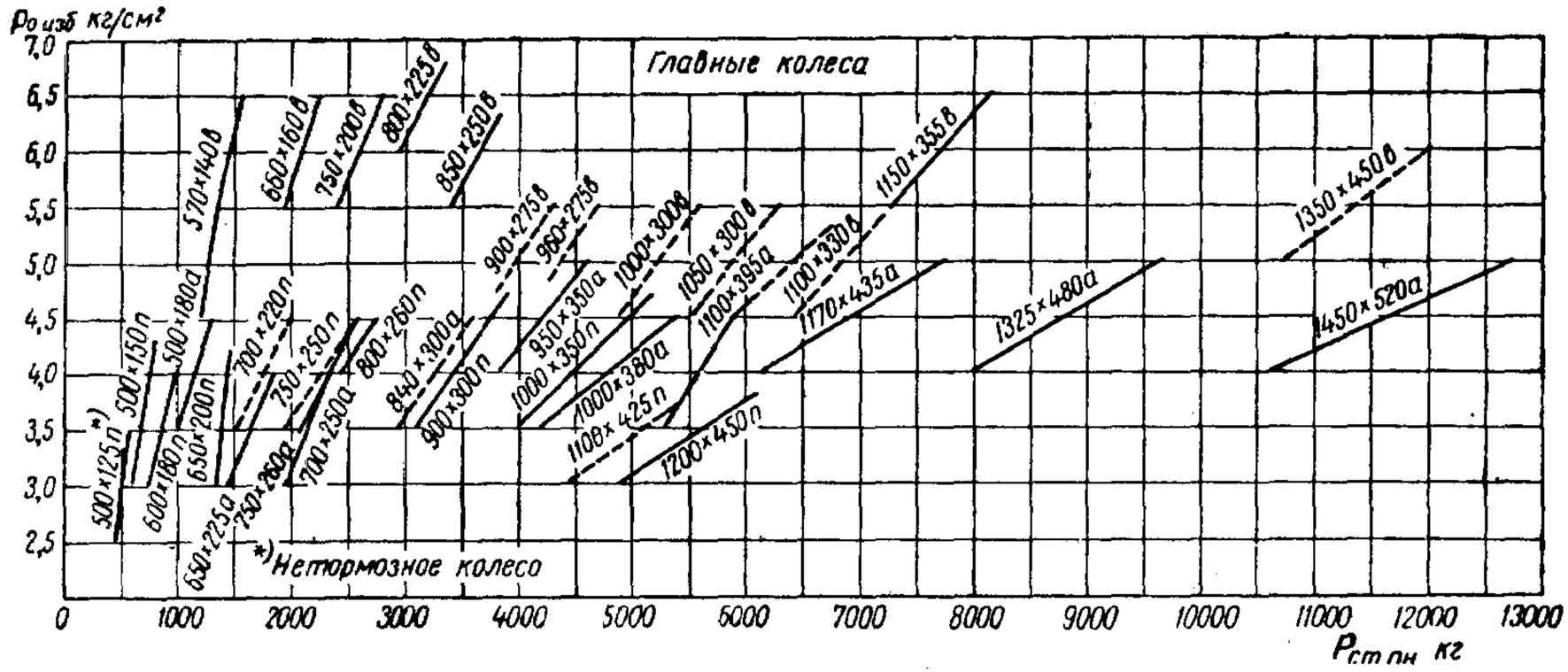
Для носового колеса следует учесть, помимо «стояночной», дополнительную нагрузку от торможения главных колес самолета при пробеге. Поэтому носовое колесо обычно подбирают на нагрузку, большую стояночной в 1,5—2 раза, т. е. так, чтобы обжатие пневматика под нагрузкой, равной 1,5÷2 $P_{нос.\,ст}$, не превышало $\delta_{ст.\,пн}$ при p_0, меньшем максимально допустимого.

Можно подбирать носовое колесо по нагрузке $P_{нос.\,т}$, где $P_{нос.\,т}$ — сумма стояночной нагрузки и дополнительной нагрузки, приходящейся на носовое колесо при торможении.

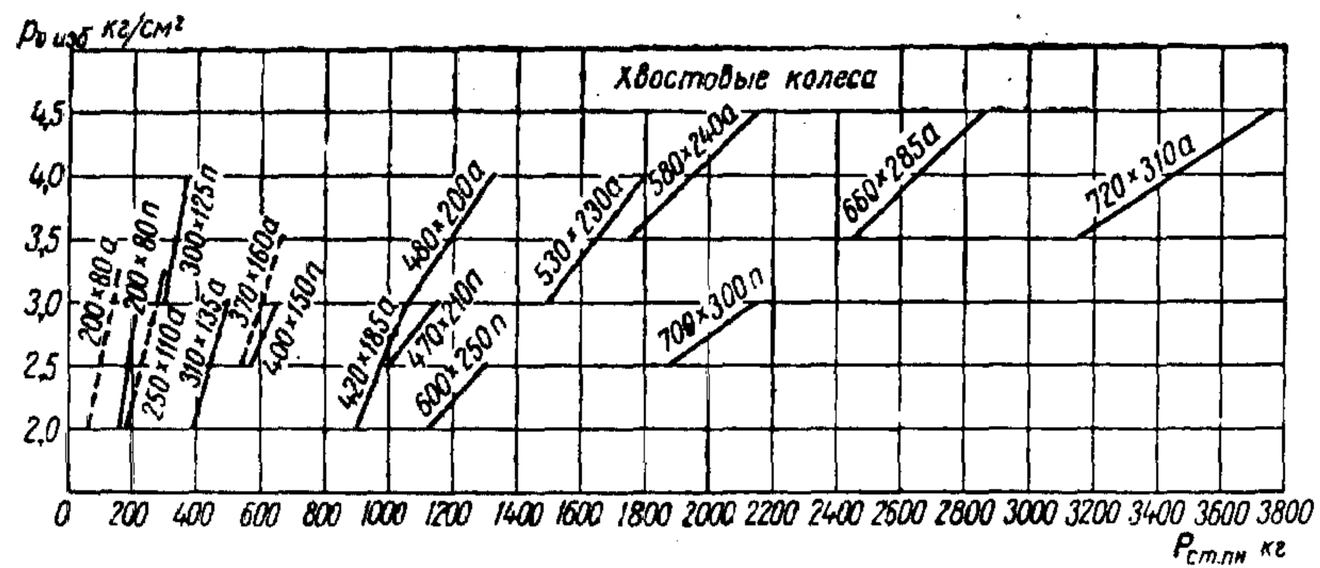
Обжатие пневматика, соответствующее $P_{нос.\,т}$, должно быть не выше $0{,}5\delta_{п.\,о}$, а p_0 должно быть выбрано (интерполированием в диапазоне допустимых p_0) так, чтобы $P_{нос.\,т} \leqslant P_{нос.\,т.\,м.\,д}$ для данного пневматика. $P_{нос.\,т.\,м.\,д}$ — нагрузка на пневматик, соответствующая обжатию, равному $0{,}5\,\delta_{п.\,о}$ и максимально допустимому p_0.

$$P_{нос.\,т} = P_{нос.\,ст} + \frac{Gh_{ц.\,т}}{gb} j_г, \qquad (25)$$

где $j_г$ — горизонтальное отрицательное ускорение (замедление, задаваемое техническими условиями), $h_{ц.\,т}$ — высота ц. т. самолета (см. фиг. VI. 4).



Фиг. VI. 16а.



Фиг. VI. 16б.

Для оценки величины $j_г$ примем $\frac{h_{ц.т}}{b} \approx 0{,}5$; $P_{нос.\,ст} \approx 0{,}1\,G$; $P_{ст.\,пн} \approx$ $\approx 1{,}75\,P_{нос.\,ст}$; $\delta_{ст.\,пн} \approx 0{,}35\,\delta_{п.\,о}$, а также зависимость нагрузки на пневматик от обжатия линейной (что для рассматриваемых обжатий допустимо); получим

$$j_г = 2{,}94 \approx 3 \text{ м/сек}^2.$$

В случае спаренных колес нагрузка для подбора пневматика берется равной половине нагрузки ($P_{ст}$ или $P_{нос.\,т}$), приходящейся на ногу.

Для облегчения выбора пневматиков и начального давления в них по стояночной нагрузке на колесо на фиг. VI. 16а и 16б приведены соответствующие диаграммы для различных авиаколес [1].

Буква «в» присвоена пневматикам высокого давления, «а» — арочного типа, «п» — полубаллонным.

Носовые колеса рекомендуется выбирать из сортамента главных и хвостовых колес арочного типа.

Глава II

МАСЛЯНО-ВОЗДУШНАЯ АМОРТИЗАЦИЯ

§ 1. Общие сведения

«Работа» масляно-воздушной амортизации может быть представлена в виде кривой «работы» воздуха и сил трения *abc* (фиг. VI. 17) и кривой «работы» масла [2] *adc*. Площадь *oadceo* соответствует работе упругих сил в амортизационной стойке.

Таким образом, работа внешних сил в масляно-воздушном амортизаторе затрачивается на сжатие воздуха (сила $Q_в$), на преодоление трения поршня и опорных букс штока (сила $Q_{т.\,б}$), трения уплотнительных манжет (сила $Q_{т.\,м}$), на преодоление сопротивления жидкости, проходящей под давлением через малые отверстия (сила $Q_г$).

Амортизация на обратном ходе осуществляется торможением жидкости в обратном клапане, а также трением букс и манжет. Кривые усилий на обратном ходе показаны на фиг. VI. 17 пунктиром. Заштрихованная площадь соответствует энергии, поглощенной обратной амортизацией. Площадь, заключенная между кривыми *adc*—*a'd'c'*, соответствует работе гистерезиса (работе жидкости и сил трения на прямом и обратном ходах).

Усилие предварительной затяжки Q_0 определяется выражением

$$Q_0 = k p_0 \frac{\pi d^2}{4},$$

где $k = 1{,}05 \div 1{,}20$ — коэффициент, учитывающий трение;

d — диаметр штока (если масло на прямом ходе свободно затекает в запоршневое пространство [3]) или диаметр поршня (если масло за поршень не затекает) (фиг. VI. 18,*а*, *б*).

---

[1] По «Каталогу авиаколес и тормозных устройств», изд. БНТ, 1948.

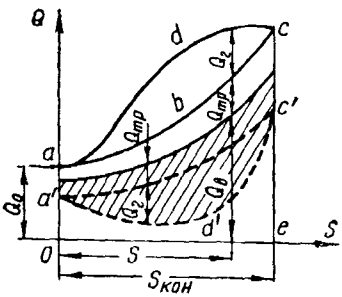
[2] Ординаты кривой сил торможения масла откладываются от кривой *abc*.

[3] Используемое в этом случае в качестве камеры обратного торможения.

Если уменьшать площадь проходных отверстий на прямом ходе, то точка *d* на диаграмме будет подниматься. Напротив, при увеличении площади отверстий кривая *adc* будет спадать. При больших проходных отверстиях гидравлического сопротивления не будет, и работа внешних сил будет затрачиваться только на сжатие воздуха и преодоление трения букс и манжет (кривая *abc*). В этом случае получается чисто воздушная амортизация.

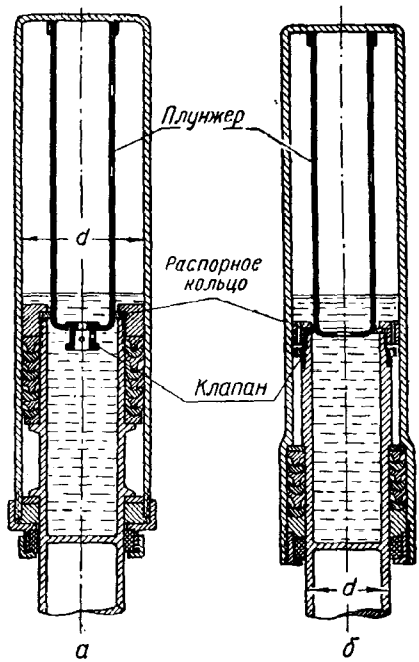
Масляно-воздушные амортизаторы дают возможность получить коэффициент полнсты диаграммы амортизатора порядка 0,8—0,85 и сравнительно небольшой ход амортизатора.

При малых колесах масляно-воздушная амортизация с существенным гидравлическим торможением на прямом ходе оказывается жесткой при движении самолета по земле. В этом случае ограничение величины перегрузки достигается, например, установкой клапана, ограничивающего величину гидравлического сопротивления.



Фиг. VI. 17. Кривые работы масляно-воздушного амортизатора.

$Q_{тр}=Q_{т.б}+Q_{т.м}$



Фиг. VI. 18. Конструкция масляно-воздушных амортизаторов.

а—воздух сжимается площадью, определяемой диаметром поршня; *б*—воздух сжимается площадью, определяемой диаметром штока.

а) Работа воздуха

Процесс сжатия — расширения воздуха может быть изотермическим (показатель политропы $\gamma=1$), адиабатическим ($\varkappa=1{,}41$) и политропическим.

Термодинамический расчет показывает, что сжатие воздуха в амортизаторе происходит настолько быстро (доли секунды), что тепло, выделяющееся при сжатии, не успевает уйти через цилиндр наружу, и процесс должен быть адиабатическим. Однако в результате распыления жидкости при обжатии в воздухе, образования гетерогенной системы с интенсивным теплообменом между воздухом и жидкостью, растворения (абсорбции) под давлением воздуха в жидкости процесс сжатия воздуха в амортизаторах получается политропическим, и средний для всего хода показатель политропы сжатия воздуха (отнесенный к исходной массе воздуха) оказывается равным $\varkappa=1{,}1—1{,}3$. В конце обжатия может быть $\varkappa<1$.

Если в масляно-воздушном амортизаторе изолировать воздух от масла, то физическая картина явления сжатия воздуха и протекания жидкости будет бо-

лее простой. Воздух будет сжиматься адиабатически с показателем $\varkappa \approx 1{,}4$; через отверстия как при первом, так и при повторных обжатиях амортизатора будет протекать жидкость с определенной вязкостью, а не пена.

Если во избежание образования пены воздух будет только отгорожен, а влияние абсорбции сохранится, то показатель политропы, видимо, будет близок к 1,3.

Из уравнения политропы $(p_0+1)v_0^{\varkappa}=(p+1)v^{\varkappa}$ получаем выражение для силы сопротивления воздуха (*кг*)

$$Q_{\text{в}}=\left[(p_0+1)\left(\frac{v_0}{v}\right)^{\varkappa}-1\right]F, \tag{26}$$

где p_0, v_0 — начальные избыточное давление (в *кг/см*²) и объем воздуха (в *см*³);
F — площадь поршня или штока (площадь, вытесняющая воздух) в *см*²;
v — текущий объем воздуха в *см*³.

В момент начала движения поршня $v=v_0$ и $Q_{\text{в.о}}=p_0F$; при последующем обжатии, ввиду больших избыточных давлений в камере и неточностей в выборе $\varkappa$, принимают

$$Q_{\text{в}}=\frac{p_0F}{\left(\frac{v}{v_0}\right)^{\varkappa}}=\frac{p_0F}{\left(1-\frac{sF}{v_0}\right)^{\varkappa}}, \tag{26а}$$

где

$$v=v_0-sF.$$

Если обозначить $\frac{v_0}{F}=s_0$ (s_0 — условная высота воздушной камеры цилиндра), то уравнение (26а) можно представить в виде

$$Q_{\text{в}}=\frac{p_0F}{\left(1-\frac{s}{s_0}\right)^{\varkappa}}. \tag{26б}$$

Избыточное давление (*кг/см*²) в камере определится по формуле

$$p=\frac{p_0+1}{\left(\frac{v}{v_0}\right)^{\varkappa}}-1\approx\frac{p_0}{\left(\frac{v}{v_0}\right)^{\varkappa}}=\frac{p_0}{\left(1-\frac{sF}{v_0}\right)^{\varkappa}}. \tag{27}$$

Считая, что трение в амортизаторе при обжатии (в процентах суммарного усилия) меняется незначительно, получим для конечного давления воздуха соотношение (n_E отнесено к $P_{\text{ст}}$)

$$p_{\text{кон}}\approx p_0\frac{n_E}{n_0}\frac{\varphi_{\text{с. кон}}}{\varphi_{\text{с. 0}}}. \tag{28}$$

Коэффициент полноты политропы $Q_{\text{в}}$ в функции s обычно близок к 0,4; в некоторых случаях (большой объем воздуха, малый ход обжатия) этот коэффициент может быть значительно выше.

При испытании амортизационных стоек «статическим» обжатием масло в работе не участвует, и ввиду медленности эксперимента процесс сжатия воздуха близок к изотермическому.

$$Q_{\text{в.стат}}=\left[(p_0+1)\frac{v_0}{v}-1\right]F\approx k_{\text{а}}p_0\frac{v_0}{v}F, \tag{26в}$$

где $k_{\text{а}}$ — поправочный коэффициент на абсорбцию ($k_{\text{а}}\approx 1$ в начале и $k_{\text{а}}<1$ в конце хода), зависящий от величины относительного обжатия, состава масла, соотношения объемов масла и воздуха, начального давления. В конце хода для

ічных величин относительных обжатий (порядка 4—5) коэффициент k_a кно ориентировочно принимать равным 0,9 при давлении p_0=20—30 *кг/см²* k_a=0,95 — при давлении порядка 50 *кг/см²*.

Чтобы избежать при динамическом обжатии чрезмерно больших усилий и давлений в камере, конечный ход поршня обычно должен быть не бо-е $0{,}8\,s_0$, т. е. относительное обжатие $\frac{v_0}{v}$ должно быть не больше 5. Конеч-е давление обычно $\leqslant 250$ *кг/см²*.

б) Трение манжет

Сила трения манжет $Q_{т.м}$ в стойке зависит от величины коэффициента ения $\mu_м$, давления в стойке и предварительной затяжки уплотнительного кета.

Предварительной затяжкой можно пренебречь, так как она обычно неве-ка (соответствует 2÷3 *кг/см²* давления) и, следовательно, снимается уже чальным давлением в камере.

Коэффициент трения $\mu_м$ зависит от материала обработки трущихся поверхностей, формы ман-ет, а также от смазочных свойств масла. Так, для ротниковых кожаных манжет в поршнях коэффи-ент трения кожи о сталь принимают равным =0,15 при нормальной смазке и $\mu_м$=0,23 при абой смазке.

С увеличением давления масла в амортизаторе эффициент трения манжет уменьшается.

Приближенно с учетом влияния внешних ман-ет для всего пакета $Q_{т.м}$ можно определить по ормуле

$$Q_{т.м}=\frac{\mu_м \pi D h_м p_0}{\left(1-\frac{sF}{v_0}\right)^x}=\frac{p_0 F_м}{\left(\frac{v}{v_0}\right)^x}\approx$$

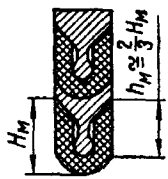
$$\approx k_{т.м} Q_{в+т.м}, \qquad (29)$$

ie $\mu_м$ — условно принимают равным 0,2 (как для кожи, так и для резины);

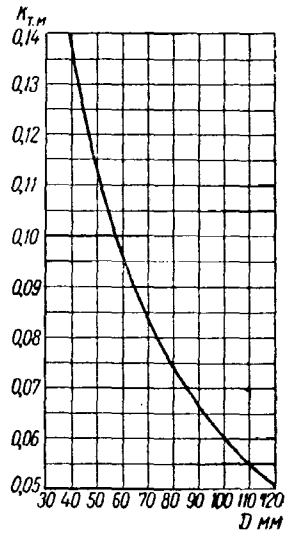
D — диаметр трущейся поверхности в *см*;

$h_м$ — рабочая высота одной манжеты в *см* (фиг. VI. 19);

$k_{т.м}$ — коэффициент, зависящий от D (см., например, фиг. VI. 20).



Фиг. VI. 19. Сечение кожаных манжет.



Фиг. VI. 20.

в) Трение в направляющих

Трение в направляющих (буксах) штока $Q_{т.б}$ зависит от нормальных (по отношению к оси стойки амортизатора) усилий в направляющих и от коэффициента трения $\mu_б$.

Эти усилия зависят в свою очередь от конструктивных особенностей амортизационной стойки и от величины внешних сил, действующих на колесо.

$Q_{т.б}$ можно представить в виде $Q_{т.б}=\psi Q$,

де Q — суммарное усилие вдоль амортизационной стойки;

ψ — некоторая функция s.

Для амортизационных стоек с рычажной подвеской колес (см. фиг. VI. 7 и 22) величиной $Q_{т.б}$ практически можно пренебречь.

Для телескопических стоек трение в буксах $Q_{т.б}$ может иметь большое значение. Для трех типов таких стоек (фиг. VI. 21) в табл. VI. 2 приведены формулы[1], по которым можно подсчитать $\psi=\psi(s)$. В той же таблице даны формулы для рычажной стойки шатунного типа (фиг. VI. 22).

Таблица VI. 2

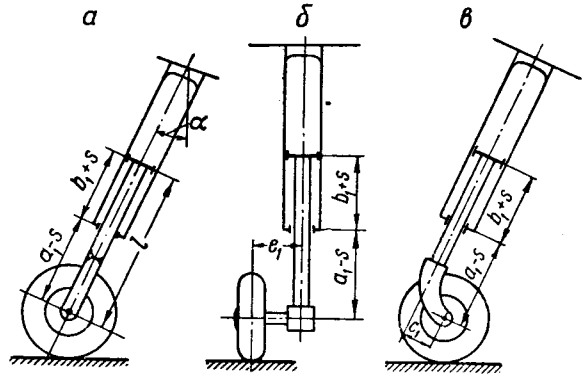
Тип стойки	$\psi(s)$
Вильчатая (фиг. VI. 21, *а*) или двухстоечная	$\mu_б \frac{2a_1+b_1-s}{b_1+s} \operatorname{tg} \alpha$
Консольная (фиг. VI. 21, *б*)	$\frac{\mu_б}{b_1+s}\left[\sqrt{(a_1+b_1)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha+e_1^2}+\sqrt{(a_1-s)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha+e_1^2}\right]$
С вынесенным назад колесом (фиг. VI. 21, *в*)	$\frac{\mu_б}{b_1+s}[(2a_1+b_1-s) \operatorname{tg} \alpha-2c_1]$
Рычажная стойка шатунного типа (фиг. VI. 22)	при $s<a_1$ $\mu_б \frac{2a_1+b_1-s}{b_1+s} \operatorname{tg} \beta$ при $s \geqslant a_1$ $\mu_б \operatorname{tg} \beta$

У телескопических стоек при $s=0$, когда ψ и $\mu_б$ (при трогании с места) имеют наибольшее значение, стойка может заклиниться. Это явление не зависит от сил, действующих на стойку, а определяется отношением $\frac{b_1}{a_1}$, величиной угла установки α и коэффициента трения μ. Заклинивания стойки не будет, если ψ в начале хода $\ll 1$.

На фиг. VI. 23 приведены кривые[2], позволяющие выбрать для вильчатой или двухстоечной конструкций телескопических стоек минимально допустимое отношение $\frac{b_1}{a_1}$ при заданном $\mu_б$ в зависимости от угла α. При построении кривых принято, что $\psi=0{,}25$ при $s=0$ и что $\frac{b_1}{a_1}=\frac{2\mu \operatorname{tg} \alpha}{\psi-\mu \operatorname{tg} \alpha}$.

[1] Зависимостью $Q_{т.б}$ от инерционных сил массы подвижных частей пренебрегаем.

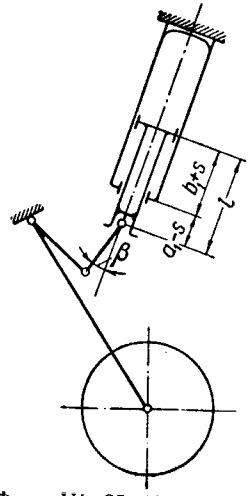
[2] См. А. А. Белоус, Труды ЦАГИ № 622, 1947.



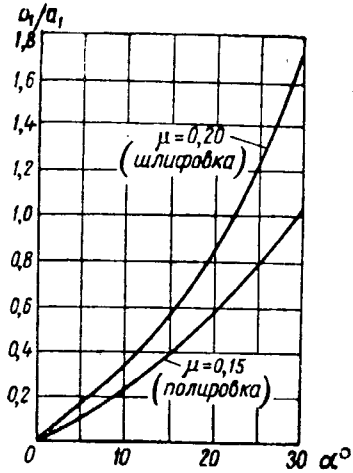
Фиг. VI. 21. К определению величины трения букс в телескопических амортизационных стойках.

а—вильчатая стойка без выноса колеса; *б*—консольная стойка (вынос колеса вбок); *в*—стойка с выносом колеса назад.

Часто принимают коэффициент $\psi=0,15$, а коэффициент трения $\mu_б=0,16$ (трение бронзы о сталь при малой смазке).



Фиг. VI. 22. К определению величины трения букс для стойки с рычажной подвеской.



Фиг. VI. 23. К определению заклинивания телескопических стоек.

г) Гидравлическое сопротивление

Силу гидравлического сопротивления $Q_г$ (в *кг*) можно выразить следующим образом:

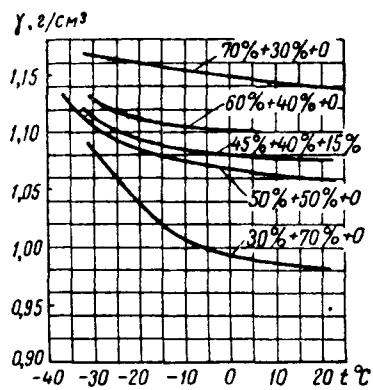
$$Q_г=\zeta\frac{\rho(F_{пл}+f)F_{пл}^2}{2f^3}\dot{s}^2\approx\zeta\frac{\rho F_{пл}^3}{2f^2}\dot{s}^2. \qquad (30)$$

Избыточное давление масла, вытесняемого плунжером, определяется по формуле

$$p_{изб} = p_м - p_в = \frac{Q_г}{F_{пл}} 10^{-4} = \zeta \frac{\rho V^2_ж}{2} 10^{-4} = \zeta \frac{\rho}{2} \left(\frac{F_{пл}}{f}\right)^2 \dot{s}^2 10^{-4},$$

где $p_м$ — давление масла в *кг/см²*;
$p_в$ — давление воздуха в *кг/см²*;
$V_ж$ — скорость струи жидкости в *м/сек* ($V_ж \cdot f = \dot{s} \cdot F_{пл}$);
$F_{пл}$ — площадь плунжера (за вычетом площади проходных отверстий) вытесняющая жидкость, в *м²*;
f — площадь проходных отверстий в *м²*;
$\dot{s}$ — скорость поршня относительно цилиндра в *м/сек*;
ζ — коэффициент гидравлического сопротивления, учитывающий потери на трение в жидкости [1];
ρ — плотность жидкости в *кг сек²/м⁴*; $\rho = \frac{\gamma}{g}$.

Жидкость, заливаемая в амортизатор, должна иметь достаточную вязкость, мало изменяющуюся в диапазоне температур ±40÷50° С, и не оказывать вредного влияния на применяемые в конструкции амортизатора материалы: сталь, дуралюмин, бронзу, кожу, резину.



Фиг. VI. 24. Удельные веса спирто-глицериновых смесей.

На фиг. VI. 24. в качестве примера приведены кривые [2] удельных весов γ для некоторых спирто-глицериновых смесей при различных температурах.

Коэффициент гидравлического сопротивления ζ зависит от формы отверстий, степени закругленности входа, отношения длины канала к площади сечения канала, вязкости жидкости, скорости движения поршня и т. д.

При расчетах амортизаторов шасси рекомендуется [3] в случае отсутствия для конкретной конструкции опытных данных принимать $\zeta = 2{,}0 \div 2{,}5$ для отверстий с острыми кромками и $\zeta \approx 1{,}2$ для отверстий с краями закругленными у входа в канал [4].

Обозначая $\zeta \frac{\rho F^3_{пл}}{2f^2}$ через σ, получим $Q_г = \sigma \dot{s}^2$.

В общем случае σ является функцией s. Если площадь проходных отверстий постоянна, то $\sigma = \text{const}$.

По статистике при передаточных числах, близких к единице, для проходных отверстий с постоянным сечением, а также для средней величины площади проходных отверстий с переменным сечением отношение $\frac{f}{F_{пл}} \approx 0{,}01 \div 0{,}02$. При площади f больше $5 \div 8\%$ $F_{пл}$ работа масла практически равна нулю. При $\varphi_c > 1$ отношение $\frac{f}{F_{пл}} < 0{,}01$.

---

[1] При работе гидротормоза энергия тратится не только на сообщение струе кинетической энергии, но и на преодоление вязкости жидкости.

[2] И. И. Эскин, Самолетные шасси с носовым колесом, Оборонгиз, 1947.

[3] А. А. Белоус, Труды ЦАГИ № 622, 1947.

[4] Раньше обычно принимали $\zeta = 1{,}7 = 1{,}3^2 = \frac{1}{0{,}77^2}$.

Следует избегать кольцевых проходных отверстий, особенно для стоек с рычажной подвеской колес, так как ввиду малости зазора (доли *мм*) не только возможный эксцентриситет иглы, но и отклонения в пределах допусков резко изменяют величину $Q_г$.

Для фиксирования величины площади проходных отверстий зазор между плунжером и стенкой колодца штока выбирают с помощью специального распорного кольца.

Среднее значение площади проходных отверстий для стоек с переменным передаточным числом приближенно можно определить по формуле[1]

$$f_{ср}=k_f s_{кон} F_{пл} \sqrt{\frac{\zeta \gamma F_{пл}}{A_г \varphi_{с\,кон}} (n_E - \bar{k}_Y)}\ ; \qquad (31)$$

$A_г$ — запроектированная работа масла в *кгм*;
$\bar{k}_Y = 0{,}25$; $k_f = 0{,}4 \div 0{,}5$;
n_E — отнесено к $P_{ред}$; γ в *кг/м*^{3}.

На обратном ходе площадь проходных отверстий (в обратном клапане) обычно составляет от 30 до 50% площади отверстий на прямом ходе.

§ 2. Проектировочный расчет масляно-воздушной амортизации

а) Исходные данные, перегрузка, зарядка амортизатора

По схеме шасси и центровке (см. фиг. VI. 4) определяется стояночная нагрузка на колесо для взлетного и посадочного весов самолета. Посадочный вес принимается в соответствии с нормами прочности, стояночное обжатие амортизации берется по проекту.

По стояночной нагрузке или нагрузке при торможении выбирается колесо заданного типа и начальное давление в нем (см. фиг. VI. 16,а, б). По кривой обжатия пневматика P в функции δ для выбранного начального давления строится кривая работы пневматика $A_{пн}$ в функции δ (см. фиг. VI. 14).

По нормам прочности определяется редуцированная масса $m_{ред}$, приходящаяся на одну ногу шасси, и величина нормированной эксплуатационной работы $A_н^э$.

Ориентировочно задается эксплуатационная перегрузка случая E: $n_E^э$. Обычно из условия лучшего использования пневматика $n_E^э$ берут близким к отношению $\frac{P_{м.\,д}}{P_{ред}}$.

Для обжатия пневматика, соответствующего выбранному $n_E^э$, по кривой обжатия определяют величину работы пневматика $A_{пн}$

Задаваясь коэффициентом полноты диаграммы амортизатора „по колесу" $\eta_{кол}$, по формуле

$$y_{1\,полн} \approx 1{,}1\, y_{1\,кон} = \frac{1{,}1\,(A_н^э - A_{пн})}{\eta_{кол}\, n_E^э P_{ред}}$$

выбирают величину полного хода амортизатора по оси колеса. Далее определяют геометрические параметры стойки; строят кинематику обжатия пере-

[1] Формула (31) выведена в предположении, что кривая P в функции s имеет горизонтальную касательную при $s = s_{кон}$. См. Труды ЦАГИ № 622, 1947.

мещения оси колеса и штока по отношению к стойке по нескольким точкам и кривую передаточных чисел[1] $\varphi_c = \frac{Q}{P}$ в функции s для рассматриваемого случая посадки, а также кривую y_1 по s перемещения оси колеса в направлении силы.

В соответствии с кинематикой обжатия амортизатора определяют передаточные числа φ_{cp}, $\varphi_{c\,кон}$ в начале и в конце хода, а также ход штока $s_{кон}$ ($s_{кон} \approx 0{,}9\, s_{полн}$). Величина коэффициента полноты диаграммы амортизатора „по стойке" $\eta_{ам}$ проверяется по формуле

$$\eta_{ам} = \frac{A^{э}_{ам}}{n^{э}_{E} P_{ред}\, \varphi_{c\,кон}\, s_{кон}}$$

или по формуле (13).

Если $\eta_{ам}$ оказывается неудовлетворительным, вносится соответствующая поправка в $\eta_{кол}$, $n^{э}_{E}$, $y_{1полн}$.

Задавшись коэффициентом предварительной затяжки амортизатора n_0 диаметром штока d $\left(\text{площадью штока } F = \frac{\pi d^2}{4}\right)$ и полагая $Q_{тр} = (0{,}1 \div 0{,}2)\, p_0 F$, определяют начальное давление воздуха в стойке по формуле[2]

$$p_0 = \frac{n_0 P_{ст} \varphi_{c0}}{(1{,}1 \div 1{,}2)\, F} \tag{32}$$

или по номограмме фиг. VI. 25.

Затяжку n_0 следует брать с учетом опыта эксплуатации аналогичных самолетов и амортизационных стоек.

Конечное давление воздуха в стойке определяют по формуле

$$p_{кон} = p_0 \frac{n^{э}_{E}}{n_0} \frac{P_{ред}}{P_{ст}} \frac{\varphi_{c\,кон}}{\varphi_{c0}}, \tag{33}$$

либо по формуле

$$p_{кон} = \frac{Q_{в\,кон}}{F} = \frac{n^{э}_{E} P_{ред}\, \varphi_{c\,кон}}{(1{,}1 \div 1{,}2)\, F}. \tag{33a}$$

Если $p_{кон}$ оказывается недопустимо высоким, то вносится соответствующая поправка в какую-либо из принятых величин.

Далее определяют начальный объем v_0 воздуха в стойке по формуле

$$v_0 = \frac{F s_{кон}}{1 - \left(\frac{p_0}{p_{кон}}\right)^{\frac{1}{\varkappa}}} \approx \frac{F s_{кон}}{1 - \left(\frac{Q_0}{Q_{кон}}\right)^{\frac{1}{\varkappa}}} \; (см^3), \tag{34}$$

где

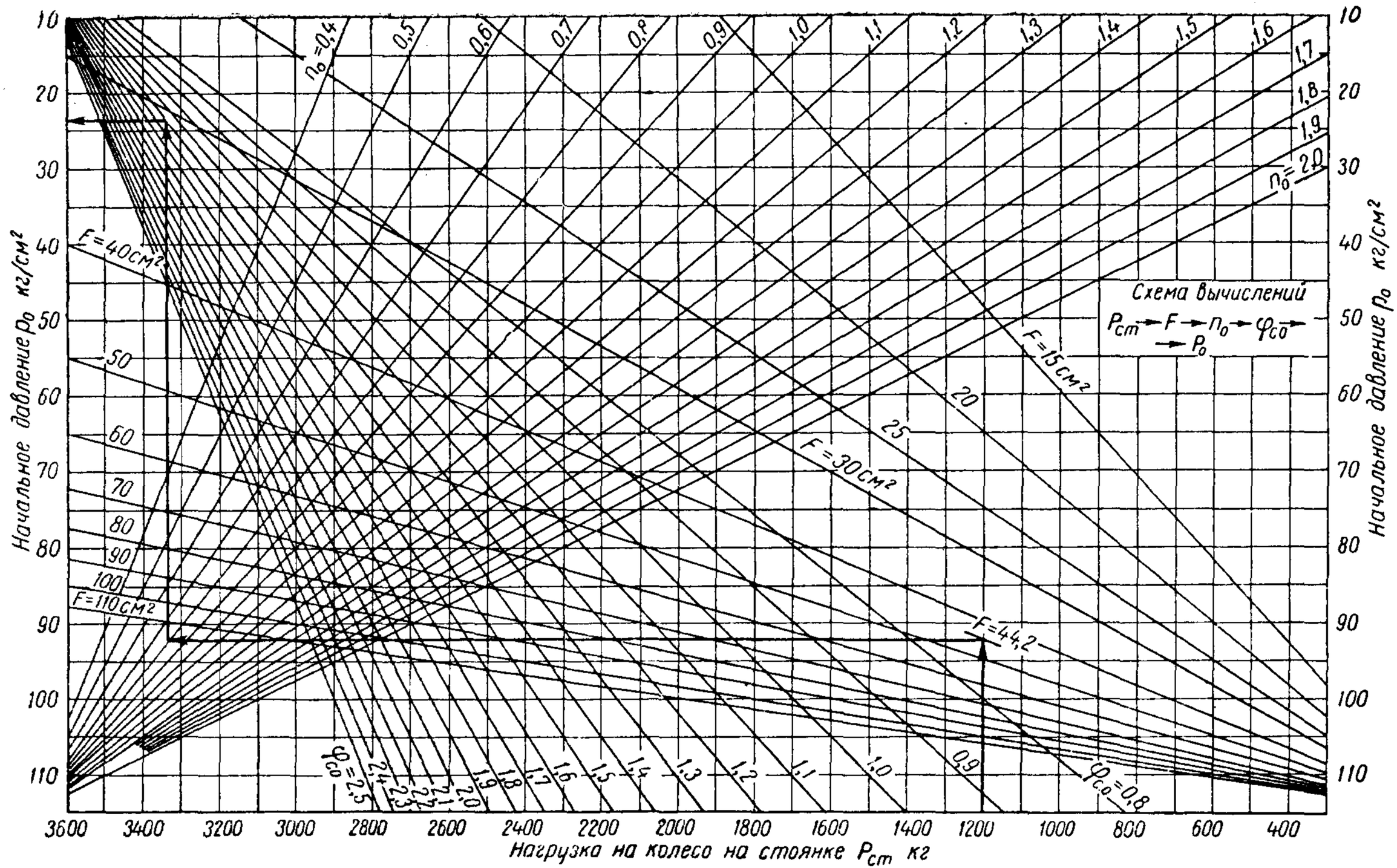
$$Q_0 = (1{,}1 \div 1{,}2)\, p_0 F; \quad Q_{кон} = (1{,}1 \div 1{,}2)\, p_{кон} F.$$

При этом можно воспользоваться вспомогательными кривыми фиг. VI. 26, на которой отношение $\frac{p_0}{p_{кон}}$ обозначено через x.

---

[1] Для стоек с переменным передаточным числом.

[2] Для телескопических стоек коэффициент в знаменателе ~1,2; для стоек с рычажной подвеской колес ~1,1.



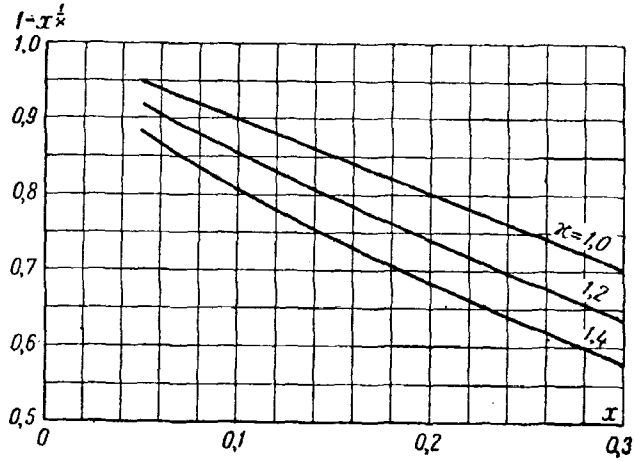
Фиг. VI. 25. Номограмма для определения начального давления воздуха в стойке.

Высота воздушной камеры определяется начальным объемом воздуха и внутренней площадью сечения цилиндра. Высота уровня масла над поршнем в необжатом положении амортизатора определяется из условия, чтобы в конце хода уровень масла был выше клапана обратного торможения.

Рассмотренные подсчеты являются первым приближением в определении параметров амортизации. На основе полученных величин делается уточненный расчет с рассмотрением ряда случаев посадки и в том числе грубой посадки, если она предусмотрена.

В последнем случае расчет ведут с использованием хода поршня полностью до упора ($s_{кон}=s_{полн}$).

Если трение букс незначительно, то потребный объем v_0 следует определять по тому случаю посадки, для которого τ_c в конце хода меньше (если нормиро-



Фиг. VI. 26.

ванная работа для рассматриваемых случаев одинакова). Для телескопических стоек с большим трением букс рекомендуется подбирать v_0 по случаю посадки с бо́льшим передаточным числом.

Дополнительно строят кривую ψ в функции s для трения букс (направляющих).

На кривой обжатия пневматика (см., например, фиг. VI. 14) P в функции δ делают засечки, соответствующие для рассматриваемого случая посадки ряду перегрузок n_E, определяют для указанных перегрузок работу пневматика $A_{пн}$ и строят соответствующую кривую $A_{пн}$ в функции n_E. Для случая грубой посадки перегрузки берут и выше полного обжатия пневматика, полагая для них $A_{пн}=A_{п.\,о}=\text{const}$.

Вычисляют поглощаемую стойкой работу $A_{ам}$ при конечном ходе $s_{кон}$ в функции n_E для нескольких значений $\eta_{ам}$. При этом коэффициенты полноты по стойке $\eta_{ам}$ выбираются с учетом ограничения их максимальной величины техническими требованиями.

Для расчета пользуются формулой

$$A_{ам}=\eta_{ам}P_{ред}n_E\tau_{c\,кон}s_{кон}. \qquad (35)$$

Значения $A_{ам}$ откладывают от кривой $A_{пн}$ (см. фиг. VI. 27) вверх; соединяя точки, получают кривые $A_{ам}+A_{пн}$ в функции n_E по параметру $\eta_{ам}$. Проведя дополнительно прямую $A_н$ (параллельную оси абсцисс n_E), выбираю

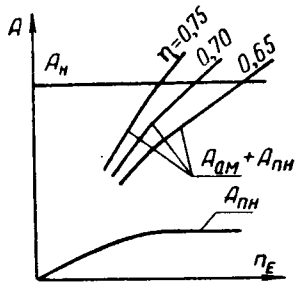
подходящую комбинацию n_E и $\eta_{ам}$ (в случае нужды интерполируя по η), для которых

$$A_{ам}+A_{пн}=A_н.$$

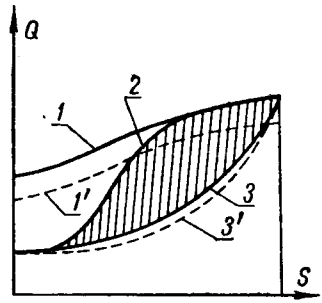
По выбранному $\eta_{ам}$ проверяют величину $\eta_{кол}$ по выражению (13) или по формуле

$$\eta_{кол}=\frac{A_{ам}}{P_{ред}n_E y_{1кон}}. \tag{36}$$

Обычно принимают $\eta_{кол}$ и $\eta_{ам}\leqslant 0{,}75$, а для тяжелых [самолетов $\leqslant 0{,}85$ учитывая данные испытаний подобных конструкций.



Фиг. VI.27. Выбор перегрузки и коэффициента полноты.



Фиг. VI.28. Построение диаграммы обжатия масляно-воздушного амортизатора. *1* и *1'*—кривые Q_{nE}; *2*—кривая Q_Σ; *3* и *3'*—кривые $Q_{в+тр}$ и $Q^*_{в+тр}$.

Конечное усилие вдоль амортизационной стойки (соответствующее усилие на оси колеса должно быть при этом максимальным) при поглощении $A_н$ равно

$$Q_{кон}=P_{кон}\varphi_{с\,кон}=P_{ред}n_E\varphi_{с\,кон}. \tag{37}$$

Конечное давление воздуха[1]

$$p_{кон}=\frac{Q_{кон}\bar{\psi}_{кон}}{F_1}=\frac{Q_{в\,кон}}{F}. \tag{37а}$$

Усилие начального сдвига

$$Q_0=\frac{p_0F_1}{\bar{\psi}_0}. \tag{38}$$

Начальный объем воздуха

$$v_0=\frac{Fs_{кон}}{1-\left[\dfrac{p_0F_1}{\bar{\psi}_{кон}Q_{кон}}\right]^{\frac{1}{\varkappa}}}, \tag{39}$$

где $F_1=F+F_м$; $F_м=0{,}2\pi Dh_м$; $\bar{\psi}=1-\psi$;
n_E отнесено к $P_{ред}$.

Для амортизаторов рычажного типа объем v_0 можно вычислять по формуле (34).

[1] См. также формулу (33).

Далее строят ограничивающую кривую *1* (см. фиг. VI. 28) по формуле $Q_{n_E}=P_{\text{ред}}\,n_E\varphi_c$, соответствующую принятому значению[1] n_E, и под ней (по Q_0 и $Q_{\text{кон}}$) от руки проводят плавную кривую $Q_\Sigma=Q_{\text{в}}+Q_{\text{тр}}+Q_{\text{г}}$ (кривая *2* на фиг. VI. 28) с таким расчетом, чтобы $\eta_{\text{ам}}$ равнялся принятому.

Затем вычисляют значения:

$Q_{\text{в}}$ по формуле (26а); $Q_{\text{т.м}}$ по формуле (29); $Q_{\text{т.б}}=\psi Q_\Sigma$ (см. табл. VI. 2);

$$Q_{\text{тр}}=Q_{\text{т.м}}+Q_{\text{т.б}};\quad Q_{\text{в+тр}}=Q_{\text{в}}+Q_{\text{тр}};$$

$$Q_{\text{г}}=Q_\Sigma-Q_{\text{в+тр}};\quad Q^*_{\text{в+тр}}=\frac{Q_{\text{в}}+Q_{\text{т.м}}}{\bar{\psi}}.$$

Вычисления следует вести по форме табл. VI. 3.

Таблица VI. 3

№ точек	s см	$\frac{F}{v_0}s$	$\frac{v}{v_0}=1-\frac{F}{v_0}s$	$\lg\frac{v}{v_0}$	$x\lg\frac{v}{v_0}$	$\left(\frac{v}{v_0}\right)^x$	$Q_{\text{в}}=\frac{p_cF}{\left(\frac{v}{v_0}\right)^x}$	$Q_{\text{т.м}}=\frac{p_0F_{\text{м}}}{\left(\frac{v}{v_0}\right)^x}$

Продолж. табл. VI. 3

№ точек	Q_Σ	ψ	$\bar{\psi}$	$Q_{\text{т.б}}=\psi Q_\Sigma$	$Q_{\text{тр}}$	$Q_{\text{в+тр}}$	$Q_{\text{г}}$	$Q_{\text{в}}+Q_{\text{т.м}}$	$Q^*_{\text{в+тр}}$

По полученным значениям строят кривые $Q_{\text{в+тр}}$ (кривая *3* на фиг. VI. 28) и $Q^*_{\text{в+тр}}$ (кривая *3'*).

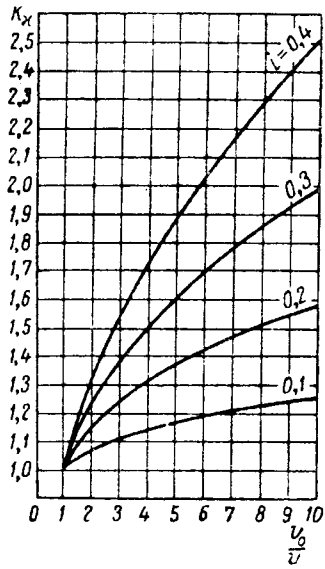
Если v_0 подсчитан для грубой посадки и желательно оценить перегрузку и коэффициент полноты при поглощении нормированной эксплуатационной работы в том же случае посадки (т. е. для того же $P_{\text{ред}}$), то по кривой $Q^*_{\text{в+тр}}$ и формуле $n_E=\frac{Q^*_{\text{в+тр}}}{\varphi_c P_{\text{ред}}}$ находят зависимость n_E от s и строят соответствующую кривую. По формуле (35) определяют величину поглощенной стойкой работы при различных $\eta_{\text{ам}}$ и при n_E и s, связанных полученной зависимостью; φ_c берется в соответствии с s.

При выборе $\eta_{\text{ам}}$ полезно для контроля построить на фиг. VI. 28 для рассматриваемых значений n_E дополнительные ограничивающие кривые *1'*.

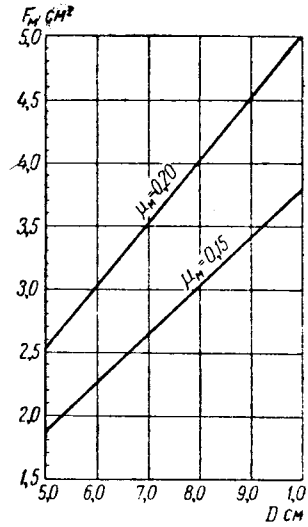
[1] В случае $\varphi_c=\text{const}$ эта кривая будет, очевидно, прямой, параллельной оси абсцисс.

Затем по заданному значению $A_н^э$ выбирают подходящую комбинацию $\eta_{ам}$ и n_E, используя построения фиг. VI. 27. По выбранному $n_E^э$ фиксируется ход, при котором поглощается $A_н^э$.

Расчет на другой случай посадки ведут аналогичным образом при выбранном v_0 (кривая $Q_в$ остается неизменной), но при других φ_c и $P_{ред}$.



Фиг. VI. 29.



Фиг. VI. 30. Определение $F_м$ по диаметру штока и коэффициенту трения $\mu_м$ манжет.

Правильность зарядки масляно-воздушного амортизатора проверяют «статическим» обжатием амортизатора.

Для определения конечного усилия при статическом обжатии стойки (силой вдоль амортизатора) следует пользоваться формулой

$$Q_{кон.\ стат}=k_а\frac{p_0F_1}{\left(\frac{v}{v_0}\right)^{x=1}_{s_{кон}}}, \tag{40}$$

где $k_а$ — коэффициент, учитывающий абсорбцию,
или формулой

$$Q_{кон.\ стат}=k_а\frac{(Q_в+Q_{т.м})_{кон.\ дин}}{k_x}, \tag{40а}$$

где

$$k_x=\left(\frac{v_0}{v}\right)^x:\left(\frac{v_0}{v}\right)=\left(\frac{v_0}{v}\right)^i.$$

k_x берется по фиг. VI. 29. Так, например, если для динамического обжатия принять $x=1,2$, то k_x надо брать для $i=0,2$. Для определения формы кривой обжатия воздуха „по колесу" следует построить кривую $P_{в+тр.\ стат}$ в функции y_1.

Полезно также иметь (например, при определении стояночной усадки для различных вариантов загрузки самолета) диаграмму статического обжатия амортизационной стойки по колесу в функции s на прямом и обратном ходах.

Соответствующие кривые строят по формуле

$$P^{*}_{\text{в+тр. стат}} = \frac{p_0 (F \pm F_{\text{м}})}{\frac{v}{v_0} (1 \pm \psi)\, \varphi_{\text{с}}}. \tag{41}$$

Рекомендуется также построить по формуле (39) кривую v_0 в функции p_0 (при одном и том же $Q_{\text{кон}}$) и несколько кривых $Q_{\text{кон. стат}}$ в функции v_0 по параметру p_0 для возможных вариантов зарядки [см. формулу (40)].

Коэффициентом $k_{\varkappa}$ (фиг. VI. 29) можно воспользоваться при построении кривой $Q_{\text{дин}}$, взяв за исходное статическое обжатие ($\varkappa = 1$).

На фиг. VI. 30, 31 и 32 приведены номограммы [1], позволяющие достаточно точно определить начальный объем воздуха v_0 и усилие по стойке $Q^{*}_{\text{в+тр}}$.

б) Выбор проходных отверстий для гидросмеси

Величину площади постоянных проходных отверстий или среднее значение переменной площади проходных отверстий, создающих гидравлическое сопротивление, подсчитывают по приближенной формуле (31).

Работа масла $A_{\text{г}}$ определяется графическим интегрированием кривой $Q_{\text{г}}(s)$ (на фиг. VI. 28 площадь, соответствующая $A_{\text{г}}$, заштрихована).

Изменение площади проходных отверстий по ходу поршня приближенно можно задать, полагая $f \cdot \varphi_{\text{с}} = \text{const}$, или определить следующим образом.

Заданную кривую динамического обжатия по стойке[2] $Q_{\Sigma}(s)$ (кривая *2* на фиг. VI. 28) пересчитывают на силу на оси колеса. Получают кривую $P_{\Sigma}(s)$. Имея кривую $P_{\text{пн}}(y_{\text{к}})$, полагая[3] $P_{\text{пн}} = P_{\Sigma} = P$ и исключая P, получают кривую $y_{\text{к}}(s)$. Далее, используя зависимость $y_{\text{к}}(s)$, кривую $A_{\text{пн}}(y_{\text{к}})$ перестраивают на кривую $A_{\text{пн}}(s)$. Графическим интегрированием кривой $Q_{\Sigma}(s)$ находят $A_{\text{ам}}(s)$ и строят соответствующую кривую.

Подсчитать $A_{\text{пн}}(s)$ и $A_{\text{ам}}(s)$ можно по формулам:

$$\left.\begin{aligned} A_{\text{пн},\, i} &= A_{\text{пн},\, i-1} + \frac{\Delta y_{\text{к},i}}{2} (P_{i-1} + P_i), \\ A_{\text{ам},\, i} &= A_{\text{ам},\, i-1} + \frac{\Delta s_i}{2} (Q_{i-1} + Q_i), \end{aligned}\right\} \tag{42}$$

где

$$\Delta y_{\text{к},\, i} = y_{\text{к},i}(s_i) - y_{\text{к},\, i-1}(s_{i-1});$$

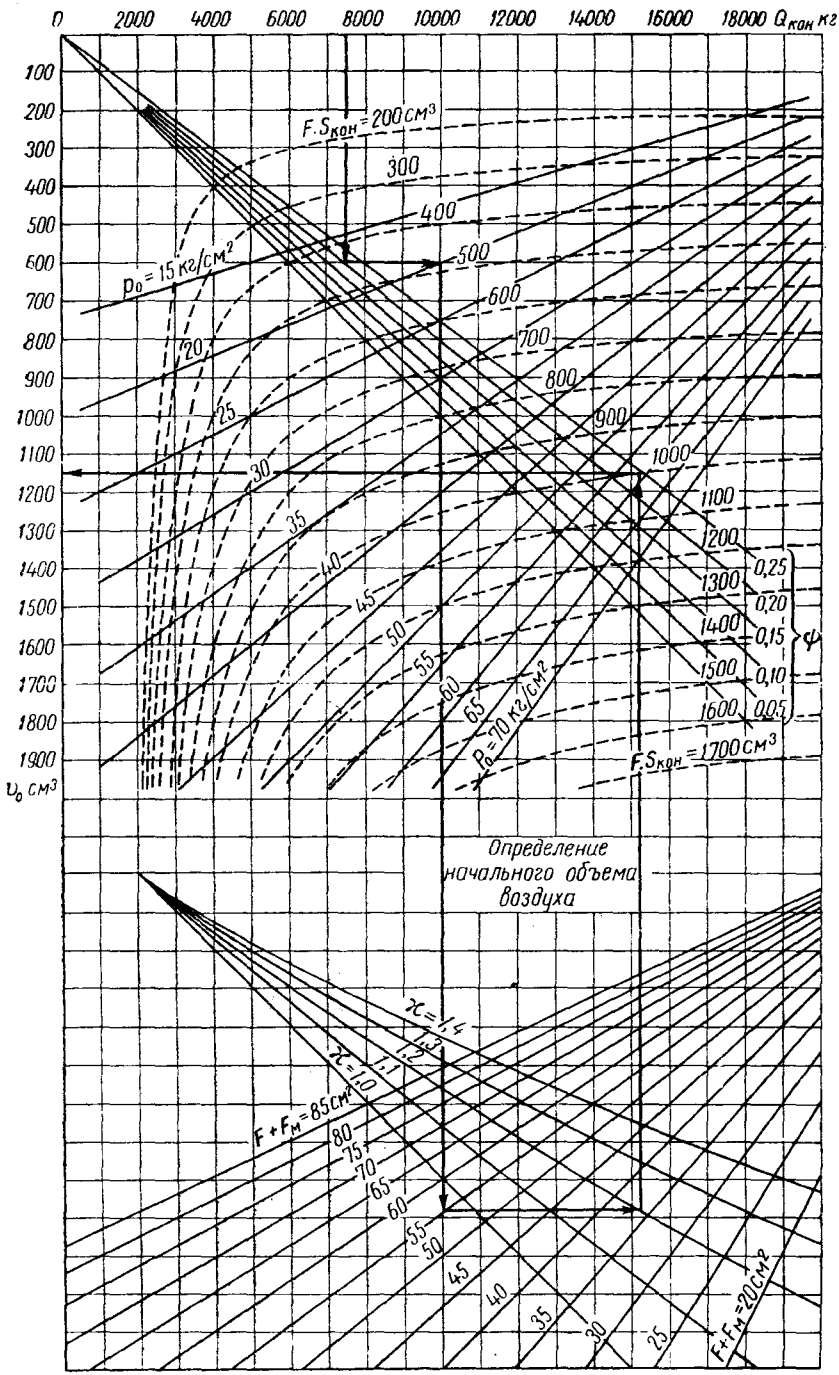
$$\Delta s_i = s_i - s_{i-1}.$$

---

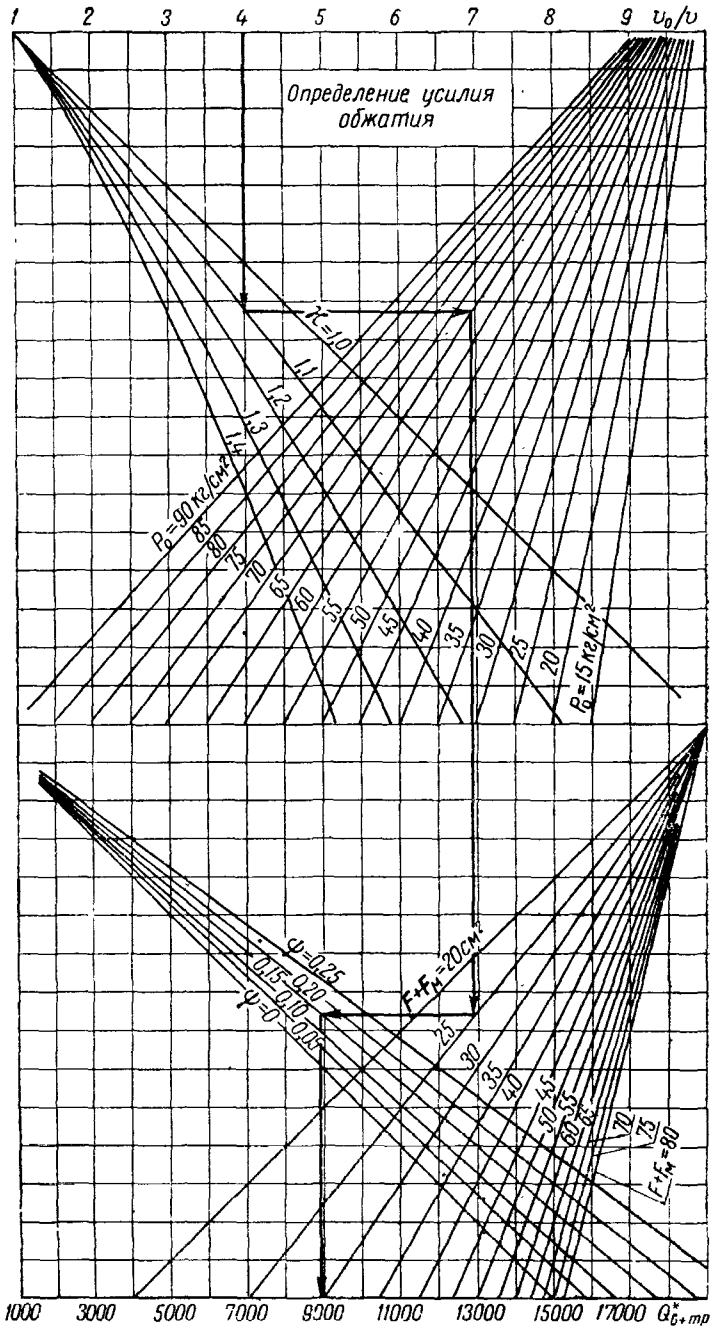
[1] Номограммы составлены инж. Н. Н. Круминым.

[2] Скобками обозначена функциональная зависимость: $f(s)$ означает f в функции s; $Q(s)$ означает Q в функции s и т. д.

[3] Заметим, что влияние массы $m_{\text{з}}$ сказывается особенно сильно в случае относительно небольшого $Q_{\text{г}}$.



Фиг. VI. 31. Номограмма для определения начального объема воздуха.



Фиг. VI 32. Номограмма для определения усилий $Q_{в+тр}$ по стойке.

Затем определяют квадрат скорости опускания ц. т. массы m в функции s по формуле

$$\dot{y}_c^2(s) = V_0^2 + 2\bar{k}_T g y_c(s) - \frac{2}{m_{\text{ред}}}\left[A_{\text{пн}}(s) + A_{\text{ам}}(s)\right], \tag{43}$$

где V_0 — вертикальная скорость в момент касания пневматиками земли [определяется по формуле (5)];

$y_c(s)$ — по формуле (9) или (11).

Вычислив скорость $\dot{y}_c(s)$, определяют скорость поршня $\dot{s}(s)$ по формуле[1]

$$\dot{s}(s) = \frac{\dot{y}_c(s)}{y_c'(s)}, \tag{44}$$

где $y_c'(s) = y_{\text{к}}'(s) + \varphi_c(s)$.

Производная $y_{\text{к}}'(s)$ определяется либо графически по кривой[2] $y_{\text{к}}(s)$, либо аналитически, если указанную кривую представить в виде функции (s).

Так, например, кривую $y_{\text{к}}(s)$ можно по участкам аппроксимировать выражением[3]

$$y_{\text{к}}(\xi) = y_{\text{к},0} + (y_{\text{к max}} - y_{\text{к},0})\, Y_n(\xi), \tag{45}$$

где $y_{\text{к},0}$ — обжатие пневматика, соответствующее $s=0$ и Q_0;

$y_{\text{к max}}$ — максимальное обжатие пневматика;

$s_{\text{кон}}$ — конечное значение хода поршня;

$$\xi = \frac{s}{s_{\text{кон}}}.$$

Вид кривых $y_{\text{к}}(s)$ показан на фиг. VI. 33.

Производная выражения (45) по s будет

$$y_{\text{к}}'(\xi) = \frac{y_{\text{к max}} - y_{\text{к},0}}{s_{\text{кон}}}\, Y_n'(\xi). \tag{46}$$

Числовые значения функций $Y_{\text{п}}(\xi)$ и $Y_{\text{п}}'(\xi)$ приведены в табл. VI. 4 и 5; вид кривых — на фиг. VI. 34.

Зная $\dot{s}$ из формулы (30) гидравлического сопротивления, определяют $f(s)$ (для $s \neq 0$ и $s_{\text{кон}}$)[4]:

$$f(s) = \frac{\dot{s}}{\sqrt{Q_{\text{г}}}}\sqrt{\frac{\zeta\rho F_{\text{пл}}^3}{2}}. \tag{47}$$

Величину постоянных проходных отверстий можно также принять по среднему значению выражения (47).

Расчет следует вести в таблицах. Характерный вид кривых показан на фиг. VI. 36.

Правильность выбора $\eta_{\text{ам}}$, f и $n_E^{\text{э}}$ проверяется динамическим испытанием ног шасси на копре.

---

[1] Точкой обозначена производная по времени t, штрихом — производная по перемещению s.

[2] Кривую $y_{\text{к}}(s)$ следует построить в большом масштабе.

[3] Для $y_{\text{к}} = \delta \leqslant \delta_{\text{п.о}}$.

[4] Для значений $s=0$ и $s_{\text{кон}}$, для которых формула дает неопределенность, величина f определяется экстраполяцией.

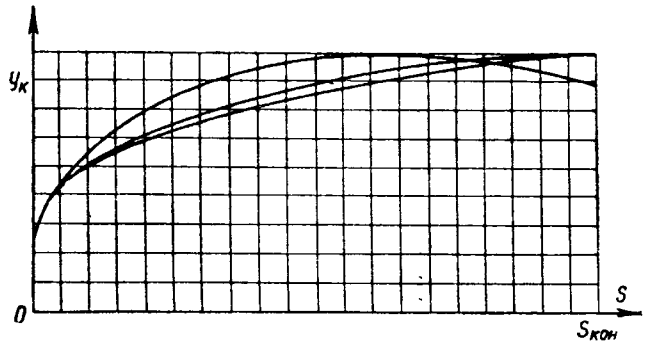
Таблица VI. 4

ξ	$n=0$		$n=0,3$		$n=0,6$		$n=1$		$n=2$		$n=5$		$n=\infty$	
	$Y_n(\xi)$	$Y'_n(\xi)$	$Y_n(\xi)$	$Y'_n(\xi)$	$Y_n(\xi)$	$Y'_n(\xi)$	$Y_n(\xi)$	$Y'_n(\xi)$	$Y_n(\xi)$	$Y'_n(\xi)$	$Y_n(\xi)$	$Y'_n(\xi)$	$Y_n(\xi)$	$Y'_n(\xi)$
0	0	∞	0	∞	0	∞	0		0	∞	0	∞	0	∞
0,025	0,2065	4,8399	0,1786	4,2492	0,1611	3,8800	0,1460	3,5600	0,1258	3,1333	0,1057	2,7066	0,0855	2,2800
0,050	0,3074	3,4289	0,2678	3,0552	0,2430	2,8217	0,2216	2,6192	0,1930	2,3494	0,1644	2,0795	0,1358	1,8096
0,075	0,3835	2,7425	0,3260	2,4744	0,3064	2,3069	0,2807	2,1616	0,2464	1,9680	0,2126	1,7744	0,1778	1,5808
0,100	0,4463	2,3089	0,3920	2,1075	0,3597	1,9816	0,3309	1,8726	0,2924	1,7271	0,2539	1,5817	0,2154	1,4363
0,15	0,5550	1,7641	0,4927	1,6465	0,4538	1,5731	0,4200	1,5094	0,3750	1,4244	0,3300	1,3396	0,2823	1,2547
0,20	0,6260	1,4200	0,5605	1,3553	0,5195	1,3150	0,4840	1,2800	0,4367	1,2333	0,3893	1,1866	0,3420	1,1400
0,25	0,6906	1,1748	0,6228	1,1479	0,5804	1,1311	0,5437	1,1166	0,4948	1,0971	0,4458	1,0777	0,3968	1,0583
0,30	0,7444	0,9876	0,6760	0,9895	0,6333	0,9907	0,5963	0,9918	0,5469	0,9931	0,4975	0,9945	0,4481	0,9959
0,35	0,7899	0,8380	0,7222	0,8629	0,6799	0,8785	0,6433	0,8910	0,5944	0,9100	0,5455	0,9178	0,4966	0,9460
0,40	0,8286	0,7144	0,7627	0,7584	0,7215	0,7858	0,6858	0,8096	0,6381	0,8414	0,5905	0,8731	0,5429	0,9048
0,45	0,8617	0,6099	0,7984	0,6699	0,7588	0,7074	0,7244	0,7399	0,6787	0,7833	0,6380	0,8266	0,5872	0,8700
0,50	0,8899	0,5198	0,8299	0,5837	0,7924	0,6399	0,7599	0,6688	0,7166	0,7332	0,6733	0,7866	0,6300	0,8400
0,55	0,9139	0,4410	0,8579	0,5270	0,8229	0,5808	0,7926	0,6274	0,7520	0,6895	0,7117	0,7516	0,6713	0,8137
0,60	0,9314	0,3713	0,8827	0,4680	0,8506	0,5284	0,8228	0,5808	0,7856	0,6507	0,7485	0,7206	0,7114	0,7904
0,65	0,9511	0,3088	0,9048	0,4152	0,8758	0,4816	0,8507	0,5392	0,8173	0,6160	0,7838	0,6928	0,7504	0,7696
0,70	0,9651	0,2525	0,9243	0,3675	0,8988	0,4394	0,8767	0,5017	0,8473	0,5847	0,8178	0,6678	0,7884	0,7508
0,75	0,9764	0,2013	0,9416	0,3242	0,9198	0,4010	0,9000	0,4675	0,8758	0,5563	0,8506	0,6450	0,8255	0,7338

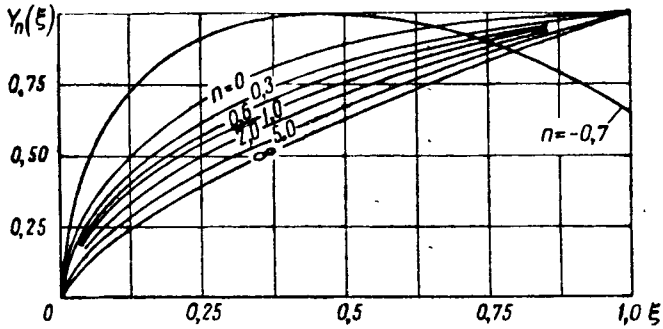
0,80	0,9853	0,1544	0,9568	0,2845	0,9390	0,3658	0,9235	0,4363	0,9018	0,5302	0,8824	0,6242	0,8618	0,7181
0,85	0,9920	0,1113	0,9691	0,2480	0,9565	0,3335	0,9446	0,4075	0,9289	0,5063	0,9131	0,6050	0,8973	0,7038
0,90	0,9965	0,0715	0,9817	0,2143	0,9724	0,3036	0,9643	0,3810	0,9536	0,4842	0,9439	0,5873	0,9322	0,6905
0,95	0,9991	0,0345	0,9916	0,1830	0,9868	0,2759	0,9828	0,3563	0,9762	0,4636	0,9718	0,5709	0,9664	0,6782
1,00	1,0000	0,00000	1,0000	0,1538	1,0000	0,2500	1,0000	0,3333	1,0000	0,4444	1,0000	0,5556	1,0000	0,6667

Таблица VI.5

ξ	$n=-0,1$		$n=-0,2$		$n=-0,3$		$n=-0,4$		$n=-0,5$		$n=-0,6$		$n=-0,7$	
	$Y_n(\xi)$	$Y'_n(\xi)$	$Y_n(\xi)$	$Y'_n(\xi)$	$Y_n(\xi)$	$Y'_n(\xi)$	$Y(\xi)$	$Y'_n(\xi)$	$Y_n(\xi)$	$Y'_n(\xi)$	$Y_n(\xi)$	$Y'_n(\xi)$	$Y_n(\xi)$	$Y'_n(\xi)$
0	0	∞	0	∞	0	∞	0	∞	0	∞	0	∞	0	∞
0,025	0,2191	5,1058	0,2329	5,3918	0,2482	5,7004	0,2647	6,0340	0,2830	6,3935	0,3031	6,7811	0,3254	7,1989
0,05	0,3250	3,5957	0,3444	3,7720	0,3655	3,9583	0,3885	4,1553	0,4135	4,3616	0,4409	4,5763	0,4708	4,7982
0,10	0,4703	2,3971	0,4959	2,4863	0,5235	2,5756	0,5533	2,6642	0,5851	2,7488	0,6193	2,8263	0,6558	2,8927
0,20	0,6545	1,4459	0,6857	1,4659	0,7179	1,4782	0,7575	1,4808	0,7862	1,4688	0,8218	1,4374	0,8579	1,3804
0,30	0,7746	0,9832	0,8053	0,9695	0,8366	0,9445	0,8682	0,9052	0,8992	0,8462	0,9288	0,7619	0,9559	0,6448
0,40	0,8574	0,6908	0,8856	0,6559	0,9131	0,6072	0,9394	0,5414	0,9629	0,4527	0,9823	0,3350	0,9956	0,1800
0 50	0,9155	0,4826	0,9358	0,4326	0,9612	0,3670	0,9799	0,2824	0,9934	0,1726	0,9998	0,0310	0,9962	−0,1511
0,60	0,9555	0,3236	0,9738	0,2620	0,9884	0,1836	0,9978	0,0846	0,9995	−0,0414	0,9908	−0,2012	0,9679	−0,4039
0,70	0,9813	0,1965	0,9929	0,1257	0,9992	0,0369	0,9982	−0,0735	0,9866	−0,2124	0,9611	−0,3868	0,9171	−0,6059
0,80	0,9955	0,0916	0,9997	0,0131	0,9967	−0,0842	0,9841	−0,2041	0,9581	−0,3536	0,9146	−0,5400	0,8480	−0,7729
0,90	1,0001	0,0028	0,9961	−0,0821	0,9830	−0,1866	0,9580	−0,3145	0,9166	−0,4731	0,8539	−0,6696	0,7598	−0,9139
1,00	0,9965	−0,0737	0,9837	−0,1642	0,9598	−0,2748	0,9217	−0,4097	0,8640	−0,5760	0,7812	−0,7813	0,6658	−1,0355



Фиг. VI. 33.



Фиг. VI. 34.

§ 3. Поверочный расчет масляно-воздушной амортизации

1. Прямой ход

Принимается, что с момента касания пневматиками земли система двух масс m и m_* ($m_{ред}=m+m_*$) движется только поступательно. Центр тяжести массы m расположен над осью колеса на линии действия внешней силы. Учитываются только вертикальные внешние нагрузки на колесо.

Ц. т. массы m обозначим буквой c. Ц. т. массы m_* подвижных частей амортизации (полагаем его расположенным на оси колеса) обозначим k.

Оси координат x, y, z свяжем с землей и оси x_1, y_1, z_1 свяжем с самолетом (см. фиг. VI. 5).

Обозначим текущие координаты точки c и точки k, характеризующие перемещения этих точек относительно земли, соответственно x_c, y_c и $x_к$, $y_к$. Отсчет координат x_c, y_c и $x_к$, $y_к$ ведется от положения, которое система занимала в момент касания пневматиками земли.

Очевидно, $y_к$ равно δ, т. е. обжатию пневматика. Передаточные числа для вертикальных усилий на оси колеса обозначим $\varphi_{св}$, для горизонтальных (в нашем случае—только для сил инерции) — $\varphi_{сг}$.

Расчет масляно-воздушной амортизации сводится к решению системы дифференциальных уравнений:

$$P-\overline{k}_Y m_{ред} g+m\ddot{y}_c+m_*\ddot{y}_к=0, \tag{48}$$

$$m\ddot{x}_c+m_*\ddot{x}_к=0, \tag{49}$$

$$P\varphi_{св}-m_* g\varphi_{св}+m_* y_к\varphi_{св}+m_*\ddot{x}_к\varphi_{сг}-Q=0, \tag{50}$$

где

$$=\frac{Q_{\text{в}}+Q_{\text{тм}}+Q_{\text{г}}}{1-\psi}=\frac{Q_1+\sigma\dot{s}^2}{\bar{\psi}};$$

$$Q_1=Q_{\text{в}}+Q_{\text{тм}}.$$

В эти уравнения входят четыре текущие координаты x_c, y_c, $x_{\text{к}}$ и $y_{\text{к}}$, определяющие движение масс m и m_* (в точках c и k). Так как перемещения масс связаны между собой, то независимыми являются только три координаты.

Уравнения (48)—(50) после преобразований можно представить в виде:

$$\ddot{y}_k=\frac{1}{m_*}[\Phi Q_1-\Phi_1 P+(\Phi\sigma+\Phi_2)\dot{s}^2]+\Phi_3; \tag{51}$$

$$\ddot{s}=\frac{1}{m_*}[-\Psi Q_1+\Psi_1 P-(\Psi\sigma+\Psi_2)\dot{s}^2]-\Psi_3, \tag{52}$$

где

$$\Phi=\frac{\varphi_{\text{св}}}{\bar{\psi}\varphi_1};\quad \Phi_1=\frac{m_*\varphi_1+m\varphi_{\text{св}}^2}{m_{\text{ред}}\varphi_1};$$

$$\Phi_2=\frac{mm_*}{m_{\text{ред}}}\varphi_{\text{св}}\left(\frac{\varphi_1'}{2\varphi_1}-\frac{\varphi_{\text{св}}'}{\varphi_{\text{св}}}\right);$$

$$\Phi_3=g\,\frac{\varphi_{\text{св}}^2+\bar{k}_Y\varphi_{\text{сг}}^2}{\varphi_1};$$

$$\Psi=\frac{m_{\text{ред}}}{m\varphi_1\bar{\psi}};\quad \Psi_1=\frac{\varphi_{\text{св}}}{\varphi_1};$$

$$\Psi_2=\frac{m_*\varphi_1'}{2\varphi_1};\quad \Psi_3=\frac{k_Y m_{\text{ред}}g}{m\varphi_1}\varphi_{\text{св}};$$

$$\varphi_1=\varphi_{\text{св}}^2+\varphi_{\text{сг}}^2;\quad \varphi_1'=2(\varphi_{\text{св}}\varphi_{\text{св}}'+\varphi_{\text{сг}}\varphi_{\text{с}}');$$

$\varphi_{\text{св}}$, $\varphi_{\text{сг}}$, φ_1 и $\bar{\psi}$ — функции s. Их надо заранее определить в нескольких точках по кинематике обжатия шасси и представить в виде кривых. В частном случае эти функции могут быть постоянными. По этим кривым можно графически (или аналитически, если кривые апроксимируются какой-либо функцией) определить необходимые производные [1].

Работу стойки на прямом ходе можно разделить на два основных этапа.

Первый этап характеризуется обжатием одного пневматика, когда усилие вдоль амортизационной стойки еще не превзошло величины усилия начального сдвига Q_0.

---

[1] В уравнениях (51), (52) не учитывается зависимость $Q_{\text{т.б}}$ от $\ddot{s}$ (от инерционных сил массы m_*), т. е. предполагается, что суммарное усилие вдоль стойки Q является функцией только s и $\dot{s}$. Это допустимо, в особенности если учесть некоторые неточности при выборе μ и $\varkappa$ и принятые упрощения (не учитываются лобовые силы, силы раскрутки и др.). Для рычажной стойки, в частности, можно пренебречь силами трения букс.

Второй этап, характеризуемый одновременным обжатием и пневматика и стойки, начинается с момента, когда усилие вдоль стойки становится равным Q_0, и кончается поглощением $A_н$.

Решение дифференциальных уравнений излагаем по методу А. А. Белоуса[1].

Расчет первого этапа обжатия амортизации

На первом этапе масса m и масса m_* перемещаются одинаково, т. е. y_c равно $y_к$ и x_c равно $x_к$, и задача сводится к решению дифференциального уравнения:

$$\ddot{y}_к + \frac{P}{m_{ред}} = \bar{k}_Y g, \tag{53}$$

где P — функция $y_к$ (кривая обжатия пневматика)[2].

Уравнение (49) дает $\ddot{x}_c = \ddot{x}_к = 0$. Из уравнения (50) определяется усилие Q вдоль амортизатора как в жестком стержне.

Начальные условия для интегрирования уравнения (53):

$$y_к = 0, \quad \dot{y}_к = V_0 \quad \text{при} \quad t = 0; \tag{54}$$

V_0 можно найти по формуле (5). Так как кривую P в функции $y_к$ на начальном участке (от нуля до $y_{к,0}$) можно принять за прямую $P = ky_к$, где коэффициент жесткости пневматика на этом участке $k = \frac{P_0}{y_{к,0}}$, то общий интеграл уравнения (53) будет

$$y_к = C \sin(\omega t - \varepsilon) + y_*, \tag{55}$$

где $y_* = \frac{\bar{k}_Y g}{\omega^2}$; $\omega^2 = \frac{k}{m_{ред}}$.

Постоянные C и ε определяются из начальных условий (54):

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{\omega y_*}{V_0};$$

$$C = \frac{V_0}{\omega} \sqrt{1 + \left(\frac{\omega y_*}{V_0}\right)^2} = \frac{V_0}{\omega} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varepsilon}$$

или приближенно

$$\varepsilon = \operatorname{tg} \varepsilon - \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3 \varepsilon;$$

$$C = \frac{V_0}{\omega} \left(1 + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \varepsilon\right).$$

Скорость $\dot{y}_к$ подсчитывают по формуле

$$\dot{y}_к = \omega C \cos(\omega t - \varepsilon). \tag{56}$$

[1] См. А. А. Белоус, Труды ЦАГИ № 622, 1947.

[2] Для спаренных колес соответственно кривая обжатия двух пневматиков.

Уравнение (53) можно решить и без предположения о линейной зависимости P от $y_к$. В этом случае имеем

$$\dot{y}_к = \sqrt{V_0^2 - \frac{2A_{пн}}{m_{ред}} + 2\bar{k}_Y g y_к}; \tag{57}$$

$$t = \int_0^{y_к} \frac{1}{\dot{y}_к} dy_к; \tag{58}$$

$A_{пн}$ — работа пневматика при обжатии его на величину $y_к$.

В конце первого этапа (следовательно, и в начале второго этапа) $t=t_0$, $Q=Q_0$, $P=P_0$, $y_к=y_{к,0}$,

$$Q_0 = \frac{Q_{1,0}}{\psi_0}, \tag{59}$$

$$P_0 = \frac{m_{ред}}{m} \frac{Q_0}{\varphi_{св}} + k_Y \frac{m_{ред}}{m} m_* g; \tag{60}$$

$y_{к,0}$ — определится по P из диаграммы обжатия пневматика; $\dot{y}_{к,0}$ — из формулы (57) при $y_к = y_{к,0}$.

$$t_0 \approx \frac{2y_{к,0}}{V_0 + \dot{y}_{к,0}} \tag{61}$$

или

$$t_0 \approx \frac{1}{\omega}\left[\varepsilon + \frac{y_{к,0} - y_*}{C} + \frac{1}{6}\frac{(y_0 - y_*)^3}{C^3}\right]. \tag{61а}$$

Расчет второго этапа обжатия амортизации

Предполагается, что в проектировочном расчете основные параметры амортизации (начальное давление p_0, начальный объем воздуха v_0, площадь проходных отверстий f для гидросмеси) подобраны. При повсрочном расчете с учетом массы подвижных частей объем v_0 можно уточнить, определив его из уравнения

$$Q_{1\,кон} = \frac{Q_{1,0}}{\left(1 - \frac{s_{кон}F}{v_0}\right)^{\varkappa}} = \frac{Q_{в0} + Q_{т.\,м0}}{\left(1 - \frac{s_{кон}F}{v_0}\right)^{\varkappa}}, \tag{62}$$

причем

$$Q_{1\,кон} = \frac{m}{m_{ред}} \varphi_{св\,кон} \bar{\psi}_{кон} \left(P_{кон} - k_Y \frac{m_* m_{ред}}{m} g\right) - \frac{m m_*}{m_{ред}} \varphi_{1\,кон} \bar{\psi}_{кон} \ddot{s}_{кон}; \tag{63}$$

$$\ddot{s}_{кон} = \frac{m_{ред}}{m \varphi_{св}} \left(\bar{k}_Y g - \frac{P_{кон}}{m_{ред}}\right); \tag{64}$$

$$P_{кон} = n_E P_{ред};$$

$$Q_{в0} = p_0 F; \quad Q_{т.\,м\,0} = 0{,}2\pi D h_м p_0.$$

Если положить $m_*=0$, то $m=m_{ред}$ и

$$Q_{1кон}=\varphi_{с\,в\,кон}\overline{\psi}_{кон}P_{кон}.$$

Расчет второго этапа сводится к численному интегрированию методом трапеций последовательными приближениями нелинейных дифференциальных уравнений (51) и (52).

За начало отсчета времени для второго этапа принимают момент сдвигания поршня с места. Время, отсчитываемое с момента касания пневматиками земли, будет на t_0 сек. больше; t_0 берут из расчета первого этапа работы амортизации.

Начальные условия интегрирования:

$$\left.\begin{array}{l} s=0,\ \dot{s}=0,\ \ddot{s}=0; \\ y_к=y_{к,0};\ \dot{y}_к=y_{к,0}. \end{array}\right\}\ при\ \ t=0 \qquad (65)$$

Предварительно определяют

V_0 (*м/сек*) по формуле (5)

Q_0 (*кг*) „ (59)

P_0 (*кг*) „ (60)

$y_{к,0}$ (*м*) — из диаграммы обжатия пневматика по P_0.

$\dot{y}_{к,0}$ (*м/сек*) по формуле (57) при $y_к=y_{к,0}$

t_0 (*сек*) по формуле (61).

Далее вычисляют:

$$\ddot{y}_{к,0}=\ddot{y}_{с,0}=\overline{k}_Y g-\frac{P_0}{m_{ред}}\ (м/сек^2); \qquad (66)$$

$$\dddot{s}_0=\frac{k}{m_*}\dot{y}_{к,0}\frac{\varphi_{с\,в\,0}}{\varphi_{1,0}}=\frac{k}{m_*}\psi_{1,0}\dot{y}_{к,0}\ (м/сек^3); \qquad (67)$$

$$\dddot{y}_{к,0}=-\frac{m_*\varphi_1+m\varphi^2_{с.в}}{m_*\varphi_1 m_{ред}}k\dot{y}_{к,0}=-\frac{k}{m_*}\Phi_{1,0}\dot{y}_{к,0}\ (м/сек^3); \qquad (68)$$

$$=\left(\frac{dP}{dy_к}\right)_{y_к=y_{к,0}}\approx\frac{P_0}{y_{к,0}}.$$

Участок интегрирования, т. е. время $t_{кон}$ прямого хода поршня, разбивают на ряд мелких интервалов Δt. Величину Δt следует выбирать так, чтобы обеспечить достаточную точность и быстроту сходимости приближений. Так как весь процесс обжатия длится 0,5—0,7 сек., то подходящей оказывается величина $\Delta t=0{,}01$ сек. Для увеличения точности в начальной части диаграммы (на протяжении первых 0,01—0,02 сек.), где значения ускорений $\ddot{s}$ и $\ddot{y}_к$ резко изменяются, интервал Δt берут равным 0,005 сек. или даже 0,0025 сек. В средней части хода поршня интервал интегрирования можно принимать равным 0,02 сек.

Для точки t_i необходимо знать s_i и $y_{к,i}$. В исходном (нулевом) приближении этими величинами задаются.

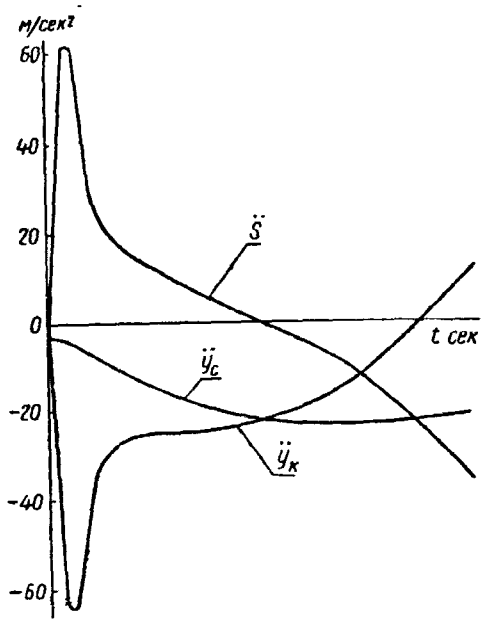
При величине интервала $\Delta t_i<0{,}01$ сек. для нулевого приближения можно принять

$$\ddot{s}_{i,0}=\ddot{s}_{i-1};\quad \ddot{y}_{к,i,0}=\ddot{y}_{к,i-1}$$

и определить $s_{i,0}$ и $y_{к,i,0}$ по формулам:

$$\left.\begin{aligned} s_{i,0} &= s_{i-1} + \dot{s}_{i-1}\Delta t_i + \frac{\ddot{s}_{i-1}\Delta t_i^2}{2}\ (м), \\ y_{к,i,0} &= y_{к,i-1} + \dot{y}_{к,i-1}\Delta t_i + \frac{\ddot{y}_{к,i-1}\Delta t_i^2}{2}\ (м). \end{aligned}\right\} \tag{69}$$

При интервале $\Delta t_i \geqslant 0{,}01$ сек. следует вычертить по вычисленным значениям кривые $\ddot{s}$ и $\ddot{y}_к$ в функции t, и исходными значениями $\ddot{s}_{i,0}$ и $\ddot{y}_{к,i,0}$ для точки t_i задаваться по ориентировочным продолжениям этих кривых.



Фиг. VI. 35.

Задавшись, таким образом, исходными значениями $\ddot{s}_{i,0}$ и $\ddot{y}_{i,0}$, вычисляют $s_{i,0}$ и $y_{i,0}$ по формулам:

$$s_{i,0} = s_{i-1} + \dot{s}_{i-1}\Delta t_i + \frac{2\ddot{s}_{i-1} + \ddot{s}_{i,0}}{6}\Delta t_i^2 \tag{70}$$

$$y_{к,i,0} = y_{к,i} + \dot{y}_{к,i-1}\Delta t_i + \frac{2\ddot{y}_{к,i-1} + \ddot{y}_{к,i,0}}{6}\Delta t_i^2 \tag{71}$$

Примерный вид кривых $\ddot{s}$ и $\ddot{y}_к$ показан на фиг. VI. 35.

Для первой точки t_1 исходные приближения величин s_1 $y_{к,1}$ определяют по формулам

$$\left.\begin{aligned} s_{1,0} &= \frac{\ddot{s}_{1,0}}{6}\Delta t^2 \\ y_{к,1,0} &= y_{к,0} + \dot{y}_{к,0}\Delta t + \frac{2\ddot{y}_{к,0} + y_{к,1,0}}{6}\Delta t^2, \end{aligned}\right\} \tag{72}$$

причем

$$\left.\begin{aligned} \ddot{s}_{1,0} &= \dddot{s}_0 \Delta t \\ \ddot{y}_{к,1,0} &= \ddot{y}_{к,0} + \dddot{y}_{к,0}\Delta t. \end{aligned}\right\} \tag{73}$$

Далее для значений $s_{i,0}$, $y_{к,i,0}$ вычисляют

$$Q_{1,i,0} = -\frac{p_0 F_1}{\left(1 - \frac{s_{i,0}}{v_0}\right)^{\varkappa}}; \tag{74}$$

$$P_{i,0} = k_1 y_{к,i,0} + k_2 y^2_{к,i,0}; \tag{75}$$

k_1 и k_2 [см. формулу (20)].

$$\dot{S}_i = \dot{s}_{i-1} + \frac{\ddot{s}_{i-1}\Delta t_i}{2}; \tag{76}$$ [1]

$$B_{i,0} = \Psi_{i,0}\sigma_{i,0} + \Psi_{2,i,0}; \tag{77}$$

$$E_{i,0} = \Psi_{i,0}Q_{1,i,0} - \Psi_{1,i,0}P_{i,0} + \Psi_{3,i,0}m_*; \tag{78}$$

$$p_{i,0} = \dot{S}_i + \frac{m_*}{\Delta t_i B_{i,0}}; \tag{79}$$

$$q_{i,0} = \dot{S}_i^2 + \frac{E_{i,0}}{B_{i,0}}. \tag{80}$$

Затем вычисляют первые приближения величин $\ddot{s}_i$, $\dot{s}_i$ и $\ddot{y}_{к,i}$ по формулам

$$\ddot{s}_{i,1} = \frac{2}{\Delta t_i}\left(-p_{i,0} + \sqrt{p^2_{i,0} - q_{i,0}}\right) \tag{81}$$

$$\dot{s}_{i,1} = \dot{S}_i + \frac{\ddot{s}_{i,1}}{2}\Delta t_i \tag{82}$$

$$\ddot{y}_{к,i,1} = \bar{k}_y g - \frac{P_{i,0}}{m_{ред}} - \frac{m}{m_{ред}}\left(\varphi'_{с.в}\dot{s}^2_{i,1} + \varphi_{с.в}\ddot{s}_{i,1}\right) \tag{83}$$

Для определения $\ddot{y}_{к,i,1}$ можно также воспользоваться уравнением (51).

---

[1] Для первой точки $\dot{S}_1 = 0$.

Если первые приближения величин $\ddot{s}_i$ и $\ddot{y}_{к,i}$ значительно расходятся с исходными значениями $\ddot{s}_{i,0}$ и $\ddot{y}_{к,i,0}$, то следует вычислить вторые приближения $\ddot{s}_{i,2}$ и $\ddot{y}_{i,2}$. Для этого за исходные значения берут величины $\ddot{s}_{i,1}$ и $\ddot{y}_{к,i,1}$, для которых по формулам (70), (71) вычисляют $s_{i,1}$ и $y_{к,i,1}$. Затем для значений $s_{i,1}$ и $y_{к,i,1}$ определяют $Q_{1,i,1}$, $P_{i,1}$, $B_{i,1}$ и т. д. по формулам (74)—(83). Для момента времени t_1 вычисления повторяются до тех пор, пока два смежных приближения для $\ddot{s}$ и $\ddot{y}_к$ (исходное и конечное) не совпадут с достаточной для расчета точностью. После этого для конечных приближений $\ddot{s}_i$ и $\ddot{y}_{к,i}$ подсчитывают окончательные значения s_i и $y_{к,i}$ по формулам (70) и (71), а также $\dot{y}_{к,i}$ по формуле[1]:

$$\dot{y}_{к,i} = \dot{y}_{к,i-1} + \frac{\ddot{y}_{к,i-1} + \ddot{y}_{к,i}}{2} \Delta t_i. \tag{84}$$

Далее подсчитывают

$$Q_i = \frac{Q_{1,i} + \sigma_i \dot{s}_i^2}{\bar{\psi}_i}. \tag{85}$$

Числитель можно вычислить либо непосредственно, либо по формуле:

$$Q_1 + \sigma \dot{s}^2 = \frac{\Psi_1 P - \Psi_2 \dot{s}^2 - m_c \Psi_3 - m_c \ddot{s}}{\Psi}; \tag{86}$$

$$y_{c,i} = y_{к,i} + s_i \varphi_{х.в\,i} \tag{87}$$

$$\dot{y}_{c,i} = \dot{y}_{к,i} + \Phi_{х.в\,i} \dot{s}_i; \tag{88}$$

$$\ddot{y}_{c,i} = \ddot{y}_{к,i} + \varphi'_{с.в\,i} \dot{s}_i^2 + \varphi_{с.в\,i} \ddot{s}_i. \tag{89}$$

Численное интегрирование дифференциальных уравнений следует вести с точностью до пяти—шести значащих цифр в таблицах в указанной последовательности, располагая значения искомых величин для последовательных приближений в строчку одно под другим. Рекомендуется построить в большом масштабе вспомогательные кривые в функции s для $\varphi_{с.в}$, $\varphi_{сг}$, φ_1, коэффициентов Φ и Ψ, σ и т. д. и использовать их при вычислениях.

Примерный вид кривых $\ddot{y}_c$, $\ddot{y}_к$, $\ddot{s}$, $\dot{y}_c$, $\dot{y}_к$, $\dot{s}$, y_c, $y_к$, s в функции t показан на фиг. VI. 35, 36 и 37.

В случае переменных площадей проходных отверстий для гидросмеси изменение площади f должно быть обязательно плавным. При наличии ступеньки в диаграмме f в функции s получится скачок силы $Q_г$, ускорений $\ddot{s}$ и $\ddot{y}_к$, а следовательно, и перегрузки n_E. Ступенчатое изменение площади f можно допустить только в самом начале и в конце хода поршня, где скорость $\dot{s}$ небольшая.

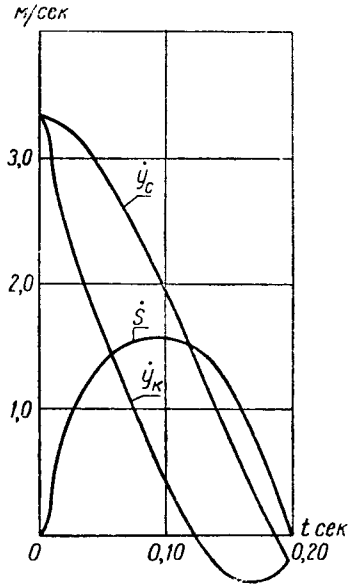
Если в процессе амортизирования пневматик обжимается на величину $\delta_{п.о}$ при $\dot{y}_{к,п.о} \neq 0$, то остаток $A_н$, не поглощенный к этому моменту, должен поглотиться амортизационной стойкой при дальнейшем ее обжатии и частично упругими деформациями конструкции колеса (покрышки и обода).

---

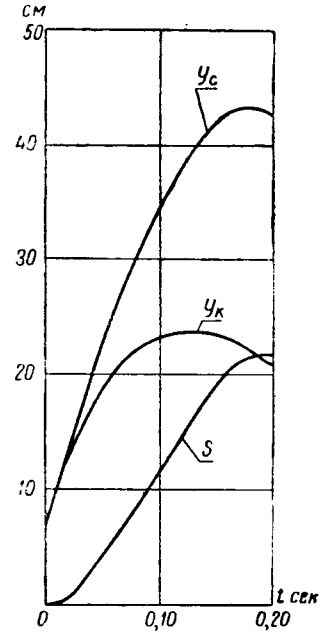
[1] Соответствующее приближение для $\dot{s}_i$ вычисляется по формуле (82).

В этом случае для определения усилия P на колесо вместо формулы (75) можно пользоваться ориентировочной формулой:

$$P = 8\frac{P_{\text{п.о}}}{\delta_{\text{п.о}}}y_{\text{к}} - 7P_{\text{п.о}}. \tag{90}$$



Фиг. VI. 36.



Фиг. VI. 37.

Удар об обод колеса будет смягчен, если в момент полного обжатия $\dot{y}_{\text{к}}=0$, хотя бы и при $\dot{s} \neq 0$. Вид кривых $y_{\text{к}}$ в функции s показан на фиг. VI. 33. $\dot{y}_{\text{к}} = 0$ при $y'_{\text{к}} = 0$.

Обжатия амортизатора до упора при $\dot{s} \neq 0$ допускать нельзя.

2. Обратный ход

Обратный ход, так же как и прямой, разбивают на этапы.

Первый этап обратного хода относится к участку c—c' диаграммы (см. фиг. VI. 17) и характеризуется разгрузкой стойки и пневматика при неподвижном штоке.

Начинается первый этап с момента, когда на прямом ходе скорость поршня $\dot{s}$ обращается в нуль, и кончается, когда усилие по стойке уменьшается до величины

$$Q_{0\,\text{об}} = \frac{Q_{\text{в}} - Q_{\text{т.м}}}{1+\psi} = \frac{p_0F_2}{(1+\psi)\left(1-\frac{s_{\text{кон}}F}{v_0}\right)^{\varkappa}}, \tag{91}$$

где $Q_в$, $Q_{т.м}$, ψ взяты для $s = s_{кон}$.

$$F_2 = F - F_м = F - \mu_м \pi D h_м. \tag{91а}$$

Так как во время первого этапа y_c равно $y_к$ и x_c равно $x_к$, то расчет сводится к интегрированию дифференциального уравнения (53) при начальных условиях $y_к = y_{к,кон}$, $\dot{y}_к = \dot{y}_{к,кон}$. Начальные условия определяются из расчета второго этапа обжатия амортизации на прямом ходе.

Интеграл уравнения (53) может быть представлен в виде

$$\dot{y}_к = -\sqrt{\dot{y}_{к,кон}^2 + \frac{2}{m_{ред}}(A_{пн,кон} - A_{пн}) - 2\bar{k}_y g (y_{к,кон} - y_к)}. \tag{92}$$

Для определения скорости обжатия пневматика $\dot{y}_{к,0,об}$, соответствующей концу первого и началу второго этапа обратного хода, найдем усилие $P_{0,об}$ обжатия пневматика по формуле (60), причем вместо Q_0 подставим $Q_{0,об}$. Зная $P_{0,об}$, по кривой обжатия пневматика или из формулы (20) или (90), определяем $y_{к,0,об}$.

Подставляя в формулу (92) $y_к = y_{к,0,об}$, получаем значение $\dot{y}_{к,0,об}$.

Ускорение найдем по формуле

$$\ddot{y}_{к,0,об} = \bar{k}_y g - \frac{P_{0,об}}{m_{ред}}. \tag{93}$$

Момент времени $t_{0,об}$, в который начнется обратный ход поршня, определится по формуле

$$t_{0,об} = t_{кон} + \int \frac{dy_к}{\dot{y}_к}. \tag{94}$$

Пределы интегрирования: от $y_{к,кон}$ до $y_{к,0,об}$.

С момента трогания поршня с места начинается второй этап обратного хода. Он длится до момента отрыва пневматика от земли либо, при слабом гидравлическом сопротивлении на обратном ходе, до выхода поршня до упора.

Расчет второго этапа, как и на прямом ходе, сводится к численному интегрированию последовательными приближениями дифференциальных уравнений, отличающихся от уравнений (51) и (52) только знаками перед σ и ψ.

Таким образом, в уравнениях (51) и (52) надо поменять знак перед членом, содержащим множители σ, в коэффициентах Φ и Ψ принять $\bar{\psi} = 1 + \psi$, а за Q_1 принимать $Q_1 = Q_в - Q_{т.м}$; кроме того, на обратном ходе

$$\sigma = \frac{\zeta \rho F_{об}}{2}\left(\frac{F_{об}}{f_{об}}\right)^2, \tag{95}$$

где $F_{об}$ — площадь, вытесняющая жидкость из обратной камеры;

$f_{об}$ — площадь проходных отверстий для перетекания жидкости из обратной камеры при обратном ходе.

Суммарное усилие Q вдоль стойки равно

$$Q = \frac{Q_в - Q_{т.м} - \sigma \dot{s}^2}{1 + \psi} = \frac{Q_1 - \sigma \dot{s}^2}{\bar{\psi}}. \tag{96}$$

Начальные условия интегрирования:

$$\left.\begin{array}{l} s = s_{кон}, \quad \dot{s} = 0, \quad \ddot{s} = 0 \\ y_к = y_{к,0,об}; \quad \dot{y}_к = \dot{y}_{к,0,об} \end{array}\right\} \text{при } t = t_{0,об}. \tag{97}$$

Предварительно определяют:

$Q_{0,\,об}$; $P_{0,\,об}$; $y_{к,\,0,\,об}$; $\dot{y}_{к,\,0,\,об}$; $\ddot{y}_{к,\,0,\,об}$ и $\dot{s}$

Далее вычисляют

$$\dddot{s}_{0,\,об} = \frac{k_{об}}{m_*} \Psi_{1\,кон} \dot{y}_{к,\,0,\,об}, \tag{98}$$

$$\dddot{y}_{к,\,0,\,об} = -\frac{k_{об}}{m_*} \Phi_{1\,кон} \dot{y}_{к,\,0,\,об}, \tag{99}$$

$$k_{об} = \left(\frac{dP}{dy_к}\right)_{y_к = y_{к,\,кон}}.$$

Так же как и на прямом ходе, время обратного хода поршня разбивают на ряд мелких интервалов Δt. Отсчет времени ведут с момента трогания поршня с места.

Чтобы начать вычисления, например, для момента времени t_i, необходимо знать s_i и $y_{к,\,i}$.

В исходном (нулевом) приближении этими величинами задаются. Для этого, приближенно продолжая на один интервал Δt_i кривые ускорений $\ddot{s}$ и $\ddot{y}_к$, задаются исходными значениями $\ddot{s}_{i,0}$ и $\ddot{y}_{к,\,i,\,0}$ и определяют $s_{i,\,0}$ и $y_{к,\,i,\,0}$ по формулам (70) и (71).

Далее для значений $s_{i,\,0}$ и $y_{к,\,i,\,0}$ вычисляют

$$Q_{1,\,i,\,0} = \frac{p_0 F_2}{\left(1 - \frac{s_{i,\,0} F}{v_0}\right)^{\varkappa}}; \tag{100}$$ [1]

$P_{i,\,0}$ по формуле (75);

$\dot{S}_i$ „ (76);

$B_{i,\,0}$ „ (77);

$E_{i,\,0}$ „ (78);

$$p_{i,\,0} = \dot{S}_i - \frac{m_*}{\Delta t_i B_{i,\,0}}; \tag{101}$$

$$q_{i,0} = \dot{S}_i^2 - \frac{E_{i,\,0}}{B_{i,\,0}}. \tag{102}$$

Затем вычисляют первые приближения величин $\ddot{s}_i$, $\dot{s}_i$ и $\ddot{y}_i$ по формулам (81)—(83).

Если значения первых приближений $\ddot{s}_{i,\,1}$ и $\ddot{y}_{i,\,1}$ сильно расходятся с исходными значениями, то вычисления повторяют так же, как и на прямом ходе. Когда два смежных приближения $\ddot{s}$ и $\ddot{y}$ (исходное и конечное) совпадут с достаточной для расчета точностью, то вычисляют окончательные значения s_i и $y_{к,\,i}$ по формулам (70), (71), а также $\dot{y}_{к,\,i}$ по формуле (84).

Далее вычисляют Q_i по формуле (96), $y_{c,\,i}$, $\dot{y}_{c,\,i}$ и $\ddot{y}_{c,\,i}$ по формулам (87)—(89).

Выражения (98) и (99) используются при определении исходных приближений для первой точки [см. формулы (72), (73)].

---

[1] F_2 получаем по формуле (91а) приближенно, так как трение манжет на обратном ходе обычно зависит от давления масла в обратной камере.

Если пневматик разожмется раньше, чем поршень коснется упора, то получится третий этап обратного хода. Этот этап начинается с момента отрыва колеса от земли ($y_к=0$, $P=0$) и продолжается до конца полного выхода поршня. Третий этап сводится к решению уравнения (52), в котором следует положить $P=0$, и к решению уравнения

$$\ddot{y}_c = k_\gamma g. \tag{103}$$

Уравнение (52) в этом случае решается последовательными приближениями по тем же формулам, что и на втором этапе обратного хода, причем начальными значениями s, $\dot{s}$ и $\ddot{s}$ являются конечные значения второго этапа (в момент отрыва колес от земли, когда $y_к=0$).

Решение уравнения (103) дается формулой

$$y_c = k_\gamma g \frac{t^2}{2} + \dot{y}_{c\,от} t + y_{c\,от}. \tag{104}$$

$\dot{y}_{c\,от}$, $y_{c\,от}$ для момента отрыва определяются из расчета второго этапа.

Отсчет времени при расчете третьего этапа ведется с конца второго этапа, т. е. $t=0$, когда $y_к=0$.

Глава III

РЕЗИНОВАЯ АМОРТИЗАЦИЯ

§ 1. Общие сведения

Резину в амортизаторах используют как при работе на растяжение, так и при работе на сжатие. В первом случае применяют резиновый шнур, во втором — резиновые пластины.

Резиновым амортизаторам свойственны следующие недостатки: малый гистерезис, естественная потеря амортизационных качеств от атмосферных условий (старение), отрицательное влияние низких температур, разрушающее действие бензина и т. п.

В настоящее время резиновые амортизаторы применяют обычно только на легких самолетах с небольшими посадочными скоростями.

Ввиду малой величины коэффициента гистерезиса[1] устройство обратной амортизации обязательно.

Рекомендуется устройство ограничителей прямого и обратного ходов.

Коэффициент полноты диаграмм «работы» резинового амортизатора $\eta_{ам} \approx 0{,}4$.

а) Пластинчатая амортизация

Пластинчатые амортизаторы (буферы) набирают из резиновых пластин определенной формы и толщины. Пластины изготовляются из эластичной резины с небольшим остаточным удлинением.

Диапазон рабочих температур от +60 до —45° С.

Коэффициент морозостойкости[2] резины пластин 0,6 (при температуре —45° С). Коэффициент гистерезиса 0,25—0,5 при сжатии на 25—50% от свободной высоты.

Разрушение (растрескивание) резины наблюдается при 50—60% обжатия.

---

[1] Коэффициент гистерезиса — отношение работы гистерезиса к общей поглощенной работе амортизатора.

[2] Коэффициент морозостойкости $k_з = \frac{l_з}{l}$, где l — удлинение рабочей части образца, вызванное нагрузкой при нормальной температуре; $l_з$ — удлинение рабочей части охлажденного образца (обычно до температуры —45° С), вызванное той же нагрузкой.

По форме пластины бывают круглые и обтекаемые (эллиптические, каплевидные).

Если обозначить через c — толщину пластины, через D и d соответственно внешний и внутренний диаметр круглой пластины, через a — длину, b — ширину обтекаемой пластины, то обычно

для круглой пластины

$$\frac{D}{d} = 1{,}8 \sim 2{,}5; \quad \frac{D-d}{2c} = 1{,}5 \sim 1{,}6;$$

для обтекаемой пластины

$$\frac{a}{b} = 2 \sim 2{,}5; \quad \frac{b}{c} = 3 \sim 4.$$

В конструкции буфера предусматривают зазоры, достаточные для устранения трения пластин о направляющие и обтекатель.

Ориентировочные формулы для величины зазоров:

$$\Delta_1 = 0{,}2(D-d); \qquad \Delta_2 = 0{,}3(D-d),$$

где Δ_1 — зазор между пластиной и направляющей трубой;

Δ_2 — зазор между пластиной и обтекателем;

D — наружный диаметр пластины (для некруглых пластин ~ ширина пластины);

d — диаметр отверстия.

Буфер поглощает бо́льшую работу, если пластины при сжатии имеют возможность свободно расширяться в стороны. Для этого между пластинами прокладывают гладкие тонкие металлические шайбы.

Правильность подбора пластин проверяется статическим обжатием буфера.

б) Шнуровая амортизация

Шнуровая амортизация употребляется в виде шнуров и колец, навитых на соответствующие детали шасси. Шнур состоит из пучка резиновых нитей прямоугольного сечения, растянутых до 150÷200% начальной длины и фиксированных в таком состоянии текстильной оплеткой.

Основной характеристикой амортизационного шнура является его эластичность. Показателем эластичности называется сила, необходимая для растяжения на 60% рабочего участка образца шнура длиной в 100 *мм* при зажимной длине образца 100 *мм*. Испытанию предшествует последовательное трехкратное растягивание образца на 100% начальной длины. Температура при испытании 25±10° С.

Шкала эластичности амортизационных шнуров различных диаметров приведена в табл. VI. 6.

Таблица VI. 6

№ шнура	Номинальный диаметр шнура в *мм*	Приемо-сдаточная шкала показателей эластичности в *кг*	Гарантированные показатели эластичности в *кг* при хранении	
			до 4 мес.	до 9 мес.
			не менее	
1	8	7—17	6	5
2	10	14—28	11	10
3	12	18—36	15	14
4	13	31—50	23	21
5	14	35—57	30	28
6	15	40—64	34	33
7	16	53—77	44	43
8	18	80—108	64	58
9	19	91—123	77	70
10	20	103—127	86	76

Предельно допустимым удлинением шнуров является 100%-ное удлинение. При удлинении свыше 100% обычно начинается разрушение оплетки.

Коэффициент гистерезиса шнуров не превышает 0,18.

Коэффициент морозостойкости резины при температуре —45° С должен быть не ниже 0,6.

Для проверки правильности подбора шнуров следует снять диаграмму растяжения буфера.

§ 2. Расчет резиновой амортизации

а) Пластинчатая амортизация

Расчет пластинчатой амортизации сводится к определению площади пластины и высоты пакета.

Площадь пластины F (за вычетом всех отверстий) определяют из условия напряжения сжатия резины на стоянке

$$F = \frac{Q_{б.\,ст}}{\sigma_{ст}} \ (см^2), \qquad (105)$$

$\sigma_{ст}$ — берется в пределах 12÷18 $кг/см^2$;

$Q_{б.\,ст}$ — усилие на стоянке по одному буферу.

При поглощении приходящейся на стойку работы обжатие пакета не должно превосходить 45—50%, что соответствует напряжению сжатия в 80÷120 $кг/см^2$ для обтекаемых и 100÷150 $кг/см^2$ для круглых пластин. Наибольшее напряжение определится по формуле

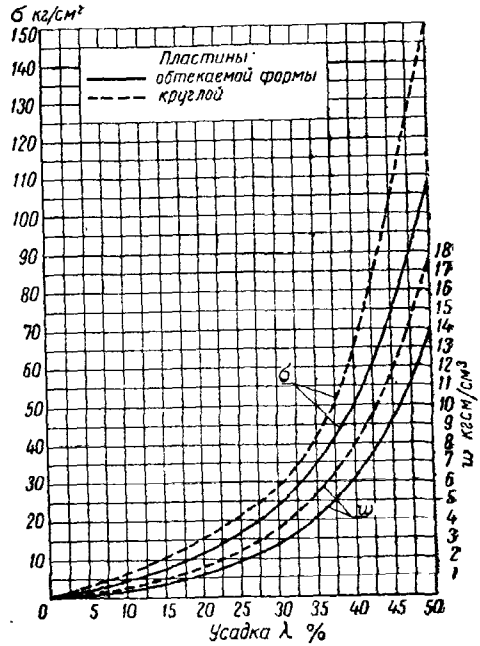
$$\sigma_{max} = \frac{P_{ред} n_E \varphi_{с.\,кон}}{Fi} = \frac{Q_{б\,max}}{F}, \qquad (106)$$

где i — число буферов;

$Q_{б\,max}$ — максимальное усилие по одному буферу.

Так как при расчете резиновой амортизации обычно принимается $P_{ред} = P_{ст}$, то

$$\sigma_{max} = \sigma_{ст} n_E \frac{\varphi_{с.\,кон}}{\varphi_{с.\,ст}}. \qquad (107)$$



Фиг. VI. 38. Кривые напряжения сжатия и удельной работы резиновых пластин.

Наибольший допустимый коэффициент перегрузки в среднем при $\sigma_{max} = 100$ $кг/см^2$:

$$n_{E\,max\,доп} = \frac{100Fi}{P_{ст}\varphi_{с.\,кон}}.$$

По σ_{max} (фиг. VI. 38) находим величину усадки пакета λ (%) и соответствующую этой усадке работу одного $см^3$ резины w_{max} (максимальную) удельную работу в $кгсм/см^3$).

По напряжению предварительной затяжки

$$\sigma_0 = \frac{Q_0}{F}; \qquad (108)$$

аналогично определяется удельная работа w_0 для усилия предварительной затяжки Q_0. Обычно для пластинчатой амортизации предварительную затяжку берут равной усилию на стоянке, т. е. $n_0 \approx \frac{Q_0}{Q_{ст}} = 1$, $\sigma_0 = \sigma_{ст}$.

По кривой обжатия пневматика определяют работу $A_{пн}$, поглощаемую пневматиком при заданном коэффициенте перегрузки n_E. Работа $A_{ам}$, приходящаяся на амортизатор, определится как разность всей нормированной работы $A_н$ на ногу и работы $A_{пн}$ пневматика.

Общая высота пакета амортизатора (в свободном незатянутом состоянии) определится по формуле

$$H = \frac{A_{ам}}{(w_{max} - w_0)Fi}. \tag{109}$$

По высоте H и толщине c определяется число пластин в пакете. По величине усадки λ (%) определяется полный ход амортизатора. По σ_0 из диаграммы определяется усадка предварительной затяжки λ_0(%), а затем и высота H_0 пакета в собранном виде (сжатого усилием предварительной затяжки):

$$H_0 = H\left(1 - \frac{\lambda_0}{100}\right). \tag{110}$$

Полученную высоту буфера можно уменьшить, увеличивая 1) коэффициент перегрузки n_E, 2) передаточное число $\varphi_{с.\,кон}$ и 3) начальное напряжение σ_0.

Кроме того, можно учитывать динамический эффект нагружения амортизатора при посадке (повышающий жесткость резины на 10—20%) поправочным коэффициентом ~1,2 к кривым σ и w (фиг. VI. 38).

Однако в случае длинного буфера (больше 20 пластин) этот эффект аннулируется уменьшением работы, поглощаемой такими буферами, ввиду искривлений и сдвигов пластин[1].

Расчет амортизации по кривой работы буфера, подобного данному, производится аналогичным образом, с той только разницей, что вместо удельных работ w берутся фактические работы по кривой.

Если при испытаниях была получена лишь кривая усилий на буфер в функции его обжатия, то кривую работы легко построить, графически проинтегрировав площадь под кривой усилий.

Объем $v_б$ рассчитываемого буфера найдется из условия пропорциональности объемов работам

$$v_б = v_{исп} \frac{A_{ам}}{A_{исп} i},$$

где $A_{исп}$ — работа испытанного буфера;
$v_{исп}$ — его объем.

Пластинчатая амортизация употребляется также в амортизаторах лыж. Расчет ведется аналогично изложенному.

Обратная амортизация главных ног подбирается по формуле

$$A_{об} = \frac{A_{ам} m_*}{M},$$

где $A_{об}$ — работа, которую должна поглотить обратная амортизация;
$A_{ам}$ — работа прямой амортизации;
M — масса самолета;
m_* — масса колеса и деталей шасси, висящих на амортизаторе.

---

[1] Кривые удельных работ (фиг. VI. 38) построены на основании испытаний коротких буферов (5—10 пластин).

б) Шнуровая амортизация

Для стандартных шнуров имеем следующие пределы значений максимальных допускаемых усилий $P_{max\ доп}$ при 100%-ном удлинении шнуров (табл. VI. 7).

Отнесенные к площадям сечений шнуров эти усилия дают в среднем конечное безопасное напряжение

$$\sigma_{max\ доп} = 60 \div 70\ кг/см^2.$$

Таблица VI. 7

Диаметр шнура $d_ш$ в *мм*	$P_{max\ доп}$ в *кг*
8	15—25
10	27—40
13	55—80
16	85—120
18	140—180

Однако во избежание быстрого износа шнуров удлинение более 75÷80% допускать не рекомендуется.

Напряжение в шнурах на стоянке должно быть

$$\sigma_0 = 12 \div 18\ кг/см^2.$$

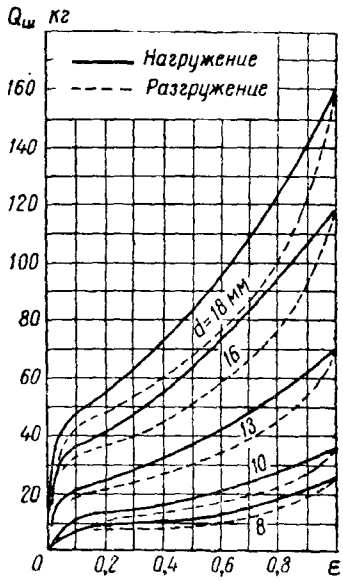
Предварительная затяжка равна 5÷10% свободной длины.

Удельная работа, поглощаемая шнуром при 100%-ном удлинении, колеблется в пределах $w_{max} = 25 \div 35\ кгсм/см^3$.

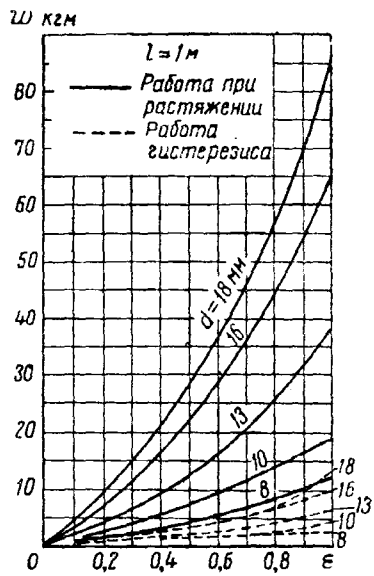
Величина w_0, соответствующая предварительной затяжке, не превышает 0,5÷1 *кгсм/см*³.

Таким образом, для определения общего сечения шнурового амортизатора имеем окончательно удельную работу

$$w = w_{max} - w_0 \approx 25 \div 35\ кгсм/см^3.$$



Фиг. VI. 39. Диаграмма растяжения шнуров различных диаметров.



Фиг. VI. 40. Диаграмма работы шнуров длиной 1 *м* при растяжении.

Однако ввиду небольшого числа шнуров, имеющихся по сортаменту, при подборе шнуровой амортизации пользуются диаграммами, построенными по результатам испытаний шнуров.

На фиг. VI. 39 приведены для шнуров различных диаметров диаграммы усилий, а на фиг. VI. 40 — работы (для 1 *м* длины шнура), снимаемые с этих

шнуров, в зависимости от относительного удлинения ε (%). Пунктиром даны кривые обратного хода. Площадь между кривыми прямого и обратного хода пропорциональна работе гистерезиса шнура.

При расчетах рекомендуется исходить из испытания шнуров, предназначенных для данной партии амортизаторов. Лучше всего, однако, снимать диаграмму с собранного амортизатора.

Расчет амортизации сводится к определению диаметра шнура и количества колец.

Задавшись диаметром шнура $d_ш$ и предварительной затяжкой ε_0 (0,05—0,10), по диаграмме фиг. VI. 39 находят соответствующее ε_c усилие на шнур $Q_{ш\,0}$. По передаточному числу φ_c находят усилие на шнуры на стоянке:

$$Q_{ст} = P_{ст}\varphi_c \qquad (111)$$

Число полувитков i определяют из соотношения

$$i = \frac{n_0 Q_{ст}}{Q_{ш\,0}}. \qquad (112)$$

n_0 обычно принимают равным 1,0÷1,1; число полувитков i выбирают ближайшее к получившемуся по формуле (112), кратное 2.

Задавшись удлинением $\varepsilon = 0{,}75 \div 0{,}80$, определяют максимальное усилие на шнуры Q_{max} (по фиг. VI. 39), коэффициент перегрузки по формуле

$$n_E = \frac{Q_{max}}{\varphi_c P_{ст}} \qquad (113)$$

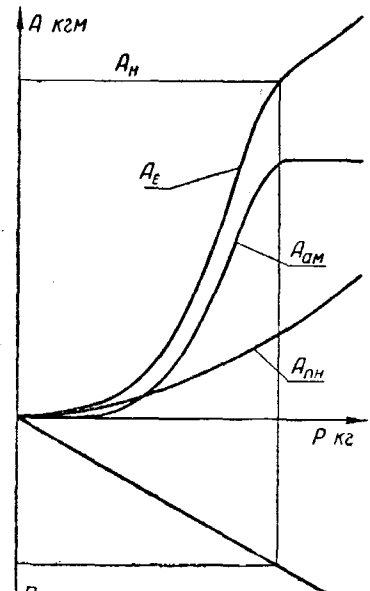
и работу амортизатора по формуле

$$A_{ам} = l\,i\,(w - w_0), \qquad (114)$$

где l — длина свободного полувитка ($l\,i$ — общая длина шнура), а w и w_0 — работы 1 пог. метра шнура при удлинениях ε и ε_0, определяемые по фиг. VI. 40.

Должно быть

$$A_н = A_{пн} + A_{ам}. \qquad (115)$$



Фиг. VI. 41.

Варьируя l, ε, i и $d_ш$, находят наиболее приемлемое решение при минимальной перегрузке.

Поверочный расчет производят аналогично. Определяют ε_0:

$$\varepsilon_0 = \frac{l_0 - l}{l},$$

где l_0 — длина полувитка, вытянутого предварительной затяжкой. Строят кривую Q в функции ε по формуле

$$Q = iQ_ш.$$

Используя соотношение

$$s = \Delta l = l_s - l_0 = \left(\frac{l_s - l}{l} - \frac{l_0 - l}{l}\right) l = l\,(\varepsilon - \varepsilon_0),$$

и передаточные числа, кривую усилия Q перестраивают на усилие P на оси колеса в функции хода y_1 оси колеса.

Суммируя кривую P с кривой обжатия пневматика и интегрируя получившуюся суммарную кривую, определяют коэффициент перегрузки $n_E = \frac{P_{max}}{P_{ст}}$, при котором $A_{пн} + A_{ам} = A_н$, и соответствующее ε.

Для сравнения различных вариантов загружения самолета и подбора шнуров удобно расчет свести к фиг. VI. 41.

При определении длины шнура из фактической длины кольца (по средней линии) следует вычесть длину заделки концов ($\sim 3d_ш$), если кольцо не целое.

Радиус изгиба шнура берут обычно не меньше $1{,}5d_ш$.

Приложение

РАСЧЕТ УЗЛОВ

Узел с точки зрения строительной механики является точкой, через которую проходят обычно очень большие силы, и разрушение детали нередко начинается именно с узла. Основной задачей при конструировании и расчете узла является равномерная передача сил[1] на воспринимающие элементы. Эта передача затрудняется тем, что в подавляющем большинстве случаев узел оказывается многократно с. н. системой, точно решить которую подчас не представляется возможным. Поэтому различные нормы прочности требуют, чтобы прочность узла была обязательно больше прочности подходящего к нему элемента на 10, 20 и даже на 50%. Величина коэффициентов увеличения должна выбираться в каждом отдельном случае особо.

Если конструкция проста и сомнений в локализации напряжений нет (например, в ушке под расчалку), можно ограничиться коэффициентом 1,1. Если узел сложен и нагружен рядом сил и моментов, образующих пространственные группы равнодействующих сил и пар, необходимы более высокие коэффициенты страховки, достигающие иногда 2 и более. Если нормами прочности или конструктивными соображениями не предусматривается сложение расчетных случаев, то узел рассчитывается на усилия, взятые только из одного расчетного случая. При этом к узлу подводятся не расчетные, а действительные усилия[2], так как иначе нельзя получить истинного направления и величины равнодействующих.

Для удобства расчета сложного узла составляется сводная таблица усилий, подходящих к узлу, по которым находят ряд равнодействующих (например, в плоскости ушка и по нормали к нему, в плоскости среза болтов и т. д.).

Основными видами деформации узла считаются: разрыв, срез и смятие или, в более широком смысле, потеря устойчивости. Изгиб в узле обычно не реален и трансформируется в смятие, потерю устойчивости или разрыв. Поэтому работу деталей узла на изгиб надо обязательно анализировать, учитывая возможность коренного изменения расчетной схемы, вызванного деформациями нагруженного узла.

Основной деталью узла является болт, работающий преимущественно на срез, иногда — на разрыв. Так как болтов крепления обычно несколько, то задача определения сил, срезающих каждый болт, становится с. н.

Пусть, например, на узел с четырьмя болтами различного диаметра действует сила R (фиг. VI. 42). Требуется произвести расчет этой системы. Для расчета прежде всего надо знать, из какого материала выполнена узловая накладка, опорная поверхность и болты, и установить вид деформации системы.

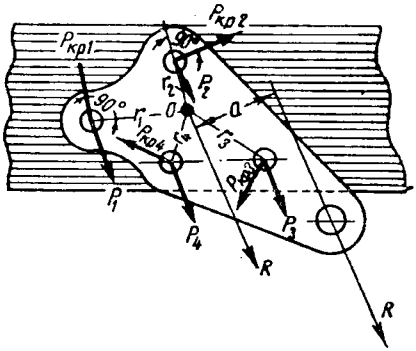
---

[1] Конечно, относительно равномерная, в соответствии с прочностью каждого элемента.

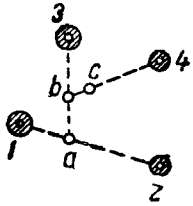
[2] Под действительными усилиями надо понимать усилия, определенные из условия равновесия системы.

Возможны следующие случаи: 1) срез болтов, 2) смятие болтов, 3) смятие накладки, 4) потеря устойчивости накладкой, 5) разрушение опорной поверхности. Если накладка не слишком тонка[1], то опасаться, что она потеряет устойчивость, нечего и, таким образом, случай (4) отпадает. Случай (5) рассматривается аналогично случаю (3) или (4) и потому на нем не останавливаемся. Смятие болтов накладкой, если последняя изготовлена из материала не менее прочного, чем болты, переходит в срез болтов. Таким образом остаются два основных случая: срез болтов или смятие накладки.

Распределение силы R и момента кручения $M=Ra$, где a — плечо силы R относительно центра кручения O (фиг. VI. 42), производится следующим образом. Находят центр кручения O, который при равных жесткостях на сдвиг (или смятие[2] совпадает с центром тяжести площадей среза (или смятия) болтов. Это производится тремя путями:



Фиг. VI. 42. Узел с четырьмя болтами различного диаметра.



Фиг. VI. 43.

1. Аналитически, для чего надо взять статические моменты всех площадей, работающих на сдвиг (или смятие) относительно двух любых осей, непараллельных друг другу, и, разделив эти моменты на сумму тех же площадей, определить координаты линий, точка пересечения которых и даст искомый центр кручения.

2. Графически, для чего соединяют любую пару болтов линией (например, *1—2*) и, деля этот отрезок в отношении площадей F_1 и F_2 болтов *1* и *2*, находят точку *a* (фиг. VI. 43). Затем соединяют ее со следующим болтом (например, *3*), делят отрезок *a3* пропорционально площадям

$$\frac{F_1+F_2}{F_3}$$

и находят точку *b*. Последнюю соединяют со следующим болтом *4* и делят отрезок *b4* в отношении площадей

$$\frac{F_1+F_2+F_3}{F_4},$$

определяя точку *c*. Если болты обойдены все, то эта точка и будет центром кручения.

3. На-глаз — что в большинстве случаев оказывается достаточным, если учесть примитивность предпосылок, положенных в основу расчета.

Установив центр кручения, переносят в него силу R (фиг. VI. 42) и распределяют ее по всем болтам пропорционально жесткостям на срез GF (если

[1] Потеря устойчивости пластинки определяется по формулам, приведенным в части IV.

[2] Смотря по тому, какое напряжение оказывается расчетным.

расчетным оказался срез) или на смятие EF (если расчетным будет смятие), т. е. считают каждый болт на силы:

$$P_1 = R\frac{G_1F_1}{\sum GF} \text{ (случай среза);}$$

$$P_1 = R\frac{E_1F_1}{\sum EF} \text{ (случай смятия),}$$

причем при срезе под F_1 надо понимать фактическую площадь среза болта, а в случае смятия — площадь, равную $D\delta$ (где D — наружный диаметр болта и δ — толщина накладки в рассматриваемой точке). Возможное уменьшение жесткости за счет местной потери устойчивости накладкой или болтом, особенно, если последний полый (или пистон), учитывается коэффициентом, меньшим единицы.

Распределив таким образом силу R (причем в результате должно, очевидно, оказаться: $R = P_1 + P_2 + \ldots + P_n$), переходят к распределению момента кручения $M = Ra$ между болтами.

Для этого, зная расстояния r_1, r_2, r_3... и т. д. от центра кручения O до каждого болта, жесткости среза (или смятия) каждого из которых обозначены A_1, A_2, A_3... и т. д., находят характеристический полярный момент инерции всех этих площадей:

$$\sum J_0 = r_1^2A_1 + r_2^2A_2 + \ldots + r_n^2A_n.$$

Тогда на каждый болт придется момент[1]:

$$M_1 = M\frac{J_{01}}{\sum J_0},$$

разделив который на плечо r_1 рассматриваемого болта относительно центра кручения, получим силу среза (или смятия):

$$P_{\text{кр. }1} = \frac{MJ_{01}}{r_1\sum J_0} = \frac{Mr_1^2A_1}{r_1\sum J_0} = M\left(\frac{r_1A_1}{\sum J_0}\right).$$

Каждая из этих сил будет перпендикулярна своему плечу r и, следовательно, будет составлять различные углы с силами P_1, P_2... и т. д. Поэтому для нахождения равнодействующей двух сил: P_1 от силы R и $P_{\text{кр. }1}$ от момента M, приходящихся на каждый болт, надо произвести их геометрическое сложение по правилу параллелограмма (можно непосредственно на чертеже).

В случае равных модулей $G_1 = G_2 = \ldots = G_n$ или $E_1 = E_2 = \ldots = E_n$, предыдущие формулы упрощаются:

$$P_1 = R\frac{F_1}{\sum F},$$

$$M_1 = M\frac{J_{01}}{\sum J_0},$$

где J_0 — полярный момент инерции соответствующей площади, который равен r^2F.

---

[1] Эта формула выводится в предположении одинакового угла поворота работающих площадей F_1, F_2... и т. д. относительно центра кручения узла, т. е. в предположении прямой пропорциональности сил плечам r_1, r_2,... и т. д., а моментов квадратам этих плеч.

Расчет на срез, на смятие и прочие виды простейших деформаций производится по напряжениям[1], приведенным в части III.

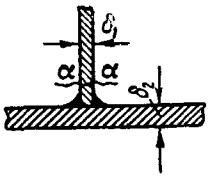
В случае сложно-напряженного состояния детали (наличие нормальных и касательных напряжений) находят суммарное приведенное напряжение по теории наибольших касательных напряжений:

$$\sigma_0 = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}, \text{ если } \sigma > \tau,$$

или по теории потенциальной энергии:

$$\sigma_0 = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}, \text{ если } \tau > \sigma.$$

Очевидно, σ_0 должно быть равно или меньше $k_{\text{раст}}$.



Фиг. VI. 44. К расчету сварных швов.

При расчете сварных швов необходимо учитывать ослабление основного материала сваркой как для мягких сталей, так и для сталей, термически обрабатываемых после сварки. Можно учитывать ослабление сваркой коэффициентом 0,7÷0,9 в зависимости от качества сварного шва. Тип шва влияет на его прочность незначительно.

При расчете шва на срез за площадь среза считают произведение проекции длины шва на направление силы и толщины более тонкой из двух свариваемых деталей. Например, в случае, приведенном на фиг. VI. 44, площадь среза (если, $\delta_1 < \delta_2$) будет $\delta_1 l$, а не $\delta_2 l$ или даже $2\delta_1 l$, так как разрушение в случае качественного шва происходит не по шву, а вблизи него (по $\alpha\alpha$).

---

[1] Для тонкостенных элементов напряжением, эквивалентным разрушающему, будет напряжение потери устойчивости.

Литература к частям I, II и III

1. Дубровин А. А., Макаров С. Я. и др., Справочник по расчету самолета на прочность. ОНТИ, 1937.
2. Ерохин И. П. и Малиев А. С., Формулы для расчета сложных рам методом расчленения. ОНТИ, 1935.
3. Кан С. Н. и Свердлов И. А., Расчет самолета на прочность. Оборонгиз, 1945.
4. Линецкий В. Д.. Жесткие рамы. КУБУЧ, 1934.
5. Новиков А. М., Таблицы для расчета труб, сводов и арок. Стройиздат Наркомстроя, 1942.
6. Одинг И. А., Допускаемые напряжения в машиностроении и циклическая прочность металлов. Машгиз, 1947.
7. Одинг И. А. и др., Справочник по конструкционным материалам. Машгиз, 1946.
8. Папкович П. Ф., Строительная механика корабля, ч. I и II. Изд. Морской транспорт, 1947.
9. Папкович П. Ф., Теория упругости. Оборонгиз, 1939.
10. Стрелецкий Н. С., Курс металлических конструкций, часть I. Стройиздат Наркомстроя, 1940.
11. Справочник авиаконструктора, т. III. ЦАГИ, 1939.
12. Справочник Инженерные сооружения т. I, Машстройиздат, 1950.
13. Шиманский Ю. А., Строительная механика корабля, ч. I. Справочник по судостроению, т. II. Госстройиздат, 1934.
14. Тимошенко С. П., Сопротивление материалов, т. I. ОГИЗ, 1945, т. II, ОГИЗ, 1946.
15. Справочник машиностроителя, Машгиз, 1950—1952.
16. Швецов Д. И., Точечная сварка в расчетах прочности конструкции. Госиздат, 1933.

Замеченные опечатки

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
61	2 снизу	$x''=x\cos\alpha - y\sin\alpha,$	$x''=x\cos\alpha+y\sin\alpha,$
61	1 снизу	$y''=x\sin\alpha+y\cos\alpha.$	$y''=-x\sin\alpha+y\cos\alpha.$
136	табл. II. 16	(на 80 образцах из плексигласа)	На образцах из плексигласа 80
187	4 снизу	$\frac{4F_0^2}{s}$	$\frac{4F_0^2\delta}{s}$
207	3 снизу	$\theta_A=-\frac{P}{6EJ}(2la+3a^2)$	$\theta_0=-\frac{P}{6EJ}(2la+3a^2)$
333	6 снизу	$S_{BC}=-\frac{3Pab}{2hl(k+3)}$	$S_{BC}=\frac{3Pab}{2hl(k+3)}$
369	1 сверху	круглого сечения	прямоугольного сечения
414	5 снизу	$\mu_{пл}=\frac{1}{2}-\left[\frac{1}{2}-\mu\frac{E_s}{E}\right.$	$\mu_{пл}=\frac{1}{2}-\left(\frac{1}{2}-\mu\right)\frac{E_s}{E}$
420	4 снизу	$\left(\sigma=\frac{P_\perp}{h\delta}\right)$ и $\left(\tau=\frac{P_\parallel}{h\delta}\right)$	$\left(\sigma=\frac{P_\perp}{b\delta}\right)$ и $\left(\tau=\frac{P_\parallel}{b\delta}\right)$
541	8 снизу	коэффициента отклонения	коэффициента увеличения
553	под фиг. V. 125	панели[1].	панели[1] (см. фиг. V. 72).
553	6 снизу	больше фактических	меньше фактических
554	18 сверху	$k=\frac{P_1}{P_0}$	$k=\frac{P_0}{P_1}$
589	формула (110)	$=k_{изг}PR;\ =k_{кр}PR.$	$=k_{изг}P_\perp R;\ =k_{кр}P_\perp R.$
592	формула (111)	$=\frac{E_1J_1l_2}{E_2J_2l_1}.$	$=\frac{E_1J_1l_2^3}{E_2J_2l_1^3}.$
592	17 снизу	$P_\perp=Y_1\sin(l_{1,2},\ y);$	$P_\perp=Y_1\cos(l_{1,2},\ xz);$
592	15 снизу	$S_\perp=Y_1\cos(l_{1,2},\ y).$	$S_\perp=Y_1\sin(l_{1,2},\ xz).$
652	6 сверху	$y\ \delta$	$y_k=\delta$
668	6 сверху	числа φ_p,	числа φ_{c0},
668	6 сверху	ход штока $s_{ко}$,	ход штока $s_{кон}$,
677	1 сверху	массы m	массы $m_{ред}$
681	2 сверху	$=\frac{Q_в+Q_{тм}+Q_г}{1-}=$	$Q=\frac{Q_в+Q_{тм}+Q_г}{1-\psi}=$
684	15 снизу	$=\left(\frac{dP}{dy_k}\right)_{y_к=y_{к,0}}$	$k=\left(\frac{dP}{dy_k}\right)_{y_к=y_{к,0}}$
686	формула (76)	$+\frac{\ddot{s}_{i-1}\Delta_i}{2};$	$+\frac{\ddot{s}_{i-1}\Delta t_i}{2};$

Поправка. На стр. 96 указание „на длине $2H$" относится к нижнему ряду.

Заказ 253/1213